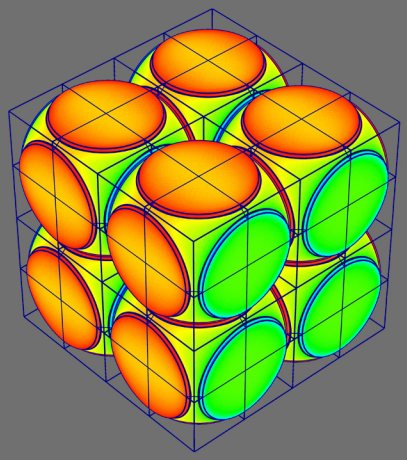
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Котенев В. П., Сысенко В. А. Расчет давления при обтекании затупленных тел с малыми сверхзвуковыми скоростями. Математическое моделирование и численные методы, 2015, №3 (7), с. 58-67

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/57/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.23
07.11.2026 00:48:11

УДК 533.6.011.31.5:532.582.33

Расчет давления при обтекании затупленных тел с малыми сверхзвуковыми скоростями

© В.П. Котенев[1,2], В.А. Сысенко[2]

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[2]ОАО «ВПК «НПО машиностроения», Реутов Московской обл., 143966, Россия

Рассмотрена задача определения давления на поверхности тел, обтекаемых потоком газа с малой сверхзвуковой скоростью ($M_\infty < 1,5$). Разработан экономичный алгоритм для расчета давления на участке поверхности затупленных тел вращения. Приведены примеры расчетов обтекания сферы и эллипсоидов с разными отношениями полуосей. Сравнение с точными численными расчетами показывает эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: *сверхзвуковой поток, звуковая точка.*

Введение. Рассмотрение течений при числах Маха, близких к единице, приводит к большим усложнениям, требующим для исследования специальных аналитических, численных и экспериментальных методов [1–6]. В последнее время активизировались исследования околозвуковых течений газа около поверхности перспективных летательных аппаратов как с помощью численных методов [7], так и экспериментально [8]. Оба эти подхода требуют больших временных, а эксперименты — и стоимостных затрат.

В связи с этим большое значение имеет построение простых методов, позволяющих достаточно точно получить параметры на поверхности тела. Аналитические зависимости могут быть полезными и при рассмотрении задач волнового воздействия на различные конструкции [9]. Ранее в работе [10] были рассмотрены зависимости распределения давления на различных затупленных телах при числах Маха набегающего потока $M_\infty \geq 1,5$. В данной статье описан разработанный метод определения давления на выпуклых затупленных телах вращения при обтекании их газом с малыми сверхзвуковыми скоростями ($M_\infty \geq 1,5$).

Разработка метода для определения давления при малых сверхзвуковых скоростях.

1. *Использование безразмерных параметров*. Давление P отнесем к давлению в точке торможения P_0', которое определяют по известной формуле Рэлея:

$$P_0' = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \mathrm{M}_\infty^2 \left[\gamma - \frac{\gamma-1}{2\mathrm{M}_\infty^2}\right]^{-\frac{1}{\gamma-1}} P_\infty,$$

где M_∞ — число Маха набегающего потока; P_∞ — давление газа в набегающем потоке; γ — показатель адиабаты, для совершенного газа $\gamma = 1{,}4$.

2. *Метод определения давления на поверхности тел большого удлинения (отношение длины к диаметру миделя больше, чем у сферы).* Сначала определим некоторые параметры на сфере, обтекаемой потоком газа. Для расчета давления используем формулу из [11]:

$$P = \left(\frac{1 - a_{\sigma_{**}}}{1 + a_{\sigma_{**}}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \qquad (1)$$

где

$$a_{\sigma_{**}} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+3}\right)\left(\frac{\sigma - \frac{\pi}{2}}{\sigma_{**} - \frac{\pi}{2}}\right)^2;$$

σ_{**} — положение звуковой точки на сфере (σ — угол между осью тела и вектором скорости, град). Эта формула дает в случае сферы хорошие результаты и при малых числах Маха при соответствующем выборе σ_{**}.

Для умеренных сверхзвуковых чисел Маха ($\mathrm{M}_\infty \le 2$) в набегающем потоке положение звуковой точки на сфере определим с использованием классической формулы Ньютона

$$\sigma_{**} = \arcsin\sqrt{\frac{P_* - b}{1 - b}}, \qquad (2)$$

где $b = \dfrac{1}{1+\gamma\mathrm{M}_\infty^2}$; γ — показатель адиабаты, равный 1,4 для совершенного газа; $P_* = \left(\dfrac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ — давление в звуковой точке, отнесенное к давлению в точке торможения.

Рассмотрим теперь контурную функцию $f = \dfrac{1}{r\rho V}$ и найдем на поверхности затупленного выпуклого тела такую точку σ, где

$\frac{df}{d\sigma} = 0$. Здесь $\rho(\sigma)$ – плотность частиц газа на поверхности тела; $V(\sigma)$ – модуль скорости.

Учитывая, что $\frac{dV}{dP} = -\frac{1}{\rho V}$, представим выражение для контурной функции в следующем виде:

$$f = -\frac{1}{r}\frac{dV}{dP};$$

$$\frac{df}{d\sigma} = \frac{dr/d\sigma}{r^2}\frac{dV}{dP} - \frac{1}{r}\frac{d^2V}{dP^2}\frac{dP}{d\sigma}.$$

Поскольку $\frac{d^2V}{dP^2} = \frac{M^2-1}{\rho^2 V^3}$, то $\frac{df}{d\sigma} = -\frac{dr/d\sigma}{r^2}\frac{1}{\rho V} + \frac{1}{r}\frac{M^2-1}{\rho^2 V^3}\frac{dP}{d\sigma} = 0$.

Следовательно, в точке σ при $f \neq 0$ должно быть выполнено уравнение

$$\frac{dr/d\sigma}{r} + \frac{M^2-1}{\rho V^2}\frac{dP}{d\sigma} = 0. \qquad (3)$$

Например, для сферы $(r(\sigma) = \cos\sigma)$

$$-\operatorname{tg}\sigma + \frac{M^2-1}{\rho V^2}\frac{dP}{d\sigma} = 0. \qquad (4)$$

При нахождении точки σ на поверхности сферы, описанной уравнением (4), давление в ее окрестности рассчитываем по формуле (1).

Найдем на сфере такую точку x_0, в которой выполняется равенство

$$-\operatorname{tg}\sigma_{**} + \frac{M^2-1}{\rho V^2}\frac{dP}{d\sigma}\bigg|_{\sigma = x_0} = 0. \qquad (5)$$

Из условий обтекания выпуклого тела имеем:

- первое слагаемое в уравнении (5) меньше нуля.
- вдоль тела давление падает, т. е. для выпуклого тела (σ убывает) $\frac{dP}{d\sigma} > 0$, поэтому второе слагаемое в уравнении (5) больше нуля в сверхзвуковой части потока при $\sigma < \sigma_{**}$.

Для выпуклого тела существует такая точка $x_0 < \sigma_{**}$, для которой выполняется равенство (5), поскольку первое слагаемое в нем меньше нуля, а второе при $M \geq 1$ неотрицательно и непрерывно возрастает при $\sigma \to 0$. Это справедливо также и для затупленного выпуклого тела произвольного очертания. Таким образом, из нелинейного уравнения (5) найдем точку x_0 и вычислим в ней давление $P(x_0)$ по формуле (1).

Найдем на теле большого удлинения точку x_{00}, давление в которой совпадает с давлением на сфере в точке x_0, а также малых окрестностях этих точек.

Запишем выражение для производной от контурной функции по углу σ [12]:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = - Rf \frac{\partial \sigma}{\partial n}, \tag{6}$$

где R — радиус кривизны тела; n — нормаль к поверхности тела.

В общем случае угол $\sigma = \sigma(P, \psi)$, где ψ — функция тока, которая определяется из уравнения $d\psi = -\rho v r^{\nu} dz + \rho u r^{\nu} dr$. Так как $45^{\circ} > \sigma_{**} > x_0, x_{00}$ для чисел Маха в набегающем потоке, близких к единице, то линии тока в этой области почти коллинеарны поверхности тела в его окрестности. Поэтому будем считать, что здесь движение газа удовлетворяет модели Прандтля — Майера, т. е. $\sigma = \sigma(P)$. Тогда, обозначив $P' = \dfrac{\partial P}{\partial \sigma}$, получим

$$\frac{\partial \sigma}{\partial n} = \frac{\partial \sigma}{\partial \psi}\frac{\partial \psi}{\partial n} + \frac{\partial \sigma}{\partial P}\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial \sigma}{\partial P}\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{1}{P'}\frac{\rho V^2}{R}. \tag{7}$$

Подставим в (6) выражение для производной от угла σ по нормали к поверхности тела (7) и проведя несложные преобразования, получим

$$\frac{dr/d\sigma}{r} = \frac{\rho V^2}{P'} - \frac{M^2 - 1}{\rho V^2}\frac{dP}{d\sigma}. \tag{8}$$

Так как поставлено условие равенства давлений в точках x_0 и x_{00} и некоторых их окрестностях, то правые части выражения (8) в этих точках одинаковы.

Тогда получаем уравнение для нахождения точки x_{00}:

$$\left.\frac{dr/d\sigma}{r}\right|_{\substack{\text{эл}\\ \sigma=x_{00}}} = \left.\frac{dr/d\sigma}{r}\right|_{\substack{\text{сф}\\ \sigma=x_0}}. \qquad (9)$$

Если в качестве тела большого удлинения взять эллипсоид с полуосями 1 и $b<1$, то условие (9) примет вид

$$\operatorname{tg} x_0 - \frac{\operatorname{tg} x_{00}}{\operatorname{tg}^2 x_{00} + b^2}(1+\operatorname{tg}^2 x_{00}) = 0. \qquad (10)$$

На телах большого удлинения давление будем считать по формуле, аналогичной для сферы, с тем изменением, что звуковая точка в зависимости, приведенной в [11], заменена на x_{00} и введен дополнительный коэффициент a, т. е.

$$P = \left(\frac{1-a_{x_{00}}}{1+a_{x_{00}}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = g(\sigma), \qquad (11)$$

где $a_{x_{00}} = a\left(\dfrac{2\sigma-\dfrac{\pi}{2}}{2x_{00}-\dfrac{\pi}{2}}\right)^2$, a определяется из условия $P_{00} = P(x_0) = g(x_{00})$, т. е. $a = \dfrac{1-P_{00}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1+P_{00}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$.

3. *Метод определения давления на телах малого удлинения*. Для затупленного тела малого удлинения вращения хороший результат дает использование следующих формул для расчета давления.

Найдем звуковую точку σ_* на рассматриваемом теле, используя работы [13—15]. При $\sigma \ge \sigma_*$ давление рассчитываем по формуле

$$P = \left(\frac{1-a_{\sigma_*}}{1+a_{\sigma_*}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \qquad (12)$$

где

$$a_{\sigma_*} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+3}\right)\left(\frac{2\sigma-\dfrac{\pi}{2}}{2\sigma_*-\dfrac{\pi}{2}}\right)^2.$$

При $\sigma < \sigma_*$ давление рассчитываем по правилу «местного тела» из [11]:

$$P = \left(\frac{1 - a_{\sigma_*}}{1 + a_{\sigma_*}} \right)^{\lambda(\sigma)\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \qquad (13)$$

Здесь $\lambda(\sigma) = 1 + \dfrac{1 - \lambda_0(\sigma_0)}{\sigma_* - \sigma_0}(\sigma - \sigma_*)$.

Положение точки σ_0 определим эмпирически в зависимости от положения звуковой точки на поверхности тела из условий: если $\sigma_{**} > \sigma_*$, то $\sigma_0 = 1{,}15\sigma_*$; если $\sigma_{**} < \sigma_*$, то $\sigma_0 = 0{,}85\sigma_*$. В небольшой окрестности звуковой точки для расчета давления с высокой точностью воспользуемся модификацией формулы Ньютона:

$$\text{если } \sigma \geq \sigma_*, \text{ то } P = \sin^2\sigma + \frac{P_* - \sin^2\sigma_*}{\cos^2\sigma_*}\cos^2\sigma; \qquad (14)$$

$$\text{если } \sigma < \sigma_*, \text{ то } P = (P_* - P_\infty)\frac{\sin^2\sigma}{\sin^2\sigma_*} + P_\infty. \qquad (15)$$

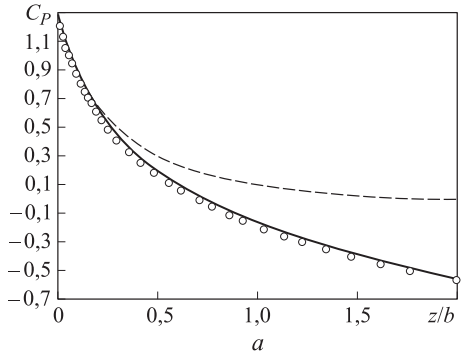
Величину λ_0 будем искать из равенства давления, рассчитываемого по формуле (13), давлению, рассчитываемому по формулам (14) или (15) в точке x_0.

Анализ результатов. Геометрию тел большого и малого удлинения будем моделировать с помощью эллипсоидов.

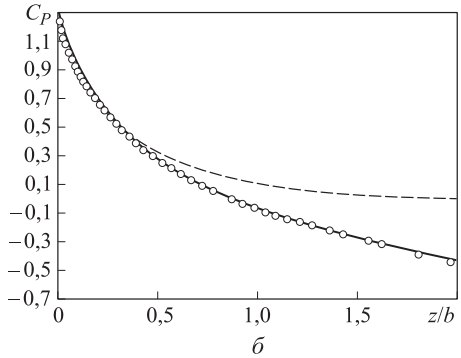
В качестве тела большого удлинения рассмотрен эллипсоид с соотношением полуосей *b*/*a* = 1/2. Для этого тела были проведены расчеты давления при числах Маха, равных 1; 1,1 и 1,2. На рис. 1 представлены расчетные и экспериментальные данные [16] параметра $C_P = \dfrac{2}{\gamma M_\infty^2}\left(\dfrac{P}{P_\infty} - 1\right)$ для рассматриваемого тела.

Для иллюстрации расчета давления на теле малого удлинения выбран эллипсоид с соотношением полуосей *b*/*a* = 2, на поверхности которого было рассчитано давление при числах Маха набегающего потока, равных 1,4 и 2,0. Графики численного расчета и табличных данных [17] представлены на рис. 2.

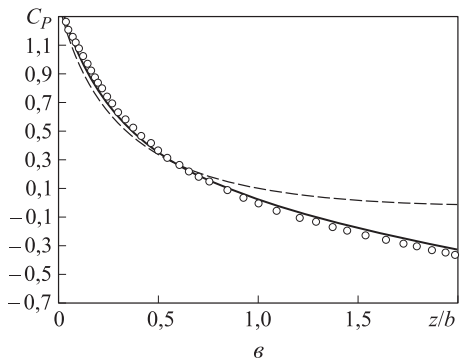
Для эллипсоида с соотношением полуосей *b*/*a* =1/2 сравнение расчетных данных с экспериментальными [16] позволяет сделать вывод, что применение формулы (11) дает результат с максимальной относительной погрешностью, не превышающей 11 % для всех вариантов. В то же время формула Ньютона для малых значений



а



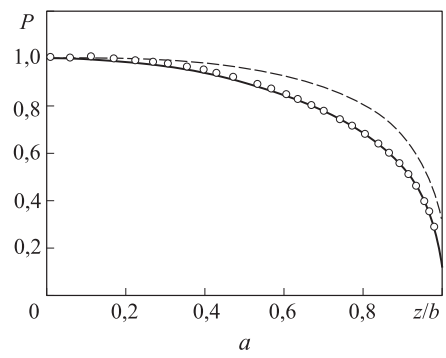
б



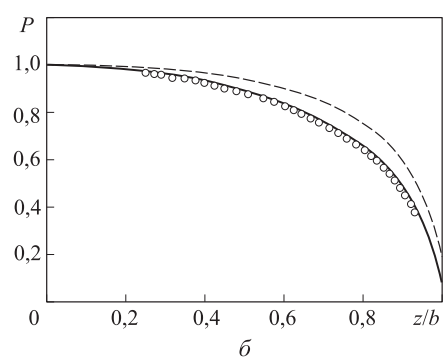
в

Рис. 1. Расчетные и экспериментальные данные параметра C_P:

а — эллипсоид *b/a* = 1/2, M = 1,0; *б* — эллипсоид *b/a* = 1/2, M = 1,1; *в* — эллипсоид *b/a* = 1/2, M = 1,2; ◦◦◦◦◦◦ — табличные данные [7]; ——— — формула (8); ---- — формула Ньютона



а



б

Рис. 2. Графики численного расчета давления и табличных данных:

а — эллипсоид *b/a* = 2, M = 1,4; *б* — эллипсоид *b/a* = 2, M = 2,0; ◦◦◦◦◦◦ — табличные данные [7]; ——— — формулы (9), (10); ---- — формула Ньютона

числа Маха удовлетворительно описывает распределение давления лишь на начальном участке при значениях $z/b < 0,5$, а в конце расчетного интервала дает расхождение с экспериментальными данными в несколько раз.

Для эллипсоида с соотношением полуосей *b/a* =2 сравнение расчетных данных с табличными [17] показывает, что применение фор-

мул (12) и (13) дает результат с максимальной относительной погрешностью, не превышающей 11 % для всех вариантов. В то же время формула Ньютона дает погрешность до 42 %.

Заключение. Предложенный в данной работе метод дает существенно более точные результаты по распределению давления, чем метод Ньютона. Таким образом, данный метод может быть использован для поиска начального распределения, а также быстрой оценки давления на поверхности выпуклых затупленных тел вращения при обтекании их газом с малыми сверхзвуковыми скоростями, когда числа Маха набегающего потока близки к единице.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Черный Г. Г. *Газовая динамика.* Москва, Наука, 1986, 424 с.

[2] Hsieh T. Arnold Unsteady Transonic Flow Over Blunt and Pointed Bodies of Revolution. *AIAA 16th Aerospace sciences meeting*, 1978.

[3] Коул Дж., Кук Л. *Трансзвуковая аэродинамика*. Москва, Мир, 1989, 358 с.

[4] Pulliam T., Steger J. Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1980, vol. 17, № 6, pp. 529–536.

[5] Гудерлей К.Г. *Теория околозвуковых течений*. Москва, Изд-во иностранной литературы, 1960, 417 с.

[6] Шифрин Э.Г. *Потенциальные и вихревые трансзвуковые течения идеального газа*. Москва, Физматлит, 2001, 320 с.

[7] DeSpirito J., Silton S., Weinacht P. Navier-Stokes Predictions of Dynamic Stability Derivatives: Evaluation of Steady-State Methods. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2009, vol. 46, № 6, pp. 1142–1154.

[8] Brown J., Bogdanoff D., Yates L., Chapman G. Transonic Aerodynamics of a Lifting Orion Crew Capsule from Ballistic Range Data. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, vol. 47, № 1, pp. 36–47.

[9] Владимиров И. Ю., Корчагин Н. Н., Савин А. С. Моделирование волнового воздействия стратифицированного течения на подводный трубопровод. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 62–76.

[10] Котенев В.П., Сысенко В.А. Аналитические формулы повышенной точности для расчета распределения давления на поверхности выпуклых затупленных тел вращения произвольного очертания. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 68–82.

[11] Котенев В.П. Точная зависимость для определения давления на сфере при произвольном числе Маха сверхзвукового набегающего потока. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, т. 26, № 9, с. 141–148.

[12] Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А. А. *Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике*. Москва, Физматлит, 2011, 279 с.

[13] Котенев В. П. Определение положения звуковой точки на поверхности выпуклого затупленного тела. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естествознание. Спец. выпуск «Математическое моделирование»*, 2011, с. 150–153.

[14] Котенев В.П., Сысенко В.А. Уточненный метод быстрой оценки давления на поверхности гладких затупленных тел. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 2, URL: http://engjournal.ru/articles/38/38.pdf

[15] Котенев В.П., Сысенко В.А. Метод быстрой оценки параметров на поверхности затупленных тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком, с учетом равновесных физико-химических превращений. *Инженерный жур-*

нал: наука и инновации, 2013, вып. 7. URL: http:// engjournal.ru/ catalog/ mathmodel/aero/

[16] Gross A., Fasel H. F. High-Order-Accurate Numerical Method for Complex Flow. *AIAA Journal*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 204–214.

[17] Гилинский С. М., Лебедев М. Г. Исследование обтекания плоских и осесимметричных тел с отошедшей ударной волной потоком с малой сверхзвуковой скоростью. *Известия АН СССР. Механика*, 1965, № 1, с. 17–23.

Статья поступила в редакцию 19.08.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Котенев В.П., Сысенко В.А.. Расчет давления при обтекании затупленных тел с малыми сверхзвуковыми скоростями. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 3, с. 58–67.

Котенев Владимир Пантелеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры вычислительной математики и математической физики, начальник отдела аэродинамики ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор более 50 научных работ в области прикладной математики, численных и аналитических методов исследования течения газа при обтекании поверхности летательных аппаратов. e-mai:lkotvp@mail.ru

Сысенко Валентина Алексеевна — канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела аэродинамики ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор 16 научных работ в области прикладной математики. e-mail: dv-sys@yandex.ru

Calculation of the pressure when streamlining blunt bodies with small supersonic speeds

© V.P. Kotenev[1,2], V.A. Sysenko[2]

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia
[2]JSC "MIC "NPO Mashinostroenia", M.O., Reutov-town, 143966, Russia

The article considers the problem of determining the pressure on the body surface streamlined by a gas flow with a small supersonic speed ($M_\infty < 1,5$). The economic algorithm for calculating the pressure on the part of the surface of blunt bodies of revolution is developed. Examples of flow calculations over spheres and ellipsoids with different semi-axes ratios are presented. Comparison with accurate numerical calculations shows the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: *supersonic flow, sonic point.*

REFERENCES

[1] Chernyy G.G. *Gazovaya dinamika* [Gas Dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 424 p.

[2] Hsieh T. Arnold Unsteady Transonic Flow Over Blunt and Pointed Bodies of Revolution. *AIAA 16th Aerospace sciences meeting*, 1978.

[3] Cole J.D., Cook L.P. *Transonic Aerodynamics. North Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics*. Elsevier, 2012, 482 p. [In Russian: Koul J., KuK L. Transzvukovaya aerodinamika. Moscow, Mir Publ., 1989, 358 p.].

[4] Pulliam T., Steger J. Implicit Finite-Difference Simulations of Three-Dimensional Compressible Flow. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1980, vol. 17, no. 6, pp. 529–536.
[5] Guderley K.G. *The Theory of Transonic Flow*. Oxford, Pergamon Press, 1962 [In Russian: Guderley K.G. Teoriya okolozvukovykh techeniy. Moscow, Inostrannaya Literatura Publ., 1960, 417 p.].
[6] Shifrin E.G. *Potentsialnye i vikhrevye transzvukovye techeniya idealnogo gaza* [Potential and Vortex Transonic Flows of an Ideal Gas]. Moscow, Fismatlit Publ., 2001, 320 p.
[7] DeSpirito J., Silton S., Weinacht P. Navier-Stokes Predictions of Dynamic Stability Derivatives: Evaluation of Steady-State Methods. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2009, vol. 46, no. 6, pp. 1142–1154.
[8] Brown J., Bogdanoff D., Yates L., Chapman G. Transonic Aerodynamics of a Lifting Orion Crew Capsule from Ballistic Range Data. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, vol. 47, no. 1, pp. 36–47.
[9] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N., Savin A.S. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody – Mathematical Modeling and Numerical Methods*, 2014, no. 2, pp. 62–76.
[10] Kotenev V.P., Sysenko V.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody – Mathematical Modeling and Numerical Methods*, 2014, no. 1, pp. 68–82.
[11] Kotenev V.P. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody – Mathematical Modeling and Numerical Methods*, 2014, vol. 26, no. 9, c. 141–148.
[12] Dimitrienko Yu.I., Kotenev V.P., Zakharov A.A. *Metod lentochnykh adaptivnykh setok dlya chislennogo modelirovaniya v gazovoy dinamike* [The Adaptive Banded Grid Method for Numerical Simulation in Gas Dynamics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 280 p.
[13] Kotenev V.P. *Vestnic MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences,* 2011, special issue "Mathematical Modeling", pp. 150–153.
[14] Kotenev V.P., Sysenko V. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations*, 2012, no. 2. Available at: http://engjournal.ru/articles/38/38.pdf.
[15] Kotenev V.P., Sysenko V.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations,* 2013, no. 7. Available at: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/
[16] Gross A., Fasel H. F. High-Order-Accurate Numerical Method for Complex Flow. *AIAA Journal*, 2008, vol. 46, no. 1, pp. 204–214.
[17] Gilinskiy S.M., Lebedev M.G. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika – Proceedings of the USSR AS. Mechanics,* 1965, no. 1, pp. 17–23.

Kotenev V.P. (b.1956) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1978. Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics at Bauman Moscow State Technical University, Head of the Department of Aerodynamics at JSC "MIC "NPO Mashinostroenia". Author of over 50 research publications in the fields of applied mathematics, numerical and analytical methods for studying the gas flow over the surface of an aircraft. e-mai: lkotvp@mail.ru

Sysenko V.A. (b.1978) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2001. Cand. Sci. (Eng.), senior researcher at JSC "MIC "NPO Mashinostroenia". Author of 16 research publications in the field of applied mathematics. e-mail: dv-sys@yandex.ru