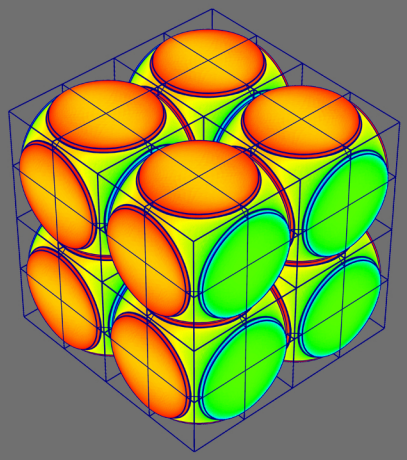
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Тишин Н.Р., Пролетарский А.В., Озмидов О.Р. Математическое моделирование роста порового давления в грунтах при приложении динамической нагрузки. Математическое моделирование и численные методы, 2025, № 2, с. 50–67.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/374/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.22
18.11.2026 12:59:47

УДК 519.6 + 624.131.37 DOI: 10.18698/2309-3684-2025-2-5067

Математическое моделирование роста порового давления в грунтах при приложении динамической нагрузки

© Н.Р. Тишин[1,2], А.В. Пролетарский[1], О.Р. Озмидов[2]

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[2]АО «МОСТДОРГЕОТРЕСТ», Москва, 129344, Россия

В данной статье рассматривается математическое моделирование роста порового давления в грунтах под воздействием динамических нагрузок. Исследование сосредоточено на оценке и сравнении трех моделей: CPT модели Ма и Ванга, расширенной CPT модели и логарифмической модели, которые предназначены для описания поведения порового давления в условиях длительного циклическом нагружении. Для проверки моделей были использованы лабораторные данные, полученные в результате испытаний на штормовое разжижение шести образцов грунта из одного объекта, подверженного штормовому воздействию. Для оценки качества математических моделей применялась оценка нормированного численного интеграла функции ошибки. Результаты показали, что модифицированная CPT модель подходит для моделирования роста порового давления при большом числе циклов нагружения в случае асимптотически стационарной системы, в то время как логарифмическая модель позволяет описывать нестационарные системы, в которых проявляются такие процессы, как медленный рост порового давления при большом цикле циклов нагружения, так и процесс диссипации порового давления. Исследование также выявило ограничения экспоненциальных и гиперболических моделей в описании длительных динамических процессов, и предложило пути улучшения их применения для сложных геотехнических условий. Авторы отмечают значимость представленных выводов для оценки рисков разжижения грунтов, а также совершенствования методов проектирования и устойчивости инженерных сооружений, подверженных динамическим воздействиям, таким как сейсмические и вибрационные нагрузки. В статье обсуждаются пути дальнейшего развития моделей, включая адаптацию для неоднородных грунтов и мультициклических нагрузок, что позволит точнее учитывать вариативность физических и механических характеристик грунтов. Результаты исследования поддерживают потенциальное применение предложенных моделей в инженерной практике, обеспечивая более точное прогнозирование и снижение рисков разрушения грунтов под воздействием различных динамических факторов.

Ключевые слова: *разжижение грунтов, математическое моделирование, геотехническая инженерия, динамические нагрузки*

Введение. Разжижение грунта принято называть переход его в текучее состояние вне зависимости от причины такого изменения и величины последующих деформаций [1–3], который также сопровождается разрывом структурных связей грунта (рис. 1).

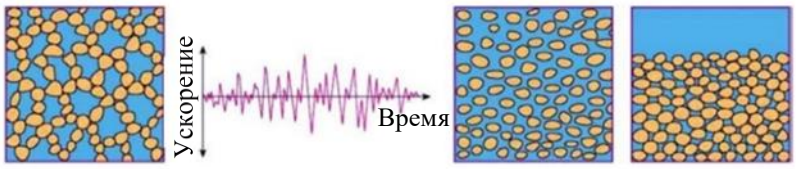


Рис. 1. Разжижение и уплотнение песчаного грунта:
a) — изначальный скелет грунта;
b) — динамическое воздействие на массив грунта;
c) — водонасыщенный грунт разжижен, связи между частицами разрушены;
d) — уплотненный грунт после отжатия воды и оседания частиц

Разжижение грунта может проявиться не только при динамических (землетрясения), но и при статических нагрузках на массив. Пример этого – одна из крупнейших инженерных катастроф в США (авария на плотине Сен-Френсис, Калифорния), а также аварии на реке Вайонт у горы Монте-Ток (Италия) и обрушение склона на реке Бурее (Дальний Воток, Россия).

Также из современных объектов можно отметить непроектную осадку здания строящейся Загорской ГАЭС-2. Вследствие неэффективной работы противофильтрационной и дренажной систем станции в районе примыкания здания ГАЭС к подпорной стенке происходило насыщение грунтов основания водой, фильтрующейся из нижнего бьефа. 17 сентября произошло выпирание грунта в верхнем бьефе, туда прорвался разжиженный грунт из-под основания здания. Далее сформировался сквозной канал под зданием ГАЭС, через который вода поступала из нижнего бьефа в верхний. Происходило дальнейшее вымывание грунта и расширение полости под зданием ГАЭС, что и вызвало его осадку. Процесс развивался весьма быстро и завершился после уравнивания отметок воды в верхнем и нижнем бьефах. Таким образом, авария была вызвана неэффективной работой противофильтрационных устройств (что явилось следствием несовершенства проекта), недостаточной изученностью свойств грунтов основания и неучетом возможности разжижения грунтов. Все это не позволило своевременно распознать угрозу негативного развития ситуации [3].

На данный момент основным способом исследования грунта с целью определения разжижаемости является проведение опыта на разжижение или потенциал разжижения по ГОСТ Р 56353-2022. Требования ГОСТ Р 56353-2022 и СП 45.13330.2017 предписывают проводить исследование на разжижение грунтов только в сейсмоактивных районах, при этом разжижение грунтов может происходить под действием любых динамических нагрузок [3], особенно таких, как технологические вибрации и штормовые нагрузки.

На сегодняшний день в Российской Федерации значительно расширяется строительство автомагистралей, портов высокоскоростных железных дорог и других сооружений. Поскольку геологические условия уникальны, необходима возможность прогнозирования разжижаемости грунтов в целях предотвращения катастроф. При воздействии вибрации структура слоя постепенно разрушается, а затем значительно снижается прочность грунта [4-5]. Некоторые объекты инфраструктуры должны выдерживать динамическую нагрузку, вызванную волновой эрозией, а некоторые - постоянную вибрационную нагрузку при прохождении высокоскоростных поездов или автомобильных дорог. Ключом к решению этих проблем является установление соответствующего основного закона динамики грунта [6] и проведение математического моделирования динамических свойств грунтов.

Охара и Мацуда [7] предложили гиперболическую модель формирования порового давления в грунте при циклическом нагружении с использованием простых испытаний на сдвиг с контролируемой деформацией, которая позже была улучшена [8] и сведена к уравнению 1:

$$\frac{u}{\sigma_{vc}^{'}} = \frac{N}{C_n \cdot e^{D_n \cdot CSR} + E_n \cdot e^{\frac{F_n}{CSR} \cdot N}}, \tag{1}$$

где C_n, D_n, E_n и F_n — 5 функций частоты и индекса пластичности (I_p).

Также CTP модель, включающая гиперболический и экспоненциальный законы роста порового давления, была предложена в работе Ма и Ванга [9](2):

$$u(x) = a \cdot A\left(1 - e^{-\frac{kx}{A}}\right) + (1-a) \cdot \frac{x}{\frac{1}{k} + \frac{x}{A}}, \tag{2}$$

где u — значение порового давления, A — максимальное поровое давление, α — параметр от 0 до 1, k — параметр, отвечающий за угол наклона начального участка функции.

Математическая модель роста порового давления при приложении динамических нагрузок. Обработка выборки испытаний, включая набор испытаний при большом числе циклов, такие как штормовое разжижение, требующее моделирования всей длинны шторма, показали недостаточное соответствие экспериментальным данным CPT модели Ма и Ванга [9] в некоторых случаях. Подобные проблемы также отмечены в исследованиях, касающихся поведения насыщенных песчано-гравийных материалов под динамическими

нагрузками [10]. Для повышения точности были предложены модифицированные модели, аналогичные предложенным в работе Xiaojun Li и Bing Hao [11], которые учитывают рост и диссипацию порового давления.

Для удобства моделирования за целевую функцию принимается PPR(N) (приведенное поровое давление), характеризующее отношение порового давления к обжимающему напряжению:

$$\mathrm{PPR}(N) = \frac{u}{\sigma_3}. \tag{3}$$

Критерием разжижения грунта, согласно ГОСТ Р 56353-2022, является достижение значения 1 на графике PPR.

В данной работе были использованы две модели:

1. Расширенная CPT модель, включающая добавление дополнительного приведенного логарифмического члена (4):

$$\begin{cases} f_1(N) =) \cdot A \cdot \left(1 - e^{-\frac{kN}{A}}\right) + b \cdot \dfrac{N}{\dfrac{1}{k} + \dfrac{N}{A}} + (1 - a - b) \cdot \dfrac{A ln(kN + 1)}{ln(kN_{max} + 1)}, \\ a + b \le 1 \\ a, b \in [0, 1] \end{cases} \tag{4}$$

где N — число циклов нагружения, a, b — коэффициенты влияния моделей, k — коэффициент, характеризующий динамику роста PPR, A — коэффициент, регулирующий максимальное значение функции на заданном диапазоне N.

2. Нормированная логарифмическая модель с возможностью описания снижения значений при большом числе циклов (5):

$$\begin{cases} f_2(N) = \left(A_1 \cdot \ln\left(k_1 N + 1\right) - A_2 \cdot \ln\left(k_2 N + 1\right)\right) \cdot C \\ C = \dfrac{A_1}{\left(A_1 \cdot ln\left(k_1 \dfrac{A_2 k_2 - A_1 k_1}{k_1 k_2 \left(A_1 - A_2\right)} + 1\right) - A_2 \cdot ln\left(k_2 \dfrac{A_2 k_2 - A_1 k_1}{k_1 k_2 \left(A_1 - A_2\right)} + 1\right)\right)}, \end{cases} \tag{5}$$

где N — число циклов нагружения, k_1, k_2 — коэффициенты, характеризующие динамику роста PPR, A — коэффициент, регулирующий максимальное значение функции на заданном диапазоне A_1 — коэффициент, регулирующий максимальное значение функции на заданном диапазоне N, A_2 — коэффициент, регулирующий снижение значений после достижения максимального значения функции на заданном диапазоне N. C — коэффициент масштабирования для нормализации.

Анализируем системы (4), (5):

$$f_1(0) = a \cdot A\left(1 - e^0\right) + b \cdot 0 + (1 - a - b) \cdot \frac{A\ln(k \cdot 0 + 1)}{\ln(kN_{max} + 1)} = 0, \qquad (6)$$

$$f_2(0) = \left(A_1 \ln(k_1 \cdot 0 + 1) - A_2 \ln(k_2 \cdot 0 + 1)\right) \cdot C = 0 \cdot C = 0. \qquad (7)$$

Для нахождения предела функции $f_1(N)$ рассмотрим асимптотическое поведение каждого из трех слагаемых функции:

$$\lim_{N\to\infty} e^{-\frac{kN}{A}} = 0 \to \lim_{N\to\infty} A\left(1 - e^{-\frac{kN}{A}}\right) = A(1-0) = A. \qquad (8)$$

Поскольку $N \to \infty$, $\frac{1}{k} + \frac{N}{A} \approx \frac{N}{A}$, следовательно:

$$\lim_{N\to\infty} \frac{N}{\frac{1}{k} + \frac{N}{A}} = \lim_{N\to\infty} A = A. \qquad (9)$$

Поскольку $N \to \infty$, $\ln(kN+1) \approx \ln(kN) \approx \ln(k) + \ln(N)$, следовательно:

$$\lim_{N\to\infty} \frac{A\ln(kN+1)}{\ln(kN_{max}+1)} = \lim_{N\to\infty} \frac{A\ln(k) + \ln(N)}{\ln(kN_{max}+1)} = \infty. \qquad (10)$$

Следовательно функция $f_1(N)$ имеет асимптоту A при $a + b = 1$, в остальных случаях третий член функции позволяет моделировать бесконечно возрастающие процессы, при этом нормирующий коэффициент $\ln(kN_{max}+1)$ всегда приводит функцию к заданному значению для заданного $N_{\max}$.

Для нахождения предела функции $f_2(N)$:

Поскольку $N \to \infty$, $\ln(k_1 N + 1) \approx \ln(k_1) + \ln(N)$, $\ln(k_2 N + 1) \approx \ln(k_2) + \ln(N)$ функцию можно представить, как:

$$f_2(\mathrm{N}) = \left(A_1 \ln k_1 - A_2 \ln k_2 A_2 + (A_1 - A_2) \cdot \ln(N)\right) \cdot C. \qquad (11)$$

- При $A_1 = A_2$:

$$\lim_{N\to\infty} f_2(N) = A_1 (\ln k_1 - \ln k_2) \cdot C \qquad (12)$$

- При $A_1 \neq A_2$:

$$\lim_{N\to\infty} f_2(N) = \pm\infty. \qquad (13)$$

Следовательно функция $f_1(N)$ не имеет асимптоты и подходит для моделирования процесса роста порового давления только для конечного числа циклов.

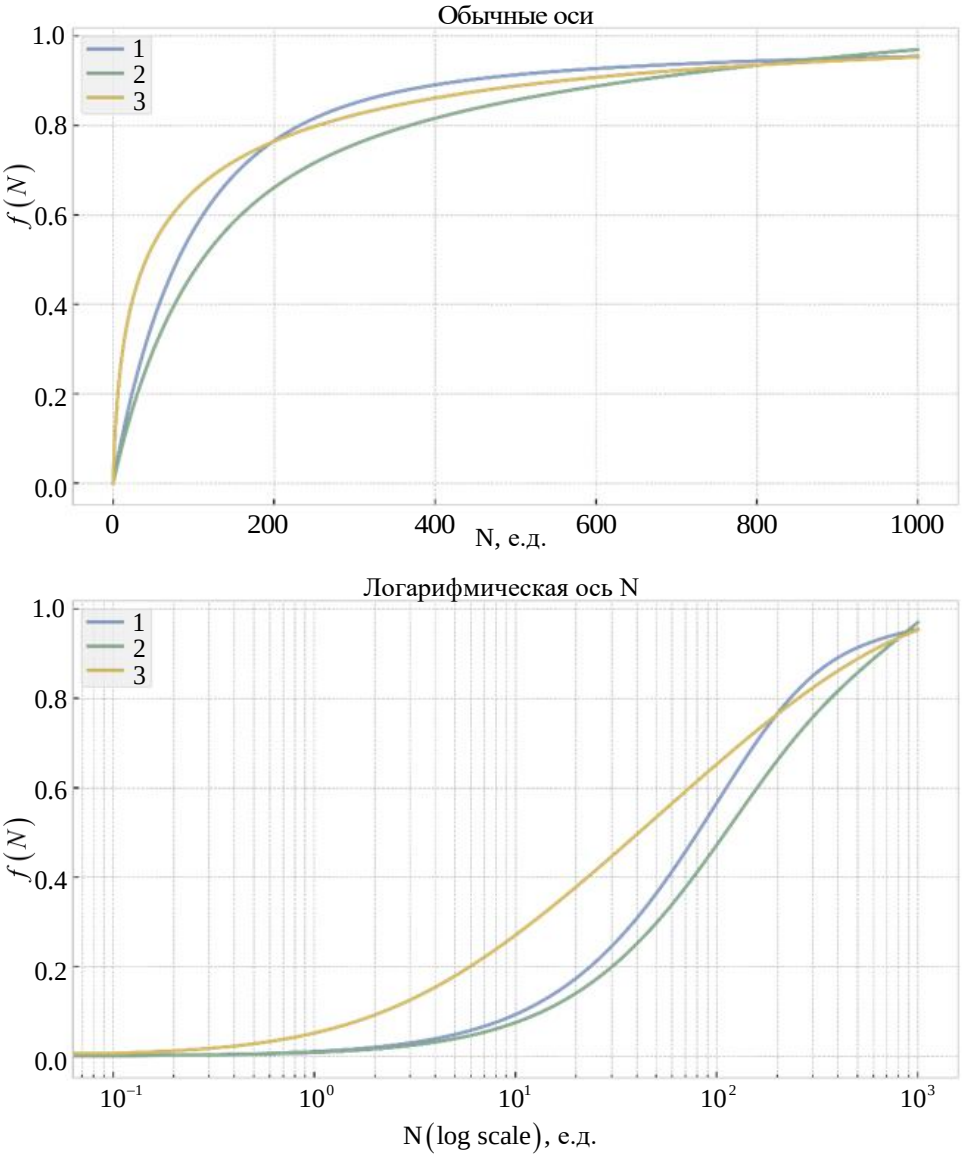


Рис. 2. Графики исследуемых функций с произвольными параметрами, где 1 — CPT-модель (2), 2 — расширенная CPT-модель (3), 3 — нормированная логарифмическая модель (4)

Численный алгоритм решения задачи моделирования роста порового давления. Поскольку для анализа процесса разжижения важны только максимальные значения PPR, лабораторные данные

обрабатываются алгоритмом поиска локальных максимумов в пределах цикла и сводятся к графикам локальных максимумов.

Для аппроксимации лабораторных данных заданными функциями был использован метод наименьших квадратов, минимизирующий сумму квадратов отклонений теоретических и фактических значений (14), реализованный с помощью библиотеки python numpy.

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y_i \right)^2 , \tag{14}$$

где y_i — фактические значения исходного рядя, y_i — расчетные (теоретические) значения исходного ряда.

Для сравнения качества аппроксимации заданными функциями реальных лабораторных данных были построены и проанализированы функции ошибок (15).

$$\varepsilon = \frac{\left| y_i - y_i \right|}{y_i} . \tag{15}$$

Отображение результатов моделирования и обработки производилось с использованием библиотеки python matplotlib.

Для первоначальной подгонки параметров функции был применен метод дифференциальной эволюции, реализованный через метод differential_evolution библиотеки scipy.optimize. Данный метод позволяет решать задачи минимизации нелинейных функций с непрерывными ограничениями [12], что позволяет значительно ускорить аппроксимацию функции.

Библиотека scipy.optimize поддерживает 3 метода оптимизации для аппроксимации функции:

- Метод Левенберга-Марквардта – гибридный метод, который сочетает градиентный спуск с методом Ньютона, обеспечивая быструю сходимость для малых нелинейных задач [13];
- Trust Region Reflective– использует подход доверительных областей, что повышает устойчивость оптимизации, особенно в задачах с большими матрицами и ограничениями на параметры [14];
- Dogbox – метод, который также использует доверительные области, но с дополнительными ограничениями, что делает его полезным в задачах с жесткими ограничениями на параметры, описан в документации SciPy.

Результаты численного моделирования. Для анализа были использованы образцы из одного объекта, подверженные штормовому воздействию. Всего было использовано 6 образцов: 3 образца были разрушены от приложенной нагрузки, остальные 3 – нет. Подготовка данных, а также их выборка осуществлялись с помощью системы

комплексного хранения данных геологических лабораторных испытаний [15], разработанной лабораторией АО МОСТДОРГЕОТРЕСТ.

На рис. 3 изображены лабораторные данные, более контрастным цветом отмечены результаты обработки функцией поиска локальных максимумов.

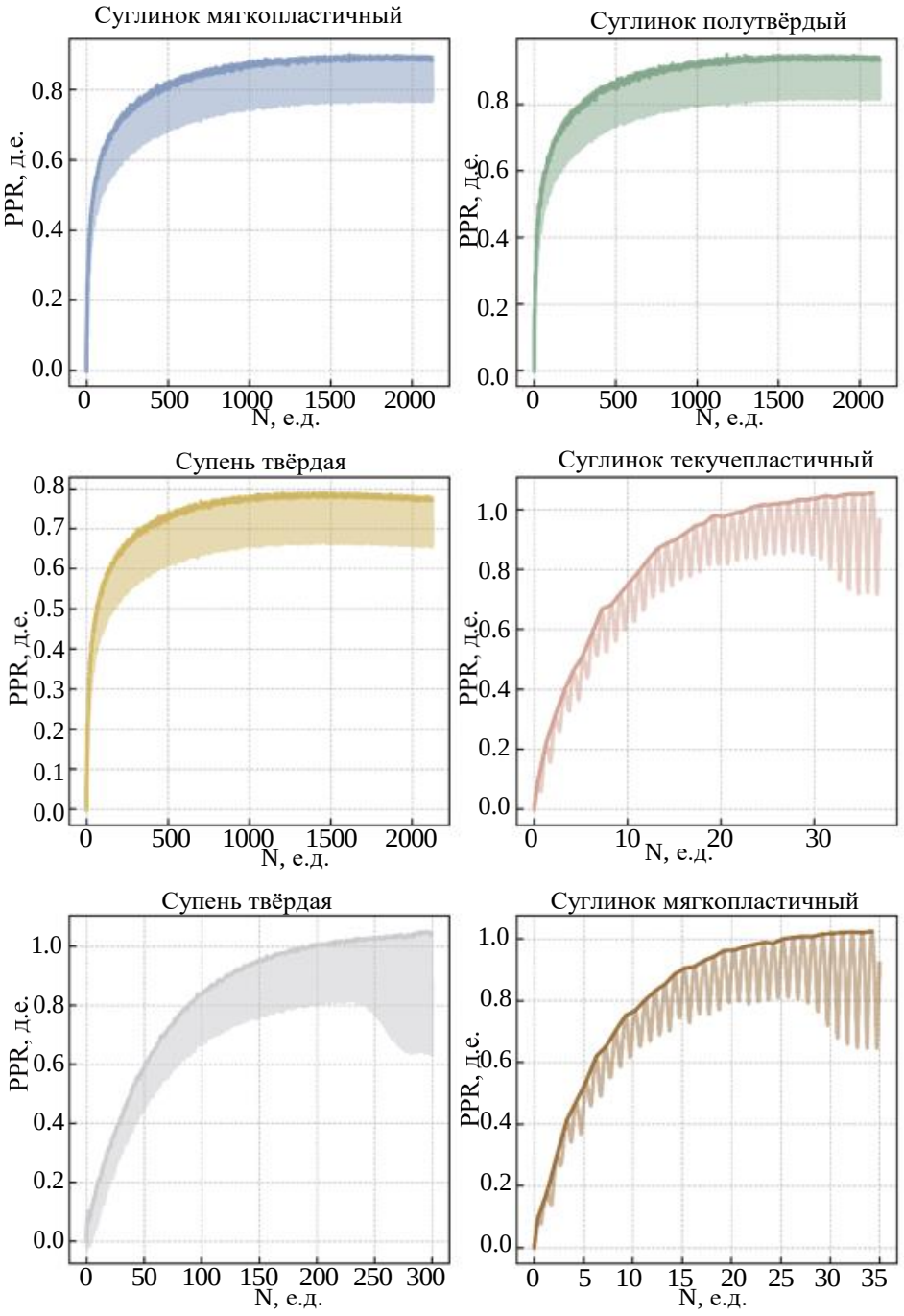


Рис. 3. Лабораторные данные испытания образцов на штормовое разжижение

В таблице 1 представлен результат сравнения работы методов оптимизации. Величина ошибок считается как сумма S_{norm} по всем кривым. Методика расчета S_{norm} представлена далее в статье. Метод Левенберга-Марквардта был выбран для дальнейших исследований, поскольку он обеспечивает наибольшую скорость работы при незначительном увеличении ошибки по сравнению с методом Trust Region Reflective.

Таблица 1

Результаты сравнения методов оптимизации

Метод оптимизации	Время, с	Величина ошибок
Метод Левенберга-Марквардта	0,672	28,408
Trust Region Reflective	52,773	28,003
Dogbox	2,045	29,624

Результаты аппроксимации лабораторных данных представлены на рис. 4. Поскольку лабораторные данные имеют ассимптотический характер, для отображения был выбран логарифмический масштаб по оси x, тем самым позволив более качественно показать графический вариант аппроксимации.

Результат построения функции ошибок представлен на рисунках 5, 6, 7. На первых циклах нагружения алгоритм поиска локального максимума кривой показывает более резкий рост, чем средняя линия, при этом основная функция модели – показывать динамику роста PPR при большом количестве циклов нагружения. Поэтому для более наглядного результата данные отображаются в логарифмическом масштабе по оси y. Данный подход позволяет более точно оценивать поведение функции ошибки при большом числе циклов нагружения, а также визуально наблюдать рост ошибки после достижения максимума функции.

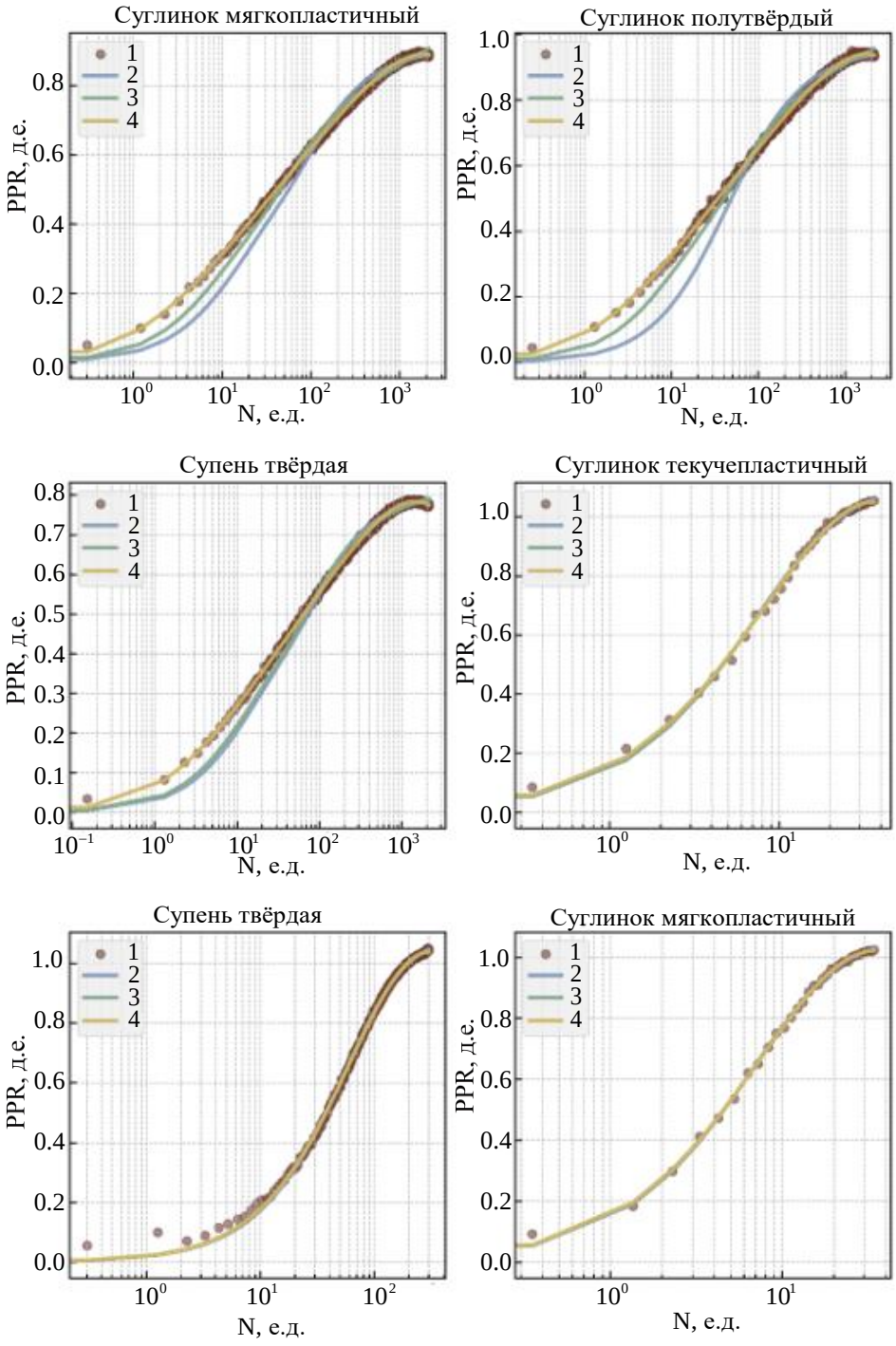


Рис. 4. Результаты аппроксимации лабораторных данных, где 1 — лабораторный данные, 2 — CPT-модель (2), 3 — расширенная CPT-модель (3), 4 — нормированная логарифмическая модель (4)

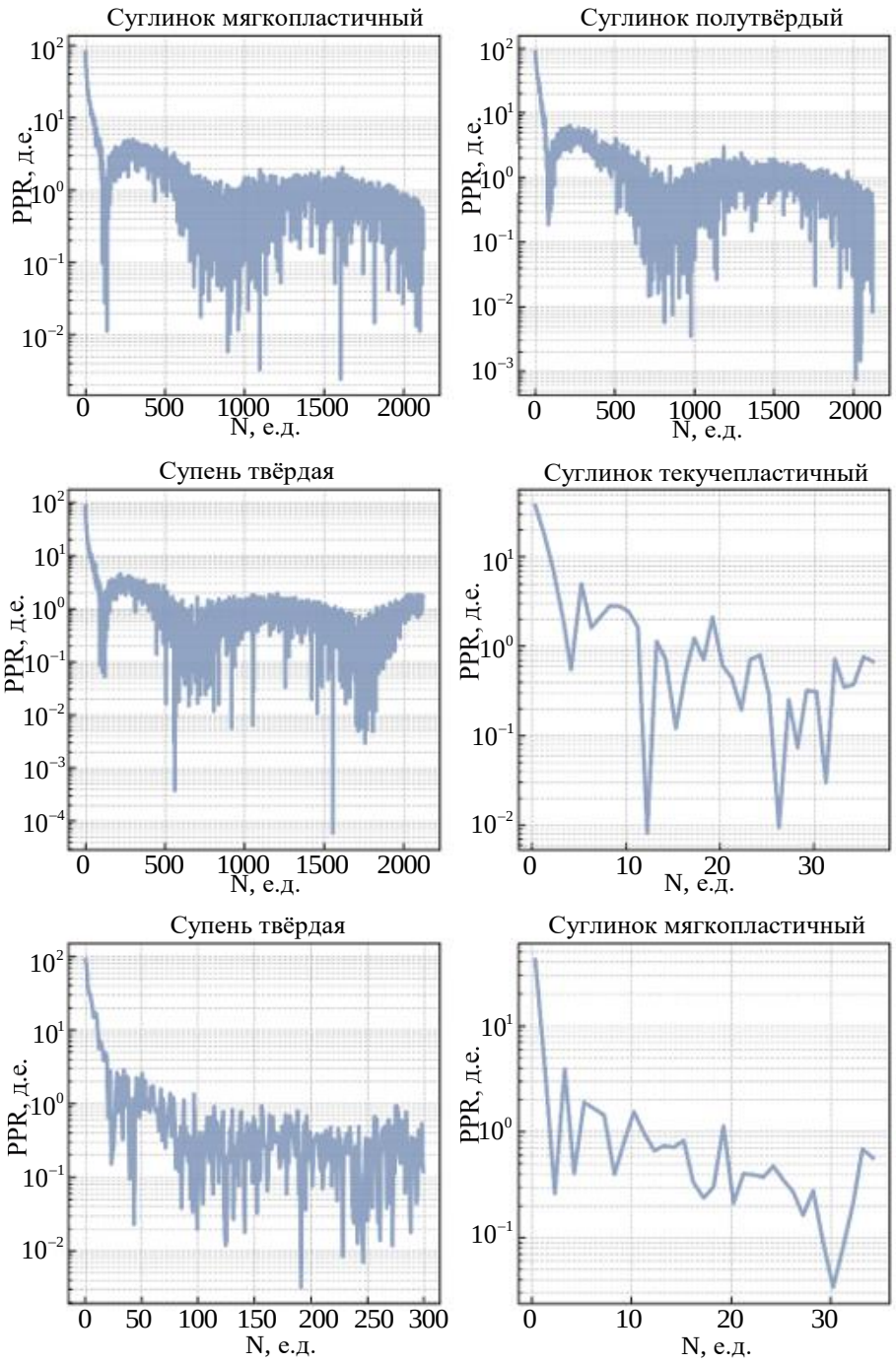


Рис. 5. Построение функции ошибок для СРТ модели

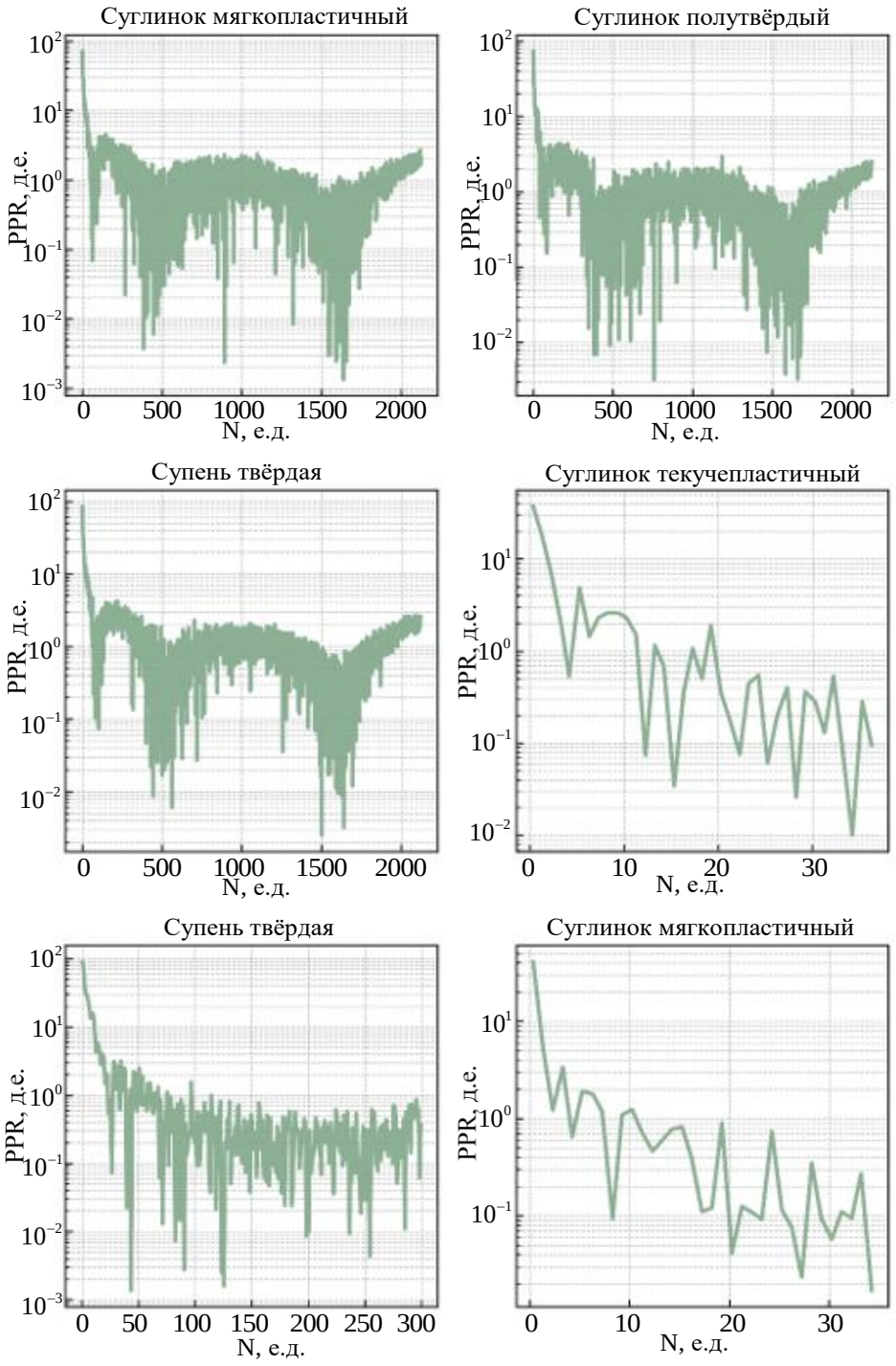


Рис. 6. Построение функции ошибок для CPT модели

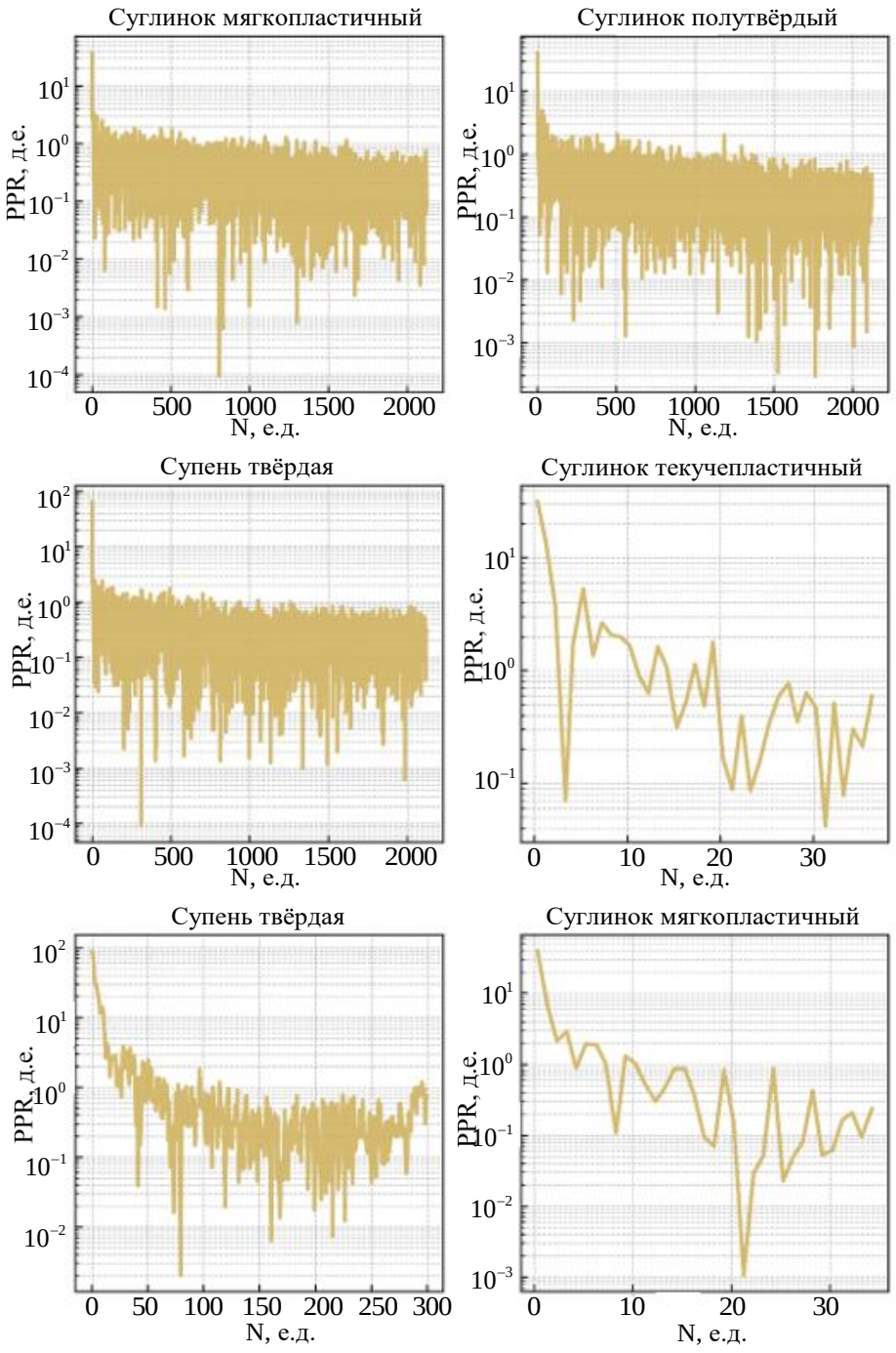


Рис. 7. Построение функции ошибок для для логарифмической модели

Поскольку графики содержат разное число циклов, то для общей оценки качества аппроксимации используется нормированный интеграл функции ошибки (16). Результаты оценки аппроксимации представлены в таблице 2.

$$S_{norm} = \frac{1}{N_{max}} \int \varepsilon(N). \quad (16)$$

Таблица 2

Результаты оценки аппроксимации

Тип грунта	S_{norm}		
	CPT модель	Модифицированная CPT модель	Логарифмическая модель
Суглинок мягкопластичный	1,731	1,245	0,406
Суглинок полутвёрдый	2,040	1,312	0,440
Супесь твёрдая	1,433	1,419	0,362
Суглинок текучепластичный	2,163	2,031	1,756
Супесь твёрдая	1,724	1,644	1,625
Суглинок мягкопластичный	1,373	1,321	1,353
Среднее значение S_{norm}	1,744	1,495	0,990

Обсуждение. В результате проведенного исследования были рассмотрены и проанализированы различные модели роста порового давления в грунтах при воздействии динамических нагрузок. Выявлены сильные и слабые стороны экспоненциальных и гиперболических моделей. При длительных циклических воздействиях, таких как штормовое разжижение или постоянные вибрационные нагрузки, эти модели показали недостаточную точность для описания поведения грунтов. Модифицированная CPT модель продемонстрировала высокую точность в моделировании роста порового давления при большом числе циклов нагружения, а логарифмическая модель оказалась эффективной для описания как роста, так и диссипации давления.

Исследование показало, что все три модели могут применяться в геотехнической практике для оценки разжижения грунтов под воздействием динамических нагрузок, однако каждая модель имеет свои ограничения. Модифицированная CPT модель более применима для описания длительных процессов роста порового давления, тогда как логарифмическая модель лучше учитывает процессы стабилизации и ослабления давления. Предложенные модели могут стать основой для улучшения методов оценки устойчивости сооружений, подверженных динамическим нагрузкам, и применяться в проектировании инженерных систем с учетом риска разжижения грунтов.

Для дальнейших исследований предлагается адаптировать представленные модели для более сложных геотехнических условий, таких как неоднородные грунты и мультициклические нагрузки. Также необходимо продолжить исследования по совершенствованию математических моделей, поскольку грунты имеют большую вариативность физических и механических параметров, и дальнейшие исследования различных образцов могут давать разносторонние результаты и уточнять ранее полученные данные.

Заключение. Результаты проведенного исследования показали, что экспоненциальные и гиперболические модели, примененные в рамках данного анализа, обладают ограниченными возможностями для точного описания процесса роста порового давления при длительных циклических нагрузках, что также видно из исследования Numerical Modelling of Dynamic Soil Liquefaction in Sloping Ground [16]. Так как поровое давление может как продолжать медленно расти, так и диссипировать. Модифицированная CPT модель обеспечивает более достоверное прогнозирование роста порового давления при большом числе циклов нагружения. Логарифмическая модель показала высокую точность как в моделировании роста, так и диссипации порового давления. При этом, все модели с близкой точностью моделируют рост порового давления при разжижении грунтов. Предложенные модели могут быть адаптированы для более сложных геотехнических условий, что позволит точнее оценивать риски разжижения грунтов, как это обсуждается в ряде работ, связанных с разжижением песчано-гравийных материалов [10, 11].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Крамаренко В.В. *Грунтоведение*. Москва, Юрайт, 2020, 430 с.
[2] https://geoinfo.ru/product/boldyrev-gennadij-grigorevich/ocenka-potenciala-gruntov-k-razzhizheniyu-40984.shtml. Дата обращения 20 июня 2019.
[3] Моргунов К.П., Колосов М.А. Проблемы разжижения грунтов в основаниях гидротехнических сооружений. *Наука и техника,* 2022, т. 21, № 3, с. 201-210.
[4] Chen G.X., Liu X.Z. Testing Study on Ratio of Dynamic Shear Moduli and Ratio of Damping for Deposited Soils in Nanjing and Its Neighboring Areas. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, vol. 23, no. 8, pp. 1403–1410.
[5] Cao Y.C., Wang T.L. *Shanghai Dizhi*, 1998, vol. 67, no. 60.
[6] Qi W.H., Bo J.S. A new soil dynamic constitutive model. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2009, vol. 29, no. 1, pp. 169-174.
[7] Ohara S., Matsuda H. Study on the settlement of saturated clay layer induced by cyclic shear. *Soils and Foundations*, 1988, vol. 28, no. 3, pp. 103–113.
[8] Paul M., Sahu R. B., Banerjee G. Undrained pore pressure prediction in clayey soil under cyclic loading. International Journal of Geomechanics, 2014, vol. 5, no. 5, art. 04014082.

[9] Ma X. J., Wang W., Li N., Song X. J., Xu H. B. Composite model for dynamic pore water pressure developing process of soft soil under cyclic loading. *Journal of Mechanical Engineering Research and Developments*, 2015, vol. 38, no. 2, p. 12–17.

[10] Chen J., Fu Z., Chen S., Shi B. A method to estimate dynamic pore water pressure growth of saturated sand-gravel materials. Applied Sciences, 2024. — vol. 14, no. 17, art. 7909.

[11] Dong Q., Zhou Z., Li X., Hao B., Jin L. Soil dynamic constitutive considering post-liquefaction deformation and reversible pore-water pressure. Sustainability, 2022, vol. 14, no. 24, art. 16512.

[12] Stokes Z., Mandal A., Wong W. Using differential evolution to design optimal experiments. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2020, vol. 199, art. 103955.

[13] Moré J. J. The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory. *Numerical Analysis*, 1978, vol. 630, pp. 105-116.

[14] Conn A. R., Gould N.I.M., Toint P.L. *Trust Region Methods*. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. DOI:10.1137/1.9780898719857.

[15] Тишин Н. Р., Озмидов О. Р., Пролетарский А. В. Система комплексного хранения данных геологических лабораторных испытаний. *Моделирование, оптимизация и информационные технологии*, 2024, т. 12, № 1. DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.007.

[16] Liyanapathirana, D.S., and Poulos, H.G. A numerical model for dynamic soil liquefaction analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2002, vol. 22, iss. 9-12, pp. 1007-1015.

Статья поступила в редакцию 26.11.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Тишин Н.Р., Пролетарский А.В., Озмидов О.Р. Математическое моделирование роста порового давления в грунтах при приложении динамической нагрузки. *Математическое моделирование и численные методы*, 2025, № 2, с. 50–67.

Тишин Никита Романович – аспирант МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: tnick1502@mail.ru

Пролетарский Андрей Викторович – д-р т. наук, декан факультета «Информатика и системы управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: pav@bmstu.ru

Озмидов Олег Ростиславович – канд. г.-м. наук, научный руководитель геотехнической лаборатории, АО МОСТДОРГЕОТРЕСТ. e-mail: ozmidov@mail.ru

Mathematical modeling of the growth of pore pressure in soils under dynamic loads

© N.R. Tishin[1,2], A.V. Proletarsky[1], O.R. Ozmidov[2]

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia
[2]JSC MOSTDORGEOTREST, Moscow, 105005, Russia

This article addresses the mathematical modeling of pore pressure growth in soils under dynamic loads. The study focuses on evaluating and comparing three models: the Ma and

Wang CPT model, an extended CPT model, and a logarithmic model, all designed to describe pore pressure behavior under prolonged cyclic loading. Laboratory data from storm liquefaction tests conducted on six soil samples from a single storm-affected site were used to validate the models. A normalized numerical integral of the error function was applied to assess the quality of the mathematical models. Results showed that the modified CPT model is suitable for modeling pore pressure growth under high cycle loading in asymptotically stationary systems, while the logarithmic model effectively captures non-stationary systems, allowing the description of processes such as slow pore pressure buildup and dissipation over extended loading cycles. The study also highlighted the limitations of exponential and hyperbolic models in describing prolonged dynamic processes and suggested ways to improve their application in complex geotechnical conditions. The authors emphasize the significance of these findings for assessing soil liquefaction risks and improving design methods for the stability of engineered structures subject to dynamic impacts, including seismic and vibrational loads. The article discusses further model developments, including adaptations for heterogeneous soils and multicycle loading, to more accurately account for the variability of soil's physical and mechanical properties. The study supports the potential application of these models in engineering practice, enabling more precise forecasting and risk mitigation for soil degradation under diverse dynamic conditions.

***Keywords**: soil liquefaction, mathematical modeling, geotechnical engineering, dynamic loads*

REFERENCES

[1] Kramarenko V.V. *Gruntovedenie* [Soil Science]. Moscow, Yurait, 2020, 430 p.
[2] https://geoinfo.ru/product/boldyrev-gennadij-grigorevich/ocenka-potenciala-gruntov-k-razzhizheniyu-40984.shtml. Дата обращения 20 июня 2019.
[3] Morgunov K.P., Kolosov M.A. Problemy razzhizheniya gruntov v osnovaniyah gidrotekhnicheskih sooruzhenij [Problems of soil liquefaction in the foundations of hydraulic structures]. *Nauka i tekhnika* [Science and technology], 2022, vol. 21, no. 3, pp. 201-210.
[4] Chen G.X., Liu X.Z. Testing Study on Ratio of Dynamic Shear Moduli and Ratio of Damping for Deposited Soils in Nanjing and Its Neighboring Areas. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, vol. 23, no. 8, pp. 1403–1410.
[5] Cao Y.C., Wang T.L. *Shanghai Dizhi*, 1998, vol. 67, no. 60.
[6] Qi W.H., Bo J.S. A new soil dynamic constitutive model. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2009, vol. 29, no. 1, pp. 169-174.
[7] Ohara S., Matsuda H. Study on the settlement of saturated clay layer induced by cyclic shear. *Soils and Foundations*, 1988, vol. 28, no. 3, pp. 103–113.
[8] Paul M., Sahu R. B., Banerjee G. Undrained pore pressure prediction in clayey soil under cyclic loading. International Journal of Geomechanics, 2014, vol. 5, no. 5, art. 04014082.
[9] Ma X. J., Wang W., Li N., Song X. J., Xu H. B. Composite model for dynamic pore water pressure developing process of soft soil under cyclic loading. *Journal of Mechanical Engineering Research and Developments*, 2015, vol. 38, no. 2, p. 12–17.
[10] Chen J., Fu Z., Chen S., Shi B. A method to estimate dynamic pore water pressure growth of saturated sand-gravel materials. Applied Sciences, 2024. — vol. 14, no. 17, art. 7909.

[11] Dong Q., Zhou Z., Li X., Hao B., Jin L. Soil dynamic constitutive considering post-liquefaction deformation and reversible pore-water pressure. Sustainability, 2022, vol. 14, no. 24, art. 16512.

[12] Stokes Z., Mandal A., Wong W. Using differential evolution to design optimal experiments. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2020, vol. 199, art. 103955.

[13] Moré J. J. The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory. *Numerical Analysis*, 1978, vol. 630, pp. 105-116.

[14] Conn A. R., Gould N.I.M., Toint P.L. *Trust Region Methods*. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. DOI:10.1137/1.9780898719857.

[15] Tishin N.R., Ozmidov O.R., Proletarsky A.V. Integrated data storage system for geological laboratory experiments. *Modeling, Optimization and Information Technology*, 2024, vol. 12, no. 1. DOI: 10.26102/2310-6018/2024.44.1.007.

[16] Liyanapathirana, D.S., and Poulos, H.G. A numerical model for dynamic soil liquefaction analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2002, vol. 22, iss. 9-12, pp. 1007-1015.

Tishin N.R., Postgraduate student, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: tnick1502@mail.ru

Proletarsky A.V., Dr. Sci. (Eng.), Professor, Dean of the Faculty of Informatics and Control Systems, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: pav@bmstu.ru

Ozmidov O.R., Cand. Sc. (Geologo-Mineralogical), Scientific director of the Geotechnical Laboratory, JSC MOSTDORGEOTREST. e-mail: ozmidov@mail.ru