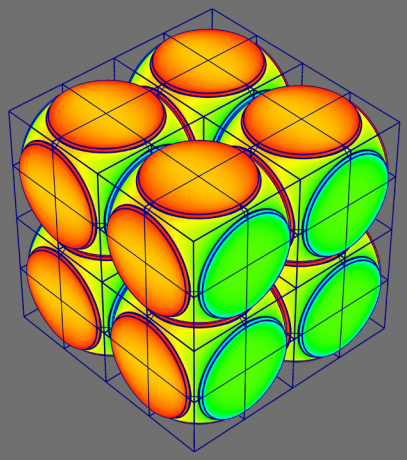
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Дубровин В. М., Бутина Т. А., Полякова Н. С. Моделирование процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой с учетом волны излучения. Математическое моделирование и численные методы, 2015, №4 (8), с. 38-52

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/61/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.61
08.11.2026 15:31:19

УДК 22.251

Моделирование процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой с учетом волны излучения

© В.М. Дубровин, Т.А. Бутина, Н.С. Полякова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен метод расчета давления на поверхности упругой цилиндрической оболочки в период погружения и обтекания ее ударной волной. Для слабых ударных волн проведена сравнительная оценка точного решения с имеющимися приближенными решениями. Оценивалось влияние волны излучения вследствие деформации оболочки на величину давления на ее поверхности.

Ключевые слова: *падающая ударная волна, отраженная ударная волна, излученная ударная волна, избыточное давление, цилиндрическая оболочка, интегральное преобразование.*

Введение. Моделированию волновых процессов взаимодействия ударных волн с конструкциями посвящены многие исследования [1−15], в том числе при воздействии волн, вызванных электромагнитными источниками [11], а также для конструкций из неклассических, гибких материалов [4−6], обладающих высокими демпфирующими свойствами.

В процессе взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой на поверхности оболочки образуется давление различной интенсивности, которое следует определить для различных точек поверхности, а также оценить изменение давления во времени.

Математическая модель процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой. При решении задачи предполагают, что все сечения оболочки находятся в одинаковых условиях, и процесс взаимодействия для них протекает одинаково. Это позволяет свести задачу к плоской, т. е. рассматривать задачу обтекания кольца. Кроме того, оболочку считают жесткой, т. е. влияние деформации оболочки на распределение давления на поверхности оболочки не учитывают.

В общем случае при нормальном падении ударной волны на жесткую преграду давление на ее внешней поверхности за счет отражения повышается. Значение этого давления может быть найдено по формуле [1−3]

$$\Delta P_{\text{отр}} = K_{\text{отр}} \Delta P_{\text{ф}},$$

где $K_{\text{отр}} = 2 + \dfrac{6}{1 + a_k / \Delta P_{\text{ф}}}$; $\Delta P_{\text{ф}}$ — избыточное давление во фронте ударной волны; $a_k = 7{,}2$ Па.

Последнее соотношение показывает, что для слабых ударных волн типа акустических $\left(\Delta P_{\text{ф}} \approx 0\right)$ $K_{\text{отр}} = 2$, для сильных ударных волн $\left(\Delta P_{\text{ф}} \to \infty\right)$ $K_{\text{отр}} \to 8$. График зависимости от избыточного давления во фронте ударной волны представлен на рис. 1.

Процесс взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой условно можно разделить на два характерных периода: 1) период погружения — от момента встречи оболочки с ударной волной до момента полного погружения в ударную волну; 2) период обтекания — от момента полного погружения оболочки в ударную волну до конца фазы движения.

Определение нагрузок на цилиндрическую оболочку при ее взаимодействии с ударной волной сводится к определению давления в каждой точке ее поверхности для различных моментов времени. Определение нагрузок на цилиндрическую оболочку в период погружения является задачей в достаточной мере сложной. Ее решение в соответствии с имеющимися теоретическими исследованиями [4−7] может быть проведено следующим образом. Рассматривается волна заданной формы импульса, падающая на оболочку перпендикулярно ее образующей. Схема взаимодействия волны с оболочкой в плоской постановке представлена на рис. 2. Результирующее давление P

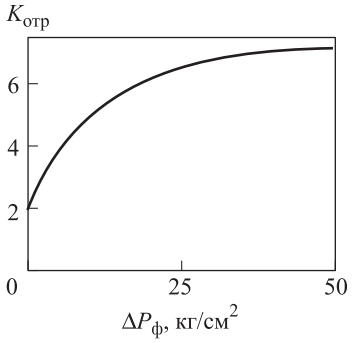


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения ударной волны от избыточного давления во фронте волны

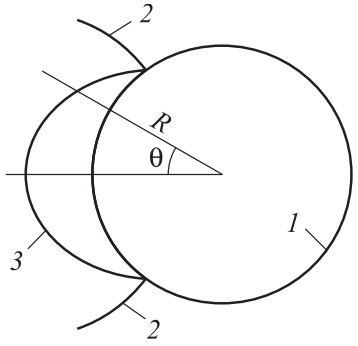


Рис. 2. Схема взаимодействия ударной волны с оболочкой:

1— поперечное сечение оболочки; *2* — падающая волна; *3* — отраженная волна

в каждой точке цилиндрической поверхности складывается из давления в падающей волне P_1 и давления в отраженной волне P_2. Для определения этих давлений справедливы соотношения

$$P_1 = -\frac{D_\phi \rho}{R}\frac{\partial \varphi}{\partial \tau}\bigg|_{r=1}; \quad P_2 = -\frac{D_\phi \rho}{R}\frac{\partial \psi}{\partial \tau}\bigg|_{r=1}, \tag{1}$$

где D_ϕ — скорость распространения фронта ударной волны; $\rho(\tau)$ — плотность среды в ударной волне; R — радиус оболочки; $\varphi(r,\theta,\tau)$, $\psi(r,\theta,\tau)$ — потенциалы скоростей в падающей и отраженной волнах; θ — угловая координата; $\tau = \dfrac{D_\phi t}{R}$ — безразмерный параметр времени; r — безразмерный радиус в долях R.

В общем случае потенциал $\varphi(r,\theta,\tau)$ есть функция, определяемая видом падающей волны и контуром обтекаемого тела, т. е. является известной функцией. Потенциал $\psi(r,\theta,\tau)$ должен удовлетворять волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2}, \tag{2}$$

граничным условиям

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial \psi}{\partial r}\bigg|_{r=1} = 0, \tag{3}$$

условиям излучения на бесконечности и нулевым начальным условиям $\psi = \dfrac{\partial \psi}{\partial \tau} = 0\bigg|_{\tau=0}$.

Для определения потенциала отраженной волны $\psi(r,\theta,\tau)$ воспользуемся его представлением на многомерной римановой поверхности с углом θ, непрерывно меняющимся в пределах $-\infty < \theta < \infty$. Выполнив преобразования Фурье по θ вида

$$F(\upsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\theta) e^{-2\pi i \nu \theta} d\theta$$

и преобразования Лапласа по τ вида

$$F(s) = \int_{0}^{\infty} f(\tau) e^{-s\tau} d\tau,$$

получим уравнения (2) и граничные условия (3) следующего вида:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi^*}{\partial r} - \left(s + \frac{\nu}{r^2}\right)\psi^* = 0; \tag{4}$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi^*}{\partial r}\bigg|_{r=1} = 0, \tag{5}$$

где $s = \sigma + i\omega$ — комплексная переменная; ν — вещественный параметр; $\Phi^*(r,\theta,s)$, $\psi^*(r,\theta,s)$ — изображение по Лапласу потенциалов $\varphi(r,\theta,\tau)$, $\psi(r,\theta,\tau)$.

Знак «*» означает, что для этих функций выполнено преобразование Фурье.

Решение уравнения (4) с граничными условиями (5) и условиями изучения на бесконечности можно представить в виде

$$\psi^* = -\frac{1}{s}\frac{K_\nu}{K'_\nu}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r}\bigg|_{r=1},$$

где $K_\nu(s)$ — функция Макдональда; $K_\nu(s) = \frac{\pi}{2}\frac{J_{-\nu}(s) - J_\nu(s)}{\sin \nu\pi}$; J_ν — функция Бесселя мнимого аргумента; $J_{-\nu}$ — функция Бесселя, полученная из J_ν заменой ν на $-\nu$.

Соответствующее изображение для давления отражения на цилиндрической поверхности

$$P_2^* = \frac{\rho D_\phi}{R}\frac{K_\nu(s)}{K'_\nu(s)}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r}\bigg|_{r=1}.$$

Ввиду крайней сложности обращения последнего выражения, дающего в пределах линейной теории точное распределение давления на жесткой цилиндрической оболочке, можно воспользоваться асимптотическим представлением функции Макдональда при $s \to \infty$, т. е. рассматривать начальный период взаимодействия. Тогда можно записать

$$\frac{K_\nu(s)}{K'_\nu(s)} = -1 + \frac{1}{2}s^{-1} + \left(\frac{\nu^2}{2} - \frac{3}{8}\right)s^{-2} - \left(\nu^2 - \frac{3}{8}\right)s^{-3} + 0\left(s^{-4}\right), \tag{6}$$

где $0\left(S^{-4}\right)$ — остаточный член разложения.

В рассматриваемом случае изображение для давления отражения примет вид

$$P_2^* = \frac{\rho D_\phi}{R}\left[-\frac{\partial \Phi^*}{\partial r} + \frac{1}{2s}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r} - \frac{3}{8s^2}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r} + \frac{3}{8s^3}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r} + \frac{\nu^2}{2s^2}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r} - \frac{\nu}{s^3}\frac{\partial \Phi^*}{\partial r}\right]_{r=1}.$$

Обратное преобразование Фурье от первых четырех слагаемых в последнем выражении может быть выполнено непосредственно, а для обращения последних двух членов необходимо иметь выражение для падающей волны. Если рассматривать ударную волну, в которой давление изменяется по закону

$$\Delta p(t) = \Delta P_{\text{ф}} \left(1 - \frac{t}{\tau_+}\right)^n,$$

где τ_+ — период фазы сжатия в ударной волне; $n = 1,9\sqrt{\Delta P_{\text{ф}}}$ — показатель степени бинома, зависящий от избыточного давления (для малых τ), потенциал скоростей можно записать в виде

$$\varphi = \frac{\Delta P_{\text{ф}} R}{\rho D_{\text{ф}} \alpha} e^{-\alpha(r\cos\theta - 1 + \tau)} H(r\cos\theta - 1 + \tau),$$

где $\alpha = \dfrac{t}{\tau_{\text{эф}}}$ — постоянная, определяющая скорость падения давления за фронтом ударной волны; $\tau_{\text{эф}} = \dfrac{2}{n+1}\tau_+$ — эффективное время, определяемое из условия равенства импульсов, действительной и приведенной эпюр давления; H — функция Хевисайда.

В рассматриваемом случае преобразования Лапласа и Фурье дают

$$\Phi^* = \frac{\Delta P_{\text{ф}}}{\rho D_{\text{ф}}} \frac{e^{-s}}{s+\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{sr\cos\theta - i\nu\theta} d\theta = \frac{2\pi \Delta P_{\text{ф}} R}{\rho D_{\text{ф}} \alpha} \frac{e^{-s}}{s+\alpha} J_\nu(s, r).$$

Обратное преобразование Фурье, с учетом последнего выражения, позволяет получить следующую формулу для определения давления отражения на цилиндрической поверхности:

$$P_2 = \frac{\rho D_{\text{ф}}}{R}\left[-\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{2s}\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{3}{8s^2}\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{3}{8s^3}\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right]_{r=1} +$$

$$+ \frac{\Delta P_{\text{ф}}}{2\alpha}\frac{e^{-s}}{s+\alpha}\int_{-\infty}^{\infty} \nu^2 J'_\nu(s) e^{i\nu\theta} d\nu + \frac{\Delta P_{\text{ф}}}{\alpha}\frac{e^{-s}}{s^2(s+\alpha)}\int_{-\infty}^{\infty} \nu^2 J'_\nu(s) e^{i\nu\theta} d\nu.$$

Интегралы в последнем выражении могут быть вычислены по методу перевала с использованием асимптотического разложения функций Бесселя при $s \to \infty$ в виде [8, 9]

$$J'_\nu(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt[4]{\nu^2 + s^2}}{s} e^{\sqrt{\nu^2+s^2} - \nu \operatorname{arcsh} \frac{\nu}{s}}.$$

В рассматриваемом случае седловая точка $\nu_0 = is\sin\theta$. В связи с тем что функция, стоящая под знаком интеграла, имеет точки ветвления $\nu = \pm is$, результат, получаемый по методу перевала, применим для углов $\theta < \frac{\pi}{2}$. После преобразования выражение для давления отражения на поверхности оболочки может быть записано в виде

$$P_2 = \frac{\rho D_\Phi}{R} \times$$
$$\times \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{2s}\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{3}{8s^2}\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{3}{8s^3}\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{3}{2s^2}\Phi \sin^2\theta\cos\theta - \frac{1}{s^3}\Phi\sin^2\theta\cos\theta \right]_{r=1}.$$

Пользуясь теоремой о свертке, оригинал этого выражения можно представить в виде

$$P_2 = -\frac{\rho D_\phi}{R}\left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{2}\int_0^\tau \frac{\partial \varphi}{\partial r} d\tau_1 + \frac{3}{2}\int_0^\tau \frac{\partial \varphi}{\partial r}(\tau - \tau_1) d\tau_1 - \right.$$
$$\left. - \frac{3}{16}\int_0^\tau \frac{\partial \varphi}{\partial r}(\tau - \tau_1)^2 d\tau_1 + \frac{1}{2}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\sin^2\theta\cos\theta - \varphi\sin^2\theta\cos\theta \right]_{r=1}. \quad (7)$$

Применение асимптотической формы для больших интервалов времени, соизмеримых с периодом обтекания ударной волной оболочки, не представляется возможным, так как задание отношения функций Макдональда в виде (6) не дает предельного перехода при $s \to 0$. Полученная формула (7) дает точную картину распределения давления на жестком цилиндре при $\tau \to 0$. Кроме того, она позволяет оценить точность приближенных решений для давления при $\tau \to 0$. В качестве такого приближенного решения можно рассматривать уравнение

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = -\frac{\partial \psi}{\partial \tau} - g_n \frac{\psi}{r}, \quad (8)$$

где g_n — параметр, учитывающий влияние течения за фронтом ударной волны.

Изображение для потенциала ψ в этом случае с учетом граничных и начальных условий имеет вид $\psi = \frac{1}{s + g_n}\left.\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right|_{r=1}$.

На основании исходного уравнения (8) и теоремы о свертке функций можно записать

$$P_2 = -\frac{\rho D_\phi}{R}\left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} - g_n \int_0^\tau \frac{\partial \varphi}{\partial r} e^{-g_n(\tau-\tau_1)} d\tau_1\right]_{r=1}. \qquad (9)$$

В этом случае при $\tau \to 0$ решение совпадает с асимптотическим, так как ψ удовлетворяет соответствующему предельному переходу при $s \to 0$ в поле изображений.

Результаты численных расчетов по разработанной модели. На рис. 3 приведены графики зависимости давления во фронтальной точке $(\theta = 0)$ оболочки от параметра τ, полученные по асимптотической формуле (7) и приближенной формуле (9). Здесь же для сравнения приведена кривая, соответствующая известному решению Блейха [10]. Как видно из представленных графиков для $\tau < 2{,}0$, оба решения практически совпадают, после чего начинается их расхождение. Для $\tau > 2{,}0$ можно пользоваться только формулой (7).

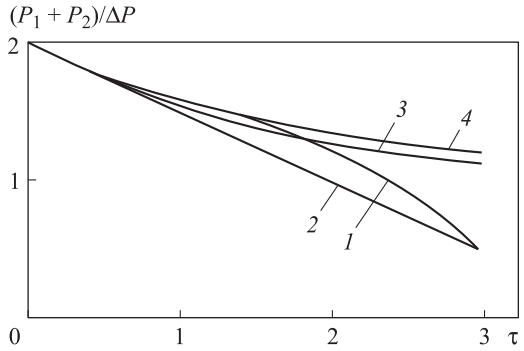


Рис. 3. Зависимость давления во фронтальной точке оболочки от безразмерного момента времени:

1 — точное решение; *2* — решение при сохранении двух членов разложения; *3* — приближенное решение; *4* — приближенное решение Блейха

Аналогично могут быть получены значения давления в любой точке цилиндрической поверхности. На рис. 4 приведены значения давления для различных участков цилиндрической оболочки.

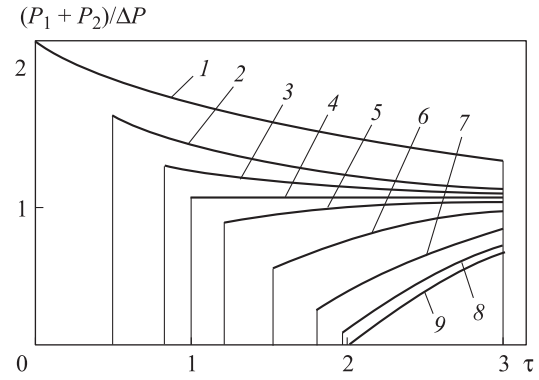


Рис. 4. Зависимость давления в различных точках оболочки от безразмерного параметра времени:

1 — $\theta = 0°$; *2* — $\theta = 60°$; *3* — $\theta = 80°$; *4* — $\theta = 90°$; *5* — $\theta = 100°$; *6* — $\theta = 120°$; *7* — $\theta = 140°$; *8* — $\theta = 160°$; *9* — $\theta = 180°$

Полученные результаты справедливы для слабых ударных волн, когда $\frac{\Delta P_{\text{ф}}}{P_0} \le 0,3,$ где P_0 — давление в невозмущенной среде перед фронтом ударной волны. При $\frac{\Delta P_{\text{ф}}}{P_0} > 0,3$ полученное давление следует умножать на коэффициент $K_{\text{отр}}$.

На основании полученных результатов может быть представлена следующая картина изменения давления на поверхности оболочки. При достижении фронтом ударной волны любой точки передней поверхности оболочки $\left(\theta \le \frac{\pi}{2}\right)$ давление в ней мгновенно возрастает до максимального значения $P = P_1 + P_2$, а затем падает до давления обтекания по мере продвижения фронта ударной волны в течение времени до полного погружения оболочки в ударную волну. Для точек тыльной поверхности характерно наличие времени нарастания давления до максимальной величины, вполне определенного для каждой точки этой поверхности оболочки. Время нарастания давления до максимума может быть определено по формуле $t = \frac{2R}{D_{\text{ф}}}\cos\theta.$ На рис 5, 6 представлены характерные зависимости

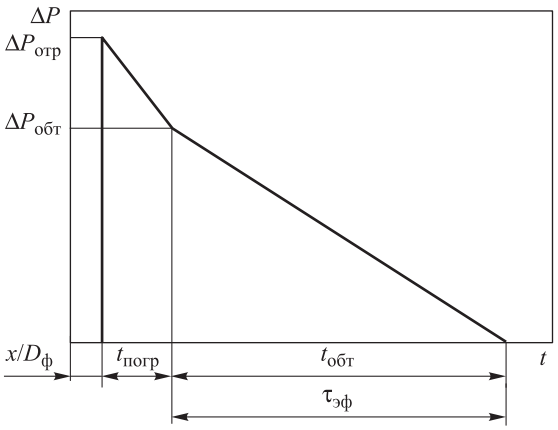


Рис. 5. Характер изменения давления в точках передней поверхности оболочки при взаимодействии с ударной волной

изменения давления в произвольной точке передней и тыльной поверхностей оболочки в течение времени ее обтекания ударной волной. На рис. 7 представлен характерный график изменения максимального избыточного давления по периметру оболочки.

Модель учета излучения волн, воздействующих на оболочку в аэродинамическом потоке. В период обтекания определение нагрузок на оболочку может быть получено на основании обычной формулы аэродинамики

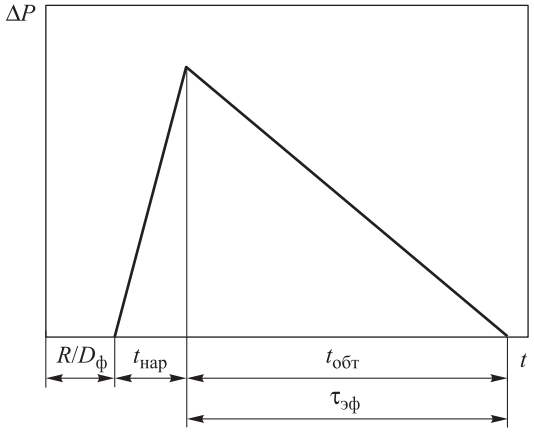


Рис. 6. Изменение давления в точках передней поверхности оболочки при взаимодействии с ударной волной

$$P = P_\infty + \Delta P(t) + P_\theta \frac{\rho U^2(t)}{2},$$

где P_∞ — давление в невозмущенной среде; $\Delta P(t)$ — местное давление в ударной волне; P_θ — коэффициент давления; $U(t)$ — скорость воздуха в ударной волне.

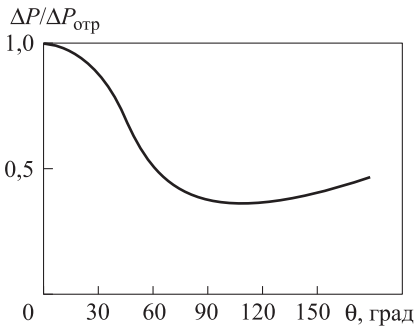


Рис. 7. Изменение максимального давления по периметру оболочки

При стационарном обтекании оболочки потоком несжимаемой воздушной массы изменение P_θ может быть представлено в виде $P_\theta = 1 - 4\sin^2\theta$.

Как показано в [11], коэффициенты давления, вычисляемые по формуле (10) и полученные экспериментальным путем с помощью продувок в аэродинамических трубах для передней поверхности оболочки, достаточно хорошо согласуются. Для тыльной части поверхности наблюдается некоторое расхождение результатов, объясняемое отрывом струи воздушного потока от поверхности оболочки вблизи миделевого сечения и образованием вихрей. Тем не менее это расхождение, согласно [12], не ведет к существенным погрешностям в определении коэффициента давления. Кроме того, для давления $\Delta P_\theta \le 0{,}8\ \text{кг/см}^2$ сжимаемость воздуха можно не учитывать при определении нагрузок на оболочку. При больших давлениях сжимаемость воздуха может быть учтена введением поправочного коэффициента ε. Тогда скоростной напор с учетом сжимаемости воздуха

$$q_1 = q(1 + \varepsilon).$$

Зависимость ε от числа Маха приведена на рис. 8.

При взаимодействии с ударной волной оболочка вследствие упругих деформаций начинает излучать волну. Обозначив через ψ_1 и P_3 соответственно потенциал скоростей и давление в излученной волне, по аналогии с (1) и (2) будем иметь

$$P_3 = -\frac{\rho D_\Phi^2}{R}\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau}\bigg|_{r=1};$$

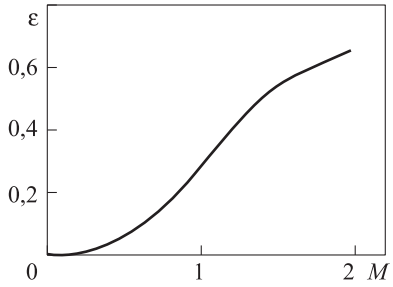


Рис. 8. Зависимость поправочного коэффициента от числа Маха

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \tau^2}. \qquad (10)$$

Для отыскания $\psi_1(r, \theta, \tau)$ имеем граничные условия на поверхности оболочки вида

$$\frac{1}{D_\phi}\frac{\partial \psi_1}{\partial r}\bigg|_{r=1} = -\frac{\partial w}{\partial \tau}, \qquad (11)$$

где $w(r, \theta, \tau)$ — прогиб оболочки, положительной внутрь.

Для определения P_3 используем асимптотическое представление для ψ_1.

Проведя преобразования по Лапласу и Фурье, аналогичные преобразованиям для потенциала $\psi(r, \theta, \tau)$, получим изображение для давления излучения

$$P_3^* = \frac{\rho D_\phi^2}{R}\left(-sw^* + \frac{1}{2}w^* - \frac{3}{8s}w^* + \frac{3}{8s^2}w^* + \frac{\nu}{2s}w^* - \frac{\nu}{s^2}w^*\right). \qquad (12)$$

Для последнего выражения легко может быть выполнено обратное преобразование Лапласа, однако обратное преобразование Фурье для двух последних слагаемых в общем случае при неизвестной функции $w(\theta, \tau)$ выполнить нельзя. Формула (12) совместно с формулой (6) может быть использована в таком виде, если для решения уравнений движения оболочки преобразование Лапласа и Фурье известны.

Если прогиб $w(\theta, \tau)$ определяется в виде разложения по периодическим функциям типа $\sin\theta$ и $\cos\theta$, то может быть использован метод разделения переменных. Для форм колебаний, близких к осесим-

метричным, согласно [7], в формуле (12) можно пренебречь последними двумя слагаемыми. Тогда давление излучения можно записать в виде

$$P_3^* = \frac{\rho D_\phi^2}{R}\left(-w(\theta,\tau) + \frac{1}{2}\dot{w}(\theta,\tau) - \frac{3}{8}\int_0^\tau w(\theta,\tau_1)\,d\tau_1 + \frac{3}{8}\int_0^\tau \dot{w}(\theta,\tau_1)\,d\tau_1 \right). \quad (13)$$

Если предположить, что каждый кольцевой элемент оболочки излучает цилиндрическую волну, то для $\psi_1(r,\theta,\tau)$ можно приближенно записать уравнение типа (8). Как было отмечено ранее, это уравнение при $g_n = 0,5$ есть асимптотическая форма волнового уравнения для осесимметричного движения. Решение этого уравнения при граничных условиях (11) может быть представлено в виде

$$P_3 = -\frac{\rho D_\phi^2}{R}\left[w - \frac{1}{2}\dot{w} + \frac{1}{4}\int_0^\tau w(\theta_i\tau_1)\, e^{-\frac{1}{2}(\tau-\tau_1)}\, d\tau_1 \right]. \quad (14)$$

Последнее выражение можно представить в форме

$$P_3 = -\frac{\rho D_\phi^2}{R}\int_0^\tau \ddot{w}(\theta_i\tau_1)\, e^{-\frac{1}{2}(\tau-\tau_1)}\, d\tau_1.$$

Если в асимптотическом разложении (6) использовать только один член, то для P_3 получим формулу

$$P_3 = -\frac{\rho D_\phi^2 w}{R}. \quad (15)$$

Сравнение, приведенное для давления излучения, показывает, что формулу (15) можно использовать для малых τ ($\tau < 0,1$). При больших τ эта формула может привести к неверным результатам. То же самое верно для формул (12) и (13). Формула (14) справедлива для форм прогиба оболочки, близких к осесимметричным. Однако для больших интервалов взаимодействия оболочки с ударной волной осесимметричная форма колебаний играет основную роль, поэтому целесообразно использовать эту формулу для оценки давления излучения на поверхности оболочки. Для малых τ функция прогибов сильно изменяется в окружном направлении и основную роль играют высшие гармоники колебаний, в связи с чем целесообразно использовать асимптотическую формулу (12).

Представляет интерес величина давления излучения по сравнению с давлением в ударной волне. На рис. 9 приведены графики изменения давления P_3, выраженного в процентах по отношению $\Delta P_ф$, для различных оболочек. Как следует из полученных графиков, отклонение давления излучения составляет на основном участке примерно 5 % от $\Delta P_ф$ и лишь для очень слабых волн (типа акустических) давление изучения сопоставимо с избыточным давлением ударной волны. Кроме того, давление излучения зависит от геометрии оболочки и уменьшается с увеличением R/δ.

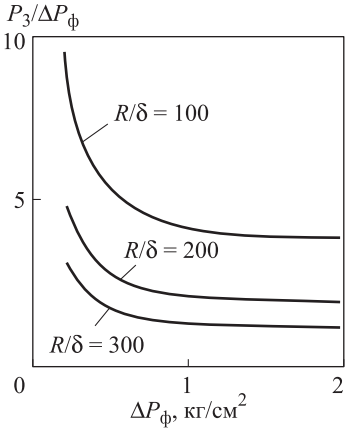


Рис. 9. Зависимость давления излучения от избыточного давления во фронте ударной волны

Заключение. Нагрузка на цилиндрическую оболочку при ее взаимодействии с ударной волной может быть представлена как всестороннее сжимающее давление, имеющее следующие особенности:

- неравномерно по контуру поперечного сечения оболочки;
- мгновенно нарастает при соприкосновении с ударной волной для всех точек передней поверхности оболочки;
- имеет конечную скорость нарастания при погружении оболочки в ударную волну для всех точек тыльной поверхности оболочки.

Для процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой характерны два периода: 1) период погружения — от момента встречи оболочки с ударной волной до момента полного погружения в нее; 2) период обтекания — от момента полного погружения оболочки в ударную волну до конца фазы движения.

Давление на поверхности оболочки складывается из давления в падающей волне, давления в отраженной волне, давления в излученной волне. При этом давление излучения играет существенную роль лишь для слабых ударных волн.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Карлов Н.В., Кириченко Н.А. *Колебания, волны, структуры*. Москва, Физматгиз, 2003, 496 с.

[2] Регирер Л. *Ударные волны.* Москва, Наука, 1979, 542 с.

[3] Алешков Ю.З. *Теория взаимодействия волн с преградами*. Ленинград, Изд-во ЛГУ, 1990, 371 с.

[4] Димитриенко Ю.И., Беленовская Ю.В., Анискович В.А. Численное моделирование ударно-волнового деформирования гибких броневых композитных материалов. *Наука и образование: электронное научно-техническое издание,* 2013, № 12. doi: 10.7463/1213.0665297

[5] Димитриенко Ю.И., Дзагания А.Ю., Беленовская Ю.В., Воронцова М.А. Численное моделирование проникания ударников в анизотропные упругопластические преграды. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 4, с. 100–117.

[6] Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.Д. Моделирование динамических процессов деформирования гибких тканевых композиционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 5(29). URL: http://engjournal.ru/search/author/40/page1.html

[7] Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.М., *Синхронизация: фундаментальное нелинейное явление.* Москва, Техносфера, 2003, 496 с.

[8] Кубенко В.Д. *Проникновение упругих оболочек в сжимаемую жидкость*. Киев, Наукова думка, 1984, 158 с.

[9] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.

[10] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды*. *Т. 4. Основы механики твердого тела.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 624 с.

[11] Березин А.В., Жуков Д.А., Жуковский М.Е., Конюков В.В., Крайнюков В.И., Марков М.Б., Помазан Ю.В., Потапенко А.И. Моделирование электромагнитных эффектов в сложных конструкциях при воздействии импульсных излучений. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 2 (6), с. 58–72.

[12] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии осевой сжимающей нагрузки. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 2 (6), с. 46–57.

[13] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 4 (28). URL: http:// engjournal.ru/ catalog/ mathmodel/ solid/ 1233.html

[14] Бутина Т.А., Дубровин В.М. Устойчивость цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении. *Инженерный журнал: наука и инновации,* 2012, вып. 2. URL: http://engjournal.ru/articles/44/44.pdf

[15] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии внешнего избыточного давления. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 6 (30). URL: http:// engjournal.ru/catalog/mathmodel/solid/1237.html

Статья поступила в редакцию 15.03.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса взаимодействия ударной волны с цилиндрической оболочкой с учетом волны излучения. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4 (8), с. 38–52.

Дубровин Виктор Митрофанович родился в 1935 г., окончил Саратовский государственный университет в 1958 г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. Автор пяти изобретений. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

Бутина Татьяна Александровна родилась в 1950 г., окончила Московский физико-технический институт в 1974 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. e-mail: butina_ta@mail.ru

Полякова Надежда Сергеевна родилась в 1950 г., окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 1972 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области функционального анализа. e-mail: polyakova.nadiya@mail.ru

Modeling of the process of interaction of the shock wave with cylindrical shell considering wave radiation effect

© V.M. Dubrovin, T.A. Butina, N.S. Polyakova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The objective of this research is to examine the shock wave with cylindrical shell and to propose a method for calculating its dynamic stability under axial compressive time-varying load. For weak shock waves we conducted comparative analysis of the exact solution and the existing approximate solutions. We evaluated the wave radiation effect after the shell deformation. The case of linearly varying load was considered as an example.

Keywords: *incident shock wave, reflected shock wave, radiated shock wave, overpressure, cylindrical shell, integral transformation, asymptotic representation.*

REFERENCES

[1] Karlov N.V., Kirichenko N.A. *Kolebaniya, volny, struktury* [Vibrations, waves, structures]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 497 p.

[2] Regirer L.S. *Udarnye volny* [Shock waves]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 542 p.

[3] Aleshkov Yu.Z. *Teoriya vzaimodeystviya voln s pregradami* [The theory of the interaction of waves and obstacles]. Leningrad, LGU Publ., 1990, 371 p.

[4] DimitrienkoYu.I., Belenovskaya Yu.V., Aniskovich V.A. Computational Modeling of shock-wave deforming of flexible armour composite materials. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchno-tekhnicheskoe izdanie — Science and Education: Electronic Scientific and Technical Edition*, 2013, no. 12. doi: 10.7463/1213.0665297

[5] Dimitrienko Yu.I., Dzaganiya A.Yu., Belenovskaya Yu.V., Vorontsova M.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Science*, 2008, no. 4, pp. 100–117.

[6] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, iss. 5 (29). Available at: http://engjournal.ru/search/author/40/page1.html

[7] Pikovsky A., Rozenblyum M., Kurts Yu.M. *Sinkhronizatsiya: Fundamentalnoe nelineynoe yavlenie* [Synchronization: The fundamental nonlinear phenomenon]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2003, 496 p.

[8] Kubenko V.D. *Proniknovenie uprugikh obolochek v szhimaemuyu zhidkost* [Penetration of elastic shells in compressible fluid]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1984, 158 p.

[9] DimitrienkoYu.I. *Mekhanika sploshnoi sredy.Tom 2. Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnykh sred* [Continuum mechanics. Vol. 2. General lows of the continuum mechanics and electrodynamics]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 590 p.

[10] DimitrienkoYu.I. *Mekhanika sploshnoi sredy. Tom 4. Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum mechanics. Vol. 4. Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p.

[11] Berezin A.V., Zhukov D.A., Zhukovskiy M.E., Konukov V.V., Krainukov V.I., Markov M.B., Pomazan Yu.V., Potapenko A.I. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 2 (6), pp. 58–72.

[12] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 2 (6), pp. 46–57.
[13] Dubrovin V.M, Butina T.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, iss. 4 (28). Available at: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/solid/1233.html
[14] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, iss. 2. Available at: http://engjournal.ru/articles/44/44.pdf
[15] Dubrovin V.M., Butina T.M. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, iss. 6 (30). Available at: http:// engjournal.ru/catalog/mathmodel/solid/1237.html

Dubrovin V.M. (b. 1935) graduated from the Faculty of Mathematics and Mechanics, Saratov State University in 1958. Cand. Sci. (Eng.), Associated Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics and of the Higher Mathematics Departments at Bauman Moscow State Technical University. Specialist in the field of strength, stability of deformable systems. Research interests: dynamics of strength and stability of deformable systems; creep of structural materials. e-mail: vmdubrovinvm1934@mail.ru

Butina T.A. (b. 1950) graduated from the Faculty of Management and Applied Mathematics of Moscow Institute of Physics and Technology in 1974. Cand. Sci. (Phys. & Math.), Associated Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. A specialist in the field of strength and stability of deformable systems. e-mail: butinata@mail.ru

Polyakova N.S. (b. 1950) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1972. Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. A specialist in the field of functional analysis. e-mail: polyakova.nadiya@mail.ru