



# Математическое моделирование и численные методы

Жилейкин М. М., Сарач Е. Б. Проверка адекватности математической модели движения многоосной колесной машины с податливой на кручение несущей системой методами экспериментальных исследований. Математическое моделирование и численные методы, 2015, №4 (8), с. 66-74

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/63/>

## **Проверка адекватности математической модели движения многоосной колесной машины с податливой на кручение несущей системой методами экспериментальных исследований**

© М.М. Жилейкин, Е.Б. Сарач

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*В рамках решения задачи активного управления упругими и демпфирующими элементами подвесок многоосных колесных машин (МКМ) остро стоит задача исследования свойств семейств подвесок, спроектированных как для различных ходов, так и для различных нагрузок. Методами экспериментальных исследований проведена проверка адекватности математической модели движения МКМ с учетом податливости несущей системы на кручение. Проведенное сравнение расчетных и экспериментальных данных показывает хорошую сходимость результатов.*

**Ключевые слова:** многоосные колесные машины, дорожные испытания, адекватность математической модели.

**Введение.** В рамках решения задачи активного управления упругими и демпфирующими элементами подвесок многоосных колесных машин (МКМ) остро стоит задача исследования свойств семейств подвесок, спроектированных как для различных ходов, так и для различных нагрузок [1]. При этом их кинематические схемы также могут быть весьма разнообразны. Сбор требуемого объема информации для семейств автомобилей, различных по конструкции и эксплуатационным характеристикам, представляется неосуществимым. Сроки и объемы натурных испытаний для сбора статистических данных в такой постановке задачи крайне велики. В свою очередь, увеличение сроков испытаний приводит к моральному старению создаваемой системы. Для вновь проектируемых транспортных средств, еще на этапе предпроектных исследований, желательно иметь наиболее полную информацию не только о статических, но и о динамических характеристиках разрабатываемой системы. Провести полные аналитические исследования по определению соответствующих характеристик не представляется возможным. Эта задача с успехом может быть решена только с помощью моделирования, в частности, средствами компьютерных имитационных математических моделей (ИММ) [2, 3].

Имитационное математическое моделирование движения транспортного средства в различных режимах по различным трассам, а также преодоления типовых препятствий является основным методом исследования в теории поддресоривания современных машин [4, 5].

Для выявления особенностей функционирования и определения требований как к информационному полю, так и к структуре и типу исполни-

тельных элементов системы активного поддрессоривания [6, 7] была поставлена задача синтеза математической модели, позволяющей:

- выявить особенности работы управляемых систем поддрессоривания;
- сформировать требования к информационному полю для проектируемой системы автоматического управления (САУ) системой поддрессоривания колес МКМ [8];
- сформировать требования к системам активного поддрессоривания с энергетической точки зрения [9].

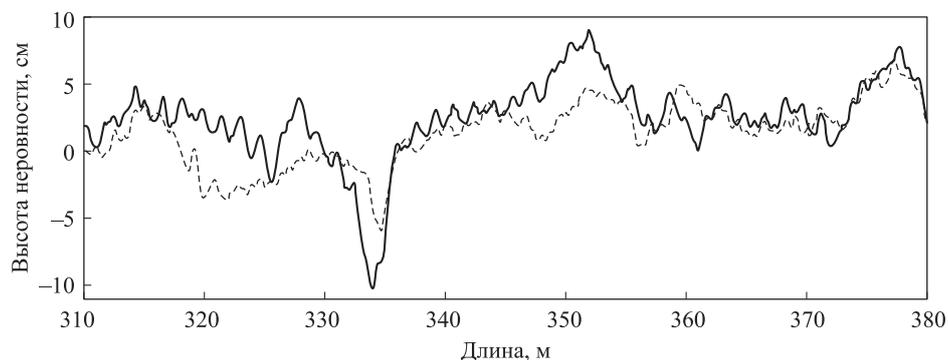
Для проверки адекватности разработанной математической модели прямолинейного движения многоосной колесной машины необходимо провести сравнение расчетных характеристик колебательных процессов [10], протекающих в динамической системе МКМ, с экспериментальными данными, полученными в ходе замеров тех же процессов на реальной машине в реальных условиях движения.

**Описание условий экспериментальных исследований.** В работе [11] представлена математическая модель движения многоосной колесной машины с учетом податливой на кручение несущей системы. Для проведения верификации математической модели в качестве экспериментальных данных воспользуемся результатами испытаний шасси МА3-547В (рис. 1) [12]. Испытания проводились на полигоне



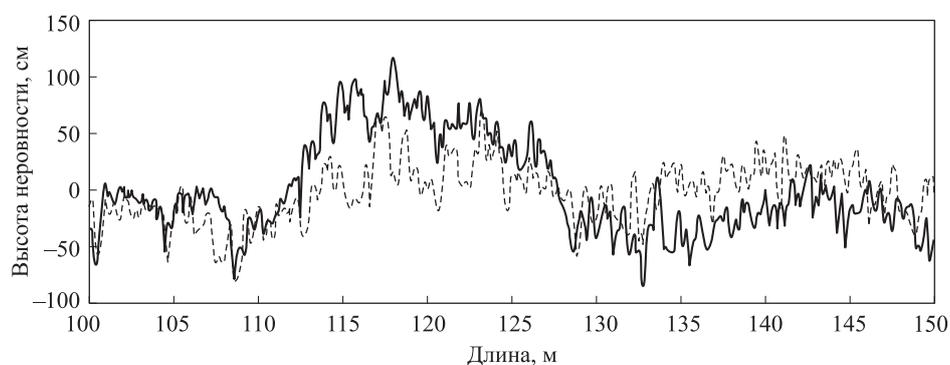
**Рис. 1.** Шасси МА3-547В на испытательной трассе

НИИИ-21 (г. Бронницы) на двух трассах: с асфальтобетонным покрытием и с булыжным. Оцифрованные реализации профиля дороги с асфальтобетонным покрытием приведены на рис. 2, с булыжным — на рис. 3. Проводились заезды в режиме прямолинейного движения со скоростью 14 м/с на дороге с асфальтобетонным покрытием и со скоростью 8 м/с — на булыжной. Регистрировался процесс вертикальных ускорений в районе центра масс корпуса машины, датчик ускорений был закреплен на жестком основании металлоконструкции крепления балласта. Комплекс виброизмерительной аппаратуры предоставлен НИИЦИАМТ (г. Дмитров), он включает (рис. 4):



**Рис. 2.** Реализация профиля по двум колеем дороги с асфальтобетонным покрытием:

----- — левая колея; — — правая колея



**Рис. 3.** Реализация профиля по двум колеем булыжной дороги:

----- — левая колея; — — правая колея



**Рис. 4.** Виброизмерительный комплекс

- многоканальный магнитограф XR-50H фирмы TEAC (Япония);
- усилитель сигналов KWS-673 фирмы НВМ (ФРГ);
- фильтр низких частот LFE-6C фирмы KYOWA (Япония);
- осциллограф С1-112 (СССР);
- акселерометры В12-200 фирмы НВМ (ФРГ).

Обработку реализаций процессов осуществляли с помощью анализаторов сигналов 2131 и 2034 (рис. 5) фирмы «Брюль и Кьер» (Дания).



Рис. 5. Анализаторы сигналов 2131 и 2034 фирмы «Брюль и Кьер»

Минимальные длины реализаций, необходимые для получения статистических оценок с заданной степенью точности, были выбраны таким образом, чтобы нормированная среднеквадратическая ошибка  $\varepsilon$  дисперсии процесса не превышала 7 %, что считается достаточным для анализа результатов экспериментальных исследований [13]:

$$T = (B_{\varepsilon} \varepsilon^2)^{-1},$$

где  $T$  — длина реализации;  $B_{\varepsilon}$  — частота оцифровки сигнала, Гц.

Для получения оценки функции спектральной плотности исследуемого процесса с той же заданной ошибкой  $\varepsilon$  минимальное число независимых усреднений  $n_d$  определяется по формуле [14]

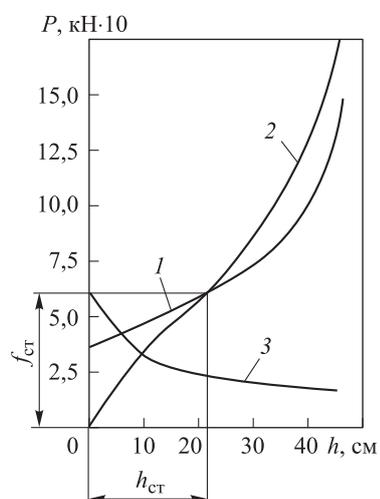
$$n_d = (\varepsilon^2)^{-1}.$$

Для сравнения результатов измерений и расчетов было проведено моделирование прямолинейного равномерного движения шасси с колесной формулой 12×12 по динамометрической и булыжной дороге.

#### Техническая характеристика МА3-547В [15]

Число осей .....	6
Высота положения центра масс относительно дороги, м .....	2,3
Поддресоренная масса, кг .....	72 000
Момент инерции корпуса $J_x$ , кг · м <sup>2</sup> .....	52 320
Момент инерции корпуса $J_y$ , кг · м <sup>2</sup> .....	1 431 104
Расстояние между осями, м .....	2,3 + 2,3 + 2,8 + 1,75 + 1,75
База, м .....	10,9
Колея, м .....	2,526
Жесткость шины, Н/м .....	1 700 000
Коэффициент демпфирования шины, Н · с/м .....	850
Коэффициент демпфирования подвески (сжатие/отбой), Н · с/м .....	150 000/50 000
Неподдресоренная масса, приведенная к колесу, кг .....	1000
Максимальный ход колеса в вертикальной плоскости, м .....	0,45
Радиус колеса, м .....	0,8
Передаточное отношение рычагов подвески «колесо — рессора» .....	1,4

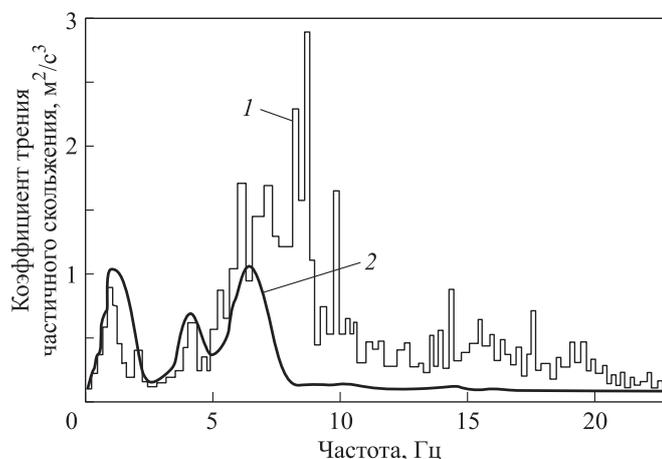
Упругая характеристика подвески приведена на рис. 6.



**Рис. 6.** Упругая характеристика подвески:

1 — без противодействия; 2 — с противодействием; 3 — полости противодействия

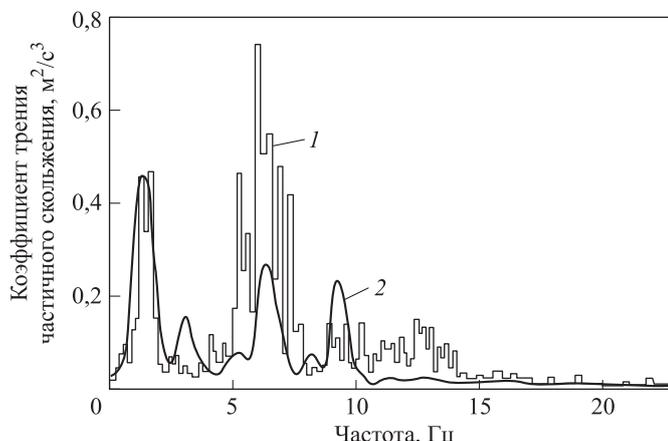
**Результаты экспериментальных исследований.** На рис. 7, 8 представлены спектральные плотности вертикальных ускорений центра масс шасси, полученные экспериментально и в результате моделирования для асфальтобетонной и булыжной дорог.



**Рис. 7.** Спектральные плотности вертикальных виброускорений центра масс шасси, полученные для асфальтобетонной дороги (скорость 14 м/с) экспериментально (1) и по результатам моделирования (2)

Спектральные плотности виброускорений, полученные экспериментально, свидетельствуют о наличии в случайном процессе ускорений ряда узкополосных составляющих. Среди них можно выделить составляющие, соответствующие первому и второму резонансам, т. е. колебаниям массы на подвеске и колебаниям неподрессоренных масс на шинах. Кроме того, прослеживаются и другие составляющие, со-

ответствующие упругим колебаниям рамы (7...8 Гц) и колебаниям различных агрегатов шасси.



**Рис. 8.** Спектральные плотности вертикальных виброускорений центра масс шасси, полученные для булыжной дороги (скорость 8 м/с) экспериментально (1) и по результатам моделирования (2)

Анализ экспериментальных графиков показывает, что энергия процесса сосредоточена в основном в частотной области 4...10 Гц и составляет примерно 70 % от суммарной энергии. Соответственно в области 0...4 Гц сосредоточено примерно 30 % от суммарной энергии. Данная особенность характерна для многоосных колесных машин, имеющих длинную податливую раму.

**Заключение.** Полученные экспериментальные результаты при сравнении с расчетными для аналогичных условий движения (тип дороги и скорость) показывают, что в области частот до 6 Гц расхождение не превышает 15 %. В области частот > 6 Гц расчетные данные не совпадают с экспериментальными, что объясняется тем, что определить жесткостные и демпфирующие характеристики несущей системы без проведения специальных экспериментов весьма затруднительно.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках договора №9905/17/07-к-12 между ОАО «КамАЗ» и Московским государственным техническим университетом имени Н.Э. Баумана.*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Белоусов Б.Н., Попов С.Д. *Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. Конструкция. Теория. Расчет.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, 728 с.
- [2] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

- [3] Andrzejewski R., Awrejcewicz J. *Nonlinear dynamics of a wheeled vehicles*. New York, Springer Science + Business Media Inc., 2006, 325 p.
- [4] Jackson A., Crolla D., Woodhouse A., Parsons M. Improving Performance of a 6×6 Off-Road Vehicle Through Individual Wheel Control. *SAE Technical Paper*, 2002, no. 2002-01-0968. doi: 10.4271/2002-01-0968
- [5] Рязанцев В.И. *Активное управление сходимением колес автомобиля*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007, 212 с.
- [6] Vantsevich V.V. All-wheel driveline mechatronic systems: principles of wheel power management. *SAE Paper*, 2006, no. 2006-01-580; Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, 2006.
- [7] Vantsevich V.V., Gray J.P. Fuel Economy and Mobility of Multi-Wheel Drive Vehicles: Modeling and Optimization Technology. *NDIAS Ground Vehicle Systems Engineering and Technology Symposium (GVSETS)*, Troy, Michigan, USA, 2009.
- [8] Yokoyama M., Hedrick J.K., Toyama S. A Model Following Sliding Mode Controller for Semi-Active Suspension Systems with MR Dampers. *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington (VA), 2001, pp. 53–58.
- [9] Gordaninejad F., Breese D.G. Heating of Magnetorheological Fluid Dampers. *J. of Intelligent Materials, Systems and Structures*, accepted in press, 2000, no. 4, pp. 45–56.
- [10] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 4. Основы механики твердого тела*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 624 с.
- [11] Жилейкин М.М., Сарач Е.Б. Математическая модель движения многоосной колесной машины с податливой на кручение несущей системой. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 3 (7), с. 17–40.
- [12] Соколов А.В. *Повышение плавности хода многоосного автомобиля с управляемой подвеской*. Дис. ... канд. техн. наук. Москва, 1992, 248 с.
- [13] Бендат Дж., Пирсол А. *Прикладной анализ случайных данных*. Пер. с англ. Москва, Мир, 1989, 540 с.
- [14] Шалыгин А.С., Палагин Ю.И. *Прикладные методы статистического моделирования*. Ленинград, Машиностроение, 1986, 320 с.
- [15] Шипилов В.В., Поскачей А.П., Шелест А.А. и др.; Полонский В.А., ред. *Тенденции развития специальных колесных шасси и тягачей военного назначения. Информ.-техн. сб.* 21-й Научно-исследовательский испытательный институт Минобороны РФ, 2007, 417 с.

Статья поступила в редакцию 22.09.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Жилейкин М.М., Сарач Е.Б. Проверка адекватности математической модели движения многоосной колесной машины с податливой на кручение несущей системой методами экспериментальных исследований. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4 (8), с. 66–74.

**Жилейкин Михаил Михайлович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: jileykin\_m@mail.ru

**Сарач Евгений Борисович** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Гусеничные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: sarach@yandex.ru

## The verification of the mathematical model of the multi-wheeled vehicles movement with pliable on torsion by bearing system

© M.M. Zhileykin, E.B. Sarach

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*Within solving the problems of active control of elastic and damping elements of multi-wheeled vehicles (MWV) suspension, there arises an issue of utmost importance: that of studying the properties of suspension families, designed both for different strokes and different loads. We employed methods of experimental investigation and we conducted the verification of the mathematical model of the multi-wheeled vehicles movement with pliable on torsion by bearing system. We carried out calculation and experimental data analysis which indicates good results.*

**Keywords:** multi-wheeled vehicles, road test, mathematical model verification.

### REFERENCES

- [1] Belousov B.N., Popov S.D. *Kolesnye transportnye sredstva osobo bolshoy gruzopodemnosti. Konstruktsiya. Teoriya. Raschet* [Wheeled vehicles of particularly high load carrying capacity. Design. Theory. Calculation]. Moscow, BMSTU Publ., 2006, 728 p.
- [2] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.
- [3] Andrzejewski R., Awrejcewicz J. *Nonlinear dynamics of wheeled vehicles*. New York, Springer Science + Business Media Inc., 2006, 325 p.
- [4] Jackson A., Crolla D., Woodhouse A., Parsons M. Improving Performance of a 6x6 Off-Road Vehicle Through Individual Wheel Control. *SAE Technical Paper*, 2002, no. 2002-01-0968. doi: 10.4271/2002-01-0968
- [5] Ryazantsev V. I. *Aktivnoe upravlenie skhozheniem kolesa avtomobilya* [Active management of the toe-in of the car]. Moscow, BMSTU Publ., 2007, 212 p.
- [6] Vantsevich V.V. *SAE Paper*, 2006, no. 2006-01-580; Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, 2006.
- [7] Vantsevich V.V., Gray J.P. Fuel Economy and Mobility of Multi-Wheel Drive Vehicles: Modeling and Optimization Technology. *NDIAS Ground Vehicle Systems Engineering and Technology Symposium (GVSETS)*. Troy, Michigan, USA, 2009.
- [8] Yokoyama M., Hedrick J.K., Toyama S. A Model Following Sliding Mode Controller for Semi-Active Suspension Systems with MR Dampers. *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington (VA), 2001, pp. 53–58.
- [9] Gordaninejad F., Breese D.G. *Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures*, accepted in press, 2000, no. 4, pp. 45–56.
- [10] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoi sredy. Tom 4. Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum mechanics. Vol. 4. Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p.
- [11] Zhileykin M.M., Sarach E.B. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 3 (7), pp. 17–40.

- [12] Sokolov A.C. *Povyshenie plavnosti khoda mnogoosnogo avtomobilya s upravliaemoi podveskoi*. Diss. ... kand. tekhn. nauk [Improving the smoothness of a multi-axle vehicle with a controllable suspension. Cand. eng. sci. diss.]. Moscow, 1992, 248 p.
- [13] Bendat J., Persol A. *Applied analysis of random data*. [in Russ.: Prikladnoi analiz sluchainykh dannykh Moscow, Mir Publ., 1989, 540 p].
- [14] Shalygin A.S., Palagin Y.I. *Prikladnye metody statisticheskogo modelirovaniya* [Applied methods of statistical modeling]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1986, 320 p.
- [15] Shipilov V.V., Poskachei A.P., Shelest A.A., et al. *Tendentsii razvitiya spetsialnykh kolesnykh shassi i tyagachei voennogo naznacheniya; Informatsionno-tekhnicheskii sbornik* [Trends in the development of special wheeled chassis and trucks for military use. Information and technical collected papers]. Polonsky V.A., ed. 21 Nauchno-issledovatel'skiy ispytatel'nyy institut Minoborony RF, 2007, 417 p.

**Zhileykin M.M.**, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Wheeled Vehicles Department at Bauman Moscow State Technical University. e-mail: jileykin\_m@mail.ru

**Sarach E.B.**, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Caterpillar Vehicles Department at Bauman Moscow State Technical University. e-mail: sarach@yandex.ru

---