УДК 517.1

# Особенности математического моделирования технических устройств

© В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Обоснована целесообразность применения математического моделирования при разработке и совершенствовании современных технических устройств и систем. Представлены характерные этапы математического моделирования и последовательность их выполнения. Рассмотрены особенности и основные методы количественного анализа математических моделей процессов в системах с распределенными параметрами (континуальных системах).*

***Ключевые слова:*** *математическое моделирование, вычислительный эксперимент, континуальная система.*

**Введение.** Совершенство большинства технических устройств зависит в основном от эффективности преобразования и перемещения ограниченного числа субстанций: массы, энергии, импульса, электрического заряда, информации. Эти процессы подчинены фундаментальным законам природы, составляющим предмет изучения механики, физики, химии и других естественнонаучных дисциплин. Магистральная линия создания принципиально новых и совершенствования существующих технических устройств состоит в реализации возможностей, открывающихся при использовании результатов фундаментальных исследований в области этих дисциплин. Этим, в частности, можно объяснить и акцент в инженерном образовании на фундаментальную научную подготовку. Решающую роль при реализации таких исследований играет *математическое моделирование,* под которым понимают замену существующего или создаваемого технического устройства адекватной ему математической моделью и ее последующее количественное исследование путем вычислительного эксперимента с привлечением средств современной вычислительной техники [1].

**Роль математического моделирования в развитии техники.** На пути реализации в технике наиболее перспективных научных открытий и разработок часто стоят препятствия, связанные с отсутствием или ограниченными возможностями конструкционных или функциональных материалов и с недостаточностью достигнутого технологического уровня. Поэтому процесс реализации научных и технических идей — это процесс поиска разумного компромисса между желаемым и возможным, что доказывает история развития таких быстро прогрессирующих технических отраслей, как ядерная энергетика, ракетно-космическая техника, приборостроение и вычислительная техника.

При создании технических устройств и систем различного назначения обычно рассматривают несколько возможных вариантов проектных решений, ведущих к намеченной цели. Эти варианты принято называть альтернативами. Учет противоречивых требований и поиск компромисса в решении комплекса возникающих при этом взаимосвязанных проблем предполагают наличие достаточно полной и достоверной количественной информации об основных параметрах, которые характеризуют возможные для выбора альтернативы.

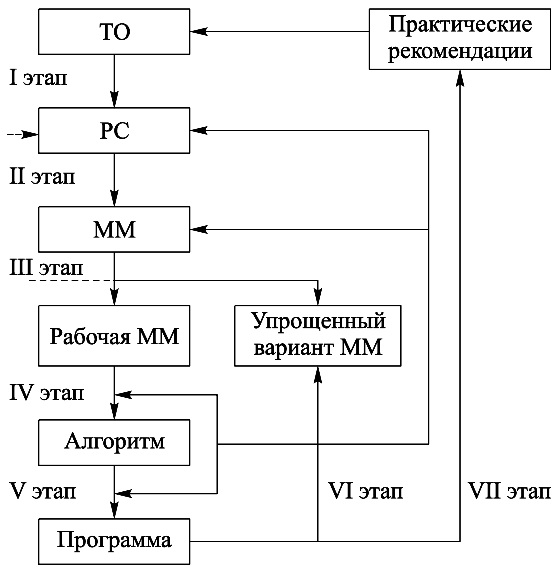
В складывавшейся десятилетиями последовательности основных этапов разработки технических устройств в большинстве отраслей машиностроения и приборостроения некоторый начальный объем необходимой информации удавалось сформировать путем так называемых *проектировочных расчетов*, степень достоверности которых обеспечивала лишь довольно грубый отбор альтернатив. Основная часть необходимой для принятия окончательного решения количественной информации (как по степени подробности, так и по уровню достоверности) формировалась на стадии *экспериментальной отработки* технических устройств. По мере их усложнения и удорожания, а также удлинения стадии их экспериментальной отработки значимость проектировочных расчетов стала расти. Возникла необходимость в повышении достоверности таких расчетов, обеспечивающей более обоснованный отбор альтернатив на начальной стадии проектирования и формулировку количественных критериев для структурной и параметрической оптимизации.

Развитие сверхзвуковой авиации, возникновение ракетно-космической техники, ядерной энергетики и ряда других наукоемких отраслей современного машиностроения и приборостроения привели к дальнейшему усложнению разрабатываемых и эксплуатируемых технических устройств и систем. Их экспериментальная отработка стала требовать все бóльших затрат времени и материальных ресурсов, а в ряде случаев ее проведение в полном объеме превратилось в проблему, не имеющую приемлемого решения.

В этих условиях существенно возросло значение *расчетно-теоретического анализа характеристик таких устройств и систем*. Этому способствовал и прорыв в совершенствовании вычислительной техники, приведший к появлению современных ЭВМ с большим объемом памяти и высокой скоростью выполнения арифметических операций. В результате возникла материальная база для становления и быстрого развития математического моделирования и появились предпосылки для использования вычислительного эксперимента не только на стадии отработки технического устройства, но и при его проектировании, подборе и оптимизации эксплуатационных режимов, анализе надежности, прогнозировании отказов и аварийных ситуаций, а также при оценке возможностей улучшения характеристик и модернизации технического устройства. Математическое моделирование играет важнейшую роль при информационном сопровождении всего жизненного цикла технических устройств с применением современных CALS-технологий (Continuous Acquisition and Lifecycle Support) [2].

В настоящее время методология математического моделирования и вычислительного эксперимента стала составной частью общих подходов, характерных для современных информационных технологий. Ее практическая реализация существенно повышает эффективность инженерных разработок особенно при создании принципиально новых, не имеющих прототипов машин и приборов, материалов и технологий. Она позволяет сократить затраты времени и средств на использование в технике передовых достижений физики, химии, механики и других фундаментальных наук.

**Последовательность этапов математического моделирования.** Рассмотрим условную схему (рисунок), определяющую последовательность отдельных этапов общей процедуры математического моделирования. Исходной позицией этой схемы служит технический объект (ТО), под которым понимают конкретное техническое устройство, агрегат или узел, систему устройств, процесс, явление или отдельную ситуацию в какой-либо системе или устройстве.




Последовательность этапов математического моделирования

На первом этапе осуществляют неформальный *переход от рассматриваемого* (*разрабатываемого* или *существующего*) *ТО к его расчетной схеме* (РС) (см. рисунок). При этом в зависимости от направленности вычислительного эксперимента и его конечной цели выделяют те свойства, условия работы и особенности объекта, которые вместе с характеризующими их параметрами должны найти отражение в РС, и аргументируют допущения и упрощения, позволяющие не учитывать в РС те качества ТО, влияние которых предполагают в рассматриваемом случае несущественным. Иногда вместо РС используют термин содержательная модель [3], а в некоторых случаях говорят о концептуальной модели.

В сложившихся инженерных дисциплинах помимо описательной (вербальной) информации для характеристики РС разработаны специальные приемы и символы наглядного графического изображения. По ряду новых направлений развития техники подобная символика находится в стадии формирования.

При разработке новых ТО успешное выполнение первого этапа в значительной мере зависит от профессионального уровня инженера, его творческого потенциала и интуиции. Полнота и правильность учета в РС свойств ТО, существенных с точки зрения цели исследования, являются основной предпосылкой получения в дальнейшем достоверных результатов математического моделирования. И наоборот, сильная идеализация ТО ради получения простой РС может обесценить выполнение всех последующих этапов исследования.

Содержание второго этапа заключается, по существу, в формальном, *математическом описании РС*. Это описание в виде математических соотношений, устанавливающих связь между параметрами расчетной схемы ТО, и называют математической моделью (ММ). Для некоторых типовых РС существуют банки ММ, что упрощает процедуры второго этапа. Более того, одна и та же ММ может соответствовать расчетным схемам из различных предметных областей. Однако при разработке новых ТО часто не удается ограничиться применением типовых РС и отвечающих им уже построенных ММ. Создание новых ММ или модификация существующих должны опираться на достаточно глубокую математическую подготовку и владение математикой как универсальным языком науки.

На третьем этапе проводят *качественный* и *оценочный количественный анализ построенной ММ*. При этом могут быть выявлены противоречия, ликвидация которых потребует уточнения или пересмотра РС (штриховая линия на рисунке). Количественные оценки могут дать основания упростить модель, исключив из рассмотрения некоторые параметры, соотношения или их отдельные составляющие, несмотря на то что влияние описываемых ими факторов учтено в РС. В большинстве случаев, приняв дополнительные по отношению к РС допущения, полезно построить такой упрощенный вариант ММ, который позволял бы получить или применить известное точное решение. Это решение затем можно использовать для сравнения при тестировании результатов на последующих этапах процедуры математического моделирования. В некоторых случаях для одного и того же ТО удается построить несколько ММ с различным уровнем упрощения. В таких случаях говорят об иерархии ММ, имея в виду их упорядочение по признаку сложности и полноты.

Построение иерархии ММ связано с различной детализацией свойств изучаемого ТО. Сравнивая результаты исследования различных ММ, можно существенно расширить и обогатить знания об этом ТО. Кроме того, такое сравнение позволяет оценить достоверность результатов последующего вычислительного эксперимента: если более простая ММ правильно отражает некоторые свойства ТО, то результаты исследования этих свойств должны быть близки к результатам, полученным при использовании более полной и сложной ММ.

Итог рассматриваемого этапа состоит в обоснованном выборе рабочей математической модели ТО, которая подлежит в дальнейшем детальному количественному анализу. Успех третьего этапа зависит, как правило, от глубины понимания связи отдельных составляющих ММ со свойствами ТО, нашедшими отражение в его РС, что предполагает органичное сочетание владения математикой и инженерными знаниями в конкретной предметной области.

Обоснованный *выбор метода количественного анализа рабочей ММ и разработка эффективного алгоритма вычислительного эксперимента* составляют содержание четвертого этапа, а *создание работоспособной программы, реализующей этот алгоритм средствами вычислительной техники* — содержание пятого этапа (см. рисунок). Для успешного выполнения четвертого этапа необходимо владеть арсеналом современных методов вычислительной математики, а выполнение пятого этапа при математическом моделировании достаточно сложных ТО требует профессиональной подготовки в области программирования.

Результаты вычислений, получаемые на шестом этапе в итоге работы программы, должны прежде всего пройти *тестирование путем сопоставления с данными количественного анализа упрощенного варианта ММ рассматриваемого ТО*. Тестирование может выявить недочеты как в программе, так и в алгоритме и потребовать либо доработки программы, либо модификации и алгоритма, и программы. Анализ результатов вычислений и их инженерная интерпретация могут вызвать необходимость в корректировке РС и соответствующей ММ. После устранения всех выявленных недочетов триаду модель — алгоритм — программа [4] можно использовать в качестве рабочего инструмента для *проведения вычислительного эксперимента* и *выработки на основе получаемой количественной информации практических рекомендаций, направленных на совершенствование ТО*, что составляет содержание седьмого, завершающего технологический цикл этапа математического моделирования.

Представленная последовательность этапов носит достаточно общий и универсальный характер, хотя в некоторых конкретных случаях она может быть несколько изменена. Если при разработке ТО можно использовать типовые РС и ММ, то отпадает необходимость в выполнении ряда этапов, а при наличии соответствующего программного комплекса процесс математического моделирования становится в значительной степени автоматизированным. Однако математическое моделирование ТО, не имеющих близких прототипов, как правило, связано с проведением всех этапов описанного технологического цикла.

Осуществление отдельных этапов требует определенных знаний, навыков и практической подготовки. Если на первом, седьмом и частично на шестом этапах решают инженерные задачи, то второй, третий и четвертый этапы требуют обычно серьезной математической подготовки, а пятый — навыков в разработке и отладке ЭВМ-программ. Поэтому к математическому моделированию сложных ТО приходится привлекать и инженеров, и математиков, и программистов. Однако для координации их усилий необходимы специалисты, способные выполнять каждый из рассмотренных этапов на высоком профессиональном уровне. Подготовка таких специалистов составляет одну из ключевых проблем, от успешного решения которой зависит эффективное использование возможностей математического моделирования в развитии и совершенствовании техники. Решение этой проблемы, вероятно, по силам ряду созданных в последние десятилетия технических университетов.

**Особенности математического моделирования процессов в континуальных технических системах.** При математическом моделировании технических устройств нередко возникает необходимость в *количественном анализе процессов, протекающих в системах с распределенными параметрами* (в континуальных системах), когда важно располагать информацией о распределении в пространстве и изменении во времени таких параметров, как температура, давление, перемещения и деформации, механические напряжения, скорость, электрический потенциал, напряженность электрического или магнитного поля и т. п. Такая информация существенна при разработке и оптимизации технологических процессов и рабочих процессов в энергетических установках различного назначения, при анализе процессов деформирования и динамики конструкций, в том числе теплонапряженных, а также процессов взаимодействия среды с электромагнитными полями в приборных устройствах.

Теоретической основой построения ММ процессов в континуальных системах являются механика и электродинамика сплошной среды [5, 6]. В достаточно общем случае такие модели должны описывать поведение системы на трех уровнях: взаимодействие системы в целом с внешней средой; взаимодействие между микрообъемами системы и свойства отдельно взятого микрообъема. Эти уровни (но в обратном порядке) соответствуют выбору или получению уравнения состояния среды в микрообъеме, использованию законов сохранения и переноса физических субстанций (массы, импульса, момента импульса, энергии, электрического заряда) для описания взаимодействия микрообъемов и, наконец, формулировке граничных условий, описывающих взаимодействие системы с внешней средой.

В такие модели входят характерные для задач математической физики уравнения с частными производными и/или интегральные уравнения. Эти модели могут содержать также интегральные функционалы от допустимых распределений параметров рассматриваемой континуальной системы, достигающие стационарных значений на искомых распределениях, что отвечает формулировке соответствующей задачи с использованием некоторого вариационного принципа.

Если ММ континуальной системы содержит дифференциальные уравнения с частными производными, то ее количественный анализ можно провести *методом конечных разностей* (МКР) [7, 8]. Он основан на конечно-разностной аппроксимации производных от искомых распределений параметров и сведении исходной ММ к ее дискретному аналогу, содержащему систему конечных уравнений относительно неизвестных значений параметров в узлах пространственно-временной сетки. Решение такой системы (что само по себе может представлять достаточно сложную алгоритмическую и вычислительную проблему) дает дискретный набор узловых значений, по которым при необходимости путем интерполяции можно построить непрерывные распределения параметров. При математическом моделировании процессов в движущейся среде возможна модификация МКР в виде метода частиц в ячейках (*метода крупных частиц*) [7].

От основных недостатков МКР, связанных с дискретным характером получаемых результатов и трудностями представления пространственной сеткой области сложной конфигурации, свободен *метод конечных элементов* (МКЭ) [8, 9]. Он основан на разбиении области, в которой протекает рассматриваемый процесс, конечными элементами, в пределах каждого из которых задают непрерывные распределения параметров, выраженные через неизвестные узловые значения параметров и их пространственных производных. Гибкость формы конечных элементов позволяет, в принципе, достаточно точно представить конфигурацию области, однако для реализации МКЭ необходимо располагать ММ рассматриваемого процесса в интегральном виде.

Одним из вариантов интегральной формы ММ изучаемого процесса является вариационная формулировка соответствующей задачи, содержащая функционал, достигающий на искомом распределении параметров экстремального значения. В этом случае из условия экстремума функционала можно получить систему конечных уравнений (обычно систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) благодаря линеаризации и использованию процедуры последовательных приближений для нелинейных процессов) относительно неизвестных узловых значений параметров и затем использовать для нахождения этих значений численные методы решения таких систем [8, 10]. Иной путь состоит в построении дискретного аналога экстремального функционала и сведения классической экстремальной вариационной задачи (задачи бесконечномерной оптимизации) к задаче конечномерной оптимизации, чтобы воспользоваться одним из подходящих численных методов ее решения [11, 12].

Существенным преимуществом ММ, содержащей экстремальный функционал, является не только широкий выбор алгоритмов вычисления неизвестных узловых значений параметров, но и возможность оценки погрешности приближенного решения и оценки его сходимости к искомому истинному решению [13]. Если на истинном решении функционал достигает минимального значения, то из двух приближенных решений предпочтение следует отдать тому, который отвечает меньшему значению функционала. В этом случае числовое значение функционала приобретает самостоятельную информационную ценность, выступая в качестве обобщенного интегрального критерия для сравнительной оценки двух и более приближенных решений и выбора наилучшего из них.

Для количественной оценки погрешности приближенного решения или для контроля сходимости процесса последовательных приближений необходимо, строго говоря, располагать разностью $\Delta J = J' - J^*$ значений минимизируемого функционала $J$, соответствующих приближенному $(J')$ и истинному $(J^*)$ решениям. Поскольку истинное решение неизвестно, неизвестно и значение $J^*$. Однако в большинстве случаев это значение можно оценить не только сверху, но и снизу на основе двойственной (альтернативной) вариационной формы математической модели. Она содержит функционал $I$, достигающий на истинном решении максимального значения $I^* = J^*$ [9, 13]. Это позволяет оценить значение $\Delta J$ сверху, а значения $J'$ и $I'$ альтернативных функционалов на приближенном решении дают возможность получить двустороннюю (и сверху и снизу) оценку некоторых важных интегральных характеристик рассматриваемого процесса (например, передаваемый в системе тепловой поток или электрический ток, суммарное термическое или электрическое сопротивление системы, подводимую мощность или приложенную силу, осредненные значения характеристик неоднородных материалов и т. п. [5, 14]).

При отсутствии вариационной формулировки необходимую для применения МКЭ интегральную форму ММ рассматриваемого процесса можно получить путем преобразования дифференциальной формы модели с помощью одного из проекционных методов (известных в литературе также под названием методов взвешенных невязок), например метода Галеркина – Петрова или метода Бубнова – Галеркина [8, 15].

Для количественного анализа моделей процессов в континуальных системах перспективен *метод граничных элементов* (МГЭ) [8, 16]. Для применения МГЭ модель предварительно следует привести к форме, содержащей граничные интегральные уравнения с неизвестными распределениями искомых параметров на границе области, в которой протекает рассматриваемый процесс. Такая модификация ММ позволяет понизить размерность задачи и тем самым дает возможность экономить вычислительные ресурсы. При этом необходимо аппроксимировать лишь одномерную (для случая двумерной задачи) или двумерную (для случая трехмерной задачи) границу произвольной по конфигурации области.

Еще одним преимуществом МГЭ является зачастую более точная передача решения внутри расчетной области, особенно в случае, когда решение имеет особенности типа пограничных слоев, концентраторов напряжений и т. п. Дело в том, что решение, найденное сначала только на границе, далее может быть восстановлено в любой наперед заданной внутренней точке области некоторым прямым методом с любой наперед заданной точностью. Кроме того, МГЭ позволяет численно находить решение в неограниченных областях. В этом состоит одна из причин популярности этого метода при расчете внешних задач акустики, электродинамики, связанных с изучением распространения волн в неограниченном пространстве. При решении сложных связанных задач (например, контактных задач теории упругости или задач о взаимодействии упругого твердого тела и потока жидкости) МГЭ может быть использован в сочетании с другими методами, в частности с МКР и МКЭ.

Недостатком МГЭ является необходимость располагать аналитическим представлением фундаментального решения оператора задачи [8], известным лишь для ограниченного числа линейных процессов. Тем не менее в ряде случаев такое представление можно использовать в сочетании с методом последовательных приближений для решения линейной задачи в области с неоднородными характеристиками или для решения нелинейной задачи [9].

При моделировании процессов в континуальных системах численная реализация МКР, МКЭ и МГЭ обычно в конечном счете связана с решением достаточно больших СЛАУ. В случаях МКР и МКЭ матрицы СЛАУ сильно разрежены. Это позволяет экономить память ЭВМ для хранения таких матриц и повысить эффективное быстродействие за счет меньших объемов передаваемой информации при обмене между оперативной и внешней памятью, а также путем распараллеливания некоторых вычислительных процедур, составляющих алгоритм решения СЛАУ, на многопроцессорных ЭВМ [17–19]. При прочих равных условиях порядок СЛАУ при численной реализации МГЭ существенно ниже, чем для МКР или МКЭ, но матрица такой СЛАУ будет полностью заполненной. Наряду с обычным вариантом МГЭ предложен так называемый Fast Multipole Boundary Element Method [20, 21]. Его эффективность на несколько порядков выше, чем у обычного варианта МГЭ, а число необходимых вычислительных операций примерно пропорционально числу неизвестных параметров на границе области [8].

Развитие методов решения СЛАУ в настоящее время происходит как по линии создания новых, так и по линии модернизации классических алгоритмов. В частности, большие возможности открывает многосеточный метод решения СЛАУ, позволяющий достичь неулучшаемых характеристик по затратам вычислительных ресурсов [8].

**Заключение.** Из рассмотренных особенностей математического моделирования технических устройств следует, что сложившаяся в процессе своего становления и развития методология вычислительного эксперимента в настоящее время является эффективным инструментом в процессе разработки и совершенствования сложных и наукоемких образцов современной техники. Вместе с тем возможности математического моделирования в этом направлении еще далеко не исчерпаны и заслуживают еще более широкого применения.

Рассмотренная последовательность этапов математического моделирования показывает, что их осуществление требует органичного сочетания инженерных знаний в конкретной предметной области, владения математическим аппаратом и навыками программирования. Поэтому для более широкого использования в технике методологии математического моделирования необходимо обеспечить квалифицированное кадровое сопровождение.

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Зарубин В.С. *Математическое моделирование в технике*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010, 496 с.

[2] Норенков И.П., Кузьмик П.К. *Информационная поддержка наукоемких изделий. CALS-технологии*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002, 319 с.

[3] Мышкис А.Д. *Элементы теории математических моделей*. Москва, Наука, 1994, 192 с.

[4] Самарский А.А., Михайлов А.П. *Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры*. Москва, Наука, 1997, 320 с.

[5] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. *Математические модели механики и электродинамики сплошной среды*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 512 с. (Серия: Математическое моделирование в технике и технологии).

[6] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 2: Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.

[7] Белоцерковский О.М. *Численное моделирование в механике сплошных сред*. Москва, Наука, 1984, 520 с.

[8] Галанин М.П., Савенков Е.Б. *Методы численного анализа математических моделей.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010, 592 с. (Серия: Математическое моделирование в технике и технологии).

[9] Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. *Приближенные методы математической физики.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001, 700 с.

[10] Воеводин В.В. *Вычислительные основы линейной алгебры*. Москва, Наука, 1977, 304 с.

[11] Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н. *Методы оптимизации.* Москва, РИОР: ИНФРА-М, 2012, 270 с.

[12] Васильев Ф.П. *Численные методы решения экстремальных задач*. Москва, Наука, 1988, 552 с.

[13] Зарубин В.С., Селиванов В.В. *Вариационные и численные методы механики сплошной среды*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993, 360 с.

[14] Зарубин В.С. *Инженерные методы решения задач теплопроводности*. Москва, Энергоатомиздат, 1983, 328 с.

[15] Марчук Г.И., Агошков В.И. *Введение в проекционно-сеточные методы.* Москва, Наука, 1981, 416 с.

[16] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. О возможностях метода граничных элементов при моделировании континуальных систем. *Информационные технологии*, 1997, № 3, с. 18–20.

[17] Воеводин В.В. *Математические модели и методы в параллельных процессах*. Москва, Наука, 1986, 296 с.

[18] Хокни Р., Джессхоуп К. *Параллельные ЭВМ*. Москва, Радио и связь, 1986, 392 с.

[19] Ортега Дж. *Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем*. Москва, Мир, 1991, 367 с.

[20] Nishimura N. Fast multipole accelerated boundary integral equation methods. *Appl. Mech. Rev*., 2002., vol. 21, pp. 299–324.

[21] Liu Y.J., Nishimura N. The fast multipole boundary element method for potential problem: A tutorial. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2006, vol. 30, pp. 371–381.


Статья поступила в редакцию 06.03.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

**Зарубин Владимир Степанович** родился в 1933 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1957 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, заслуженный деятель науки и техники РФ, лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники. Автор более 300 научных работ в области математического моделирования термомеханических процессов в материалах и элементах конструкций. e-mail: fn2@bmstu.ru

**Кувыркин Георгий Николаевич** родился в 1946 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1970 г. Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники. Автор более 200 научных работ в области прикладной математики и математического моделирования термомеханических процессов в материалах и элементах конструкций. e-mail: fn2@bmstu.ru

# Special features of mathematical modeling of technical instruments

© V.S. Zarubin, G.N. Kuvyrkin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The paper gives grounds for applying mathematical modeling in the development and improvement of modern technical instruments and systems. It also shows typical stages of mathematical modeling and the sequence of their execution. The authors describe special* *features and basic methods in quantitative analysis of mathematical models of systems with distributed parameters (in continuous systems).*

***Keywords*: *mathematical modeling, computing experiment, a continuous system.***

## REFERENCES

[1] Zarubin V.S. *Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike* [Mathematical modeling in engineering]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2010, 496 p.

[2] Norenkov I.P., Kuz'mik P.K. *Informatsionnaya podderzhka naukoemkikh izdeliy. CALS-tekhnologii* [Information support of science-intensive products. CALS-technologies] . Moscow, Bauman MSTU Publ., 2002, 319 p.

[3] Myshkis A.D. *Elementy teorii matematicheskikh modelei* [Elements of mathematical model theory]. Moscow, Nauka Publ., 1994, 192 p.

[4] Samarsky A.A., Mikhailov A.P. *Matematicheskoe modelirovanie. Idei. Metody. Primery* [Mathematical modeling. Ideas. Methods. Examples]. Moscow, Nauka Publ., 1997, 320 p.

[5] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskie modeli mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoi sredy* [Mathematical models in mechanics and electrodynamics of continuous system]. Seriya Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike i tekhnologii [Math. model. in techn. Series]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2008, 512 p.

[6] Dimitrienko Yu.I. *Universal'nye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnykh sred. Mekhanika sploshnoi sredy* [Univeral laws in mechanics and electrodynamics of continuous systems. Mechanics of continuous system]. In 4 vol., vol. 2. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011, 560 p.

[7] Belotserkovsky O.M. *Chislennoe modelirovanie v mekhanike sploshnykh sred* [Numerical modeling in mechanics of continuous systems]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 520 p.

[8] Galanin M.P., Savenkov E.B. *Metody chislennogo analiza matematicheskikh modelei* [Methods of numerical analysis of mathematical models]. Seriya Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike i tekhnologii [Math. model. in techn. Series]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2010, 592 p.

[9] Vlasova E.A., Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Priblizhennye metody matematicheskoi fiziki* [Approximate methods in mathematical physics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2001, 700 p.

[10] Voevodin V.V. *Vychislitel'nye osnovy lineinoi algebry* [Computational fundamentals of linear algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 304 p.

[11] Attetkov A.V., Zarubin V.S., Kanatnikov A.N. *Metody optimizatsii* [Methods of optimization]. Moscow, RIOR: INFRA-M Publ., 2012, 270 p.

[12] Vasil'ev F.P. *Chislennye metody resheniya ekstremal'nykh zadach* [Numerical methods of extremal problems solving]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 552 p.

[13] Zarubin V.S., Selivanov V.V. *Variatsionnye i chislennye metody mekhaniki sploshnoi sredy* [Variational and numerical methods in mechanics of continuous system]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1993, 360 p.

[14] Zarubin V.S. *Inzhenernye metody resheniya zadach teploprovodnosti* [Engineering methods of solving problems of heat conductivity]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983, 328 p.

[15] Marchuk G.I., Agoshkov V.I. *Vvedenie v proektsionno-setochnye metody* [Introduction in projection grid methods]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 416 p.

[16] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Informatsionnye tekhnologii – Information technologies*, 1997, no. 3, pp. 18–20.

[17] Voevodin V.V. *Matematicheskie modeli i metody v parallel'nykh protsessakh* [Mathematical models and methods in parallel processes]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 296 p.
[18] Hockney R., Jesshope K. *Parallel'nye EVM* [Parallel computers] Transl. from Engl. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1986, 392 p.
[19] Ortega Dzh. *Vvedenie v parallel'nye i vektornye metody resheniya lineinykh sistem* [Introduction in parallel and vector methods of solving linear systems]Transl. from Engl., Moscow, Mir Publ., 1991, 367 p.
[20] Nishimura N. *Applied Mechanics Reviews*, 2002, vol. 21, pp. 299–324.
[21] Liu Y.J., Nishimura N. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2006, vol. 30, pp. 371–381.

**Zarubin V.S.** (b. 1933) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1957. Dr. Sci. (Eng.), professor of the Applied Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. Honored Science and Technology Woker of the Russian Federation, Laureate of the RF Government Prize in Science and Technology. Author of more than 300 publications in the fields of mathematical simulation of thermomechanical processer in materials and construction members. e-mail: fn2@bmstu.ru

**Kuvyrkin G.N.** (b. 1946) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1970. Dr. Sci. (Eng.), professor, head of the Applied Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. Laureate of the RF Government Prize in Science and Technology. Author of more than 200 publications in the fields of applied mathematics and mathematical simulation of thermomechanical processes in materials and construction members. e-mail: fn2@bmstu.ru