



# Математическое моделирование и численные методы

Волков В. Ю., Голибродо Л. А., Зорина И. Г., Кудрявцев О. В., Крутиков А. А., Скибин А. П. Применение метода контрольного объема для расчета нестационарных процессов в трубопроводных системах. Математическое моделирование и численные методы, 2016, №4 (12), с. 34-46

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/83/>

## Применение метода контрольного объема для моделирования нестационарных процессов в трубопроводных системах

© В.Ю. Волков<sup>1</sup>, Л.А. Голибродо<sup>1</sup>, И.Г. Зорина<sup>2</sup>, О.В. Кудрявцев<sup>1</sup>,  
А.А. Крутиков<sup>1</sup>, А.П. Скибин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС», Подольск, 142103, Россия,

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Россия

*Для моделирования трубопроводных систем совершен переход от методов, основанных на уравнениях массового баланса, базирующихся на первом и втором законах Кирхгофа, к математическому описанию гидравлической сети с помощью дискретизации уравнения неразрывности, для чего был применен метод контрольного объема. Представлено расширение разработанного метода контрольного объема для расчета нестационарных процессов потокораспределения в гидравлических сетях. Данное расширение метода разработано для медленно протекающих процессов в гидравлических сетях и не подходит для расчета быстро протекающих местных процессов, таких как гидроудар. Метод успешно апробирован на примере решения нескольких тестовых задач.*

**Ключевые слова:** метод контрольного объема, нестационарные процессы, глобальный градиентный алгоритм, метод расчета.

**Введение.** В общем виде полная математическая модель движения жидкости состоит из системы уравнений, описывающей нестационарное турбулентное движение вязкой жидкости [1, 2]:

уравнения движения

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i - \tau_{ij}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + S;$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0,$$

где  $\rho$  — плотность;  $u_i$ ,  $u_j$  — проекция вектора скорости  $\bar{u}$  на соответствующие оси;  $t$  — время;  $x_i$ ,  $x_j$  — оси декартовой системы координат ( $i, j = 1, 2, 3$ );  $\tau_{ij}$  — тензоры напряжений;  $p$  — статическое давление;  $S$  — источник объемных сил.

Однако для промышленности для расчета гидравлических трубопроводных систем требуется быстро получить интегральные результаты (расходов и гидравлических напоров), поэтому математическая модель сводится к решению двух законов Кирхгофа: сохранения мас-

сового баланса и потерь давления между потребителями. Таким образом, задача по определению интегральных характеристик для потерь давления (напора) между узлами  $i$  и  $j$  и описывается выражениями [2, 3]:

$$H_i - H_j = h_{ij} = rQ_{ij}^n + mQ_{ij}^2;$$
$$\sum_i Q_{ij} - D_i = 0,$$

где  $H$  — напор в узле, м;  $h$  — потери напора, м;  $i, j$  — индексы узлов гидравлической связи;  $r$  — коэффициент сопротивления;  $Q$  — объемный расход, м<sup>3</sup>/с;  $n$  — показатель степени, зависящий от режима течения;  $m$  — коэффициент местного сопротивления;  $D_i$  — расход в  $i$ -м узле (если величина положительная, то он определяет сток массы), м<sup>3</sup>/с.

Стационарные задачи потокораспределения сетевой гидравлики достаточно хорошо изучены. Так, первые достижения по решению контурных задач трубопроводных систем относятся еще к трудам Харди Кросса [4]. Наиболее универсальным методом решения задачи потокораспределения является глобальный градиентный алгоритм (Global Gradient Algorithm, GGA), предложенный Тодини и Пилати в 1987 г. [5]. Данный метод наиболее прост и эффективен с точки зрения реализации и вычислительной производительности [6–9]. На этом алгоритме основано наиболее известное отраслевое программное обеспечение (ПО) для гидравлических расчетов EPANET [10]. В 2009 г. GGA был расширен Густолизи возможностью эквивалентирования, что позволило сократить временные затраты на расчет [11]. Однако все упомянутые алгоритмы априори являются стационарными.

Во многих случаях для анализа изменения работы системы во время ее эксплуатации требуется решение нестационарных задач, связанных с наполнением и опорожнением гидравлических емкостей. Однако, как было показано в 2011 г. в статье [12], при решении с помощью стандартных программ и методов можно получить осцилляции давления и расходов даже для очень упрощенной сети, состоящей из трех узлов и трех связей (рис. 1). Пример такого расчета с помощью стандартного гидравлического ПО EPANET для шага по времени 5 мин представлен на рис. 2, на котором точками показаны значения в узлах и связях, линиями — численное решение.

В статье [12] предложен метод решения данных проблем, основанный на GGA и методе Эйлера. Правда в таком варианте метода расчета нестационарного потокораспределения возможны неустойчивости, связанные с методом решения. Для того чтобы исключить их появление, используется весовой коэффициент по времени [12].

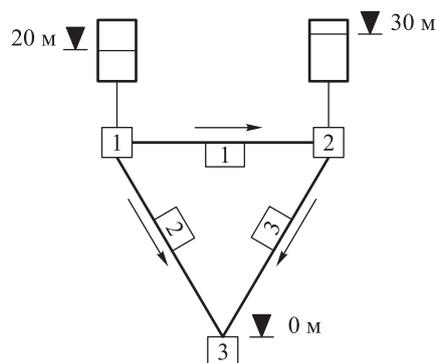


Рис. 1. Простая гидравлическая сеть

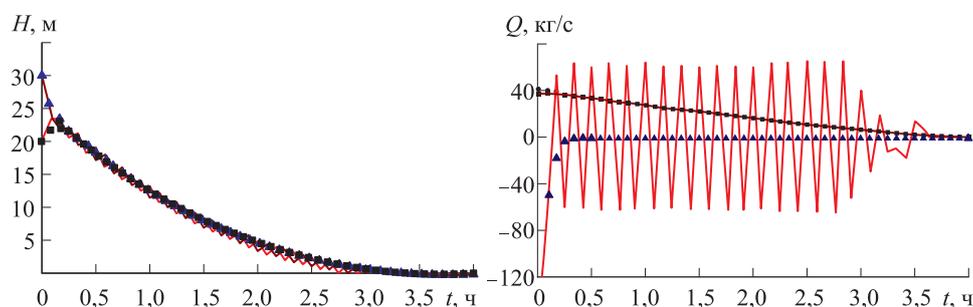


Рис. 2. Результаты расчета напора  $H$  и массового расхода  $Q$  с помощью ПО EPANET (—, —, —) и точное решение (Exact, ■, ▲, •)

В настоящей статье представлено расширение разработанного ранее метода контрольного объема (МКО) для расчета стационарных процессов потокораспределения в гидравлических сетях [13]. Данное расширение МКО разработано для медленно протекающих нестационарных процессов в гидравлических сетях аналогично методам, изложенным в статьях [12–15], и не предназначено для расчета быстро протекающих местных процессов, таких как гидроудар [16].

**Метод контрольного объема для расчета стационарных процессов.** Для расчета гидравлической сети применен метод контрольного объема. Построение гидравлической сети осуществляется таким образом, чтобы центру каждого контрольного объема (КО) соответствовал узел гидравлической сети, а грани контрольных объемов — серединам гидравлических связей (трубопроводов), как представлено на рис. 3.

При построении дискретного аналога проводится линеаризация уравнения сохранения движения [13]. При записи дискретного аналога совершается переход от конвективных потоков  $F$  к среднеинтегральной скорости в связи.

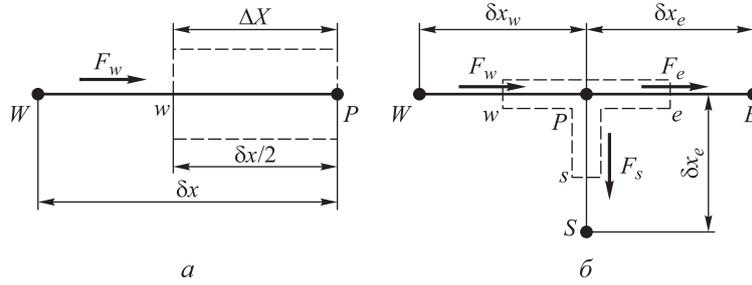


Рис. 3. Контрольные объемы для уравнения движения (а) и уравнения неразрывности (б)

Таким образом, дискретные аналоги уравнения движения можно представить

$$u_w = -\frac{2\Delta X}{\rho|u_w|\xi} \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{PW} = -d_w \frac{P_P - P_W}{\Delta X}, \quad (1)$$

где  $d_w$  — коэффициент дискретного аналога уравнения движения, вычисляемый по формуле

$$d_w = \frac{2\Delta x}{\rho|u_w|\xi}. \quad (2)$$

Здесь  $\Delta X$  — длина гидравлической связи, м;  $\rho$  — плотность движущейся среды, кг/м<sup>3</sup>;  $u_w$  — скорость в гидравлической связи, м/с;  $\xi$  — коэффициент гидравлического сопротивления;  $P$  — давление, Па;  $P, W, E, S$  — индексы, относящиеся к центру КО;  $w, e, s$  — индексы, относящиеся к грани КО.

Дискретный аналог уравнения неразрывности запишем в виде

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + b, \quad (3)$$

где коэффициенты дискретного аналога уравнения неразрывности определяются по формулам

$$a_E = \frac{\rho_e d_e S_e}{\delta x_e}, \quad a_W = \frac{\rho_w d_w S_w}{\delta x_w}, \quad a_S = \frac{\rho_s d_s S_s}{\delta x_s}, \quad b = Q, \quad a_P = a_W + a_E + a_S. \quad (4)$$

Здесь  $S$  — площадь поперечного сечения гидравлической связи, м<sup>2</sup>;  $b$  — источниковый член, кг/с.

**Метод контрольного объема для расчета нестационарных процессов.** Для расчета переходных процессов наполнения и опорожнения гидравлических емкостей была применена неявная схема. При этом расчет происходит как набор последовательных решений

стационарных процессов с изменяющимися во времени источниками членами в узлах. Таким образом, расход в узле с изменяемым давлением записывается в линейную часть источникового члена  $b$  уравнения (3).

Шаг по времени задается искусственно и определяется как  $\Delta t = t - t^*$ , где  $t, t^*$  — индексы, относящиеся к текущему и предыдущему моментам времени.

В качестве гидравлических емкостей рассмотрим баки постоянного сечения. В этом случае объем жидкости в баке  $V = SH$ . Тогда изменение объемного расхода  $q$  в узлах за интервал  $\Delta t$  описывается как  $\Delta tq = S(H(t) - H(t^*))$ .

Таким образом, изменение объемного расхода

$$q = \frac{S(H(t) - H(t^*))}{\Delta t}.$$

Переходя к массовым расходам  $Q$ , имеем  $Q = q\rho$ .

Перепишем выражение, заменив напор  $H$  на давление  $P$ :

$$Q = \frac{S(P(t) - P(t^*))}{g\Delta t}.$$

Следовательно, источниковый член дискретного аналога уравнения неразрывности имеет вид

$$Q = \frac{S}{g\Delta t} P - \frac{S}{g\Delta t} P^*$$

или при стандартной записи дискретного аналога

$$Q = a_P P - a_P P^*.$$

Для решения системы уравнений (1)–(4) применена следующая модифицированная итерационная процедура:

- 1) вводятся предполагаемые поля скорости и давления, задается шаг по времени;
- 2) рассчитываются значения  $d$  для всех гидравлических связей по формулам (2);
- 3) определяются коэффициенты дискретного аналога поля давления (4) и поля давления и градиентов давления, а также массовые потоки через грани КО;
- 4) рассчитываются значения скорости для каждой гидравлической связи с использованием коэффициентов дискретного аналога уравнения движения и полученного градиента поля давления;

5) возврат к п. 2 до тех пор, пока не будет достигнута сходимость, ее критерием является достижение невязки узловых массовых балансов, значения которого меньше заданного;

6) переход на следующий шаг по времени, пока не закончится расчет.

Для разработанного метода контрольного объема не требуется выделение гидравлических контуров, он сводится к решению единого поля давления сразу для всей расчетной области. При этом, как было показано в работе [13], этот метод позволяет решать задачи потокораспределения размерностью более 10 млн узлов и связей. Разработанный метод стабильнее, чем EPANET при решении задач большой размерности (более 2000 узлов) [13].

*Тестирование метода КО* было проведено на ряде задач с различными шагами по времени. В качестве наиболее характерных рассмотрены задачи расчета гидравлических сетей из статей [12, 15].

**Простая система.** Система представляет собой два соединенных между собой бака постоянного сечения, наполненных водой (см. рис. 1). Начальный уровень воды (напор) в баках 1 и 2 равен 20 и 30 метров соответственно. Баки посредством двух трубопроводов (трубы 2 и 3 на рис. 2) соединены с резервуаром 3, в котором поддерживается постоянное нулевое давление. Диаметр баков равен 3,56 м. Перепад давления на участках трубопроводов рассчитывается с помощью уравнения Хазена — Вильямса [6]. Для всех трубопроводов коэффициент шероховатости Хазена — Вильямса принимается равным 130. Длина всех трубопроводов составляет 100 м, диаметр трубы 1 равен 200 мм, а труб 2 и 3 — 100 мм. В начальный момент времени расход по трубопроводам отсутствует. В нулевой момент времени вода из баков начинает перетекать по трубопроводам до тех пор, пока баки полностью не опустеют.

На рис. 4 представлены результаты расчета данной системы на различных шагах по времени (5, 15, 60 и 120 мин соответственно). Сравнение результатов, полученных с помощью метода контрольного объема, проводилось с данными статьи [15], где для расчета подобных систем применен обобщенный глобальный градиентный алгоритм (Generalized Global Gradient Algorithm, G-GGA).

Полученные результаты согласуются с результатами статьи [15]. Погрешность не превышает 0,35 % относительно G-GGA. При этом максимальные абсолютные отклонения расходов не превышают 0,5 кг/с, а напоров — 0,1 м.

Погрешность расчета определялась по формуле:

$$\delta = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (F_{\text{МКО}}^i - F_{\text{G-GGA}}^i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (F_{\text{G-GGA}}^i)^2}},$$

где  $F$  — значение переменной в  $i$ -й момент времени; индексы МКО, G-GGA — значения, полученные с помощью МКО и данных статьи [15].

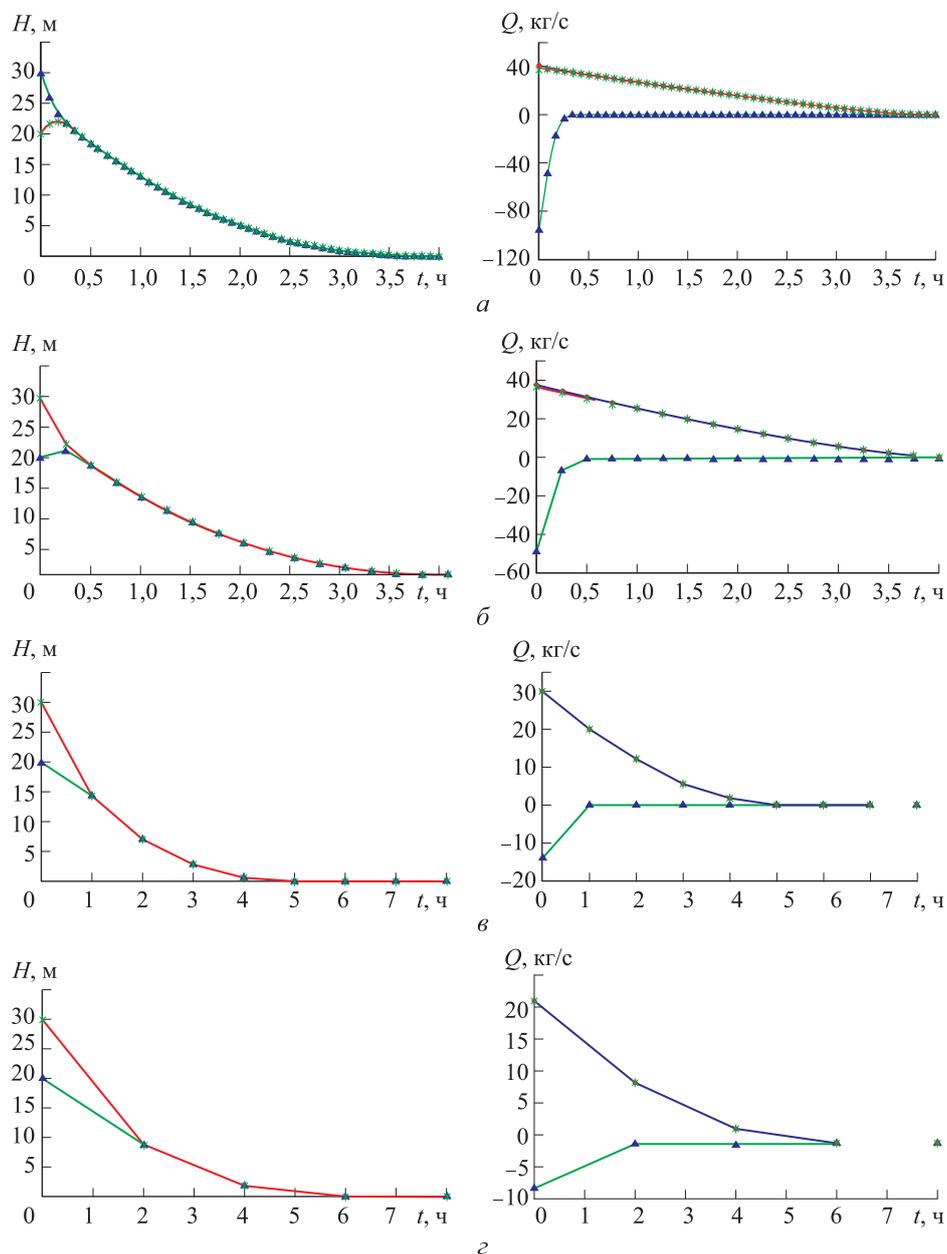


Рис. 4. Результаты расчета с использованием различных шагов по времени:

▲, \*, • — МКО; —, —, — — G-GGA (в скобках указаны номера узлов/связей):  
 а —  $\Delta t = 5$  мин; б —  $\Delta t = 15$  мин; в —  $\Delta t = 60$  мин; г —  $\Delta t = 120$  мин

Полученные результаты расчета также согласуются с данными, представленными в статье [12]. При этом в гидравлической сети не возникает осцилляций давления для всех шагов по времени, в отличие от решения с помощью EPANET.

**Расчет сложной системы.** Для проверки численной устойчивости МКО была рассмотрена гидравлическая сеть Апулии, представленная на рис. 5. Постановка задачи аналогична данным статьи [15]. Перепад давления на участках трубопроводов рассчитывается с помощью уравнения Дарси — Вейсбаха. Каждый из 23 узлов гидравлической сети представляется в виде бака с постоянной площадью поперечного сечения  $10 \text{ м}^2$ . Для всех расчетов шаг по времени был равен 10 мин.

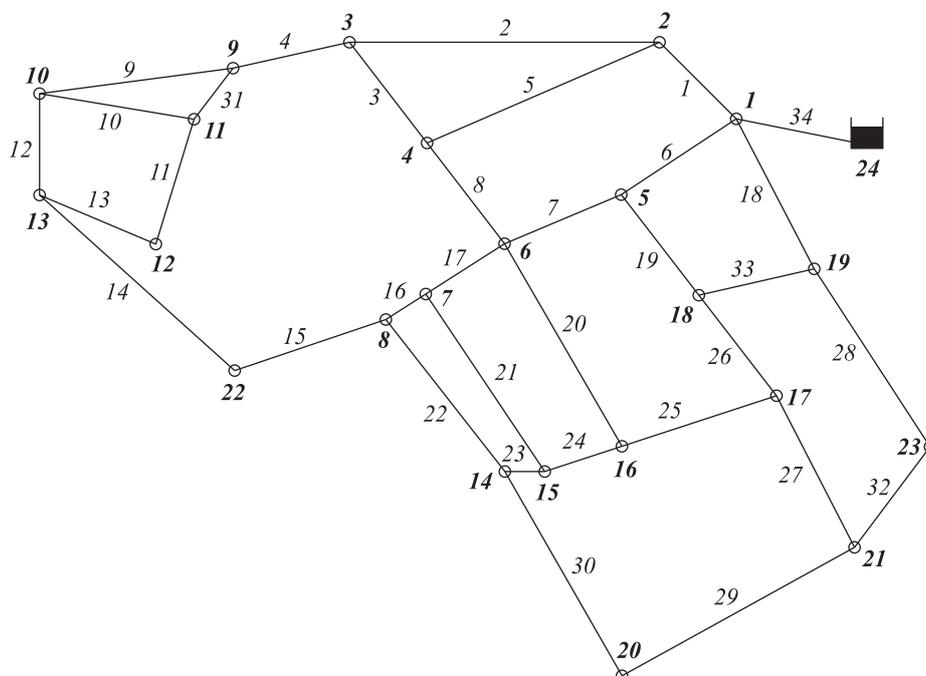


Рис. 5. Гидравлическая сеть Апулии

Были рассмотрены три вычислительных эксперимента переходных процессов в гидравлической сети:

- во всех баках в нулевой момент времени задан постоянный нулевой напор (все баки пусты и наполняются во время переходного режима);
- во всех баках в нулевой момент времени задан постоянный напор 72,8 м (все баки наполнены одинаково, и во время переходного режима происходит их опустошение);
- в начальный момент в баках 1–6, 16–19, 21 и 23 задан нулевой напор, в других — постоянный напор 72,8 м.

Для всех рассматриваемых случаев в узле 24 (резервуар) поддерживается постоянный напор, равный 36,4 м.

Таким образом, рассмотрены задачи наполнения и опустошения баков. Результаты расчета (изменение массовых расходов и узловых давлений) представлены на рис. 6. Полученные с помощью метода контрольного объема результаты согласуются с данными статьи [15]. При этом в гидравлической сети не возникает осцилляций давления. Можно заключить, что разработанный метод устойчив при решении переходных процессов для задач наполнения и опорожнения гидравлических емкостей независимо от размерности задачи.

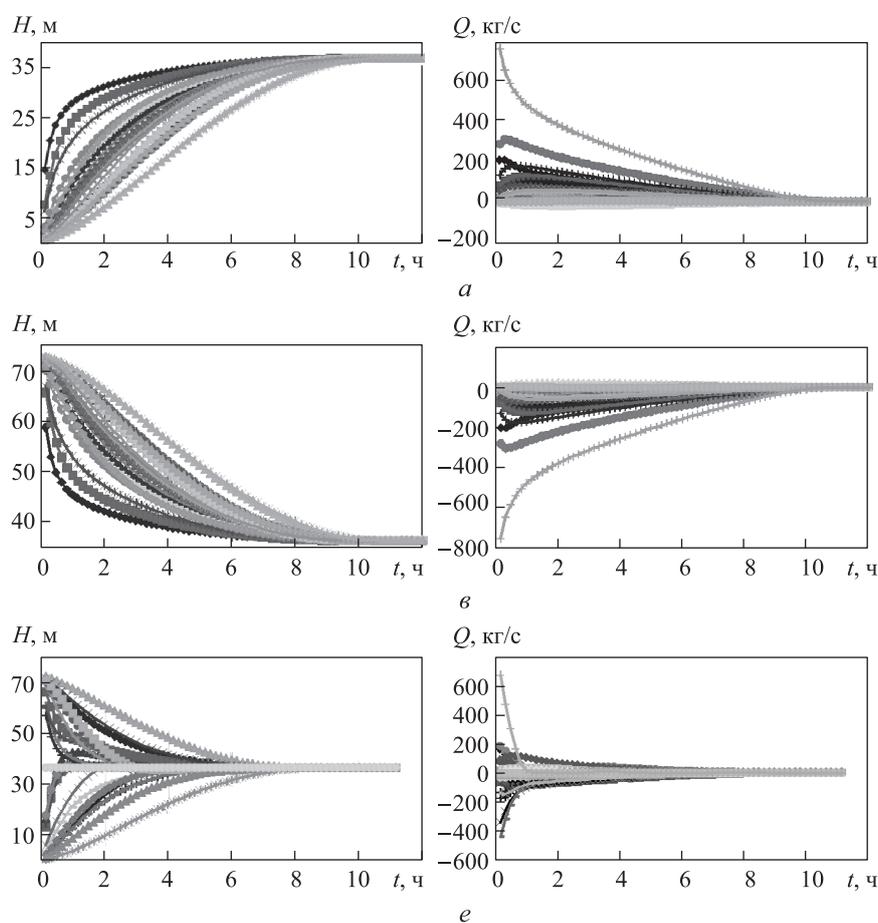


Рис. 6. Результаты гидравлического расчета сети Апулии:  
а — эксперимент 1; б — эксперимент 2; в — эксперимент 3

**Заключение.** Представленное расширение разработанного метода контрольного объема для расчета нестационарных процессов потоко-распределения в гидравлических сетях разработано для медленно протекающих процессов в гидравлических сетях и не предназначено

для расчета быстро протекающих местных явлений, таких как гидроудар [12].

Было проведено тестирование предложенного метода для решения нестационарных задач потокораспределения на ряде примеров, анализ сравнения результатов которых с ПО EPANET показал, что разработанный метод более стабилен при решении нестационарных задач [12]. При этом для модификации математической модели разработанного варианта метода контрольного объема и ее программной реализации не требуется больших затрат.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Себиси Т., Брэдшоу П. *Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы*. Москва, Мир, 1987, 592 с.
- [2] Фомин А.А., Фомина Л.Н. О стационарном решении задачи течения несжимаемой вязкой жидкости при больших числах Рейнольдса. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4 (8), с. 92–102.
- [3] Меренков А.П., Хасилев С.Ю. *Теория гидравлических цепей*. Москва, Наука, 1985, 279 с.
- [4] Cross H. *Analysis of flow in networks of conduits or conductors*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, 1936, 38 p.
- [5] Todini E., Pilati, S. A gradient method for the analysis of pipe networks. *International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution*, UK, Leicester Polytechnic, 1987, 20 p.
- [6] Zheng Y.W., Rong H.W., Walski T.M., Yang S.Y., Bowdler D., Baggett C.C. Efficient pressure dependent demand model for large water distribution system analysis. *8<sup>th</sup> An. Intern. Symp. on Water Distribution System Analysis*, USA, Cincinnati, Ohio, 2006, pp. 1–15.
- [7] Creaco E., Franchini M. Comparison on Newton-Raphson global and loop algorithms for water distribution network resolution. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, pp. 313–320.
- [8] Todini E. On the convergence properties of the different pipe network algorithms. *8th Annual Water Distribution Systems Analysis Symposium*. USA, Cincinnati, Ohio, 2006, pp. 1–16.
- [9] Todini E., Rossman L.A. Unified Framework for Deriving Simultaneous Equation Algorithms for Water Distribution Networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, vol. 139, no. 5, pp. 511–526.
- [10] Rossman L.A. *EPANET 2, User's Manual*. Water Supply and Water Resources Division National Risk Management Research Laboratory Cincinnati, OH 45268, 2000, 200 p.
- [11] Giustolisi O., Laucelli D., Berardi L., Savic D.A. Computationally Efficient Modeling Method for Large Water Network Analysis. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2012, vol. 134, no. 4, pp. 313–326.
- [12] Todini E. Extending the Global Gradient Algorithm to Unsteady Flow Extended Period Simulations of Water Distribution Systems. *Journal of Hydroinformatics*, 2011, vol. 13, no. 3, pp. 167–180.
- [13] Patankar S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Taylor and Francis, 1981, 196 p.
- [14] Belova O., Skibin A., Volkov V. Control-volume Method for Extralarge Network Hydraulic Analysis. *Journal of Hydroinformatics*, 2014, no. 70, pp. 123–131.

- [15] Giustolisi O., Berardi L., Laucelli D. Generalizing WDN Simulation Models to Variable Tank Levels. *Journal of Hydroinformatics*, 2012, no. 14, pp. 562–573.
- [16] Wood D.J. Waterhammer Analysis — Essential and Easy (and Efficient). *Journal of Environmental Engineering*, 2005, vol. 131, no. 8, pp. 1123–1131.

Статья поступила в редакцию 21.11.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Волков В.Ю., Голибродо Л.А., Зорина И.Г., Кудрявцев О.В., Крутиков А.А., Скибин А.П. Применение метода контрольного объема для моделирования нестационарных процессов в трубопроводных системах. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 4 (12), с. 34–46.

**Волков Василий Юрьевич** окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, инженер-конструктор 1-й категории АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС». Автор более 25 публикаций. e-mail: vasya-volkov@yandex.ru

**Голибродо Лука Антонович** окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Инженер-конструктор 1-й категории АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС». Автор более 20 публикаций. e-mail: luka.golibrodo@mail.com

**Зорина Ирина Григорьевна** окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Баумана. Автор более 20 публикаций. e-mail: zorina.ig@gmail.ru

**Кудрявцев Олег Вячеславович** окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Инженер-конструктор 1-й категории АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС». Автор более 20 публикаций. e-mail: ovkudr@yandex.ru

**Крутиков Алексей Александрович** окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, инженер-конструктор 1-й категории АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС». Автор более 35 публикаций. e-mail: krutikov\_aa@mail.ru

**Скибин Александр Петрович** окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, начальник группы АО ОКБ «ГИДРОПРЕСС». Автор более 80 публикаций. e-mail: askibin@yandex.ru

## **Applying the control–volume method to extended period simulations in pipe network hydraulics**

© V.Yu. Volkov<sup>1</sup>, L.A. Golibrodo<sup>1</sup>, I.G. Zorina<sup>2</sup>, O.V. Kudryavtsev<sup>1</sup>,  
A.A. Krutikov<sup>1</sup>, A.P. Skibin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>JSC ОКБ GIROPRESS, Podolsk, 142103, Russia

<sup>2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*For modeling piping systems we made a transition from the mass balance equations, based on 1m and 2m Kirchhoff laws, to the mathematical description of a hydraulic network using the continuity equation discretization. For this purpose we applied a control-volume method. This paper introduces an extension of the developed control-volume method for extended period simulations in hydraulic networks. This extension is devel-*

oped for slow time-varying conditions in the hydraulic networks and is not intended to calculate rapidly occurring local phenomena such as waterhammer. The control-volume method was successfully applied to test tasks.

**Keywords:** control-volume method, global gradient algorithm, extended period simulations, transient.

## REFERENCES

- [1] Sebisi T., Bredshou P. *Konvektivnyy teploobmen. Fizicheskie osnovy i vychislitelnye metody* [Convective heat transfer. Physical fundamentals and computational methods], Moscow, Mir Publ., 1987, 592 p.
- [2] Fomin A.A., Fomina L.N. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 4 (8), pp. 92–102.
- [3] Merenkov A.P., Hasilev S.Yu. *Teoriya gidravlicheskih tsepey* [Theory of hydraulic networks]. Moscow, Nauka Publ., 1985, 279 p.
- [4] Cross H. *Analysis of flow in networks of conduits or conductors*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, 1936, 38 p.
- [5] Todini E., Pilati S. A gradient method for the analysis of pipe networks. *International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution*, Leicester Polytechnic, UK, 1987, 20 p.
- [6] Zheng Y.W., Rong H.W., Walski T.M., Yang S.Y., Bowdler D., Baggett C.C. Efficient pressure dependent demand model for large water distribution system analysis. *8<sup>th</sup> Annual Intern. Symp. on Water Distribution System Analysis*, USA, Cincinnati, Ohio, 2006, pp. 1–15.
- [7] Creaco E., Franchini M. Comparison on Newton-Raphson global and loop algorithms for water distribution network resolution. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, pp. 313–320.
- [8] Todini E. On the convergence properties of the different pipe network algorithms. *8<sup>th</sup> Annual Water Distribution Systems Analysis Symposium*. USA, Cincinnati, Ohio, 2006, pp. 1–16.
- [9] Todini E., Rossman L.A. Unified Framework for Deriving Simultaneous Equation Algorithms for Water Distribution Networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013, vol. 139, no. 5, pp. 511–526.
- [10] Rossman L.A. *EPANET 2, User's Manual*. Water Supply and Water Resources Division National Risk Management Research Laboratory Cincinnati, OH 45268, 2000, 200 p.
- [11] Giustolisi O., Laucelli D., Berardi L., Savic D.A. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2012, vol. 134, no. 4, pp. 313–326.
- [12] Todini E. *Journal of Hydroinformatics*, 2011, vol. 13, no. 3, pp. 167–180.
- [13] Patankar S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Taylor and Francis, 1981, 196 p.
- [14] Belova O., Skibin A., Volkov V. *Journal of Hydroinformatics*, 2014, no. 70, pp. 123–131.
- [15] Giustolisi O., Berardi L., Laucelli D. *Journal of Hydroinformatics*, 2012, no. 14, pp. 562–573.
- [16] Wood D.J. *Journal of Environmental Engineering*, 2005, vol. 131, no. 8, pp. 1123–1131.

**Volkov V.Yu.** graduated from Bauman Moscow State Technical University, Cand. Sc. (Eng.), first rank design-engineer of JSC OKB GIDROPRESS. Author of over 25 scientific publications. e-mail: vasya-volkov@yandex.ru

**Golibrodo L.A.** graduated from Bauman Moscow State Technical University, first rank design-engineer of JSC OKB GIDROPRESS. Author of over 20 scientific publications. e-mail: luka.golibrodo@mail.com

**Zorina I.G.** graduated from Bauman Moscow State Technical University, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Higher Mathematics Department, BMSTU. Author of over 20 scientific publications. e-mail: zorina.ig@gmail.ru

**Kudryavtsev O.V.** graduated from Bauman Moscow State Technical University, first rank design-engineer of JSC OKB GIDROPRESS. Author of over 20 scientific publications. e-mail: ovkudr@yandex.ru

**Krutikov A.A.** graduated from Bauman Moscow State Technical University, Cand. Sc. (Eng.), first rank design-engineer of JSC OKB GIDROPRESS. Author of over 35 scientific publications. e-mail: krutikov\_aa@mail.ru

**Skibin A.P.** graduated from Bauman Moscow State Technical University, Cand. Sc. (Eng.), JSC OKB GIDROPRESS head of the group. Author of over 90 scientific publications. e-mail: askibin@yandex.ru