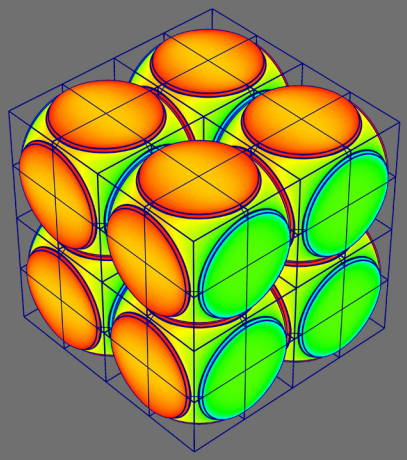
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Родников А. В. Моделирование динамики космической станции в окрестности астероида. Математическое моделирование и численные методы, 2016, №2 (10), с. 55-68

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/74/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 09:39:29

УДК 531.36:521.1

Моделирование динамики космической станции в окрестности астероида

© А.В. Родников

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предлагается классификация задач динамики космической станции, совершающей полет в окрестности малой планеты, чье движение вокруг центра масс является регулярной прецессией. Классификация проводится по трем признакам: модели потенциала астероида, способа удерживания станции около малой планеты и решаемой динамической задачи. Приводится обзор результатов автора, полученных к настоящему времени при анализе сформулированных в рамках этой классификации задач. В частности, в случае, когда потенциал астероида моделируется композицией потенциалов двух точечных (действительных или комплексно сопряженных) масс, находящихся на действительном или мнимом расстоянии, строятся множества стационарных орбит свободной станции, а также положений равновесия станции на леере, т.е. тросе, концы которого закреплены в полюсах астероида. Проводится анализ устойчивости некоторых из найденных орбит и положений равновесия. Приводятся некоторые случаи интегрируемости уравнений движения космической станции вдоль леера.

Ключевые слова: *астероид, космическая тросовая система, задача трех тел, точки либрации.*

Введение. Развитие технических средств изучения космического пространства приводит к открытию все большего числа малых тел Солнечной системы. Размеры этих объектов варьируются от нескольких сантиметров до нескольких сот километров. Их движение ограничено только физическими законами. Они полностью изменили представление прошлых веков об идеальном пустом космическом пространстве с фиксированным числом больших планет с аналитически предсказуемым поведением и влиянием друг на друга и на искусственные тела. Каждая из малых планет (или астероидов) представляет интерес как минимум с трех точек зрения. Во-первых, такой объект может оказаться опасным для Земли и ее обитателей. Во-вторых, такое тело может являться источником какого-либо минерального сырья. И в-третьих, малая планета может оказаться удобной промежуточной базой на пути в дальний космос.

Во всех этих случаях космическая станция, которая продолжительное время находится вблизи исследуемого астероида, представляется удобным (основным или дополнительным) средством наблюдения, освоения и исследования. Заметим, что посадка на поверхность астероида представляет весьма сложную техническую проблему хотя бы потому, что движение малой планеты вокруг центра масс, вообще

говоря, не обязано являться перманентным вращением, а формы астероидов весьма причудливы, поэтому необходима детальная оценка центробежных и гравитационных эффектов. Из этого следует, что космическая станция, не покидающая некоторую окрестность астероида, представляется более удобной в эксплуатации, чем «поселение» на поверхности малой планеты.

Отметим, что анализ динамики такой станции существенно зависит от целей выполняемой космической миссии. В частности, гравитационная сила, действующая на станцию со стороны малой планеты, оказывается на несколько порядков больше гравитационной силы, действующей со стороны Солнца даже на поверхности астероида (исключение — Веста, но это тело сравнимо по размерам, например, с Луной). Следовательно, если миссия предусматривает перелет между большими планетами, влияние малого тела незначительно. (Конечно, может стоять задача попасть в астероид, но такая миссия явно не является исследовательской, существуют и другие оригинальные способы борьбы с астероидной опасностью, см., например, [1–3] и др.).

Если же миссия предусматривает исследование самого астероида, ситуация меняется. Объяснить этот кажущийся парадокс можно следующим образом. Свяжем с центром масс малой планеты систему отсчета, двигающуюся поступательно. В этой системе отсчета влияние Солнца на космическую станцию складывается из двух компонент. Это, во-первых, гравитационная сила, во-вторых, — переносная сила инерции. Абсолютная величина суммы этих сил на достаточно малом расстоянии от поверхности малой планеты оказывается на несколько порядков меньше гравитационной силы, действующей со стороны астероида. Таким образом, при исследовании динамики полета космической станции вблизи поверхности малой планеты влияние Солнца можно считать незначительным. В результате оказывается, что в качестве модели системы астероид-станция можно рассмотреть механическую систему, состоящую из твердого тела, которое вращается вокруг центра масс, и материальной точки, движущейся в гравитационном поле этого твердого тела, но не оказывающей влияния на его движение (иными словами, материальной точки «нулевой массы»).

Очевидно, что по причинам, изложенным выше, движение твердого тела, моделирующего астероид, вокруг центра масс описывается в рамках случая Эйлера. В частности, если астероид является близким к динамически симметричному, это движение является регулярной прецессией. Итак, исходная задача сведена к описанию движения материальной точки в поле тяжести твердого тела, совершающего регулярную прецессию.

Несмотря на краткость формулировки, такая проблема является комплексом по существу бесконечного количества локальных задач,

каждой из которых может быть поставлен в соответствие трехмерный вектор. Первой компонентой этого вектора является модель гравитационного потенциала астероида. Вторая компонента отвечает за способ удержания станции около поверхности малой планеты. (Понятно, что возможные стационарные орбиты могут принципиально отличаться от традиционных стационарных орбит больших планет, вращающихся вокруг постоянно ориентированных осей, и могут потребоваться нестандартные способы удержания, например, станцию можно просто «привязать» к астероиду тросом.) Третья компонента определяет динамическую задачу, решаемую при фиксированных значениях первых двух. В частности, могут изучаться установившиеся движения станции и их устойчивость, интегрируемость уравнений движения и т. п.

Для определенности будем обозначать описанный трехмерный вектор как (k, l, m). При этом будем считать, что $k = 0,$ если гравитация твердого тела пренебрежимо мала (например, движение материальной точки происходит в окрестности протяженного искусственного космического объекта, который тоже можно рассматривать как малую планету, только не естественную, а рукотворную). Пусть также $k = 1,$ если гравитационный потенциал твердого тела, моделирующего астероид, близок к композиции потенциалов двух материальных точек, лежащих на оси динамической симметрии. Такая аппроксимация является естественной, если малая планета имеет гантелевидную, веретенообразную или просто вытянутую форму. Поставим в соответствие случаю $k = 2$ ситуацию, когда астероид, оставаясь близким к динамически симметричному, имеет форму тела, сжатого вдоль оси динамической симметрии. Очевидно, гравитационным потенциалам, отличным от указанных, при необходимости могут быть присвоены номера $k \geq 3$.

Положим $l = 0$ в случае, когда космическая станция и астероид никак не связаны. Отметим, что в рассматриваемой ситуации тросовая связь, аналогичная традиционному «космическому лифту», нереализуема из-за сложности вращательного движения астероида. Однако возможен компромиссный вариант, когда трос связывает станцию с полюсом астероида. (Полюсом в данном случае называют точку пересечения поверхности малой планеты с ее осью динамической симметрии). Положим $l = 1,$ если станция соединена одним тросом с одним полюсом, $l = 2,$ если удерживание станции осуществляется двумя тросами, закрепленными в обоих полюсах, и $l = 3,$ если станция может перемещаться вдоль леера, закрепленного на полюсах астероида (леером называется трос с закрепленными концами). Отметим, что сочетание $k = 1$ и $l = 0$ отвечает Обобщенной ограниченной

круговой задаче трех тел, предложенной В.В. Белецким в работе [4] и изучавшейся в [4–7] и изучавшейся в трудах [4–7]. Заметим также, что «естественно-искусственная» космическая система, возникающая при $l \geq 1$ может быть рассмотрена как альтернатива или дополнение к большим рукотворным космическим конструкциям (см. [8, 9] и др.). Очевидно, развертывание такой системы требует разработки специальных алгоритмов.

Пусть $m = 0$ для задачи поиска стационарных движений космической станции, отвечающих относительным равновесиям моделирующей ее материальной точки в системе отсчета, которая связана с осями прецессии и динамической симметрии. Задаче исследования устойчивости таких положений относительного равновесия присвоим номер $m = 1$. Будем считать $m = 2$, если анализируется интегрируемость или ищутся и описываются интегрируемые случаи уравнений движения космической станции. Очевидно, что в случае необходимости другие динамические задачи могут получить номера $m \geq 3$.

В настоящее время достаточно полно или фрагментарно изучены следующие задачи: (0,3,0), (0,3,1), (1,3,0), (1,2,1), (1,3,2), (2,0,0), (2,0,1), (2,3,2).

Отметим, что предлагаемая классификация может быть расширена по крайней мере двумя путями. Во-первых, можно изучать движение системы, состоящей из материальной точки, моделирующей космический аппарат, и твердого тела, которое моделирует астероид (или протяженную космическую станцию) во внешнем силовом поле. Существуют предложения по использованию такой системы при $l = 3$ для захвата небольших неуправляемых околоземных космических объектов [10], хотя существуют и другие предложения по расчистке околоземного пространства от космического мусора (см., например, [11] и др.). Во-вторых, космическая станция в окрестности астероида может быть снабжена дополнительным движителем (ракетным двигателем, как в работах [1–3], или солнечной батареей большой площади [12], по существу являющейся солнечным парусом и т. п.).

Обозначения, переменные и уравнения движения. Рассмотрим твердое тело, моделирующее астероид, с центром масс C и осью динамической симметрии Cz, которое совершает регулярную прецессию вокруг оси Cz_1 с угловой скоростью ω (см. рис. 1). Для определенности будем считать, что угол нутации ϑ не тупой. Кроме того, пусть $Cx_1y_1z_1$ — система координат, двигающаяся поступательно, $Cxyz$ и Cxy_2z_1 — вращающиеся с угловой скоростью ω вокруг Cz_1 правые декартовы системы координат, такие, что Cx не покидает плоскость Cx_1y_1.

Обозначим через F_1 и F_2 полюсы астероида (т. е. точки пересечения поверхности астероида с осью динамической симметрии). Будем описывать движение точки S с координатами x, y, z в $Cxyz$ безразмерными переменными ξ, η, ζ или ρ, φ, ζ, определяемыми формулами:

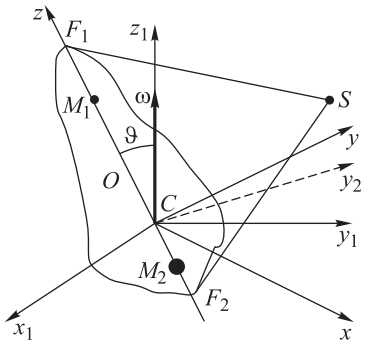


Рис. 1. Системы координат

$$x = a\xi = a\rho\cos\varphi, \quad y = a\eta = a\rho, \quad z = a\zeta, \quad (1)$$

где $2a = |F_1S| + |F_2S|$ в начальный момент времени. Заметим, что при $l = 3$, т. е. в случае, когда станция S может передвигаться вдоль леера, ее движение ограничено эллипсоидом

$$F = (\zeta - ed)^2 + \frac{\rho^2}{1-e^2} - 1 = 0, \quad (2)$$

где $e = c/a$; $c = |F_1O| = |F_2O|$; $d = z_O/c$; z_O — координата точки O на оси Cz. Если же $l = 1$ или $l = 2$ (т. е. если станция связана с полюсами одним или двумя тросами), то ее движение ограничено одной или двумя сферами

$$Q_i = \left(\frac{z - c_i}{a_i}\right)^2 + \frac{x^2 + y^2}{a_i^2} - 1 = 0, \quad (3)$$

где c_i — координата F_i вдоль Cz; a_i — длина соответствующего троса, $i = 1, 2$.

Обозначим через Π гравитационный потенциал астероида. Очевидно, $\Pi = 0$, если $k = 0$, если же $k = 1$, то Π может быть аппроксимирован формулой

$$\Pi = -Gm_0\left(\frac{m_1}{SM_1} + \frac{m_2}{SM_2}\right), \quad (4)$$

где G — Гауссова гравитационная постоянная; m_0 — масса станции; m_1 и m_2 — массы материальных точек M_1 и M_2 на рис. 1. В случае $k = 3$ в соответствии с принципами, используемыми в работах [13–15] для аппроксимации потенциала Земли, Π также можно определить формулой (4). Однако координаты M_1 и M_2, как и массы m_1 и m_2, должны быть выбраны комплексно-сопряженными. Заметим, что во всех рассматриваемых случаях Π не зависит от φ. С учетом этого уравнения движения станции имеют вид

$$\rho\ddot{\varphi}+2\dot{\rho}\left(\dot{\varphi}+\cos\vartheta\right)-2\dot{\zeta}\sin\varphi\sin\vartheta+\cos\varphi\sin\vartheta\left(\rho\sin\varphi\sin\vartheta+\zeta\cos\vartheta\right)=0, \quad (5)$$

$$\ddot{\zeta}-2\frac{d\left(\rho\cos\varphi\right)}{d\tau}\sin\varphi-\left(\zeta\sin\vartheta-\rho\cos\vartheta\sin\varphi\right)\sin\vartheta+\frac{\partial\tilde{\Pi}}{\partial\zeta}=\Lambda_\zeta, \quad (6)$$

$$\begin{gathered}\ddot{\rho}-\rho\dot{\varphi}\left(\dot{\varphi}+2\cos\varphi\right)+2\dot{\zeta}\sin\vartheta\cos\varphi+\zeta\sin\varphi\sin\vartheta\cos\vartheta- \\ -\rho\left(1-\sin^2\varphi\sin^2\vartheta\right)+\frac{\partial\tilde{\Pi}}{\partial\rho}=\Lambda_\rho,\end{gathered} \quad (7)$$

где $\tilde{\Pi}$ — гравитационный потенциал в безразмерной форме; точкой обозначена производная по безразмерному времени $\tau=\omega t$; правые части Λ_ζ и Λ_ρ определяются способом удержания станции около астероида. Так, при $l=0,$ очевидно, $\Lambda_\rho=\Lambda_\zeta=0,$ а при $l=3$

$$\Lambda_\zeta=\lambda\frac{\partial F}{\partial\zeta}=2\lambda\left(\zeta-de\right),\ \ \Lambda_\rho=\lambda\frac{\partial F}{\partial\rho}=\frac{2\rho\lambda}{1-e^2}, \quad (8)$$

где множитель Лагранжа λ принимает отрицательные значения при ненулевом натяжении троса, для движений внутри эллипсоида (2) $\lambda=0,$ положительные значения λ физически нереализуемы.

Отметим, что в силу (5) равновесия станции в *Cxyz* при любых рассматриваемых значениях *k* и *l* возможны только в двух плоскостях. Относительные равновесия в плоскости, проходящей через центр масс *C* перпендикулярно оси прецессии, будем называть треугольными (в случае $l=0$ будем называть их также треугольными точками либрации [4]). Равновесия в плоскости, образуемой осями прецессии и динамической симметрии, будем называть компланарными (при $l=0$ также и компланарными точками либрации [7]).

Равновесия материальной точки на леере, закрепленном на протяженной космической станции (задачи (0,3,0) и (0,3,1)). Если леер закреплен на концах протяженной космической станции, можно считать, что $\Pi=0.$ В соответствии с предлагаемой классификацией в этом случае $l=3,$ и согласно анализу (5)–(7) возможны две ситуации. В первой существуют два устойчивых треугольных и четыре компланарных положения равновесия точки *S* на леере, причем два компланарных положения равновесия устойчивы, а оставшиеся два — неустойчивы. Во второй ситуации существуют только четыре компланарных положения равновесия, и лишь одно из них устойчиво. Подробнее эта тема рассмотрена в работе [16].

Равновесия космической станции на леере, закрепленном в полюсах вытянутого астероида (задача (1,3,0) с элементами задачи (1,2,1)). Если динамически симметричный астероид имеет вытянутую форму, то его гравитационный потенциал может быть аппроксимирован равенством (4), причем M_1 и M_2 будут иметь действительные координаты, и массы m_1 и m_2 будут действительными. В этом случае динамику астероида полностью определяют безразмерными параметрами ϑ, d, $\mu = \dfrac{m_1}{(m_1+m_2)}$, $n = \dfrac{q}{c}$, $\alpha = \dfrac{G(m_1+m_2)}{\omega^2 q^3}$, где $q = M_1M_2$.

Множества возможных положений равновесия станции S на леере можно построить, фиксируя значения этих параметров и варьируя длину леера (т. е. изменяя значения параметра e от 0 до 1). При этом треугольные равновесия будут образовывать некоторые кривые в плоскости Cxy_2, а компланарные — в плоскости Cy_2z_1. Подробности можно найти в работах [16, 17]. В качестве иллюстрации приведем множества треугольных равновесий для случая $\mu < 1/2$ и $d < 0$ (рис. 2) и множества компланарных равновесий в одном случае из 12 возможных при $\mu = 1/2$ и $d = 0$ случае (см. рис. 3). На рис. 2, 3 через L_i обозначены точки, для которых $\lambda = 0$ — треугольные или компланарные точки либрации. На рис. 2 через S_m обозначено единственное треугольное равновесие, существующее для некоторого $\vartheta_{\min}$, через γ — множество треугольных равновесий для $\vartheta_{\min} < \vartheta < \pi/2$ и через ω — множество треугольных равновесий при $\vartheta = \pi/2$.

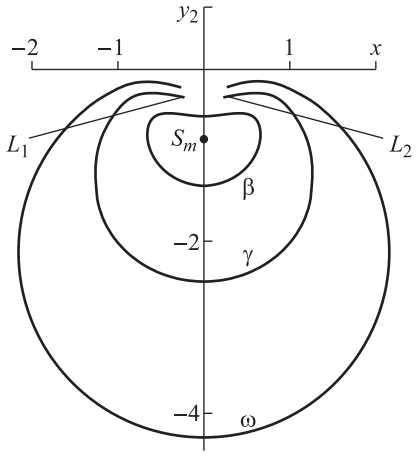


Рис. 2. Множества треугольных равновесий на леере

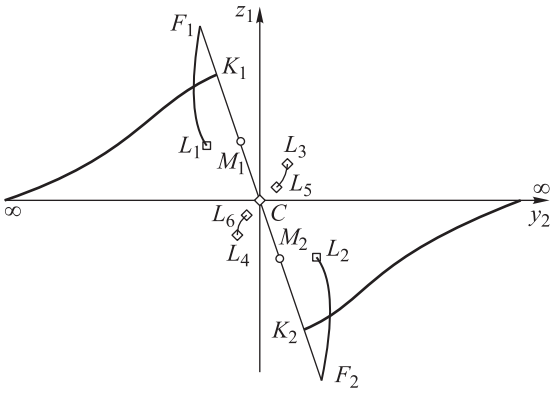


Рис. 3. Множество компланарных равновесий на леере

Используя теорему А.П. Иванова [18], можно доказать, что если зафиксировать станцию на леере (это фактически означает переход от $l = 3$ к $l = 2$), то все треугольные равновесия и компланарные равновесия, находящиеся внутри острых углов, образованных осями Cz и Cy_2 окажутся устойчивыми, в то время как остальные компланарные равновесия останутся неустойчивыми.

Заметим также, что если $l = 2$ и сила натяжения обоих тросов не равна нулю, то рассматриваемая механическая система имеет одну степень свободы. Это гарантирует интегрируемость уравнений движения и возможность аналитического решения задачи (k,2,2). Фазовый портрет этой системы качественно не отличается от фазового портрета математического маятника. Однако из этого портрета должны быть исключены области, в которых множители Лагранжа принимают положительные значения. Форма таких областей существенно зависит от гравитационного потенциала астероида, т. е. от k.

Некоторые интегрируемые случаи задач (1,3,2) и (2,3,2). Анализируя систему уравнений движения (5)–(7), нетрудно установить существование двух случаев интегрируемости этих уравнений при $l = 3$. В первом случае, когда $\vartheta = 0$, переменная φ оказывается циклической и может быть исключена стандартной процедурой. С учетом (2) интеграл Якоби редуцированных уравнений движения станции вдоль леера при ненулевой силе реакции можно записать в виде

$$\frac{1}{2}\left(1 - e^2 \cos^2 \gamma\right)\dot{\gamma}^2 + \tilde{\Pi} + \frac{c^2}{2\left(1 - e^2\right)\sin^2 \gamma} = h = \text{const}, \qquad (9)$$

где c — константа циклического интеграла, а переменная γ определяется равенствами:

$$\rho = \sqrt{1-e^2}\,\sin\gamma,\ \ \zeta = de + \cos\gamma,\ \ 0 < \gamma < \pi. \qquad (10)$$

Если Π определяется формулой (4), $\mu = 1/2$ и $d = 0$, то существуют шесть качественно различных типов фазовых портретов уравнения (9). Один из фазовых портретов изображен на рис. 4, остальные можно найти в работе [16]. На рис. 4 неустойчивая особая точка отвечает движениям станции вдоль экватора эллипсоида, определяемого формулой (2), устойчивые особые точки отвечают движениям вдоль некоторых параллелей этого эллипсоида. Остальные движения представляют собой композицию вращений вокруг оси динамической симметрии с колебаниями между некоторыми его параллелями. Области, ограниченные жирными кривыми, соответствуют положительным значениям λ в случае вытянутого астероида. Очевидно, что движение в этих областях с натянутым леером невозможно.

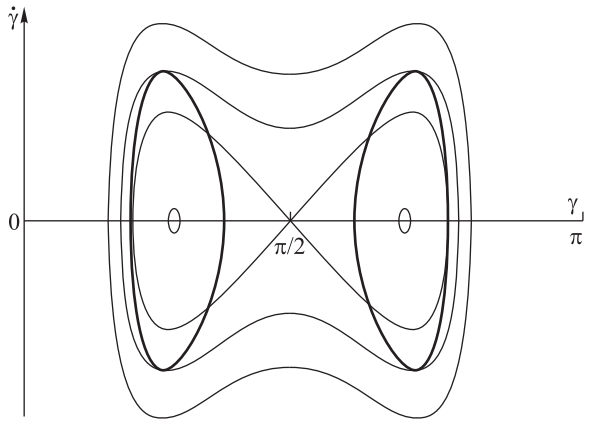


Рис. 4. Пример фазового портрета при $\vartheta = 0$

Во втором случае $\vartheta = \pi/2$, станция не покидает плоскость Cxy_2. Если при этом сила реакции леера не равна нулю, станция движется вдоль некоторого эллипса и ее движения подчинены интегралу Якоби:

$$\frac{1}{2}\left(1-e^2\cos^2\gamma\right)\dot{\gamma}^2 + \tilde{\Pi} - de\cos\gamma - \frac{1}{2}e^2\cos^2\gamma = h = \text{const}, \qquad (11)$$

где γ также определена равенствами (10), но без ограничений величины. Фазовый портрет системы с интегралом (11) оказывается достаточно сложным (см. рис. 5). На этом рисунке, как и на предыдущем, толстые линии ограничивают области, где трос ослабевает, и движение станции по поверхности эллипсоида становится невозможным.

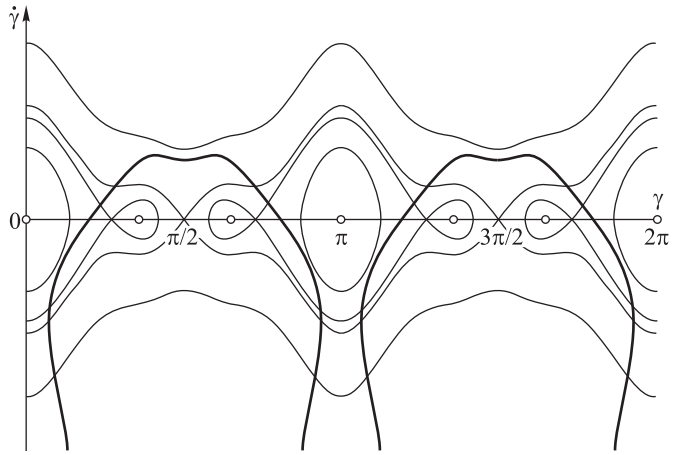


Рис. 5. Пример фазового портрета при $\vartheta = \dfrac{\pi}{2}$

Существование и устойчивость точек либрации сжатого астероида (задачи (2,0,0) и (2,0,1)). В случае, когда динамически симметричный астероид имеет форму тела, сжатого вдоль оси динамической симметрии, его гравитационный потенциал, как уже было сказано выше, может быть аппроксимирован суммой потенциалов двух комплексно-сопряженных масс, «лежащих» на оси динамической симметрии и имеющих комплексно-сопряженные координаты. Безразмерная форма такого потенциала имеет вид

$$\tilde\Pi = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{1+\mathbf{i}\nu}{a+\mathbf{i}b}+\frac{1-\mathbf{i}\nu}{\mathbf{i}b}\right), \qquad (12)$$

где ν — отношение абсолютных величин мнимой и действительной части массы любого из притягивающих центров; $a \pm \mathbf{i}b$ — безразмерные расстояния от станции до притягивающих центров; **i** — мнимая единица. Справедливы равенства

$$2ab = \xi_1 \sin\vartheta + \zeta_1 \cos\vartheta + \frac{\nu_1}{2},\ \ a^2 - b^2 = \xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + 2ab\nu_1 - \frac{1}{4}, \qquad (13)$$

где ν_1 — отношение действительной и мнимой части массы материальной точки M_1, а ξ_1, η_1, ζ_1 — безразмерные координаты станции в Cxy_2z_1. В работе [19] показано, что если $\nu_1 = 0$, то из условий равновесия, получаемых подстановкой нуля вместо всех производных по времени в (5)–(7), следует, что существуют от четырех до восьми компланарных точек либрации.

В более общем, чем рассмотренный в работе [20], случае $\nu_1 \neq 0$ координаты треугольных точек либрации определяются равенствами

$$\zeta_1 = 0, \;\; \xi_1 = \frac{1}{\sin\vartheta}\left(\frac{\alpha^{2/3}\sin 2\delta\cos^{2/3}3\mu_1}{\cos^{2/3}3\delta} - \frac{\mathrm{tg}3\mu_1}{2}\right),$$

$$\eta_1^2 = \frac{\alpha^{2/3}\cos(2\delta-2\mu_1)\cos^{2/3}3\mu_1}{\cos^{2/3}3\delta} - \frac{\alpha^{4/3}\sin^2(2\delta-2\mu_1)\cos^{4/3}3\mu_1}{\cos^{4/3}3\delta\sin^2\vartheta} +$$

$$+\frac{\alpha^{2/3}\sin(2\delta-2\mu_1)\,\mathrm{tg}3\mu_1\cos^{2/3}3\mu_1\,\mathrm{ctg}^2\vartheta}{\cos^{2/3}3\delta} - \frac{\nu_1^2\mathrm{ctg}^2\vartheta}{4} + \frac{1}{4}, \qquad (14)$$

где $\nu = \mathrm{tg}\,3\delta$, $\nu_1 = \mathrm{tg}\,3\mu_1$. Из (14) следует, что таких точек не более двух, причем условием их существования является неотрицательность правой части последнего из равенств (14). Можно показать, что найденные треугольные точки либрации всегда неустойчивы.

Заключение. Из вышесказанного может быть сделан вывод о том, что динамика космической станции, так или иначе удерживаемой в окрестности динамически симметричной малой планеты, может быть описана в рамках одних и тех же уравнений движения, причем справедлив ряд общих свойств, связанных с существованием и устойчивостью стационарных движений (положений относительного равновесия) этой станции. Тем не менее, выбор той или иной модели гравитационного потенциала астероида и способа удержания станции в его окрестности (с помощью одного или двух тросов, леера или помещения в точку либрации) приводит к новым динамическим ситуациям. Некоторая их часть уже исследована, но общее их количество едва ли можно считать ограниченным.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ивашкин В.В., Стихно К.А. О проблеме коррекции орбиты сближающегося с Землей астероида (99942) Apophis. *Доклады Академии наук*, 2008, т. 419, № 5.

[2] Ивашкин В.В., Стихно К.А. О применении гравитационного воздействия на астероид Apophis для коррекции его орбиты. *Доклады Академии наук*, 2009, т. 424, № 5, с. 621–626.

[3] Ивашкин В.В., Стихно К.А. О предотвращении возможного столкновения астероида Apophis с Землей. *Астрономический Вестник*, 2009, т. 43, № 6, с. 502–516.

[4] Белецкий В.В. Обобщенная ограниченная круговая задача трех тел как модель динамики двойных астероидов. *Космические исследования*, 2007, т. 45, № 5, с. 435–442.

[5] Белецкий В.В., Родников А.В. Об устойчивости треугольных точек либрации в обобщенной ограниченной круговой задаче трех тел. *Космические исследования*, 2008, т. 46, № 1, с. 42–50.

[6] Beletsky V.V., Rodnikov A.V. On evolution of libration points similar to Eulerian in the model problem of the binary-asteroids dynamics. *Journal of Vibroengineering*, 2008, vol. 10, no. 4, p. 550–556.

[7] Белецкий В.В., Родников А.В. Компланарные точки либрации в обобщенной ограниченной круговой задаче трех тел. *Нелинейная динамика*, 2011, т. 7, № 3, с. 569–576.

[8] Зимин В.Н., Крылов А.В., Мешковский В.Е., Сдобников А.Н., Файзуллин Ф.Р., Чурилин С.А. Особенности расчета раскрытия крупногабаритных трансформируемых конструкций различных конфигураций. *Наука и образование: электронное научное издание*, 2014, № 10, с. 179–191.

[9] Зимин В.Н., Крылов А.В., Чурилин С.А. Моделирование динамики раскрытия крупногабаритных трансформируемых космических конструкций. *Сб. докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики*, 2015, с. 1499–1501.

[10] Rodnikov A.V. The Algorithms for Capture of the Space Garbage Using “Leier Constraint”. *Regular and Chaotic Dynamics*, 2006, vol. 11, iss. 4, pp. 483–489.

[11] Базей А.А., Базей Н.В., Боровин Г.К., Золотов В.Е., Кашуба В.И., Кашуба С.Г., Куприянов В.В., Молотов И.Е. Эволюция орбиты пассивного фрагмента с большой площадью поверхности на высокой околоземной орбите. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 1 (5), с. 83–93.

[12] Бушуев А.Ю., Фарафонов Б.А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 101–114.

[13] Aksenov Ye.P., Grebenikov Ye.A., Demin V.G. General solution of the problem of the motion of an artificial satellite in the normal field of the earth’s attraction. *Planetary and Space Science*, 1962, vol. 9, iss. 8, p. 491–498.

[14] Дёмин В.Г. *Движение искусственного спутника в нецентральном поле тяготения*. Москва, Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010, 420 с.

[15] Vinti J.P. Theory of an accurate intermediary orbit for satellite astronomy. *Journal of research of the National Bureau of Standards, Section B: Mathematics and Mathematical Physics*, 1961, vol. 65B, no. 3, p.169–201.

[16] Родников А.В. О движении материальной точки вдоль леера, закрепленного на прецессирующем твердом теле. *Нелинейная динамика*, 2011, т. 7, № 2, с. 295–311.

[17] Родников А.В. О компланарных равновесиях космической станции на тросе, закрепленном на прецессирующем астероиде. *Нелинейная динамика*, 2012, т. 8, № 2, с. 309–322.

[18] Иванов А.П. *Динамика систем с механическими соударениями*. Москва, Международная программа образования, 1997, 336 с.

[19] Родников А.В. Компланарные точки либрации обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел в случае комплексно-сопряженных масс притягивающих центров. *Нелинейная динамика*, 2013, т. 9, № 4, с. 697–710.

[20] Родников А.В. Треугольные точки либрации обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел в случае комплексно-сопряженных масс притягивающих центров. *Нелинейная динамика*. 2014, т. 10, № 2, с. 213–222.

Статья поступила в редакцию 18.05.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Родников А.В. Моделирование динамики космической станции в окрестности астероида. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 2(10), с. 55–68.

Родников Александр Владимирович окончил механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, д-р. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 90 научных публикаций, член European Mechanics Society (Euromech) и International Physics and Control Society (IPACS). Сфера научных интересов: прикладная небесная механика (космические тросовые системы, задача трех тел).
e-mail: springer@inbox.ru

Modeling of a space station dynamics in vicinity of an asteroid

© A.V. Rodnikov

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Russia

We suggest classification for dynamical problems of a space station motion near a precessing small planet. This classification is based on three signs. These signs are the model of the asteroid gravitational potential, the method of holding the space station near the small planet, the type of dynamical problem. Within the offered classification we review the results received earlier. In particular, we construct sets of the space station equilibria or stationary orbits if the asteroid gravitational potential is composed by potentials of two real or conjugate complex point masses on real or imaginary distance and if the station coast along the leier or it moves freely. (In our case the leier is a tether with ends fixed in the asteroid poles). Moreover, we establish some facts of stability for the found orbits and equilibria and note some integrable cases of the motion equations along the leier.

Keywords: *asteroid, space tether system, three-body problem, libration points.*

REFERENCES

[1] Ivashkin V.V., Stikhno K.A. *Doklady Akademii nauk — Reports of the Academy of Sciences*, 2008, vol. 419, no. 5, pp. 624–627.

[2] Ivashkin V.V., Stikhno K.A. *Doklady Akademii Nauk — Reports of the Academy of Sciences,* 2009, vol. 424, no. 5, pp. 621–626.

[3] Ivashkin V.V., Stikhno K.A. *Astronomicheskiy vestnik — Solar System Research,* 2009, vol. 43, no. 6, pp. 502–516.

[4] Beletsky V.V. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2007, vol. 45, no. 5, pp. 435–442.

[5] Beletsky V.V., Rodnikov A.V. *Kosmicheskie issledovaniya — Cosmic Research*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 42–50.

[6] Beletsky V.V., Rodnikov A.V. *Journal of Vibroengineering*, 2008, vol. 10, no. 4, p. 550–556.

[7] Beletsky V.V., Rodnikov A.V. *Nelineinaya dinamika — Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2011, vol. 7, no.3, pp. 569–576.

[8] Zimin V.N., Krylov A.V., Meshkovskiy V.E., Sdobnikov A.N., Faizullin F.R., Churilin S.A. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchnoe izdanie — Science and Education*, 2014, no. 10, pp. 179–191.

[9] Zimin V.N., Krylov A.V., Churilin S.A. Modelirovanie dinamiki raskrytiya krupnogabaritnykh transformiruemykh kosmicheskikh konstruktsiy [Modeling of dynamics of the disclosure of large transformable space structures]. *Sbornik dokladov XI Vserossiyskogo syezda po fundamentalnym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki* [Coll. reports of XI All-Russian Congress on Fundamental Issues of Theoretical and Applied Mechanics]. 2015, pp. 1499–1501.

[10] Rodnikov A.V. *Regular and Chaotic Dynamics*, 2006, vol. 11, iss. 4, pp. 483–489.

[11] Bazey A.A., Bazey N.V., Borovin G.K., Zolotov V.E., Kashuba V.I., Kashuba S.G., Kupriyanov V.V., Molotov I.E. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no.1 (5), pp. 83–93.

[12] Bushuev A.Yu., Farafonov B.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 2, pp. 101–114.

[13] Aksenov Ye.P., Grebenikov Ye.A., Demin V.G. *Planetary and Space Science*, 1962, vol. 9, iss. 8, pp. 491–498.

[14] Demin V.G. *Dvizhenie iskusstvennogo sputnika v netsentralnom pole tyagoteniya* [The movement of an artificial satellite in a noncentral gravitational field]. Moscow, Izhevsk, NITs “Reguliarnaya i khaoticheskaya dinamika”, Institut kompyuternykh issledovaniy Publ., 2010, 420 p.

[15] Vinti J.P. *Journal of research of the National Bureau of Standards, Section B: Mathematics and Mathematical Physics*, 1961, vol. 65B, no. 3, pp. 169–201.

[16] Rodnikov A.V. *Nelineynaya dinamika — Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2011, vol. 7, no. 2, pp. 295–311.

[17] Rodnikov A.V. *Nelineynaya dinamika — Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 8, no. 2, pp. 309–322.

[18] Ivanov A.P. *Dinamika sistem s mekhanicheskimi soudareniyami* [Dynamics of systems with mechanical collisions]. Moscow, Mezhdunarodnaya programma obrazovaniya Publ., 1997, 336 p.

[19] Rodnikov A.V. *Nelineynaya dinamika — Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2013, vol. 9, no. 4, pp. 697–710.

[20] Rodnikov A.V. *Nelineynaya dinamika — Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2014, vol. 10, no. 2, pp. 213–222.

Rodnikov A.V. graduated from Lomonosov Moscow State University, the Faculty of Mechanics and Mathematics, Dr. Sci. (Phys. & Math.), Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at the Bauman Moscow State Technical University. Author of 90 scientific papers, member of European Mechanics Society (Euromech) and International Physics and Control Society (IPACS). Science research interests include applied celestial mechanics (space tether systems, three-body problem). e-mail: springer@inbox.ru