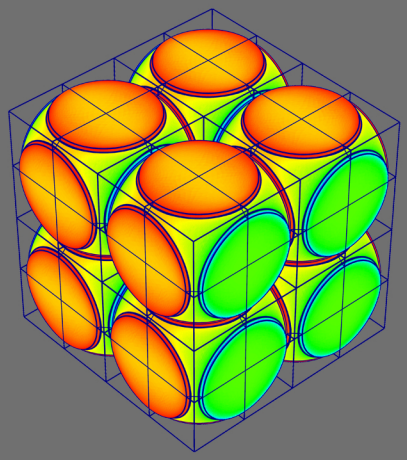
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Андрианов И. К., Гринкруг М. С. Параметрическая идентификация математической модели теплообменного процесса для тонкостенных криволинейных оболочек турбомашин. Математическое моделирование и численные методы, 2016, №2 (10), с. 24-38

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/94/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.22
18.11.2026 12:59:46

УДК 536.24

Параметрическая идентификация математической модели теплообменного процесса для тонкостенных криволинейных оболочек турбомашин

© И.К. Андрианов, М.С. Гринкруг

Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
Комсомольск-на-Амуре, 681013, Россия

Рассмотрена математическая модель теплообменного процесса, протекающего в тонкостенных криволинейных оболочках турбомашин. Предложен алгоритм расчета теплового состояния на граничных поверхностях оболочки и покрытия согласно требуемому тепловому условию. Представлены результаты расчета распределения температур при заданном температурном поле на наиболее термонагруженной поверхности оболочки в результате теплового воздействия.

Ключевые слова: *оболочка, температурное поле, теплоотдача, теплопроводность.*

Введение. В процессе модернизации элементов турбомашин достаточно большое количество научных работ направлено на исследование теплового состояния оболочковых элементов и их теплозащитных покрытий с целью прогнозирования возможного разрушения и появления необратимых тепловых деформаций. Особенности напряженно-деформированного состояния лопаток газотурбинного двигателя при тепловом и механическом нагружениях рассмотрены в работах [1, 2].

Анализ теплового напряженного состояния оболочковых элементов представляется весьма важным, поскольку позволяет выявить наиболее опасные зоны, подверженные быстрому разрушению. Соответственно на основании таких исследований принимаются меры по интенсификации теплообмена, связанные с применением различных турбулизаторов, систем перфорации. Однако методы интенсификации не всегда эффективны и могут лишь частично повысить отвод тепловой энергии от стенки оболочки.

Безусловно, основным способом тепловой защиты оболочковых элементов турбомашин является система внутреннего охлаждения, поскольку именно она обеспечивает отвод тепловой энергии от стенки оболочки. Соответственно, управляя тепловыми характеристиками внутреннего охлаждения, можно получить такое тепловое состояние, которое будет удовлетворять желаемым значениям. Однако в процессе внутреннего охлаждения возможно появление существенных тепловых потоков в стенке оболочки. В этих условиях, для того чтобы избежать опасных градиентов температур, необходимы сведения об условиях теплообмена на поверхностях теплоподвода и теп-

лоотвода. Фундаментальные аспекты исследования теплообменного процесса рассмотрены в работах [3, 4], особенности численного расчета течения газового потока — в работе [5]. Вопросы теплоотдачи при охлаждении элементов газотурбинных двигателей отражены в работах [6–8], методы моделирования расхода газа — в работе [9]. Применение численных методов при решении задач газовой динамики исследовано в работах [10–12].

Актуальность исследования обусловлена тем, что, задавая необходимое температурное поле, мы можем существенно повысить срок службы оболочковых элементов, в частности турбинных лопаток, за счет оптимального охлаждения. На сегодняшний день одна из важных задач на стадии проектирования рабочих и сопловых лопаток, камер сгорания состоит в разработке рациональной системы внутреннего охлаждения, которая бы позволяла регулировать процесс теплопередачи.

Цель исследования заключается в том, чтобы провести численный расчет основных параметров математической модели теплофизического процесса, которые позволят повысить рабочий ресурс оболочковых элементов в условиях теплового нагружения.

Математическое моделирование нелинейной теплопроводности для криволинейной оболочки. Теплообменный процесс, протекающий в оболочковых элементах с теплозащитным покрытием, носит достаточно сложный характер. С одной стороны за счет воздействия газового потока происходит подвод тепловой энергии к стенке оболочки с покрытием, а с внутренней стороны охлаждающий поток газа отводит тепло путем теплоотдачи. В результате с обеих сторон имеет место конвективный теплообмен. Распределение коэффициентов теплоотдачи от газа к поверхности покрытия оболочки будем считать известным, так как оно определяется внешними условиями обтекания оболочки.

Параметрическая идентификация математической модели теплообменного процесса предполагает нахождение коэффициентов теплоотдачи, которые входят в граничные условия теплопроводности *III* рода, а также определение теплового состояния охлаждающего агента и температурных полей на граничных поверхностях оболочки.

Рассмотрим параметрическую идентификацию математической модели теплообмена для криволинейного участка контура оболочки. В работе [10] предложена математическая модель нелинейной теплопроводности оболочкового элемента, однако не учитывается криволинейность контура оболочки. В результате математическую модель теплопереноса в оболочке с системой теплоподвода и теплоотвода, будем рассматривать в системе координат r, s, z, учитывая изменение радиуса кривизны вдоль контура $r = r(s)$ (рис. 1).

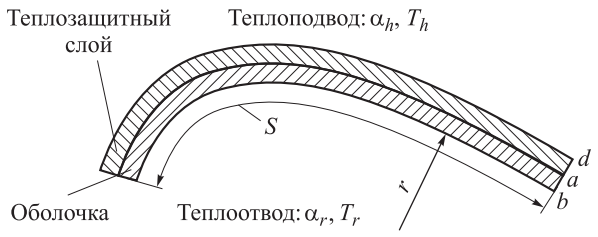


Рис. 1. Участок оболочкового элемента с теплозащитным слоем в условиях теплового воздействия

Процесс переноса теплоты внутри твердой среды описывается дифференциальными уравнениями Фурье в системе координат r, s, z:

- для оболочкового элемента:

$$\lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{\partial \lambda_s}{\partial r}\frac{\partial T_s}{\partial r} + \frac{\lambda_s}{r}\frac{\partial T_s}{\partial r} + \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial s^2} + \frac{\partial \lambda_s}{\partial s}\frac{\partial T_s}{\partial s} - \\ - \frac{\lambda_s}{r}\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial T_s}{\partial s} + \lambda_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + \frac{\partial \lambda_s}{\partial z}\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0, \tag{1}$$

- для внешнего теплозащитного покрытия:

$$\lambda_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial r^2} + \frac{\partial \lambda_p}{\partial r}\frac{\partial T_p}{\partial r} + \frac{\lambda_p}{r}\frac{\partial T_p}{\partial r} + \lambda_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial s^2} + \frac{\partial \lambda_p}{\partial s}\frac{\partial T_p}{\partial s} - \\ - \lambda_p \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial T_p}{\partial s} + \lambda_p \frac{\partial^2 T_p}{\partial z^2} + \frac{\partial \lambda_p}{\partial z}\frac{\partial T_p}{\partial z} = 0, \tag{2}$$

где λ_s — коэффициент теплопроводности оболочки; λ_p — коэффициент теплопроводности покрытия; T_s — температура оболочки; T_p — температура покрытия.

Для обеспечения единственности решения задачи теплопроводности необходимо описать условия однозначности. Конвективный теплообмен на наружной поверхности теплоизоляционного слоя описывается граничным условием *III*:

$$\lambda_{p_d} \left| \frac{\partial T_p}{\partial r} \right|_{r=r_d} = \alpha_h \left(T_h - T_d \right), \tag{3}$$

где λ_{p_d} — коэффициент теплопроводности на наружной поверхности покрытия ***d***, омываемой газом; T_d — температура на наружной поверхности покрытия, омываемой газом; α_h — коэффициент теп-

лоотдачи от нагревающего газа к покрытию; T_h — температура теплоподводящей газовой среды; r_d — радиус кривизны в точке на поверхности теплоподвода ***d***.

Направление вектора температурного градиента заранее неизвестно, следовательно, в уравнении теплоотдачи *III* рода (3) производная температурной функции по *r* принимается положительной, поскольку из физических соображений для обеспечения теплопереноса должно выполняться следующее соотношение: $T_h > T_d$.

Необходимо отметить, что ввиду малой площади торцевых поверхностей оболочки граничные условия в данных областях опускаются. Лучистым теплообменом, который может иметь место при теплопереносе в лопатках газотурбинного двигателя, по сравнению с воздействием высокоскоростного высокотемпературного газового потока пренебрегаем.

Переходя к рассмотрению теплофизических свойств элементов, отметим, что особенности поведения теплозащитных покрытий в процессе тепловой изоляции элементов турбомашин отражены в работах [13, 14]. Для расчета коэффициентов теплопроводности лопатки и покрытия, которые зависят от температуры, используем линейные зависимости следующего вида [14]:

$$\lambda_s = \xi_s + \eta_s T_s, \tag{4}$$

$$\lambda_p = \xi_p + \eta_p T_p, \tag{5}$$

где ξ_s, η_s, ξ_p, η_p — теплофизические константы материала.

Поскольку рассматривается задача теплопереноса в оболочковом элементе, находящемся в условиях воздействия высокотемпературной газовой среды, необходимо учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от теплового состояния. Соответственно, с учетом соотношения (5) получим:

$$\left(\xi_p + \eta_p T_d\right)\left|\frac{\partial T_p}{\partial r}\right|_{r=r_d} = \alpha_h\left(T_h - T_d\right). \tag{6}$$

Поскольку оболочка является тонкостенной, температурную функцию целесообразно аппроксимировать квадратичной зависимостью в направлении радиуса кривизны при фиксированных координатах *s* = const, *z* = const:

$$T_s\left(r\right) = A_s r^2 + B_s r + C_s, \tag{7}$$

$$T_p\left(r\right) = A_p r^2 + B_p r + C_p, \tag{8}$$

где A_s, B_s, C_s, A_p, B_p, C_p — интерполяционные коэффициенты, подлежащие определению.

В условиях данной задачи температурное поле $T_a = T_a(s,z)$ на поверхности оболочки ***a***, контактирующей с покрытием и являющейся наиболее термонагруженной по сравнению с поверхностью теплоотвода ***b***, является известным. Соответственно, краевое условие *IV* рода, обуславливающее равенство температурных полей и плотностей теплового потока в точке на поверхности контакта, будет иметь следующий вид:

$$A_s r_a^2 + B_s r_a + C_s = A_p r_a^2 + B_p r_a + C_p, \tag{9}$$

$$(\xi_s + \eta_s T_a)(2A_s r_a + B_s) = (\xi_p + \eta_p T_a)(2A_p r_a + B_p), \tag{10}$$

где r_a — значение радиальной координаты на поверхности ***a*** оболочки лопатки, контактирующей с покрытием.

В результате система уравнений теплопереноса в точках при $r = r_a$ и $r = r_d$ на граничных поверхностях теплозащитного слоя согласно уравнениям (2), (5)–(6), (8)–(9) будет определяться соотношениями

$$(\xi_p + \eta_p T_d)\left|2A_p r_d + B_p\right| = \alpha_h (T_h - T_d), \tag{11}$$

$$T_d = A_p r_d^2 + B_p r_d + C_p, \tag{12}$$

$$T_a = A_p r_a^2 + B_p r_a + C_p, \tag{13}$$

$$\begin{aligned} &\left(4A_p + \frac{B_p}{r_a}\right)(\xi_p + \eta_p T_a) + \eta_p (2A_p r_a + B_p)^2 + (\xi_p + \eta_p T_a) \times \\ &\times \left(\frac{\partial^2 T_a}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2}\right) + \eta_p \left[\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)^2\right] - \frac{(\xi_p + \eta_p T_a)}{r_a} \frac{\partial T_a}{\partial s} \frac{\partial r_a}{\partial s} = 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Аналогично для оболочкового слоя систему уравнений нелинейной теплопроводности в соответствии с (1), (4), (7), (9)–(10) представим в виде

$$(\xi_s + \eta_s T_a)(2A_s r_a + B_s) = (\xi_p + \eta_p T_a)(2A_p r_a + B_p), \tag{15}$$

$$T_a = A_s r_a^2 + B_s r_a + C_s, \tag{16}$$

$$T_b = A_s r_b^2 + B_s r_b + C_s, \tag{17}$$

$$\left(4A_s+\frac{B_s}{r_a}\right)\left(\xi_s+\eta_s T_a\right)+\eta_s\left(2A_s r_a+B_s\right)^2+\left(\xi_s+\eta_s T_a\right)\times$$
$$\times\left(\frac{\partial^2 T_a}{\partial s^2}+\frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2}\right)+\eta_s\left[\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)^2\right]-\frac{\left(\xi_s+\eta_s T_a\right)}{r_a}\frac{\partial T_a}{\partial s}\frac{\partial r_a}{\partial s}=0. \quad (18)$$

Полученная нелинейная система уравнений (11)–(18), включающая в себя восемь неизвестных: $A_p, B_p, C_p, A_s, B_s, C_s, T_d, T_b$, при фиксированных координатах *s* и *z* позволяет описать течение процесса нелинейной теплопроводности с учетом криволинейности контура оболочки.

Алгоритм расчета температурных полей оболочкового элемента. На основании предложенной математической тепловой модели с учетом заданного температурного поля T_a построим алгоритм расчета температурных полей криволинейной оболочки и покрытия. С этой целью на исследуемых поверхностях построим расчетную сетку вдоль осей *s* и *z:*

$$s_i = i\Delta s,\ \ z_j = j\Delta z,\ \ i = 0,\ 1,\ \ldots,\ n,\ \ j = 0,\ 1,\ \ldots,\ m.$$

В результате искомые параметры представим в виде:

$$A_p^{i,j} = A_p\left(s_i, z_j\right),\ \ B_p^{i,j} = B_p\left(s_i, z_j\right),\ \ C_p^{i,j} = C_p\left(s_i, z_j\right),$$

$$T_d^{i,j} = T_d\left(s_i, z_j\right),\ \ T_b^{i,j} = T_b\left(s_i, z_j\right).$$

Несмотря на то, что полученная система уравнений является нелинейной, можно разрешить ее аналитически согласно следующей последовательности действий.

1. Решение линейной системы уравнений (11)–(13) при заданном тепловом состоянии теплоподводящего газа $T_h^{i,j}$ и распределении коэффициентов теплоотдачи $\alpha_h^{i,j}$. Выражение интерполяционных коэффициентов $A_p^{i,j}, B_p^{i,j}, C_p^{i,j}$ относительно температуры $T_d^{i,j}$.

2. Подстановка полученных выражений на шаге 1 в уравнение (14). В результате простых алгебраических преобразований нелинейное уравнение (14) сводится к полиному *IV* степени относительно температуры $T_d^{i,j}$, решение которого может быть найдено с помощью, например, метода Феррари.

3. Определение интерполяционных коэффициентов $A_p^{i,j}, B_p^{i,j}, C_p^{i,j}$ на основании найденных значений $T_d^{i,j}$ в точках на поверхности теплоподвода с помощью выражений на шаге 1.

4. Выражение интерполяционных коэффициентов $A_s^{i,j}$, $B_s^{i,j}$, $C_s^{i,j}$ температурной функции в оболочковом слое через температуру $T_b^{i,j}$ согласно уравнениям (15)–(17).

5. Вставка полученных соотношений для $A_s^{i,j}$, $B_s^{i,j}$, $C_s^{i,j}$ в уравнение теплопроводности (18). Получение квадратного уравнения для определения температурного поля $T_b^{i,j}$.

Численный метод расчета массового расхода хладагента в процессе теплоотвода. Таким образом, зная температурное поле на поверхности теплоотвода, можно определить требуемые параметры теплоотдачи. Положим, что движение охлаждающего газового потока проходит вдоль контура *s*. В процессе расчета параметров теплоотвода наиболее важной характеристикой при определении теплоотдачи и температуры хладагента является массовый расход газа. Об этом свидетельствуют численные соотношения для расчета распределения коэффициентов теплоотдачи и теплового состояния охладителя, отраженные в работе [15]:

$$\alpha_r^{i+1,j} = \left[2c_p G_r \left| 2A_s^{i+1,j} r_b^{i+1,j} + B_s^{i+1,j} \right| \left(\xi_s + \eta_s T_b^{i+1,j} \right) \right] \Big/ \left[2c_p G_r \left(T_b^{i+1,j} - T_r^{i,j} \right) - \right.$$
$$\left. - \left[\alpha_r^{i,j} \left(T_b^{i,j} - T_r^{i,j} \right) + \left| 2A_s^{i+1,j} r_b^{i+1,j} + B_s^{i+1,j} \right| \left(\xi_s + \eta_s T_b^{i+1,j} \right) \right] \Delta z \Delta s \right],$$

$$T_r^{i+1,j} = T_b^{i+1,j} - \frac{1}{\alpha_r^{i+1,j}} \left| 2A_s^{i+1,j} r_b^{i+1,j} + B_s^{i+1,j} \right| \left(\xi_s + \eta_s T_b^{i+1,j} \right),$$

где T_b — температура на поверхности оболочки ***b***, омываемой хладагентом; α_r — коэффициент теплоотдачи от поверхности теплоотвода ***b*** к охладителю; T_r — температура охлаждающей газовой среды; r_b — радиус кривизны в точке на поверхности теплоотвода ***b***; c_p — изобарная теплоемкость охлаждающего газа.

В процессе течения газового потока в канале отсутствуют дополнительные источники притока или же оттока охлаждающего вещества. Для расчета массового расхода воспользуемся допущением, согласно которому расход G_j, $j = 0, 1, ..., m$ вдоль контура течения будет постоянным. Процесс теплоотдачи вследствие направленного течения охлаждающего потока будем рассматривать вдоль контура *s* для фиксированного слоя z_j = const (см. рис. 2).

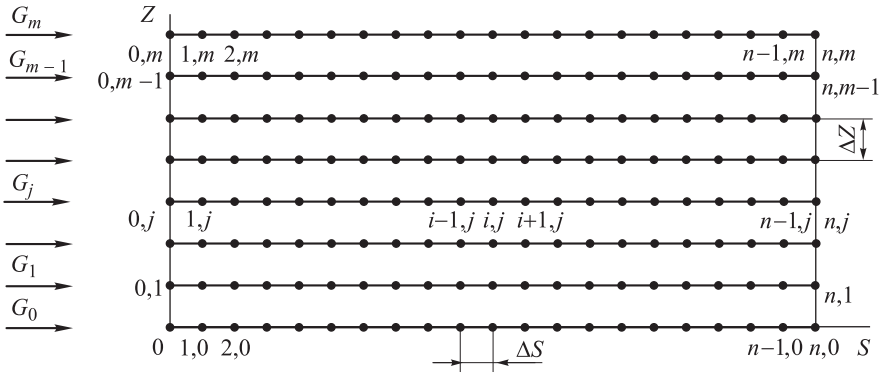


Рис. 2. Расчетная схема направленного течения хладагента

Для z_j слоя на поверхности теплоподвода ***d*** количество теплоты, отданное наружной поверхности покрытия в результате теплоотдачи, определяется равенством

$$Q_h^j = \int_0^L \alpha_h^j \left(T_h^j - T_d^j\right) t \Delta z ds, \tag{19}$$

где L — длина контура; t — время.

На сегодняшний день распределение коэффициентов теплоотдачи газа, обеспечивающее подвод тепловой энергии к поверхности оболочкового элемента турбомашин, определяется экспериментально, поэтому функция теплоотдачи α_h является табличной. Соответственно, расчет массового расхода будем проводить с помощью метода численного интегрирования по s на основании квадратурной формулы трапеции применительно к уравнению (19):

$$\int_0^L \alpha_h^j \left(T_h^j - T_d^j\right) t \Delta z ds = \\ = \left[\sum_{k=1}^{n-1} \alpha_h^{k,j} \left(T_h^{k,j} - T_d^{k,j}\right) + \frac{\alpha_h^{0,j}\left(T_h^{0,j} - T_d^{0,j}\right) + \alpha_h^{n,j}\left(T_h^{n,j} - T_d^{n,j}\right)}{2}\right] t \Delta z \Delta s. \tag{20}$$

Количество теплоты, идущее на нагрев хладагента в результате теплоотвода, определяется соотношением

$$Q_r^j = \sum_{k=0}^{n-1} c_p m_r^j \left(T_r^{k+1,j} - T_r^{k,j}\right). \tag{21}$$

В результате суммирования преобразуем соотношение (21):

$$Q_r^j = c_p m_r^j \left(T_r^{n,j} - T_r^{0,j}\right). \tag{22}$$

Для обеспечения теплового баланса приравняем количество отданной теплоты и теплоты, идущей на нагрев хладагента в соответствии с выражениями (20) и (22):

$$\left[\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_h^{k,j}\left(T_h^{k,j}-T_d^{k,j}\right)+\frac{\alpha_h^{0,j}\left(T_h^{0,j}-T_d^{0,j}\right)+\alpha_h^{n,j}\left(T_h^{n,j}-T_d^{n,j}\right)}{2}\right]t\Delta z\Delta s= \tag{23}$$

$$=c_p m_r^j\left(T_r^{n,j}-T_r^{0,j}\right).$$

В результате на основании соотношения (23) массовый расход хладагента $G_r^j=\dfrac{m_r^j}{t}$ в сечении z_j определяется как

$$G_r^j=\frac{2\sum_{k=1}^{n-1}\alpha_h^{k,j}\left(T_h^{k,j}-T_d^{k,j}\right)+\alpha_h^{0,j}\left(T_h^{0,j}-T_d^{0,j}\right)+\alpha_h^{n,j}\left(T_h^{n,j}-T_d^{n,j}\right)}{2c_p\left(T_r^{n,j}-T_r^{0,j}\right)}\Delta z\Delta s. \tag{24}$$

С помощью данного соотношения учитывается неравномерность подвода тепловой энергии к поверхности оболочки при расчете массового расхода. Суммарный расход хладагента, необходимый для охлаждения всей оболочки, определяется следующим образом:

$$G_r^{\Sigma}=\sum_{k=0}^{m}G_r^k.$$

Результаты численного расчета параметров теплоотвода. В рамках данного исследования проведем расчет теплового состояния оболочковой лопатки и покрытия при заданном температурном условии $T_a=T_a(s,z)$, а также определим требуемое распределение параметров теплоотдачи охлаждающего агента. Их реализация позволит получить моделируемое температурное поле на поверхности оболочки. Результаты расчета представим в виде графических зависимостей для температурных полей, омываемых газовой высокотемпературной средой и охлаждающим агентом.

Зададим требуемые значения температуры в точках поверхности $T_a(s,z)=1000\ K$. Оболочковая лопатка работает в условиях воздействия высокотемпературного газового потока $T_h(s,z)=1600\ K$. Толщина лопатки и теплозащитного покрытия составляет $\delta_s=0,002$ м и $\delta_p=0,001$ м соответственно. Температура охлаждающего воздуха на выходе из сопла дефлектора в области входной кромки равна $T_r=400\ K$. Теплофизические свойства лопатки и покрытия опре-

деляются константами $\xi_s = 8\frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$, $\eta_s = 0,01\frac{\text{Вт}}{\text{мК}^2}$, $\xi_p = 4\frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$, $\eta_p = 0,005\frac{\text{Вт}}{\text{мК}^2}$.

Распределение коэффициентов теплоотдачи нагревающего газового потока определяется значениями на рис. 3. Геометрия лопатки определяется согласно данным работы [16].

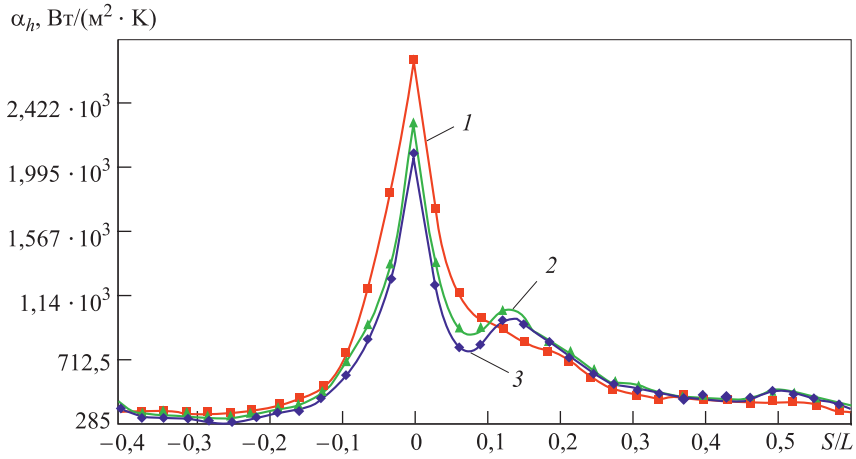


Рис. 3. Распределение коэффициентов теплоотдачи на поверхности теплоподвода защитного покрытия для отдельного сечения по высоте пера: *1* — корневое сечение, *2* — среднее сечение, *3* — периферийное сечение

Для того чтобы проанализировать изменение теплового состояния оболочкового элемента, рассмотрим поверхность, охлаждаемую воздухом. На рис. 4–6 представлены результаты расчета теплообменного процесса, удовлетворяющие требуемому тепловому состоянию оболочки.

Согласно условию поставленной задачи ни в одной из точек поверхности температура лопатки не должна превышать предельное значение $1000\,K$, которому соответствует температурное поле поверхности ***a***, контактирующей с покрытием. В данном случае температурное поле на внутренней поверхности оболочки удовлетворяет значениям на рис. 4. В области спинки и корытца температурное поле несущественно различается, неравномерность температур находится в пределах 30–40 °С в направлении контура *s* сечения. При изменении температуры по толщине наибольший температурный градиент достигается на входной кромке, где разность температур между граничными точками составляет более 160 °С.

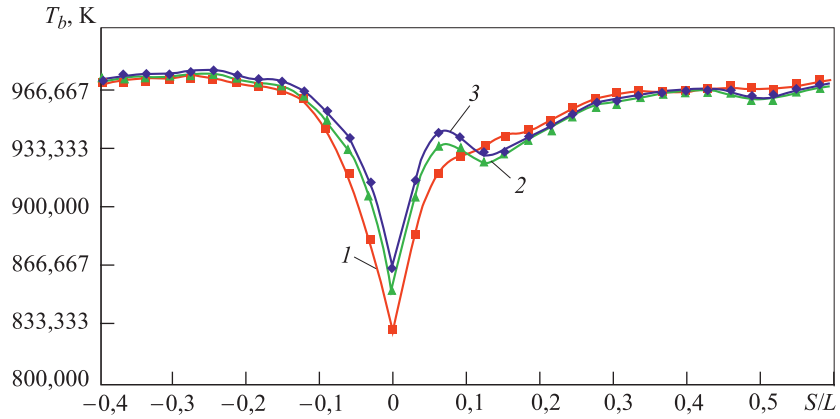


Рис. 4. Распределение температуры на охлаждаемой поверхности лопатки для отдельного сечения по высоте пера:
1 — корневое сечение, *2* — среднее сечение, *3* — периферийное сечение

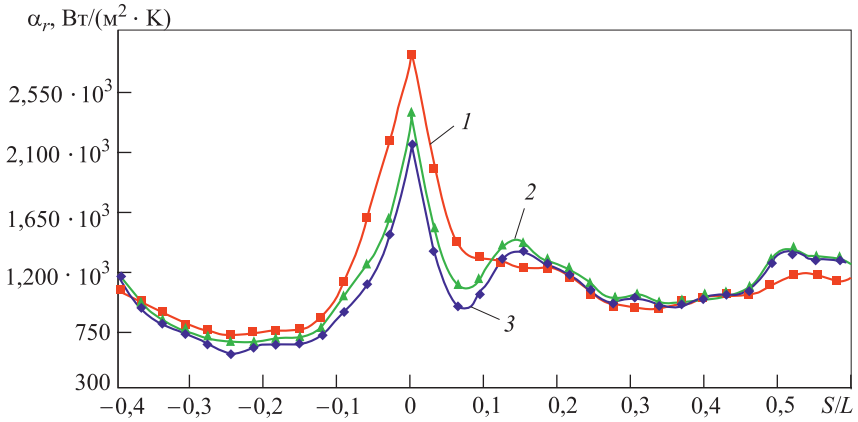


Рис. 5. Распределение коэффициентов теплоотдачи на поверхности теплоотвода по контуру сечения:
1 — корневое сечение, *2* — среднее сечение, *3* — периферийное сечение

Очевидно, что при исследуемой схеме охлаждения температурное поле несущественно меняется вдоль пера лопатки. Наибольшая разность температур в направлении *z* по высоте достигается на входной кромке, разность температур между корневым и периферийным сечениями составляет 30 °C.

Распределение требуемых коэффициентов теплоотдачи на внутренней поверхности оболочки, омываемой охлаждающим агентом, для обеспечения необходимого температурного поля представлено на рис. 5. Наибольший теплоотвод достигается в области входной и выходной кромок. На входной кромке значительные значения коэффициентов теплоотдачи достигаются за счет высокой интенсивности теплообмена при обдуве поверхности струей воздуха. В областях ко-

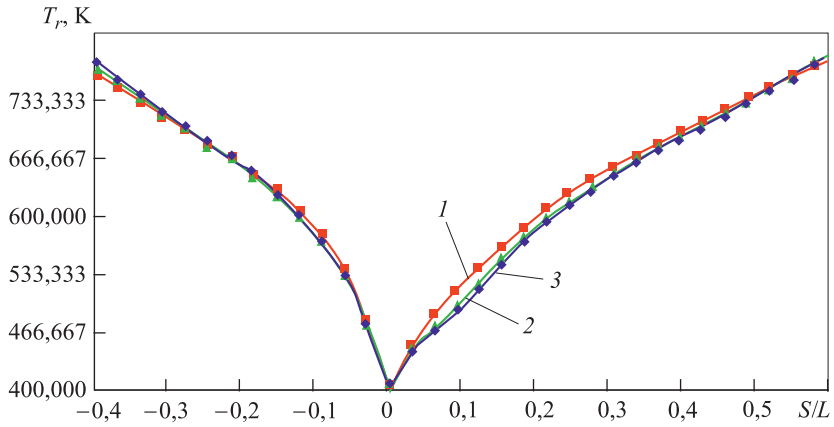


Рис. 6. Распределение температуры охлаждающего газа по контуру лопатки для отдельного сечения по высоте пера:
1 — корневое сечение, *2* — среднее сечение, *3* — периферийное сечение

рытца и спинки теплоотдача к охлаждающему агенту имеет сравнительно небольшие значения и повышается в области выходной кромки, что обусловлено схемой течения охладителя. При поперечной схеме охлаждения температура хладагента в процессе течения во внутренних каналах лопатки и отведения тепла повышается, приближаясь к температуре внутренней поверхности на выходной кромке (см. рис. 6).

Выводы. Представлены результаты параметрической идентификации математической модели теплообменного процесса с учетом теплофизических свойств защитного покрытия и криволинейного оболочкового элемента, нагревающего и охлаждающего газовых потоков. В ходе исследования был рассмотрен процесс переноса теплоты внутри стенки оболочки и покрытия, а также рассчитано температурное поле охлаждающего агента, удовлетворяющее желаемому тепловому состоянию на поверхности лопатки. Согласно проведенному расчету для реализации требуемого теплового состояния криволинейной оболочки распределение коэффициентов теплоотдачи должно быть неравномерным и удовлетворять полученным значениям (см. рис. 5) при суммарном массовом расходе охлаждающего газа $G = 0,011$ кг/с на одну оболочковую лопатку. Соответственно, полученные результаты позволят повысить долговечность элементов турбомашин за счет организации требуемого теплового состояния, что, в свою очередь, обеспечит оптимальные условия работы оболочки в условиях высокотемпературного воздействия.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Bachkar K., Rathod W.S. Static and thermal analysis of turbine blade of turbocharger. *International Journal of Engineering Development and Research*, 2014, vol. 2, iss. 2, p. 2648–2654.

[2] Mazur Z., Luna-Ramirez A., Juarez-Islas J., Campos-Amezcua A. Failure analysis of a gas turbine blade of Inconel. *Engineering Failure Analysis*, 2005, no. 2, p. 474–486.

[3] Лыков А.В. *Теория теплопроводности*. Москва, Высшая школа, 1967, 599 с.

[4] Новиков И.И., Воскресенский К.Д. *Прикладная термодинамика и теплопередача*. Москва, Атомиздат, 1977, 352 с.

[5] Фомин А.А., Фомина Л.Н. О стационарном решении задачи течения несжимаемой вязкой жидкости при больших числах Рейнольдса. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 8, с. 92–109.

[6] Liu Y. Aerodynamics and heat transfer predictions in a highly loaded turbine blade. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2007, vol. 12, iss. 5, p. 932–937.

[7] Зысина-Моложен Л.М., Зысин Л.В., Поляк М.П. *Теплообмен в турбомашинах*. Ленинград, Машиностроение,1974, 335 с.

[8] Shchukin A.V., Il'inkov A.V., Dezider'ev S.G., Ivanov S.N. Heat transfer enhancement in combined cooling of the turbine blade leading edge. *Russian Aeronautics*, 2013, vol. 56, no. 4, p. 384–389.

[9] Горский В.В., Сысенко В.А. Моделирование расхода газа через ламинарный пограничный слой на поверхности полусферы в сверхзвуковом воздушном потоке. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 4 (4), с. 88–94.

[10] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Применение метода RKDG для численного решения трехмерных уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4 (8), с. 75–91.

[11] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Строганов А.С. Численное моделирование сопряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 3−24.

[12] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К. Моделирование сопряженных процессов аэрогазодинамики и теплообмена на поверхности теплозащиты перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2014, № 3, с. 23−34.

[13] Chang G., Phucharoen W., Miller R. Behavior of Thermal Barrier Coatings for Advanced Gas Turbine Blades. *Surface and Coatings Technology*, 1987, no. 30, p. 13–28.

[14] Трушин В.А. Теплопроводность многослойных металлокерамических покрытий деталей ГТД. *Вестник УГАТУ*, 2001, № 1(3), с. 174–180.

[15] Гринкруг М.С., Андрианов И.К. Численный метод расчета теплоотдачи для требуемого температурного поля на поверхности контакта лопатки и теплозащитного покрытия при поперечной схеме охлаждения. *Вестник Московского государственного областного университета*. Физика-Математика, 2015, № 2, с. 34–43.

[16] Дейч М.Е., Филиппов Г.А., Лазарев Л.Я. *Атлас профилей решеток осевых турбин*. Москва, Машиностроение, 1965, 54 с.

Статья поступила в редакцию 18.05.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Андрианов И.К., Гринкруг М.С. Параметрическая идентификация математической модели теплообменного процесса для тонкостенных криволинейных оболочек турбомашин. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 2(10), с. 24–38.

Андрианов Иван Константинович — аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Область научных интересов: теплофизика, прикладная математика и механика. e-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru

Гринкруг Мирон Соломонович — канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Общая физика» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Область научных интересов: физика, электротехника, теплообменные процессы.

Parametric identification of a mathematical model of heat exchange process for thin-walled curved shells of turbomachines

© I.K. Andrianov, M.S. Grinkrug

Komsomolsk-na-Amure State Technical University,
Komsomolsk-na-Amure, 681013, Russia

The paper considers a mathematical model of the heat exchange process occurring in the thin-walled curved shells of turbomachines. We propose an algorithm for calculating the thermal state on the boundary surfaces of the shell and of the coating according to the desired thermal condition. We present the calculation results of the temperature distribution in the given temperature field for the most terminally loaded shell surface caused by the heat effect.

Keywords: *shell, temperature field, heat transfer, thermal conductivity.*

REFERENCES

[1] Bachkar K., Rathod W.S. *International Journal of Engineering Development and Research*, 2014, vol. 2, iss. 2, pp. 2648–2654.

[2] Mazur Z., Luna-Ramirez A., Juarez-Islas J., Campos-Amezcua A. *Engineering Failure Analysis*, 2005, no. 2, pp. 474–486.

[3] Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Theory of thermal conductivity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967, 599 p.

[4] Novikov I.I., Voskresenskiy K.D. *Prikladnaya termodinamika i teploperedacha* [Applied thermodynamics and thermal conductivity]. Moscow, Atomizdat Publ., 1977, 352 p.

[5] Fomin A.A., Fomina L.N. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 8, pp. 92–109.

[6] Liu Y. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2007, vol. 12, iss. 5, pp. 932–937.

[7] Zysina-Molozhen L.M., Zysin L.V., Polyak M.P. *Teploobmen v turbomashinakh* [Heat exchange in turbomachines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1974, 335 p.

[8] Shchukin A.V., Il'inkov A.V., Dezider'ev S.G., Ivanov S.N. *Russian Aeronautics*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 384–389.

[9] Gorskiy V.V., Sysenko V.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 4 (4), pp. 88–94.
[10] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 4 (8), pp. 75–91.
[11] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Stroganov A.S. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3, pp. 3−24.
[12] Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A., Koryakov M.N., Syzdykov E.K. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2014, no. 3, pp. 23−34.
[13] Chang G., Phucharoen W., Miller R. *Surface and Coatings Technology*, 1987, no. 30, pp. 13–28.
[14] Trushin V.A. *Vestnik UGATU — Bullitin of Ufa State Aviation Technical University*, 2001, no. 1 (3), pp. 174–180.
[15] Grinkrug M.S., Andrianov I.K. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Fizika-Matematika — Bullitin of the Moscow State Regional University. Physics and mathematics*, 2015, no. 2, pp. 34–43.
[16] Deich M.E., Filippov G.A., Lazarev L.Ya. *Atlas profiley reshetok osevykh turbin* [Atlas of profiles of blade grids of axial turbines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1965, 54 p.

Andrianov I.K., post-graduate student of Komsomolsk-na-Amure State Technical University. Science research interests include thermal physics, applied mathematics and mechanics. e-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru

Grinkrug M.S., Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor, Head of the General Physics Department at the Komsomolsk-na-Amure State Technical University. Science research interests include physics, electrical engineering, heat-exchange processes.