



# Математическое моделирование и численные методы

Корнюшин Ю. П., Егупов Н. Д., Корнюшин П. Ю. Идентификация параметров исполнительных устройств регуляторов паровой энергетической турбины с использованием аппарата матричных операторов. Математическое моделирование и численные методы, 2015, №2 (6), с. 73-86

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/49/>

УДК 681.5.015.23

## **Идентификация параметров исполнительных устройств регуляторов паровой энергетической турбины с использованием аппарата матричных операторов**

© Ю.П. Корнюшин, Н.Д. Егупов, П.Ю. Корнюшин

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Предложен алгоритм идентификации параметров — постоянных времени турбины с использованием градиентного метода с настраиваемой моделью. Настраиваемая математическая модель имеет такую же структуру, как и объект идентификации. Критерий идентификации формируется на основе функции потерь, которая представляет собой невязку между левой и правой частями уравнения, описывающего настраиваемую модель. Тем самым удается избежать необходимости нахождения в явном виде решения нелинейного уравнения для настраиваемой модели. Вместо выходного сигнала в модели используется сигнал, наблюдаемый на выходе идентифицируемого объекта. Поскольку математические модели являются нелинейными, для решения задачи применены линеаризация Ньютона – Канторовича и аппарат матричных операторов. Рассмотрены особенности вычисления вектора градиента, алгоритм идентификации и его организация. Приведены результаты идентификации двух постоянных времени для математической модели турбины ПТ-12/15-35/10М.*

**Ключевые слова:** идентификация, турбина, градиентный оператор, критерий, параметры, постоянные времена.

**Введение.** Эффективность функционирования любой системы определяется тем, как работают ее управляющие устройства. Их проектирование предполагает наличие достаточно полной информации о математических моделях объектов управления. Без знания математической модели объекта нельзя синтезировать оптимальные для данной системы регуляторы. В связи с этим одной из определяющих задач при проектировании любой системы управления является идентификация ее математической модели. Наиболее часто это параметрическая идентификация. Результаты решения задачи идентификации служат основой для проектирования систем управления, не располагая которыми часто нельзя осуществить ни оптимизацию, ни синтез регуляторов, ни анализ систем управления. Для одних объектов управления идентификацию можно выполнять с помощью тестовых исследований с последующей обработкой выходных сигналов на заданные испытательные сигналы и построением математической модели. Для других объектов тестовые испытания недопустимы и идентификацию можно провести только в режиме их нормальной эксплуатации. К таким объектам управления относятся энергетические паровые турбины.

Особенность энергетических турбин состоит в том, что параметры их систем регулирования не являются постоянными в течение всего времени эксплуатации. В зависимости от нагрузки изменяется эффективная мощность турбины и, соответственно, — давление, температура, расход пара на турбину, силы, действующие на клапаны, и т. д. Подобного рода отклонения носят, как правило, случайный характер. В заданной по структуре математической модели изменяются коэффициенты передачи и постоянные времени отдельных звеньев. Поэтому при проектировании совершенных регуляторов необходимо более точно знать истинные значения параметров объекта управления.

В работе предложен алгоритм, позволяющий проводить идентификацию в режиме нормальной эксплуатации объекта.

Отметим также, что рассматриваемый подход применим не только к конкретному объекту — турбине ПТ-12/15-35/10М, но и к другим турбинам и турбоагрегатам, например К-8-0,65ПА, К-800-130/3000 [1–3], поскольку они имеют близкие по структуре математические модели.

**Постановка задачи.** Полагаем, что математическая модель объекта идентификации — турбины — и ее системы регулирования по частоте вращения ротора описывается следующей системой дифференциальных уравнений [4]:

$$T_\varphi \frac{d\varphi}{dt} = (1 - \theta)(\xi - \lambda) / \delta - \theta\varphi,$$

$$T_\xi \frac{d\xi}{dt} = \mu - \xi,$$

$$T_\mu \frac{d\mu}{dt} = \begin{cases} 0,5 \frac{z^2}{\Delta z_0} \operatorname{sign} z & \text{при } |z| \leq \Delta z_0, \\ z - 0,5 \Delta z_0 \operatorname{sign} z & \text{при } |z| > \Delta z_0, \end{cases} \quad (1)$$

$$T_z \frac{dz}{dt} = -z + \left( -\frac{\varphi}{\delta} - \mu \right).$$

Здесь  $\varphi$  — относительное изменение частоты вращения ротора турбины;  $\xi$  — относительное изменение расхода пара;  $\mu$  — относительное отклонение поршня сервомотора;  $z$  — относительное отклонение поршня золотника;  $\delta$  — степень неравномерности системы регулирования;  $T_\varphi, T_\xi, T_\mu, T_z$  — соответствующие постоянные времени;  $\lambda$  — относительное отклонение электрической нагрузки генератора;  $\Delta z_0$  — относительная высота треугольного профиля кромок поршня отсечного золотника сервомотора.

Структурная схема системы регулирования турбины по угловой скорости изображена на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема системы регулирования турбины

Требуется определить постоянные времени сервомотора  $T_{\mu}$  и отсечного золотника  $T_z$ .

**Решение задачи.** В основу положена известная концепция идентификации с настраиваемой моделью [5]. Алгоритм идентификации можно пояснить схемой, представленной на рис. 2.

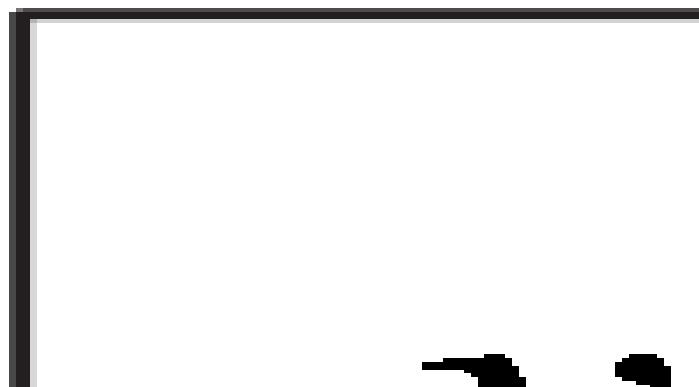


Рис. 2. Схема алгоритма идентификации

Полагаем, что настраиваемая модель имеет такую же структуру, как и объект идентификации. Идентификации подлежат только параметры объекта  $\mathbf{P} = [p_1 \ p_2]$ ,  $p_1 = T_{\mu}$ ,  $p_2 = T_z$ . Соответственно настраиваемая модель описывается системой уравнений вида

$$\begin{aligned} T_{\varphi} \frac{dx_1}{dt} &= -\theta x_1 + \frac{(1-\theta)}{\delta} x_2 - \frac{1}{\delta} \lambda, \\ T_{\xi} \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + x_3, \\ p_1 \frac{dx_3}{dt} &= \begin{cases} 0,5 \frac{z^2}{\Delta z_0} \operatorname{sign} z \text{ при } |z| \leq \Delta z_0, \\ z - 0,5 \Delta z_0 \operatorname{sign} z \text{ при } |z| > \Delta z_0, \end{cases} \end{aligned}$$

$$p_2 \frac{dx_4}{dt} = -\frac{1}{\delta} x_1 - x_3 - x_4. \quad (2)$$

Под выходами объекта идентификации и настраиваемой модели будем понимать соответствующие их математическим моделям векторы фазовых координат:  $\mathbf{X}_R(t) = [\varphi(t) \xi(t) \mu(t) z(t)]^T$  — вектор фазовых координат объекта,  $\mathbf{X}_M(t) = [x_1(t) x_2(t) x_3(t) x_4(t)]^T$  — вектор фазовых координат модели. Поскольку вектор  $\mathbf{X}_M(t)$  косвенно зависит от вектора настраиваемых параметров  $\mathbf{P}$ , можно записать:  $\mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})$ . Необходимо также отметить, что все элементы вектора  $\mathbf{X}_R(t)$  — измеряемые величины.

В ненормированной нормальной форме Коши уравнения можно записать следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{P}} \cdot \dot{\mathbf{X}}_M(t, \mathbf{P}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})) + \mathbf{B}\lambda(t), \quad (3)$$

где

$$\tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} T_\varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})) = \begin{bmatrix} -\theta x_1 + \frac{(1-\theta)}{\delta} x_2 \\ -x_2 + x_3 \\ 0,5 \frac{z^2}{\Delta z_0} \text{sign } z \text{ при } |z| \leq \Delta z_0 \\ z - 0,5 \Delta z_0 \text{sign } z \text{ при } |z| > \Delta z_0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\delta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

Очевидным является тот факт, что выходной сигнал настраиваемой модели зависит от вектора  $\mathbf{P}$  настраиваемых параметров. Согласно алгоритму идентификации (см. рис. 2), разность выходных сигналов объекта и настраиваемой модели образует невязку:

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{P}) = \mathbf{X}_R(t) - \mathbf{X}_M(t, \mathbf{P}).$$

Для оценки соответствия настраиваемой модели идентифицируемому объекту используем следующий критерий качества идентификации:

$$J(\mathbf{P}) = F(\mathbf{E}(t, \mathbf{P})). \quad (4)$$

Здесь  $F(\mathbf{E}(t, \mathbf{P}))$  — функция потерь:

$$F(\mathbf{E}(t, \mathbf{P})) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} (\mathbf{X}_R(t) - \mathbf{X}_M(t, \mathbf{P}))^\top (\mathbf{X}_R(t) - \mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})) dt,$$

$\Delta t = (t_i, t_{i+1})$  — интервал времени, на котором выполняется один шаг итерационного процесса идентификации.

Таким образом, критерий качества идентификации принимает вид

$$J(\mathbf{P}) = F(\mathbf{X}_R(t), \mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})). \quad (5)$$

Чем меньше значение функции потерь, тем выше качество идентификации. Однако данная функция потерь требует нахождения в явном виде вектора  $\mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})$  фазовых координат модели.

Более эффективной с точки зрения реализации градиентного метода идентификации является функция потерь, формируемая как незвязка между левой и правой частями уравнения (3). В данном случае необходимо вместо выходного сигнала  $\mathbf{X}_M(t)$  модели использовать сигнал  $\dot{\mathbf{X}}_R(t)$ , наблюдаемый на выходе идентифицируемого объекта. Тогда функцию потерь можно представить в виде

$$F(\mathbf{X}_R(t), \mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[ \begin{aligned} & \left( \tilde{\mathbf{P}} \cdot \dot{\mathbf{X}}_R(t) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_R(t)) - \mathbf{B}\lambda(t) \right)^\top \times \\ & \times \left( \tilde{\mathbf{P}} \cdot \dot{\mathbf{X}}_R(t) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_R(t)) - \mathbf{B}\lambda(t) \right) \end{aligned} \right] dt. \quad (6)$$

Критерий качества идентификации по-прежнему имеет форму (5).

Полагаем, что критерий качества идентификации, представляющий собой функцию от идентифицируемых параметров, дважды дифференцируем по своим аргументам. Тогда условия оптимальности искомых параметров  $\mathbf{P}$  можно записать следующим образом:

$$\nabla J(\mathbf{P}) = \left[ \frac{\partial J(\mathbf{P})}{\partial p_1} \quad \frac{\partial J(\mathbf{P})}{\partial p_2} \right]^\top = 0, \quad (7)$$

$$\nabla \nabla^\top J(\mathbf{P}) = \left\{ \frac{\partial^2 J(\mathbf{P})}{\partial p_i \partial p_j} \right\}_{i,j=1}^2 > 0. \quad (8)$$

Полагаем также, что достаточное условие оптимальности (8) выполнено. Тогда можно построить следующий простейший градиентный алгоритм идентификации:

$$\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i - \rho_i \nabla J(\mathbf{P}_i), \quad (9)$$

где  $\rho_i$  — коэффициент, изменяющий скорость движения по градиенту.

Ясно, что задача сводится через искомые параметры настраиваемой модели к выражению для вектора градиента  $\nabla J(\mathbf{P})$ .

**Вычисление вектора градиента  $\nabla J(\mathbf{P})$ .** Недостаток рассмотренной функции потерь (6) заключается в том, что в подынтегральное выражение входит производная  $\dot{\mathbf{X}}_R(t)$  измеряемого сигнала. Выходной сигнал объекта, как правило, измеряется с использованием цифровых датчиков, поэтому при вычислении его производных возможны большие погрешности, которые вносят ошибки в результаты идентификации. Эффект усиливается, поскольку вектор измеряемых фазовых координат содержит четыре элемента.

Избежать операции дифференцирования сигнала  $\dot{\mathbf{X}}_R(t)$  можно, если преобразовать функцию потерь (6). Для этого необходимо воспользоваться линеаризацией Ньютона – Канторовича и методом матричных операторов.

Согласно методу линеаризации Ньютона – Канторовича, нелинейные зависимости в математической модели имеют аналитический вид. Наличие нелинейной зависимости в реальной системе обусловлено конструкцией поршня золотника сервомотора. Нелинейная характеристика отсечного золотника является нечетно симметричной. При малых значениях сигнала нелинейная характеристика изменяется в соответствии с квадратичным законом, при больших — по линейному закону. Несмотря на то что характеристика нелинейного элемента содержит точки разрыва, она хорошо аппроксимируется аналитической полиномиальной зависимостью с нечетной высшей степенью аргумента вида

$$F(z) = \sum_{i=0}^l c_i z^i. \quad (10)$$

Для рассматриваемой нелинейности с параметром  $\Delta z_0 = 0,3$  при  $l = 5$  коэффициенты  $c_i$  имеют следующие значения:  $c_0 = 0,0$ ;  $c_1 = 0,475$ ;  $c_2 = 0,0$ ;  $c_3 = 1,295$ ;  $c_4 = 0,0$ ;  $c_5 = -0,832$ .

Полагаем, что в настраиваемой модели нелинейная характеристика является аналитической (10). Тогда настраиваемая модель описывается системой уравнений (3) с правой частью:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_M(t, \mathbf{P})) = \begin{bmatrix} -\theta x_1 + \frac{(1-\theta)}{\delta} x_2 \\ -x_2 + x_3 \\ \sum_{i=0}^5 c_i x_4^i \\ -\frac{1}{\delta} x_1 - x_3 - x_4 \end{bmatrix}.$$

Линеаризация Ньютона – Канторовича достаточно подробно рассмотрена в работе [6]. С использованием данной процедуры можно перейти от уравнения (3) к последовательности уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{P}} \cdot \mathbf{X}_{Mk+1}(t)} &= \mathbf{A}^k(t) \mathbf{X}_{Mk+1}(t) + \mathbf{B}\lambda(t) + \mathbf{Z}^k(t), \\ \mathbf{X}_{Mk+1}(t_i) &= \mathbf{X}_0, \quad k = 0, 1, 2, \dots,\end{aligned}\quad (11)$$

где  $\mathbf{A}^k(t) = \mathbf{F}'_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_{Mk}(t))$ ;

$$\mathbf{Z}^k(t) = -\mathbf{A}^k(t) \mathbf{X}_{Mk}(t) + \mathbf{F}(\mathbf{X}_{Mk}(t)), \quad \mathbf{F}'_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_{Mk}(t)) = \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial x_j^k} \right\}_{i,j=1}^4.$$

Уравнения (11) являются линейными на каждом шаге итерационного процесса по отношению к искомому решению  $\mathbf{X}_{Mk}(t)$ .

Для настраиваемой модели матрица  $\mathbf{A}^k(t)$  и вектор  $\mathbf{Z}^k(t)$  имеют вид:

$$\mathbf{A}^k(t) = \begin{bmatrix} -\theta & \frac{(1-\theta)}{\delta} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^l i c_i x_{4k}^{i-1}(t) \\ -\frac{1}{\delta} & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z}^k(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sum_{i=0}^l (1-i) c_i x_{4k}^i(t) & 0 \end{bmatrix}^T.$$

С учетом уравнений (11) критерий качества идентификации можно записать следующим образом:

$$J(\mathbf{P}) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \left[ \left( \dot{\tilde{\mathbf{P}}} \cdot \dot{\mathbf{X}}_R(t) - \mathbf{A}^k(t) \mathbf{X}_R(t) - \mathbf{B}\lambda(t) - \mathbf{Z}^k(t) \right)^T \times \right. \\ \left. \times \left( \dot{\tilde{\mathbf{P}}} \cdot \dot{\mathbf{X}}_R(t) - \mathbf{A}^k(t) \mathbf{X}_R(t) - \mathbf{B}\lambda(t) - \mathbf{Z}^k(t) \right) \right] dt. \quad (12)$$

Уравнения (11), а также критерий (12) можно параметризовать и тем самым избежать процедуры дифференцирования сигнала, наблюдаемого на выходе идентифицируемого объекта. Для этого воспользуемся аппаратом матричных операторов [7].

Сигналы  $\mathbf{X}_R(t)$ ,  $\lambda(t)$ , функцию  $\mathbf{Z}^k(t)$  и начальные условия  $\mathbf{X}_R(t_i)$  разложим по заданному ортонормированному базису  $\Phi = \{\varphi_j(t) : j = \overline{1, \infty}, t \in [t_i, t_{i+1}]\}$ :

$$\mathbf{X}_R(t) = \widehat{\mathbf{FT}}_4(t)\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}}, \quad \lambda(t) = \widehat{\mathbf{FT}}_1(t)\hat{\mathbf{C}}^\lambda, \quad \mathbf{Z}^k(t) = \widehat{\mathbf{FT}}_4(t)\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Z}}, \quad \mathbf{X}(t_i) = \widehat{\mathbf{FT}}_4(t_i)\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}_0}.$$

Здесь  $\widehat{\mathbf{FT}}_4(t) = \text{diag}(FT^1(t)FT^2(t)FT^3(t)FT^4(t))$ ;  $\widehat{\mathbf{FT}}_1(t) = FT^1(t)$ ,

$$FT^1(t) = \dots = FT^4(t) = [\varphi_1(t) \varphi_2(t) \dots \varphi_N(t)].$$

Спектральные характеристики  $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}}$ ,  $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Z}}$ ,  $\hat{\mathbf{C}}^\lambda$  представим в следующем виде:

$$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} = [\mathbf{C}^{x_1} \mathbf{C}^{x_2} \mathbf{C}^{x_3} \mathbf{C}^{x_4}]^T, \quad \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Z}} = [\mathbf{C}^{z_1} \mathbf{C}^{z_2} \mathbf{C}^{z_3} \mathbf{C}^{z_4}]^T,$$

$$\text{где } \mathbf{C}^{x_i} = [C_1^{x_i} C_2^{x_i} \dots C_N^{x_i}]^T, \quad \mathbf{C}^{z_i} = [C_1^{z_i} C_2^{z_i} \dots C_N^{z_i}]^T, \quad \hat{\mathbf{C}}^\lambda = [C_1^\lambda C_2^\lambda \dots C_N^\lambda]^T,$$

$$C_j^{x_k} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} x_k(t) \varphi_j(t) dt, \quad j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{1, 4}; \quad \hat{C}_j^\lambda = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \lambda(t) \varphi_j(t) dt, \quad j = \overline{1, N},$$

$$C_j^{z_k} = \int_{t_i}^{t_{i+1}} z_k(t) \varphi_j(t) dt, \quad j = \overline{1, N}, \quad k = \overline{1, 4}.$$

В этом случае уравнение (11) и критерий (12) запишем как

$$\hat{\mathbf{P}} \cdot (\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}_0}) = \mathbf{K}^A \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} + \mathbf{K}^\lambda \hat{\mathbf{C}}^\lambda + \mathbf{K}^Z \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Z}}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} J(\mathbf{P}) = & \left( \hat{\mathbf{P}} \cdot (\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}_0}) - \mathbf{K}^A \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \mathbf{K}^\lambda \hat{\mathbf{C}}^\lambda - \mathbf{K}^Z \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Z}} \right)^T \times \\ & \times \left( \hat{\mathbf{P}} \cdot (\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}_0}) - \mathbf{K}^A \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \mathbf{K}^\lambda \hat{\mathbf{C}}^\lambda - \mathbf{K}^Z \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Z}} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{где } \hat{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_\varphi & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{T}}_\xi & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{p}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{p}}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{0} = \{0\}_{i,j=1}^4; \quad \tilde{\mathbf{T}}_\varphi = \text{diag}(T_\varphi \ T_\varphi \ T_\varphi \ T_\varphi),$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_\xi = \text{diag}(T_\xi \ T_\xi \ T_\xi \ T_\xi), \quad \tilde{\mathbf{p}}_1 = \text{diag}(p_1 \ p_1 \ p_1 \ p_1),$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_2 = \text{diag}(p_2 \ p_2 \ p_2 \ p_2).$$

Начальные условия определяют исходный запас энергии, имеющийся у объекта. Поскольку в процессе функционирования объекта энергия диссилирует, можно положить начальные условия нулевыми и немного упростить критерий (14):

$$J(\mathbf{P}) = \left( \hat{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{C}}^X - \mathbf{K}^A \hat{\mathbf{C}}^X - \mathbf{K}^\lambda \hat{\mathbf{C}}^\lambda - \mathbf{K}^Z \hat{\mathbf{C}}^Z \right)^T \times \\ \times \left( \hat{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{C}}^X - \mathbf{K}^A \hat{\mathbf{C}}^X - \mathbf{K}^\lambda \hat{\mathbf{C}}^\lambda - \mathbf{K}^Z \hat{\mathbf{C}}^Z \right). \quad (15)$$

В выражения (13) и (15) входят матрицы  $\mathbf{K}^A$ ,  $\mathbf{K}^\lambda$ ,  $\mathbf{K}^Z$ , представляющие собой спектральные характеристики ядер

$$\mathbf{K}_X(t, \tau) = \left\{ K_{ij}^X(t, \tau) = 1(t, \tau) a_{ij}^k(\tau) \right\}_{i,j=1}^4, \quad \mathbf{K}_\lambda(t, \tau) = \left\{ K_i^\lambda(t, \tau) = 1(t-\tau) b_i \right\}_{i=1}^4, \\ \mathbf{K}_Z(t, \tau) = \left\{ K_i^Z(t, \tau) = 1(t, \tau) \right\}_{i=1}^4$$

интегрального уравнения Фредгольма второго рода

$$\tilde{\mathbf{P}} \cdot (\mathbf{X}_{Mk+1}(t) - \mathbf{X}_{Mk+1}(0)) = \\ = \int_0^T \mathbf{K}_X(t, \tau) \mathbf{X}_{Mk+1}(\tau) d\tau + \int_0^T \mathbf{K}_\lambda(t, \tau) \lambda(\tau) d\tau + \int_0^T \mathbf{K}_Z(t, \tau) \mathbf{Z}^k(\tau) d\tau,$$

следующего из дифференциального уравнения (11) при его интегрировании. Соответственно матрицы  $\mathbf{K}^A$ ,  $\mathbf{K}^\lambda$ ,  $\mathbf{K}^Z$  имеют вид:

$$\mathbf{K}^A = \left\{ \tilde{\mathbf{A}}_{ij}^x \right\}_{i,j=1}^4, \quad \mathbf{K}^\lambda = \left\{ \tilde{\mathbf{B}}_i^\lambda \right\}_{i=1}^4, \quad \mathbf{K}^Z = \left\{ \tilde{\mathbf{Z}}_i \right\}_{i=1}^4, \\ \tilde{\mathbf{A}}_{ij}^x = \left\{ a_{sp}^{ij} \right\}_{s,p=1}^N, \quad \tilde{\mathbf{B}}_i^\lambda = \left\{ b_{sp}^i \right\}_{s,p=1}^N, \quad \tilde{\mathbf{Z}}_i = \left\{ z_{sp}^i \right\}_{s,p=1}^N.$$

Элементы матриц  $\tilde{\mathbf{A}}_{ij}^x$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}_i^\lambda$  и  $\tilde{\mathbf{Z}}_i$  определяются следующими формулами:

$$a_{sp}^{ij} = \int_{t_0}^{T_T} \int_{t_0}^T K_{ij}^X(t, \tau) \varphi_s(t) \varphi_p(\tau) d\tau dt, \quad b_{sp}^i = \int_{t_0}^{T_T} \int_{t_0}^T K_i^\lambda(t, \tau) \varphi_s(t) \varphi_p(\tau) d\tau dt, \\ z_{sp}^i = \int_{t_0}^{T_T} \int_{t_0}^T K_i^Z(t, \tau) \varphi_s(t) \varphi_p(\tau) d\tau dt.$$

Найденные спектральные характеристики однозначно определяют критерий качества идентификации. Выполняя операцию вычисления вектора  $\nabla J(\mathbf{P})$ , имеем

$$\nabla J(\mathbf{P}) = \frac{\partial \hat{\mathbf{P}}}{\partial \mathbf{P}} \left( \hat{\mathbf{P}} \cdot \hat{\mathbf{C}}^X - \mathbf{K}^A \hat{\mathbf{C}}^X - \mathbf{K}^\lambda \hat{\mathbf{C}}^\lambda - \mathbf{K}^Z \hat{\mathbf{C}}^Z \right).$$

Таким образом, все элементы, необходимые для выполнения идентификации, определены.

**Особенности алгоритма идентификации и его организация.**

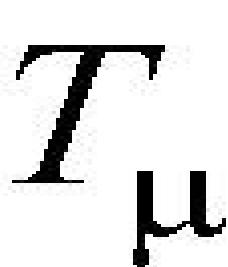
Назначение системы регулирования — стабилизация частоты вращения ротора турбины. Если электрическая нагрузка генератора не будет изменяться, система регулирования через определенное время выполнит свою задачу, т. е. частота вращения ротора будет стабилизована. Поэтому даже при «ненастроенных» параметрах модели может возникнуть такая ситуация, когда выходные сигналы объекта и модели будут не только постоянными, но и равными. В этом случае функция потерь принимает нулевое значение и возникает эффект достижения поставленной цели, хотя задача идентификации не решена. Следовательно, обязательное условие правильно решенной задачи состоит в том, что электрическая нагрузка генератора в процессе идентификации должна изменяться. Реализацию алгоритма осуществляют следующим образом. Выбирают интервал времени, на котором выполняется один шаг итерационного процесса идентификации  $\Delta t = (t_i, t_{i+1})$ . Величину  $\Delta t$  можно выбирать экспериментально либо задавать соизмеримой или немного большей, чем максимальная идентифицируемая постоянная времени. Это связано с тем, что в заданный промежуток времени не должны произойти переходные процессы в случае установления постоянного значения электрической нагрузки. В течение заданного интервала времени  $\Delta t$  вычисляются элементы градиента по формуле (15) и выполняется один шаг итерационного градиентного алгоритма идентификации, определяемого формулой (9). Далее процесс повторяется. Условием окончания итерационного процесса является достижение заданной точности. Кроме того, организовывать итерационный процесс, предписанный линеаризацией Ньютона – Канторовича, нет необходимости, поскольку в выражение для критерия идентификации входит выходной сигнал объекта, а он всегда представляет собой точное решение системы уравнений (2).

**Пример.** Приведем результаты идентификации указанных выше двух постоянных времени:  $T_\mu$  и  $T_z$ . В качестве базиса используются функции Уолша ( $N = 32$ ).

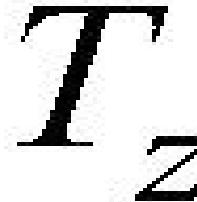
Начальные значения постоянных времени:  $T_\mu = 0,04$  с и  $T_z = 0,01$  с. Известные параметры объекта — турбины ПТ-12/15-35/10М:  $T_\xi = 0,12$  с,  $T_\phi = 6$  с,  $\delta = 0,04$ ,  $\Delta z_0 = 0,3$ , коэффициент самовыравнивания  $\theta = 0,05$ .

Интервал времени, на котором проводится идентификация,  $\Delta t = 0,1$  с. Параметры итерационного процесса:  $\rho_1 = 0,0085$ ,  $\rho_2 = 0,005$ .

На рис. 3, 4 приведены зависимости идентифицируемых параметров — постоянных времени — от числа  $N_{\text{итер}}$  итераций.



**Рис. 3.** Изменение постоянной времени  $T_\mu$  в процессе итераций (1), точное значение (2)



**Рис. 4.** Изменение постоянной времени  $T_z$  в процессе итераций (1), точное значение (2)

**Выводы.** Из рис. 3, 4 следует, что предложенный алгоритм обеспечивает необходимое качество идентификации. Потребовалось лишь  $N_{\text{итер}} = 20$  итераций для получения заданной точности. Традиционно используемые в системах регулирования данного класса турбин постоянные времени имеют значения, близкие к следующим:  $T_\mu = 0,1$  с,  $T_z = 0,03$  с. Ясно, что идентификация выполнена вполне адекватно текущей ситуации работы турбины.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российской фонда фундаментальных исследований и Правительства Калужской области (гранты №№ 14-41-03071, 14-48-03013).*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мельников Д.В., Фишер М.Р. Математическая модель контура регулирования частоты вращения ротора паровой турбины К-800-130/3000. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2011, спец. вып. «Энергетическое и транспортное машиностроение», с. 197–215.
- [2] Корнюшин Ю.П., Мельников Д.В., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Исследование и расчет параметров элементов системы регулирования частоты вращения ротора турбины с учетом параметрической неопределенности математической модели. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2014, № 1, с. 78–93.
- [3] Мельников Д.В., Егупов Н.Д. Синтез систем регулирования энергетических турбин в условиях параметрической неопределенности. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*, 2011, вып. 5, ч. 1, с. 108–113.
- [4] Калашников А.А. *Динамика регулирования турбин*. Москва, Энергоатомиздат, 1999, 328 с.
- [5] Цыпкин Я.З. *Основы информационной теории идентификации*. Москва, Наука, 1984, 320 с.

- [6] Гайский В.А., Егупов Н.Д., Корнюшин Ю.П. *Применение функций Уолша в системах автоматизации научных исследований*. Киев, Наукова думка, 1993, 212 с.
- [7] Пупков К.А., Егупов Н.Д., ред. *Методы инженерного синтеза сложных систем управления: аналитический аппарат, алгоритмы приложения в технике. Часть II. Вычислительно-аналитический эксперимент: аппарат матричных операторов и вычислительные технологии*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012, 416 с.

Статья поступила в редакцию 04.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Корнюшин Ю.П., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Идентификация параметров исполнительных устройств регуляторов паровой энергетической турбины с использованием аппарата матричных операторов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 2(6), с. 73–86.

**Корнюшин Юрий Петрович** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Системы автоматического управления» Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 печатных работ в области энергетики и электротехники, оптимальных систем, моделирования технических систем. Область научных интересов: нелинейные, оптимальные, робастные системы управления. e-mail: theroland@yandex.ru.

**Егупов Николай Дмитриевич** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Системы автоматического управления» Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 печатных работ в области теории матричных операторов, энергетики, оптимальных систем. Область научных интересов: теория матричных операторов, нелинейные, оптимальные, робастные системы управления. e-mail: theroland@yandex.ru.

**Корнюшин Петр Юрьевич** — аспирант кафедры «Системы автоматического управления» Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 23 печатных работ в области энергетики и электротехники, моделирования технических систем, управления техническими системами. Сфера научных интересов: нелинейные, оптимальные, робастные системы управления. e-mail: kornyushin.petr@gmail.com.

## **Identification of parameters of regulator actuators for steam power turbines using matrix operator apparatus**

© Yu.P. Konyushin, N.D. Egupov, P.Yu. Konyushin

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

*In the paper we propose an algorithm of parameters (time constants of the turbine) identification using the gradient method with an adaptive model. The adaptive mathematical model has the same structure as the identification object. The identification criterion is based on the loss function, which is the misalignment between the left and right sides of the equation, which describes the adaptive model. Thus it is avoided the need of finding the solution of a nonlinear equation for the adaptive model in an explicit form. In the model the signal observed at the output of the identified object is used instead of the output signal. Since mathematical models are nonlinear, the Newton – Kantorovich linearization and the matrix operator apparatus are applied to solve the problem. The features of gradient vector computation and features of the identification algorithm and its organization are considered. The results of the two time constants identification for the mathematical model of the turbine PT-12/15-35/10M are presented.*

**Keywords:** identification, turbine, gradient operator, criterion, parameters, time constants.

### **REFERENCES**

- [1] Melnikov D.V., Fisher M.R. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Mashinostroenie – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Mechanical Engineering*, 2011, spetsialnyi vypusk “Energeticheskoe i transportnoe mashinostroenie” [special issue “Power and transport mechanical engineering”], pp. 197–215.
- [2] Konyushin Yu.P., Melnikov D.V., Egupov N.D., Konyushin P.Yu. *Vestnic MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2014, no. 1, pp. 78–93.
- [3] Melnikov D.V., Egupov N.D. *Izvestiya Tulsogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Proceedings of the Tula State University. Engineering sciences*, 2011, issue. 5, part 1, pp. 108–113.
- [4] Kalashnikov A.A. *Dinamika regulirovaniya turbin* [Turbine control dynamics]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1999, 328 p.
- [5] Tsyplkin Ya.Z. *Osnovy informatsionnoy teorii identifikatsii* [Basics of information theory of identification]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 320 p.
- [6] Gayskiy V.A., Egupov N.D., Konyushin Yu.P. *Primenenie funktsiy Walsha v sistemakh avtomatizatsii nauchnykh issledovaniy* [Application of the Walsh functions in research automation]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1993, 212 p.
- [7] Pupkov K.A., Egupov N.D., eds. *Metody inzhenernogo sinteza slozhnykh system upravleniya: analiticheskiy apparat, algoritmy prilozheniya v tekhnike. Chast II. Vychislitelno-analiticheskiy eksperiment: apparat matrichnykh operatorov i vychislitelnye tekhnologii* [Methods for the engineering synthesis of complex control systems: an analytical apparatus, algorithms of applications in engineering. Part II. Computational and analytical experiment: The matrix operators apparatus and the computational technology]. Moscow, BMSTU Publ., 2012, 416 p.

**Kornyushin Yu.P.**, Dr. Sci. (Eng.), professor, head of the Automatic Control Systems Department at Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch. The author of about 100 publications in the field of power engineering and electrical engineering, optimal systems, simulation of engineering systems. Research interests: nonlinear, optimal, robust control system. e-mail: theroland@yandex.ru

**Egupov N.D.**, Dr. Sci. (Eng.), professor of the Automatic Control Systems Department at Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch. The author of about 200 publications in the field in the theory of matrix operators, power engineering, optimal systems. Research interests: theory of matrix operators, nonlinear, optimal, robust control system. e-mail: theroland@yandex.ru

**Kornyushin P.Yu.**, post-graduate of the Automatic Control Systems Department at Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch. The author of 23 publications in the field of power engineering and electrical engineering, simulation of engineering systems, control of engineering systems. Research interests: nonlinear, optimal, robust control system. e-mail: kornyushin.petr@gmail.com