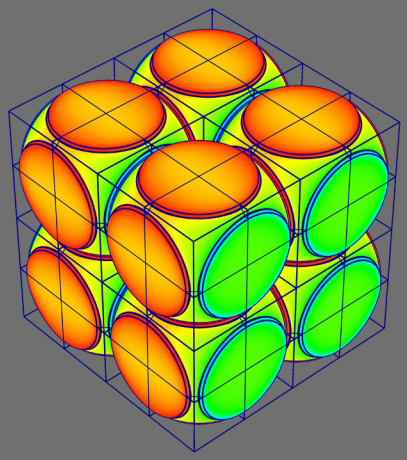
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Асмоловский Н. А., Баскаков В. Д., Боярская Р. В., Зарубина О. В., Тарасов В. А. Математическое моделирование процесса взрывного нагружения менисковой облицовки. Математическое моделирование и численные методы, 2016, №1 (9), с. 52-67

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/87/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.101
09.01.2026 13:18:09

УДК 539.3

Математическое моделирование процесса взрывного нагружения менисковой облицовки

© Н.А. Асмоловский, В.Д. Баскаков, Р.В. Боярская, О.В. Зарубина, В.А. Тарасов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрена задача математического моделирования процесса формирования высокоскоростного элемента из менисковой облицовки методом конечных элементов с учетом погрешностей геометрии взрывного устройства. Приведена подробная расчетная схема процесса. Представлен обзор математической модели и численных алгоритмов. Проведена оценка влияния типа конечного элемента на конфигурацию формируемого высокоскоростного элемента. Практическое применение предлагаемого подхода показано на примере анализа влияния неравномерности толщины и несоосности сферических поверхностей менисковой облицовки на кинематические и геометрические параметры формируемого высокоскоростного элемента.

Ключевые слова: *формирование, высокоскоростной элемент, математическое моделирование, погрешности.*

Введение. Взрывные устройства (ВУ), формирующие высокоскоростные элементы (ВЭ), применяют для решения задач разрушения в металлургической, горнодобывающей, космической и военной отраслях промышленности [1, 2]. Принцип действия таких устройств основан на ударно-волновом обжатии менисковой облицовки продуктами детонации (ПД), при этом облицовка претерпевает значительные деформации, в результате чего происходит формирование компактного или удлиненного ВЭ, скорость которого в несколько раз превышает скорость звука в воздухе. Несмотря на осевую симметрию ВУ, наличие неоднородностей свойств деталей и геометрические погрешности облицовки обусловливают образование радиальной v_R и угловой ω скоростей ВЭ [3]. Полетные дистанции ВЭ значительно превышают характерные размеры ВУ, поэтому точность попадания в цель и условия встречи ВЭ с преградой зависят от его начальных кинематических параметров и аэродинамических характеристик [4]. Геометрию и принцип функционирования ВУ иллюстрирует рис. 1.

При разработке подобных устройств перед конструктором и технологом стоят задачи назначения допусков, выбора рационального процесса механической обработки, оценки точности попадания ВЭ в цель и др., непосредственно связанные с определением влияния по-

грешностей ВУ на характеристики действия ВЭ. В связи с высокими затратами материальных ресурсов на экспериментальную отработку ВУ математическое моделирование является важнейшим этапом при их разработке [5].

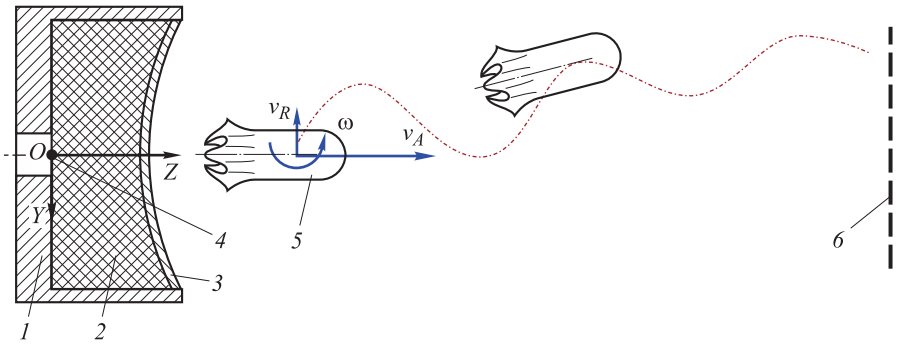


Рис. 1. Геометрическая модель и принцип функционирования ВУ:
1 — корпус; *2* — заряд взрывчатого вещества; *3* — облицовка; *4* — точка инициирования; *5* — сформированный ВЭ; *6* — преграда; v_A, v_R, ω — соответственно осевая, радиальная и угловая скорости ВЭ

Данная работа посвящена математическому моделированию процесса формирования ВЭ с учетом технологических погрешностей малой амплитуды. Традиционно процесс взрывного формоизменения рассматривается в пространственном описании (подход Эйлера) с помощью специализированных гидродинамических решателей [6, 7]. Однако в связи с резким ростом числа элементов дискретизации данный подход неприемлем для задач, требующих учета малых по амплитуде несовершенств геометрии. В качестве альтернативы предлагается подход Лагранжа.

Расчетная схема. Для демонстрации возможностей предлагаемого подхода без привязки к конкретному изделию рассмотрим упрощенный макет ВУ (см. рис. 1). В качестве материала облицовки использована сталь 11кп (конструкционная углеродистая сталь повышенной пластичности), корпуса — сталь Ст3, заряда взрывчатого вещества — состав ТГ-40. Параметры материалов представлены в работе [6].

Процесс формоизменения является быстропротекающим (порядка 100 мкс [6, 7]), поэтому применимо адиабатическое приближение. Кроме того, влиянием воздуха при формировании ВЭ можно пренебречь [8]. Процесс формоизменения рассматривается в трехмерной постановке, что позволяет проводить анализ влияния произвольных геометрических погрешностей путем внедрения неравномерностей в расчетную сетку.

Математическая модель. Движение ВУ рассматривается в трехмерной декартовой системе координат. Уравнения движения и неразрывности в дифференциальной форме имеют следующий вид [9, 10]:

$$\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \rho\mathbf{f} + \nabla\cdot\mathbf{T}; \tag{1}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \det\mathbf{F}, \tag{2}$$

где $\mathbf{T}$ — тензор напряжений Коши; $\mathbf{f}$ — вектор плотности массовых сил; ρ — текущая плотность материала; $\mathbf{v} = \frac{\partial u}{\partial t}$ — вектор скорости; ρ_0 — начальная плотность материала; $\mathbf{F} = \mathbf{E} + \nabla^{\circ}\otimes\mathbf{u}^{\mathrm{T}}$ — градиент деформаций; $\mathbf{E}$ — единичный тензор; $\mathbf{u}$ — вектор перемещений; $\det$ — определитель; ∇, ∇° — набла-операторы в актуальной и отсчетной конфигурациях; $\otimes$ — обозначение тензорного произведения.

Начальным условием является отсутствие перемещений, скоростей и ускорений $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ для всех точек рассматриваемых тел в начальный момент времени. Граничными условиями являются прилипания границ контакта ПД к корпусу и облицовке, а также условия свободной поверхности на внешней границе корпуса и облицовки:

$$\mathbf{n}\cdot\mathbf{T}\,|_{\Sigma_{\mathrm{T}}} = 0; \tag{3}$$

$$\mathbf{u}_A\,|_{\Sigma_u} = \mathbf{u}_B\,|_{\Sigma_u}, \tag{4}$$

где $\mathbf{n}$ — вектор нормали к поверхности; Σ_{T} — граница свободной поверхности; Σ_u — граница раздела тел A и B; $\mathbf{u}_A$, $\mathbf{u}_B$ — перемещения границ тел A и B.

Поведение материалов описывается следующими соотношениями:

$$p = p(\rho, E); \tag{5}$$

$$\mathbf{T} = F(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}), \tag{6}$$

где $\mathbf{D} = \frac{1}{2}\left(\nabla\otimes\boldsymbol{v} + \nabla\otimes\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}\right)$ — тензор скоростей деформаций.

Уравнение (5) представляет собой калорическое уравнение состояния [11], связывающее давление p с плотностью материала ρ и внутренней энергией E; уравнение (6) упрощенно отражает связь между тензорами напряжений $\mathbf{T}$, деформаций $\boldsymbol{\varepsilon}$ и скоростей деформаций $\mathbf{D}$. В зависимости от выбора модели уравнение (6) может обладать большим набором аргументов. Информация об уравнении состояния используется также на этапе обновления напряжений.

Для определения энергии в уравнении состояния применим закон сохранения энергии для адиабатического процесса [12]:

$$\mathbf{s} = \mathbf{T} + (p+q)\mathbf{E}; \tag{7}$$

$$p = -\frac{1}{3}\mathbf{T}\cdot\cdot\mathbf{E} - q; \tag{8}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = V\,\mathbf{s}\cdot\cdot\mathbf{D} - (p+q)\frac{\partial V}{\partial t}, \tag{9}$$

где $\mathbf{s}$ — девиатор напряжений; q — искусственная вязкость; V — объем; знак «··» обозначает двойное скалярное умножение.

Искусственная вязкость необходима для демпфирования возмущений, связанных с движением фронта ударных волн:

$$q = \begin{cases} \rho l\left(C_0 l(\mathbf{D}\cdot\cdot\mathbf{E})^2 - C_1 a\,\mathbf{D}\cdot\cdot\mathbf{E}\right), & \mathbf{D}\cdot\cdot\mathbf{E} < 0; \\ 0, & \mathbf{D}\cdot\cdot\mathbf{E} \geq 0, \end{cases} \tag{10}$$

где C_0, C_1 — коэффициенты квадратичной и линейной вязкости; l — характерный размер; a — локальная скорость звука.

Состояние материала облицовки описывается ударной адиабатой Ми — Грюнайзена в упрощенном виде [12]:

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu\left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2}\right)\mu\right]}{1 - (s_1 - 1)\mu} + \gamma_0 \frac{E}{V}, \tag{11}$$

где C, γ_0, s_1 — параметры уравнения состояния материала; $\mu = \frac{1}{\overline{V}} - 1$ — сжатие; $\overline{V}$ — относительный объем.

Для описания поведения ПД используем уравнение состояния в форме JWL [12]:

$$p = A\left(1 - \frac{W}{R_1 V}\right)\exp(-R_1 V) + B\left(1 - \frac{W}{R_2 V}\right)\exp(-R_2 V) + \frac{WE}{V}, \tag{12}$$

где R_1, R_2, A, B, W — параметры модели.

Упругопластическое поведение облицовки описывается гидродинамической моделью *MAT_ELASTIC_PLASTIC_HYDRO [12]:

$$\sigma_Y = \sigma_0 + E_h \overline{\varepsilon}^p + (a_1 + p a_2)\max[p, 0], \tag{13}$$

где σ_Y, σ_0 — предел текучести и начальный предел материала с учетом и без учета эффекта упрочнения; E_h — модуль пластического

упрочнения; $\overline{\varepsilon}^p$ — действующее значение пластических деформаций; a_1, a_2 — линейный и квадратичный коэффициенты упрочнения в результате действия давления.

Для описания поведения материала корпуса используется упруго-пластическая модель с упрочнением *MAT_PLASTIC_KINEMATIC. Обе пластических модели включают в себя также механизм разрушения по критерию допустимых деформаций и значению давления. Модели материала реализованы с помощью алгоритма радиального возврата на поверхность пластичности. Подробное описание алгоритма приведено в работе [12]. При этом проводится разделение тензора скоростей деформаций на упругую $\mathbf{D}^e$ и пластическую $\mathbf{D}^p$ составляющие:

$$\mathbf{D}^p = \mathbf{D} - \mathbf{D}^e. \tag{14}$$

Запишем уравнение движения в вариационном виде [14]:

$$\int_V \delta\mathbf{D}^{\mathrm{T}} \cdot\cdot \mathbf{T} dV - \int_V \delta\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{f} dV - \int_\Sigma \delta\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \mathbf{t}_n d\Sigma + \int_V \delta\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{a} dV = 0, \tag{15}$$

где $\delta\mathbf{v}$ — виртуальная скорость; $\delta\mathbf{D}$ — тензор виртуальных скоростей деформаций; Σ — граница среды; $\mathbf{t}_n$ — вектор напряжений; $\mathbf{a} = \dfrac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ — ускорение.

Численный метод. Решение системы уравнений (1) и (2) проводится методом конечных элементов, интегрирование по времени — методом конечных разностей. Конечно-элементная дискретизация осуществляется путем разбиения области V на множество конечных элементов:

$$V \approx V_h = \sum_e V_e, \tag{16}$$

где V_e — область одного конечного элемента e; V_h — область дискретизации.

Интегралы в уравнении (15) могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$\int_V (\cdot) dV \approx \int_{V_h} (\cdot) dV = \sum_e \int_{V_e} (\cdot) dV. \tag{17}$$

Тогда, используя эту аппроксимацию, преобразуем исходное уравнение (15) к виду

$$\sum_e \left[\int_{V_e} \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{a} dV + \int_{V_e} \delta \mathbf{D}^{\mathrm{T}} \cdot\cdot \mathbf{T} dV \right] = \sum_e \left[\int_{V_e} \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{f} dV + \int_{\Sigma V_e} \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \mathbf{t}_n d\Sigma \right], \qquad (18)$$

где ΣV_e — граница объема V_e.

Поле скоростей и тензор деформаций для каждого конечного элемента дискретизации определяются с помощью линейной комбинации функций формы и скоростей узлов элемента дискретизации [13]:

$$\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_h = N\mathbf{v}; \qquad (19)$$

$$\mathbf{D} \approx \mathbf{D}_h = LN\mathbf{v} := B\mathbf{v}; \qquad (20)$$

$$\delta\mathbf{v} \approx \delta\mathbf{v}_h = N\delta\mathbf{v}; \qquad (21)$$

$$\delta\mathbf{D} \approx \delta\mathbf{D}_h = LN\delta\mathbf{v} := B\delta\mathbf{v}, \qquad (22)$$

где N — матрица функций формы; L — дифференциальный оператор; B — матрица производных функций формы конечного элемента; индекс «h» обозначает аппроксимированные значения.

Далее проведем оценку каждого из слагаемых вариационного уравнения:

$$\int_{V_e} \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{a} dV = \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \int_{V_e} N^{\mathrm{T}} \rho N dV \mathbf{E} \mathbf{a}; \qquad (23)$$

$$\int_{V_e} \delta \mathbf{D}^{\mathrm{T}} \cdot\cdot \mathbf{T} dV = \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \int_{V_e} B^{\mathrm{T}} \mathbf{T} dV; \qquad (24)$$

$$\int_{V_e} \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{f} dV = \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \int_{V_e} N^{\mathrm{T}} \rho \mathbf{f} dV; \qquad (25)$$

$$\int_{\Sigma V_e} \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \mathbf{t}_n d\Sigma = \delta \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \int_{\Sigma V_e} N^{\mathrm{T}} \mathbf{t}_n d\Sigma. \qquad (26)$$

Для удобства вычислений введем матрицу масс:

$$M = \int_{V_e} N^{\mathrm{T}} \rho N \mathrm{d}V \mathbf{E}. \qquad (27)$$

Суммируя слагаемые уравнений (23)–(26), запишем дискретизацию вариационного уравнения равновесия:

$$\sum_e \delta\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\left[M\mathbf{a}+\int_{V_e} B^{\mathrm{T}}\mathbf{T}dV-\left(\int_{V_e} N^{\mathrm{T}}\rho\mathbf{f}dV+\int_{\Sigma V_e} N^{\mathrm{T}}\mathbf{t}_n d\Sigma\right)\right]=0. \qquad (28)$$

Поскольку $\delta\mathbf{v}^{\mathrm{T}}$ произвольно, то уравнение (27) может быть преобразовано к следующему виду:

$$M\mathbf{a}+\mathbf{f}^{\mathrm{int}}=\mathbf{f}^{\mathrm{ext}}; \qquad (29)$$

$$\mathbf{f}^{\mathrm{int}}=\int_{V_e} B^{\mathrm{T}}\mathbf{T}dV; \qquad (30)$$

$$\mathbf{f}^{\mathrm{ext}}=\int_{V_e} N^{\mathrm{T}}\rho\mathbf{f}dV+\int_{\Sigma V_e} N^{\mathrm{T}}\mathbf{t}_n d\Sigma, \qquad (31)$$

где $\mathbf{f}^{\mathrm{int}}$, $\mathbf{f}^{\mathrm{ext}}$ — векторы внутренних и внешних сил.

Численный алгоритм. Время процесса разделим на число моментов, причем шаг Δt^n определим из следующих соотношений:

$$\Delta t^{n+1/2}=t^{n+1}-t^n;\quad t^{n+1/2}=\frac{1}{2}\left(t^{n+1}+t^n\right);\quad \Delta t^n=t^{n+1/2}-t^{n-1/2}, \qquad (32)$$

где t — момент времени; индекс сверху указывает на номер n момента.

На основе соотношений для центральной производной обновление скоростей в узлах элементов проводится в два шага:

$$\mathbf{v}^n=\mathbf{v}^{n-1/2}+\left(t^n-t^{n-1/2}\right)\mathbf{a}^n; \qquad (33)$$

$$\mathbf{v}^{n+1/2}=\mathbf{v}^n+\left(t^{n+1/2}-t^n\right)\mathbf{a}^n. \qquad (34)$$

Представим численный алгоритм расчета в следующем упрощенном виде.

1. Инициализация начальных параметров: скоростей, перемещений, напряжений, обнуление счетчика времени и т. д.
2. Вычисление матрицы масс M.
3. Процедура «GetForce».
4. Вычисление ускорений: $\mathbf{a}^n=M^{-1}\left(\mathbf{f}^n+\mathbf{h}^n\right)$, где $\mathbf{h}^n$ — вектор, компенсирующий нулевые энергетические моды.
5. Для каждого временнóго шага n:

i $t^{n+1} = t^n + \Delta t^{n+1/2}$, $t^{n+1/2} = \frac{1}{2}\left(t^n + t^{n+1}\right)$;

ii первый шаг обновления скоростей $\mathbf{v}^{n+1/2} = \mathbf{v}^n + \left(t^{n+1/2} - t^n\right)\mathbf{a}^n$;

iii применение граничных условий по скоростям;

iv обновление перемещений узлов $\mathbf{d}^{n+1} = \mathbf{d}^n + \Delta t^{n+1/2}\mathbf{v}^{n+1/2}$;

v процедура «GetForce»;

vi вычисление ускорения $\mathbf{a}^{n+1}$;

vii второй шаг обновления скоростей $\mathbf{v}^{n+1} = \mathbf{v}^{n+1/2} + \left(t^{n+1} - t^{n+1/2}\right)\mathbf{a}^{n+1}$;

viii проверка баланса энергии.

Процедура «GetForce» реализует следующий алгоритм вычисления вектора силы.

1. Инициализация $\mathbf{f}^n = 0$.

2. Вычисление глобального вектора внешних сил в узлах $\mathbf{f}^{\text{ext},n}$.

3. Для каждого элемента e:

i получение информации о перемещениях и ускорениях узлов элемента;

ii интегрирование $\mathbf{f}_e^{\text{int},n}$ методом Гаусса;

iii вычисление внешних сил в узлах элемента $\mathbf{f}_e^{\text{ext},n}$;

iv $\mathbf{f}_e^n = \mathbf{f}_e^{\text{ext},\,n} - \mathbf{f}_e^{\text{int},\,n}$;

v вычисление критического шага по времени;

vi обновление глобального вектора $\mathbf{f}^n$.

4. Обновление шага по времени.

Необходимо отметить, что решение системы проводится в пакете LS-Dyna. Особенности реализации приведенного алгоритма описаны в работе [12].

Выбор типа конечного элемента. Ранее выполненные исследования [3, 4] показывают, что рассматриваемый тип ВУ, несмотря на осевую симметрию, обладает высокой чувствительностью к неравномерностям различной природы. Поэтому используемый численный метод должен, с одной стороны, адекватно описывать процесс формирования, а с другой, — не привносить численных артефактов.

Для объемного конечного элемента с линейными функциями формы полное интегрирование требует вычисления значений функции в восьми гауссовых точках. Вследствие кинематических ограничений классический линейный конечный элемент при полном интегрировании обладает искусственно повышенной жесткостью, особенно в случае ис-

каженной геометрии ВУ. Для снижения так называемой паразитной жесткости для конечного элемента и уменьшения вычислений применяют методы сокращенного (Solid-2, ELFORM=2) и объемного интегрирования (Solid-1, ELFORM=1). В таком случае рациональный выбор типа элемента не только определяет точность, но и скорость расчета [12, 14]. Следует отметить, что при использовании конечных элементов с объемным или сокращенным интегрированием требуется контролировать деформационные моды с нулевой энергией (*hourglassing*) с помощью вспомогательного вектора $\mathbf{h}^n$. Соответствующие алгоритмы приведены в работах [12, 14].

Поскольку основной задачей исследования является математическое моделирование процесса формирования ВЭ при наличии геометрических погрешностей ВУ, моделирование проведем в трехмерной постановке. В первую очередь рассмотрим погрешности малой амплитуды, поэтому чувствительность и точность математической модели играют решающую роль при оценке влияния погрешностей на форму и геометрию формируемого ВЭ. Тогда для простой качественной оценки эффектов искусственного искажения жесткости целесообразно рассмотреть идеальную осесимметричную модель в трехмерной постановке. При этом наличие паразитной жесткости будет оказывать влияние на асимметрию формы формируемого ВЭ [16]. Форма ВЭ и деформированная сетка на промежуточном этапе формирования для конечных элементов Solid-1 и Solid-2 приведены на рис. 2. Отметим, что Solid-2 приводит к неравномерному разрушению ВЭ и асимметричным искажениям формы в виде выраженных складок на его торце, в то время как Solid-1 практически не искажает осевую симметрию и не вызывает образования складок.

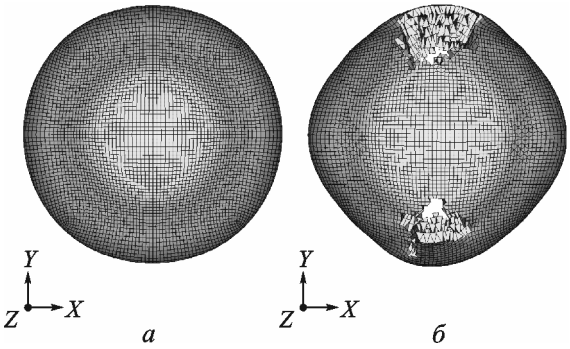


Рис. 2. Формы ВЭ, получаемые в результате вычислительных экспериментов с помощью конечных элементов Solid-1 (*а*) и Solid-2 (*б*), в момент времени t = 23 мкс

Усовершенствование расчетной схемы. В результате тестирования математической модели установлено, что начиная с некоторого момента времени облицовка не изменяет своей осевой скорости v_A (рис. 3). Необходимо отметить, что рассматривается быстропротекающий

процесс формирования, при котором влияние сил сопротивления среды считается пренебрежимо малым. Снижение ускорения свидетельствует об окончании энергетического обмена между ПД и облицовкой. Поэтому для увеличения скорости расчета корпус ВУ и ПД удаляют из расчетной модели в момент времени $t^* = 25$ мкс. В общем случае t^* зависит от геометрии ВУ.

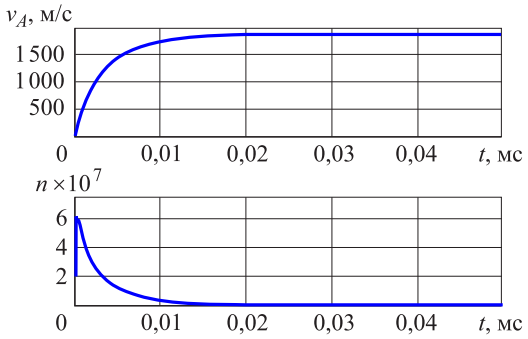


Рис. 3. Изменение v_A и перегрузки n (отношение ускорения к ускорению свободного падения) облицовки во времени t

При дискретизации в 650 тыс. элементов (из которых 60 тыс. — дискретизация облицовки) расчет по предложенной модели занимает около 3 ч на процессоре Intel Xeon E3.

Сравнение результатов расчетов формы ВЭ и его осевой скорости v_A с данными работ [7, 9] подтвердило адекватность предложенной математической модели и принятых допущений.

Практическое применение. Предложенный подход применяли для решения следующих технических задач:

1) анализа закономерностей провоцирования складок ВЭ с помощью неравномерностей толщины облицовки ВУ в периферийной части [17];

2) анализа влияния погрешностей несоосности и неравномерности толщины облицовки ВУ на кинематические и геометрические параметры ВЭ [18].

При решении задач рассматривали погрешности толщины облицовки, заданные в виде тригонометрических гармоник [3]:

$$\delta \approx \delta_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos\left(n\varphi + \psi_n\right) = \delta_0 \left(1 + \sum_{n=1}^{N} \overline{a}_n \cos\left(n\varphi + \psi_n\right)\right),$$

где δ — толщина облицовки в плоскости поперечного сечения ВУ с учетом ее неравномерности; δ_0 — номинальное значение толщины облицовки в плоскости поперечного сечения ВУ; $n = 1, 2, \ldots, N$ — номер гармоники; N — максимальный номер значимой гармоники; $a_n \ll \delta_0$ — амплитуда n-й гармоники; φ — угловая координата в

плоскости поперечного сечения ВУ, изменяющаяся в диапазоне $0 \le \varphi \le 2\pi$; ψ_n — начальная фаза *n*-й гармоники; $\overline{a}_n = a_n / \delta_0$ — относительная амплитуда *n*-й гармоники.

Рассматриваемые геометрические погрешности облицовки схематически изображены на рис. 4 и визуализированы, для этого a_n условно принято соизмеримым с δ_0.

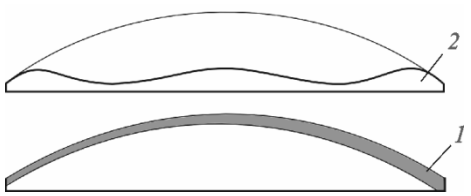


Рис. 4. Схемы рассматриваемых геометрических погрешностей:
1 — асимметрия, *n* = 1 (сечение);
2 — модель неравномерности толщины, *n* = 6

Ниже приведен численный алгоритм, используемый для решения поставленных задач.

1. Подготовка исходной сетки, состоящей из цилиндрических тел.
2. Цикл итераций по характерному параметру (относительная амплитуда).
   2.1. Автоматическое генерирование расчетной сетки путем перемещения узлов исходной сетки по номинальным геометрическим размерам устройства и параметрам погрешностей.
   2.2. Проведение вычислительного эксперимента по формированию ВЭ с помощью пакета LS-Dyna.
   2.3. Экспорт результатов моделирования (координаты и скорости узлов, масса элементов, топология сетки) в матричном виде.
   2.4. Определение конечных элементов, образующих ВЭ с помощью графа топологии.
   2.5. Определение положения и скорости центра масс ВЭ.
   2.6. Построение проекции профиля ВЭ на взаимно ортогональные плоскости.
   2.7. Определение угла поворота и угловой скорости ВЭ.
   2.8. Сохранение результатов расчета для ускорения последующего анализа.

В качестве примера приведены результаты вычислительных экспериментов для менисковых облицовок ВУ со следующими конфигурациями погрешностей в момент времени $t^* = 25$ мкс:

I — «идеальная» облицовка, $\overline{a}_1 = 0$, $\overline{a}_6 = 0$;

II — облицовка с несоосностью, $\overline{a}_1 = 0{,}02$, $\overline{a}_6 = 0$;

III — облицовка с неравномерностью толщины, $\overline{a}_1 = 0$, $\overline{a}_6 = 0{,}03$;

IV — облицовка с несоосностью и неравномерностью толщины, $\overline{a}_1 = 0{,}02$, $\overline{a}_6 = 0{,}03$ при разности фаз $\psi_1 - \psi_6 = 0$;

V — облицовка с несоосностью и неравномерностью толщины, $\bar{a}_1 = 0{,}02$, $\bar{a}_6 = 0{,}03$ при разности фаз $\psi_1 - \psi_6 = \pi / 2$.

Профили сформированных ВЭ представлены на рис. 5, кинематические параметры — в таблице.

Кинематические параметры ВЭ, сформированных из облицовок различных конфигураций

Конфигурация	v_A, м/с	v_R, м/с	ω, с$^{-1}$
I	1 890	0	0
II	1 890	1,5	284
III	1 885	0	0
IV	1 885	1,3	429
V	1 885	0,8	476

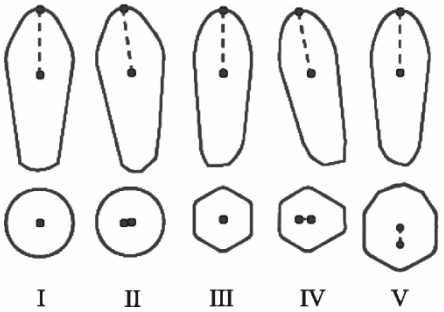


Рис. 5. Контуры ВЭ без учета полости:

I–V — номера конфигурации облицовки ВУ

Результаты расчетов показывают, что гармоника $n = 1$ погрешности толщины облицовки практически не нарушает осесимметричную форму ВЭ (см. рис. 5, I–II) и вызывает у него появление доминирующей кинематической погрешности — угловой скорости (см. таблицу). Гармоника $n = 6$ приводит в основном только к огранке кормовой части ВЭ (рис. 5, III). Суперпозиция гармоник $n = 1$ и $n = 6$ дополнительных искажений в форму ВЭ не привносит (рис. 5, IV), однако существенно влияет на значение угловой скорости, приобретаемой ВЭ (см. таблицу). Разность фаз гармоник погрешностей также оказывает влияние на угловую скорость.

Выводы и рекомендации. Рассмотрены особенности математического моделирования процесса взрывного формирования ВЭ методом конечных элементов. Показано, что при использовании пакета LS-Dyna конечный элемент Solid-1 не приводит к искажению формы ВЭ при его формировании в отличие от конечного элемента Solid-2. Для сокращения времени расчета предложено удалять элементы дискретизации ПД и корпуса ВУ после окончания процесса энергетического обмена между ПД и облицовкой.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Аттетков А.В., Гнускин А.М., Пырьев В.А., Сагидуллин Г.Г. *Резка металлов взрывом*. Москва, СИП РИА, 2000, 260 с.

[2] Takanao S., Hirotaka S., Chisato O., Hajime Ya., Yasuhiko T., Yasuhiro A., Makoto Yo., Small carry-on impactor of Hayabusa2 mission. *Acta Astronautica*, 2013, vol. 84, pp. 227–236.

[3] Баскаков В.Д., Тарасов В.А., Колпаков В.И., Софьин А.С. Методика оценки влияния погрешностей конструкции снарядоформирующих зарядов на кучность попадания в цель и пробивное действие удлиненных поражающих элементов. *Оборонная техника*, 2010, № 1–2, с. 90.

[4] Колпаков В.И., Баскаков В.Д., Калугин В.Т., Шикунов Н.В., Софьин А.С. Оценка рациональной формы сверхдлинных поражающих элементов снарядоформирующих зарядов. *Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук*, 2012, № 71, с. 70–74.

[5] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

[6] Колпаков В.И. Математическое моделирование функционирования взрывных устройств. *Наука и образование: электронное научное издание*, 2012, № 2. URL:http://technomag.edu.ru./doc/334177.html

[7] Pappu S., Murr L.E. Hydrocode and microstructural analysis of explosively formed penetrators. *Journal of Materials Science*, 2002. vol. 37, iss. 2, pp. 233–248.

[8] Liu J., Gu W., Lu M., Xu H., Wu S., Formation of explosively formed penetrator with fins and its flight characteristics. *28th International Symposium on Ballistics*, 2014, vol. 10, iss. 2, pp. 119–123.

[9] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 2: Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 559 с.

[10] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 4: Основы механики твердых сред*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 623 с.

[11] Орленко Л.П., ред. Физика взрыва. В 2 т. Изд. 3-е, испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, т. 2, 656 с.

[12] Hallquist J.O. *LS Dyna theory manual*. Livermore, Livermore Software Technology Corporation, 2005, 862 p.

[13] Зенкевич О. *Метод конечных элементов в технике*. Москва, Мир, 1975, 541 с.

[14] Belytschko T., Liu W.K., Moran B., Elkhodary Kh. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures.* Wiley, 2001, 650 p.

[15] Димитриенко Ю.И., Веретенников А.А. Конечно-элементное моделирование больших деформаций нелинейно-упругих материалов с использованием модели AV. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-1118.

[16] Johnson G.R., Stryk R.A. Some considerations for 3D EFP computations. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, no. 32, pp. 1621–1634.

[17] Асмоловский Н.А., Баскаков В.Д., Тарасов В.А. Анализ влияния периодических возмущений на формирование высокоскоростных стержневых элементов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2013, № 8, с. 8–14.

[18] Асмоловский Н.А., Баскаков В.Д., Зарубина О.В. Анализ влияния технологических погрешностей менисковых облицовок на динамику взрывного формирования высокоскоростных стержневых элементов. *Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2015, № 5, с. 71–84.

Статья поступила в редакцию 20.01.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Асмоловский Н.А., Баскаков В.Д., Боярская Р.В., Зарубина О.В., Тарасов В.А. Математическое моделирование процесса взрывного нагружения менисковой облицовки. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 1 (9), с. 52–67.

Асмоловский Николай Александрович родился в 1988 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2010 г. Аспирант кафедры «Технологии ракетно-космического машиностроения». Автор 10 научных работ в области технологии ракетно-космического машиностроения. e-mail: Nikolay.Asmolovskiy@gmail.com

Баскаков Владимир Дмитриевич родился в 1954 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1977 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Технологии ракетно-космического машиностроения». Автор более 100 научных работ в области технологии ракетно-космического машиностроения. e-mail: baskakov_vd@mail.ru

Боярская Раиса Владимировна окончила МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Технологии машиностроения». Автор более 60 научных работ в области технологии машиностроения. e-mail: brv152@mail.ru

Зарубина Ольга Васильевна окончила МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Технологии ракетно-космического машиностроения». Автор более 50 научных работ в области технологии машиностроения. e-mail: ov_zarubina@mail.ru

Тарасов Владимир Алексеевич родился в 1946 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1969 г. Д-р техн. наук, заведующий кафедрой «Технологии ракетно-космического машиностроения». Автор более 200 научных работ в области технологии машиностроения, контроля и диагностики. e-mail: tarasov_va@mail.ru

Mathematical modeling of shock loading of the meniscus liner

© N.A. Asmolovskyy, V.D. Baskakov, R.V. Boyarskaya, O.V. Zarubina, V.A. Tarasov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

Mathematical modeling of the high-velocity element formation process based on finite element method is presented. The proposed approach enables considering geometrical imperfections of the explosive device. The article contains general description of the proposed mathematical model including corresponding numerical algorithms. Selection of the suitable finite element formation is performed. Practical application of the proposed method is illustrated on the example of analysis of the imperfection influence on the kinematical and geometrical parameters of the elements.

Keywords: *formation, high-velocity element, modeling of the imperfections.*

REFERENCES

[1] Attetkov A.V., Gnuskin A.M., Pyryev V.A., Sagidullin G.G. *Rezka metallov vzryvom* [Explosive metal cutting]. Moscow, SIP RIA, 2000, 260 p.

[2] Takanao S., Hirotaka S., Chisato O., Hajime Ya., Yasuhiko T., Yasuhiro A., Makoto Yo. *Acta Astronautica*, 2013, vol. 84, pp. 227–236.

[3] Baskakov V.D., Tarasov V.A., Kolpakov V.I., Sofyin A.S. *Oboronnaya tekhnika — Defense Technology*, 2010, no. 1–2, p. 90.

[4] Kolpakov V.I., Baskakov V.D., Kalugin V.T., Shikunov N.V., Soyin A.S. *Izvestiya Rossiyskoy akademii raketnykh i artilleriyskikh nauk — Proceedings of the Russian Academy of Missile and Artillery Science,* 2012, no. 71, pp. 70–74.

[5] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskoye modelirovaniye i chislennyye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5−17.

[6] Kolpakov V.I. *Nauka i obrazovaniye. Elektronnyy Zhurnal — Science and Education. Electronic Journal*, 2012, no. 2. DOI 77-30569/334177.

[7] Pappu S., Murr L. E. *Journal of Materials Science*, 2002, vol. 37, iss. 2, pp. 233–248.

[8] Liu J., Gu W., Lu M., Xu H., Wu S. *28th International Symposium on Ballistics*, 2014, vol. 10, iss. 2, pp. 119–123.

[9] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 tomakh. Tom 2. Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy* [Continuum mechanics. In 4 vols. Vol. 2. Universal laws of continuum mechanics and electrodynamics]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 559 p.

[10] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 tomakh. Tom 4. Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum mechanics. In 4 vols. Vol. 4. Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p.

[11] Orlenko L.P., ed. *Fizika vzryva* [Physics of explosion]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, vol. 2, 656 p.

[12] Hallquist J.O. LS Dyna theory manual. Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 2005, 862 p.

[13] Zenkievitch O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [Finite element method in technics]. Moscow, Mir Publ., 1975, 541 p.

[14] Belytschko T., Liu W.K., Moran B., Elkhodary Kh. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley, 2001, 650 p.
[15] Dimitrienko Yu.I., Veretennikov A.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 9. DOI 10.18698/2308-6033-2013-9-1118.
[16] Johnson G.R., Stryk R.A. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, no. 32, pp. 1621–1634.
[17] Asmolovskyy N.A., Baskakov V.D., Tarasov V.A. *Izvestiya visshikh uchebnikh zavedenyy. Mashinostroyeniy — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2013, no. 8, pp. 8–14.
[18] Asmolovskyy N.A., Baskakov V.D., Zarubina O.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroyeniye — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Mechanical Engineering,* 2015, no. 5, pp. 71–84.

Asmolovskyy N.A. (b. 1988) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2010. Postgraduate student of the Department of Technology of Manufacturing for Aerospace at BMSTU. Author of 10 publications in the fields of technology of rocket and space mechanical engineering. e-mail: Nikolay. Asmolovskiy@gmail.com

Baskakov V.D. (b. 1954) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1977. Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Department of Technology of Manufacturing for Aerospace at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of technology of rocket and space mechanical engineering. e-mail: baskakov_vd@mail.ru

Boyarskaya R.V. graduated from Bauman Moscow Higher Technical School. Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of the Department of Manufacturing Engineering at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 60 publications in the field of technology of rocket and space mechanical engineering. e-mail: brv152@mail.ru

Zarubina O.V. graduated from Bauman Moscow Higher Technical School. Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of the Department of Technology of Manufacturing for Aerospace at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of technology of rocket and space mechanical engineering. e-mail: ov_zarubina@mail.ru

Tarasov V.A. (b. 1946) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1969. Dr. Sci. (Eng.), Head of the Department of Technology of Manufacturing for Aerospace at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of technology of rocket and space mechanical engineering. e-mail: tarasov_va@mail.ru