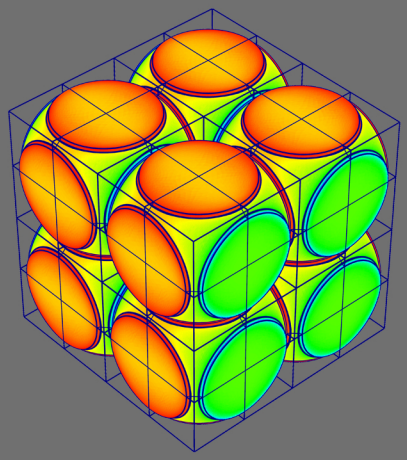
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Аттетков А.В., Котович А.В., Пилявская Е.В. Математическое моделирование температурного поля при фазовых превращениях в ударно-сжатом пористом материале. Математическое моделирование и численные методы, 2025, № 2, с. 3–18.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/371/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.68
28.11.2026 05:36:40

УДК 536.2+662.215.5 DOI: 10.18698/2309-3684-2025-2-318

Математическое моделирование температурного поля при фазовых превращениях в ударно-сжатом пористом материале

© А.В. Аттетков, А.В. Котович, Е.В. Пилявская

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлены обобщенные результаты численного анализа процесса формирования температурного поля в ударно-сжатом трехфазном пористом материале при отсутствии и наличии фазовых превращений в процессе пластического затекания пор. С применением методов математического моделирования исследовано влияние мезоскопических процессов тепловой диссипации, теплопереноса, плавления и межфазного теплообмена на формируемое температурное поле, установлены его топологические особенности при наличии расплавленных зон в ударно-сжатом пористом материале.

Ключевые слова: *ударная волна, трехфазный пористый материал, межфазный теплообмен, плавление, температурное поле*

Введение. В теоретических исследованиях ударно-волнового инициирования гетерогенных энергетических материалов (ЭМ) важное место занимает вязкопластическая модель «горячих точек» (ГТ) ─ локализованных зон динамического перегрева ударно-сжатого ЭМ. Ее применение позволяет объяснить сложные закономерности, присущие ударно-волновой чувствительности пористых ЭМ (см., например, работы [1−7] и библиографию в них). Основополагающие исследования по изучению рассматриваемой модели и ее предсказательным возможностям относятся к середине 80-х годов прошлого столетия. Но они активно продолжаются и в настоящее время.

Несмотря на достигнутый прогресс в изучении вязкопластической модели ГТ, окончательное представление о влиянии мезоскопических (в масштабах поры) процессов тепловой диссипации и теплопереноса на формируемое температурное поле ЭМ при ударно-волновом нагружении еще не сложилось и требует дальнейшего развития. В частности, актуальным остается вопрос о влиянии межфазового теплообмена на топологию температурного поля ударно-сжатого материала, содержащего воздушные (газовые) поры, при наличии фазовых превращений процессе пластического затекания пор. Изучение этого вопроса с применением методов математического моделирования является основной целью настоящей работы.

Исходные предположения и математическая модель. Рассмотрим задачу о стационарной ударной волне (УВ), распространяющей-

ся со скоростью D в трехфазном пористом материале: несжимаемой вязкопластической среде (фаза «s») с постоянными коэффициентом вязкости η и пределом текучести Y, содержащем заполненные газом (фаза «g») сферические поры одинакового радиуса (регулярная ячеистая система [8]), при наличии расплавленных зон в окрестности пластически затекаемых пор (фаза «f» — несжимаемая вязкая среда с постоянным коэффициентом вязкости μ). При этом полагаем:

1) характерная ширина фронта УВ много больше размера пор и расстояния между ними [9 – 14];

2) реализуется сильновязкий режим [1] пластического затекания пор с сохранением их сферической формы;

3) объемным содержанием газовой фазы в единице объема пористого материала можно пренебречь;

4) газ является совершенным с постоянным показателем адиабаты γ, допустимо использование условия гомобаричности (однородности по давлению) при изучении межфазного теплообмена в процессе пластического затекания пор [8, 15, 16].

При сделанных предположениях и с учетом ранее полученных результатов [9 – 12] интегралы законов сохранения массы и импульса пористого материала в системе координат, связанной с УВ, можно представить в следующем виде.

$$p - p_0 = \rho_s D^2 \left(\alpha - \alpha_0\right)\alpha_0^{-2}, \tag{1}$$

справедливом для всех промежуточных состояний во фронте волны, где

$$p_0 = \frac{2Y}{3}\ln\frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1}$$

— амплитуда упругого предвестника. При этом при наличии фазовых превращений в ударно-сжатом пористом материале зависимости между среднеинтегральными и фазовыми значениями величин определяются как

$$p = \alpha^{-1}\left[\left(1-\delta\right)p_s + \delta p_f + \left(\alpha - 1\right)p_g\right];$$

$$\rho = \alpha^{-1}\left[\left(1-\delta\right)\rho_s + \delta\rho_f + \left(\alpha-1\right)\rho_g\right] = \alpha^{-1}\left[\rho_s + \left(\alpha-1\right)\rho_g\right] \approx \alpha^{-1}\rho_s;$$

$$p_s = \left\langle p_s\left(r,t\right)\right\rangle = \frac{3}{b^3 - r_*^3}\int_{r_*}^{b} p_s\left(r,t\right)r^2 dr;$$

$$p_f = \left\langle p_f\left(r,t\right)\right\rangle = \frac{3}{r_*^3 - a}\int_{a}^{r_*} p_f\left(r,t\right)r^2 dr;$$

$$\alpha=\frac{b^3}{b^3-a^3};\quad \delta=\frac{r_*^3-a^3}{b^3-a^3}.$$

Здесь p — давление; ρ — плотность; a — радиус поры; r_* — радиус границы фаз сферического объема характерного (представительного) элемента трехфазного пористого материала радиуса b; α,δ — концентрационные симплексы, при этом $\delta=\delta(t)$ и $\delta=0$ при $t\le t_*$, где t_* — момент времени возникновения фазовых превращений на поверхности пластически затекаемых пор; индекс «0» соответствует параметрам состояния пористого материала перед фронтом УВ.

Результирующее уравнение связи $g(p,\alpha)=0$, определяющее скачок начального состояния трехфазного пористого материала во фронте УВ в (1), динамически неравновесно и в изучаемом (сильновязком) режиме пластического затекания пор определяется как

$$p=p_V(\dot\alpha,\alpha,\delta,\zeta)+p_Y(\alpha,\delta)+p_g; \tag{2}$$

$$p_V(\dot\alpha,\alpha,\delta,\zeta)=-\frac{4\eta\dot\alpha}{3\alpha(\alpha-1)}\frac{(\alpha-1)(1-\delta)+\zeta\alpha\delta}{\delta+\alpha-1};$$

$$p_Y(\alpha,\delta)=\frac{2Y}{3}\ln\frac{\alpha}{\delta+\alpha-1};$$

где $\zeta=\frac{\mu}{\eta}$ — симплекс подобия вязких свойств фаз пористого материала,

$$\dot\alpha\equiv\dot\alpha(t)=3\alpha_0^{-3}(\alpha_0-1)a^2(t)\dot a(t)$$

— скорость деформации пористого материала во фронте УВ, точкой обозначена производная по переменной t.

Функция $p_g=p_g(t)$ в (2) при выполнении условия гомобаричности (предположение 4) определяется из численного решения задачи

$$\frac{dp_g(t)}{dt}=\frac{3}{a(t)}\left[-(\gamma-1)q(r,t)\big|_{r=a(t)}-\gamma p_g(t)\dot a(t)\right],\ t>0$$
$$p_g(0)=p_{g0};\ a(0)=a_0;\ \dot a(0)=0. \tag{3}$$

При этом задача идентификации плотности теплового потока на поверхности $r=a(t)$ пластически затекаемой поры

$$q(r,t)\big|_{r=a(t)}=-\lambda_g\left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=a(t)} \tag{4}$$

приводит к необходимости численного анализа задачи об определении температурного поля фазы «g» трехфазного пористого материала. Наличие градиентов температуры в данном случае приводит к отклонению профиля скорости от линейного [15, 16]:

$$v_r(r,t)=\frac{r}{a(t)}v_r(r,t)\Big|_{r=a(t)}+\frac{\gamma-1}{\gamma p_g(t)}\left\{\lambda_g\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}-\right.$$
$$\left.-\frac{r}{a(t)}\left[\lambda_g\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\Big|_{r=a(t)}\right]\right\},\ 0\le r\le a(t),\ t\ge 0. \tag{5}$$

С учетом исходных предположений математическую модель процесса формирования температурного поля в ударно-сжатом пористом материале при наличии расплавленных зон в окрестности пластически затекаемых пор можно представить в следующем виде:

$$c_g\rho_g\left[\frac{\partial T(r,t)}{\partial t}+v_r(r,t)\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right]=$$
$$=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[\lambda_g r^2\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right]+\frac{dp_g(t)}{dt},\ 0\le r<a(t),\ t>t_*;$$

$$\rho_g(r,t)=\left[R_gT(r,t)\right]^{-1}p_g(t);$$

$$c_f\rho_f\left[\frac{\partial T(r,t)}{\partial t}+v_r(r,t)\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right]=\frac{1}{r^2}\left[\lambda_f r^2\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right]+$$
$$+12\mu\left[\frac{v_r(r,t)}{r}\right]^2,\quad a(t)<r<r_*(t),\ t>t_*;$$

$$c_s\rho_s\left[\frac{\partial T(r,t)}{\partial t}+v_r(r,t)\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right]=\frac{1}{r^2}\left[\lambda_s r^2\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right]-$$
$$-2Y\frac{v_r(r,t)}{r}+12\eta\left[\frac{v_r(r,t)}{r}\right]^2,\quad r_*(t)<r<b(t),\ t>t_*; \tag{6}$$

$$v_r(r,t)=\dot a(t)\left[a(t)/r\right]^2,\ \ r^3=r_0^3+a^3(t)-a_0^3;$$
$$a(t)<r<b(t),\ t>t_*;$$

$$r_*(t)=\left[a^3(t)+\frac{a_0^3\delta(t)}{\alpha_0-1}\right]^{1/3};\quad b(t)=\left[a^3(t)+\frac{a_0^3}{\alpha_0-1}\right]^{1/3};$$

$$a(t)\big|_{t=t_*} = a(t_*);\quad \dot{a}(t)\big|_{t=t_*} = \dot{a}(t_*);\quad T(r,t)\big|_{t=t_*} = T(r,t_*);$$

$$\rho_g(r,t)\big|_{t=t_*} = \rho_g(r,t_*);\quad v_r\left(a(t)-0,t\right) = v_r\left(a(t)+0,t\right) = \dot{a}(t);$$

$$\left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=0} = 0;\quad v_r(r,t)\big|_{r=0} = 0;$$

$$T\left(a(t)-0,t\right) = T\left(a(t)+0,t\right);$$

$$\lambda_g \left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=a(t)-0} = \lambda_f \left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=a(t)+0};$$

$$T(r,t)\big|_{t=r_*(t)-0} = T(r,t)\big|_{t=r_*(t)+0} = T_*;$$

$$-\lambda_f \left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=r_*(t)-0} + \lambda_s \left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=r_*(t)+0} = Q_f\, j(t);$$

$$\left.\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right|_{r=b(t)} = 0,$$

а закон движения границы поры находится из численного решения задачи

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\alpha(\delta+\alpha-1)}{4\eta\left[(\alpha-1)(1-\delta)+\zeta\alpha\delta\right]}\left[p_e - p_g(t) - \frac{2Y}{3}\ln\frac{\alpha}{\delta+\alpha-1}\right],\ t > t_*;\ (7)$$

$$a(t)\big|_{t=t_*} = a(t_*);\quad \alpha = 1+(\alpha_0-1)\left[a(t)/a_0\right]^3.$$

Здесь p_e — амплитуда УВ; c, λ — удельная массовая теплоемкость и теплопроводность соответственно; $Q_f\, j(t) = Q_f \rho_s \dot{r}_*(t)$ — интенсивность фазовых превращений; $\dot{r}_*(t)$ — скорость движения границы $r = r_*(t)$ зоны фазовых превращений; R_g — универсальная газовая постоянная.

Численный алгоритм решения задачи. На стадии, предшествующей возникновению фазовых превращений в ударно-сжатом пористом материале, численный анализ математической модели (1) – (7) проводился с использованием вычислительного алгоритма, конкретизированного в [16]. При отсутствии фазовых превращений и газа в порах параметрический анализ рассматриваемой математической модели ГТ выполнен в [1, 12].

Для представления результатов численных экспериментов использованы следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\tau_\eta = \frac{p_e t}{\eta},\ \rho = \frac{r}{a_0},\ R_1 = \frac{a}{a_0},\ R_* = \frac{r_*}{a_0},\ R_2 = \frac{b}{a_0},\ \theta = \frac{c_s\rho_s}{p_e}\left(T - T_0\right),$$

$$\beta = \frac{Y}{p_e},\ \mathrm{Re} = \frac{a_0\sqrt{p_e\rho_s}}{\eta},\ \mathrm{Pr} = \frac{c_s\eta}{\lambda_s},\ \zeta = \frac{\mu}{\eta},\ \Lambda = \frac{\lambda_f}{\lambda_s},\ \varepsilon = \frac{c_f}{c_s},$$

$$L_* = \frac{\rho_s Q_f}{Y},\ \pi_g = \frac{p_g}{p_e},\ \Lambda = \frac{\lambda_g}{\lambda_s},\ \varepsilon_g = \frac{c_g\rho_g}{c_s\rho_s}.$$

Расчет проведен при следующих значениях параметров:

$$\alpha_0 = 1.11 \ \text{(пористость } \phi_\circ = 0.1),\ \theta_* = 0.5,\ (\alpha_* = 1.05),$$

$$\beta = 0.1,\ \mathrm{Re} = 0.1,\ \mathrm{Pr} = 10^4,\ \varepsilon = 1,\ \Lambda = 1,\ L_* = 1,$$

$$\gamma = 1.4,\ \pi_{g0} = 10^{-2},\ \Lambda_{g0} = 10^{-2},\ \varepsilon_{g0} = 10^{-3}.$$

При наличии фазовых превращений в ударно-сжатом пористом материале смешанная задача (6), определяющая его температурное поле, относится к классу эволюционных задач в областях с подвижными границами, когда закон их движения заранее неизвестен и устанавливается в процессе решения задачи. Для численного этой задачи используется подход, основанный на методе с явным выделением границы раздела фаз [17 – 19]. С этой целью реализуется численный метод, в котором неизвестная граница фазовых превращений определяется положением соответствующих узлов разностной сетки на каждом временном слое. Это достигается путем использования новых независимых переменных

$$\tau = \tau_\eta,\ \xi = \begin{cases} \dfrac{\rho - R_1}{R_* - R_1}, & \rho \in [R_1, R_*], \\ 1 + \dfrac{\rho - R_1}{R_2 - R_*}, & \rho \in [R_*, R_2]. \end{cases}$$

В новой системе координат граница раздела фаз $\xi = 1$ неподвижна, области $0 \le \xi < 1$ и $1 < \xi \le 2$ заняты соответственно жидкой (расплав) и твердыми фазами.

При построении вычислительного алгоритма решения рассматриваемой задачи осуществляется аппроксимация системы дифференциальных уравнений в частных производных, полученных с помощью замены переменных.

Результаты численного эксперимента и их обсуждение. Параметрический анализ результатов численного эксперимента, частично представленных на рис. 1 – 6, позволяет выделить следующие специфические особенности влияния мезоскопических процессов тепловой диссипации, теплопереноса и межфазного теплообмена на формируемое температурное поле ударно-сжатого пористого материала при отсутствии и наличии расплавленных зон в окрестности пластически затекаемых пор.

1. При наличии фазовых превращений в ударно-сжатом пористом материале и отсутствии газа в порах $\left(\pi_{g0}=0\right)$ существенное влияние на формируемое температурное поле оказывает симплекс подобия вязких свойств фаз ζ (рис. 1).

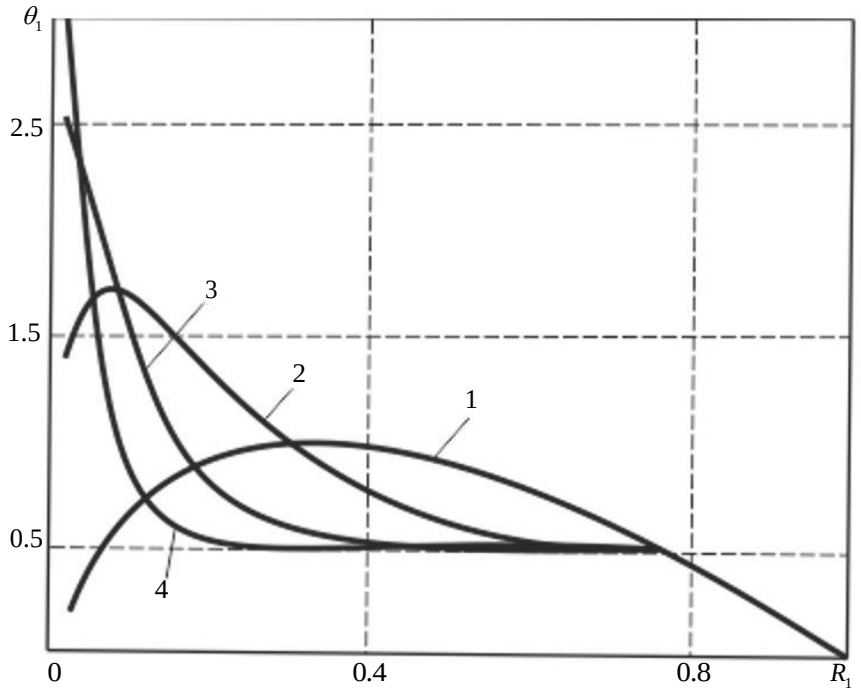


Рис. 1. Графики зависимости безразмерной температуры поверхности от радиуса при отсутствии (кривая 1) и при наличии расплавленной зоны в ее окрестности (кривые 2-4), отсутствии газа в порах и различных значениях параметра ς: $2-10^{-1}$, $3-10^{-2}$, $4-10^{-3}$

При этом возникновение расплавленных зон в окрестности пор даже в сильновязком режиме их пластического затекания приводит к качественному изменению температурного профиля $\theta_1\left(R_1\right)=\theta\left(R_1,\tau_\eta\right)$. Физически это можно объяснить проявлением эффекта радиальной энерции в законе движения границы поры [20]. При наличии газа в порах отмеченный эффект не наблюдается (рис. 2).

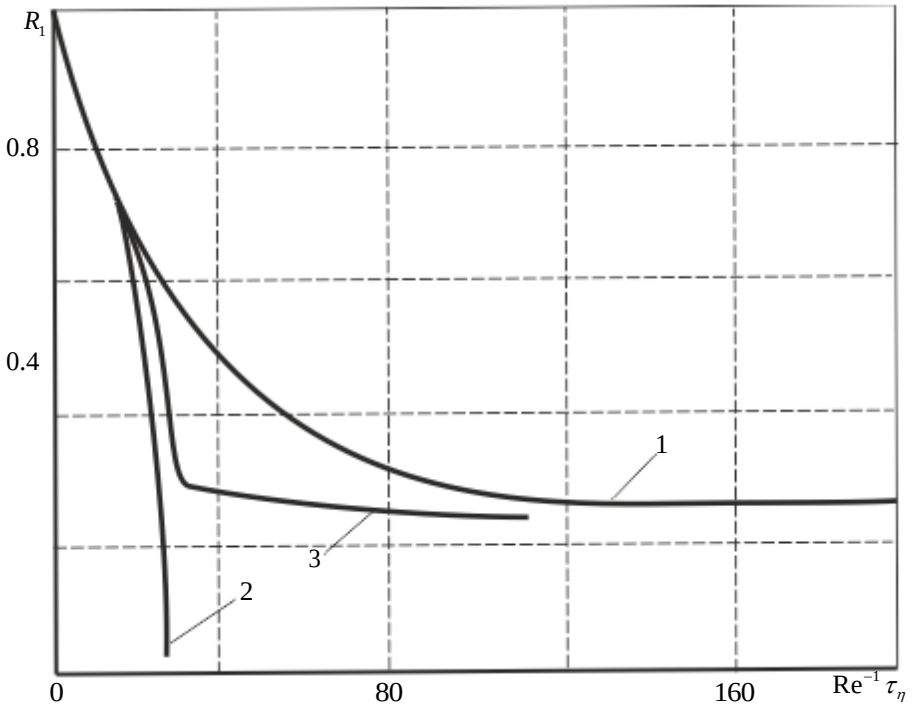


Рис. 2. Закон движения поры при отсутствии (кривая 1) и наличии расплавленной зоны в ее окрестности (кривые 2, 3), π_{g0} : 1, 2 – 0, 3 – 10^{-2}

2. В сильновязком режиме пластического затекания пор при отсутствии фазовых превращений в ударно-сжатом пористом материале межфазный теплообмен не оказывает значительного влияния на формируемое температурное поле. Доминирующими в этом случае являются мезоскопические диффузионные процессы, протекающие в твердой фазе пористого материала. Данный вывод, в частности, иллюстрируют представленные на рис. 3 графики зависимости безразмерной температуры θ_1 поверхности поры от ее радиуса R_1 при отсутствии $\left(\pi_{g0}=0\right)$ и наличии газа в порах $\left(\pi_{g0}=10^{-2}\right)$ и различных значениях числа Прандтля Pr — критерия диффузионных взаимодействий.

При наличии фазовых превращений влияние газовой фазы на процесс формирования температурного поля в трехфазном пористом материале возрастает (рис. 4 – 6; $\zeta=10^{-2}$).

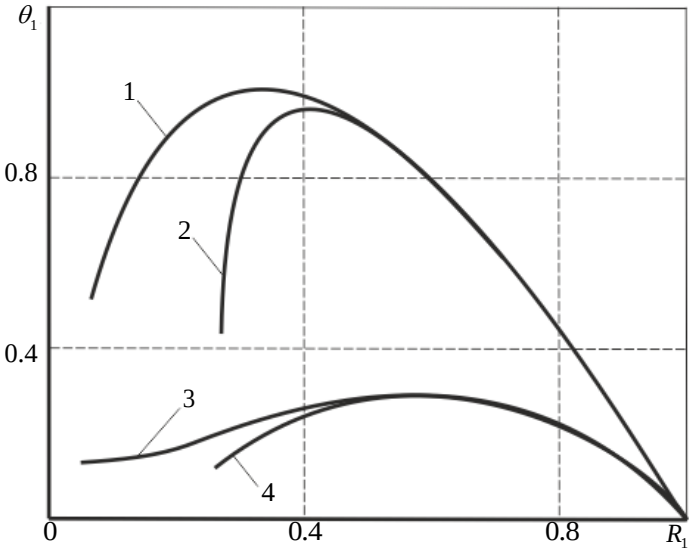


Рис. 3. График зависимости безразмерной температуры поверхности от радиуса при отсутствии (кривые 1, 3) и наличии газа в поре (кривые 2, 4) и различных значениях числа Прандтля $\mathrm{Pr}:\ 1,\ 2-10^4,\ 3,\ 4-10^3$

3. При наличии фазовых превращений величина максимально достижимого разогрева ударно-сжатого пористого материала превышает температуру плавления его твердой фазы и при отсутствии (рис. 1, 4), и при наличии газа в порах (рис. 4 – 6) и существенно зависит от параметров ζ — симплекса подобия вязких свойств фаз «s» и «f» и $\Lambda,\ \Lambda_{g0},\ \varepsilon_{g0}$ — симплексов подобия физических свойств фаз.

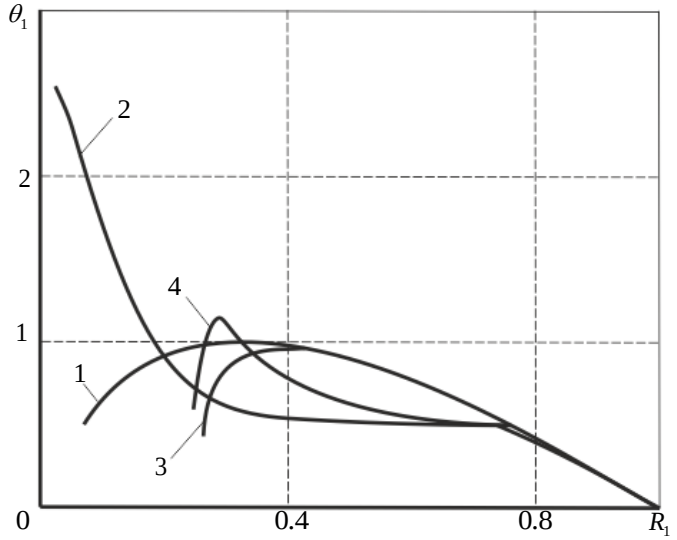
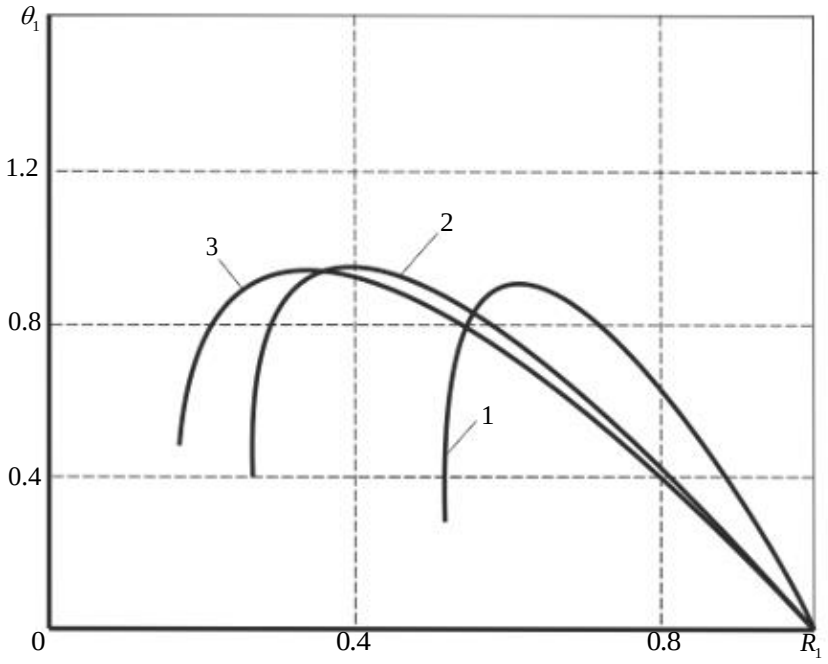
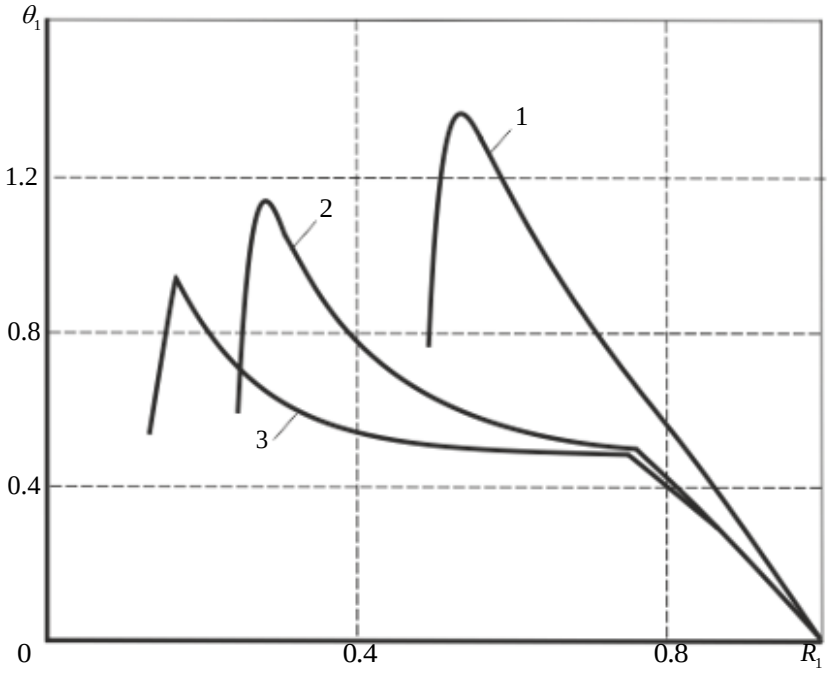


Рис. 4. График зависимости безразмерной температуры поверхности поры от радиуса при отсутствии (кривая 1) и наличии расплавленной зоны в ее окрестности $\pi_{g0}:\ 1,\ 2-0,\ 3,\ 4-10^{-2}$



а)



б)

Рис. 5. График зависимости безразмерной температуры поверхности поры от радиуса при отсутствии (а) и наличии расплавленной зоны в ее окрестности (б) и различных значениях параметра π_{g0} : $1-10^{-4}$, $2-10^{-2}$, $3-10^{-2}$

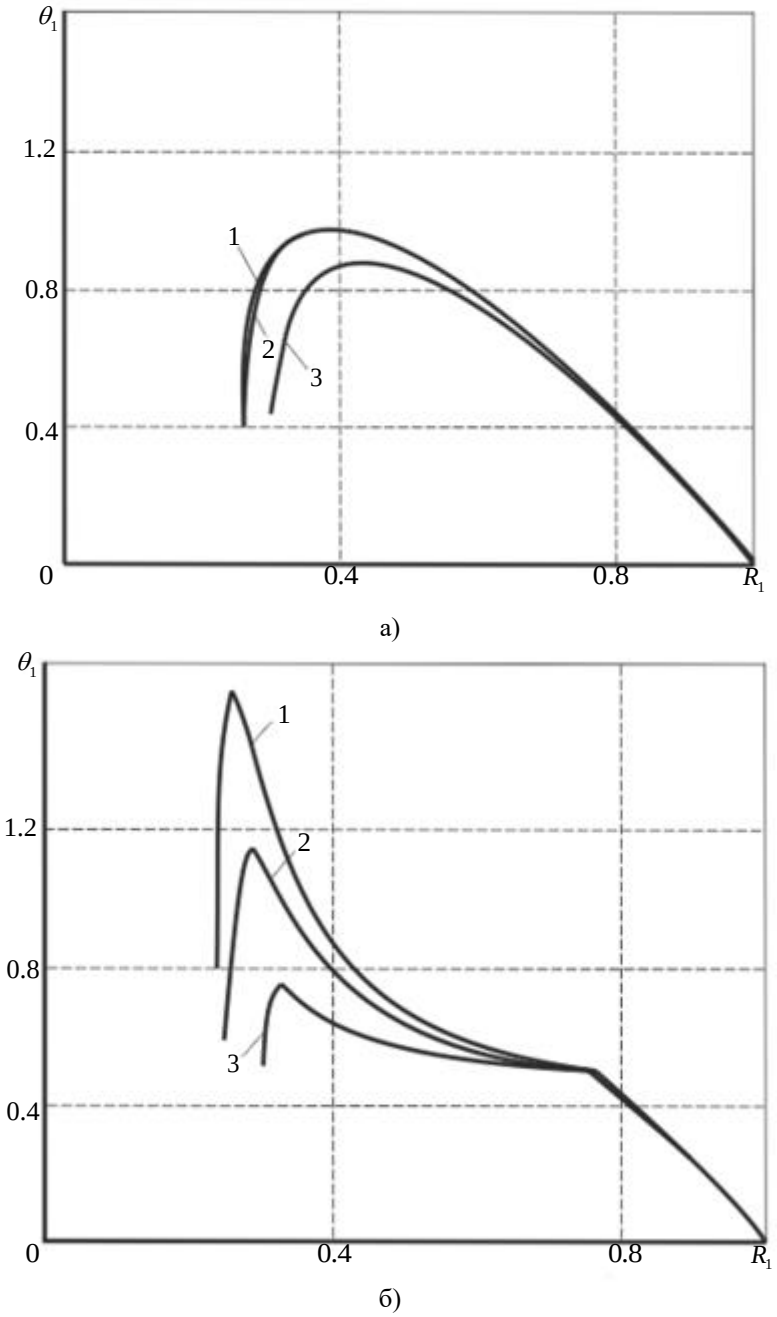


Рис. 6. График зависимости безразмерной температуры поверхности поры от радиуса при отсутствии (а) и наличии расплавленной зоны в ее окрестности (б) и различных значениях параметра π_{g0}: $1-10^{-4}$, $2-10^{-2}$, $3-10^{-2}$

4. Наблюдаемая немонотонность температурного профиля $\theta_1(R_1)$ и при отсутствии, и при наличии газа в порах и расплавленных зон в окрестности пластически затекаемых пор (рис. 1, 3 – 6) ассоциирует-

ся с проявлением мезоскопических процессов теплопереноса при формировании температурного поля в ударно-сжатом пористом материале и в определенной степени зависит от симплексов подобия Re — критерия динамического подобия и Pr — критерия диффузионных взаимодействий. При отсутствии фазовых превращений и газа в порах ударно-сжатого пористого материала теоретическая оценка значения R_1^*, соответствующего $\max\theta_1\left(R_1\right)$, проведена в [13] и определяется как $R_1^* = 2.3/\left(\mathrm{Re}\sqrt{\mathrm{Pr}}\right)$. При преобладании эффектов радиальной инерции в процессе пластического затекания пор немонотонность температурного профиля $\theta_1\left(R_1\right)$ на наблюдается.

Заключение. Рассмотрена задача о стационарной ударной волне в трехфазном пористом материале при отсутствии и наличии фазовых превращений в процессе пластического затекания пор. С применением методов математического моделирования исследовано влияние мезоскопических процессов тепловой диссипации, теплопереноса и межфазного теплообмена на формируемое температурное поле, его топологические особенности при наличии расплавленных зон в ударно-сжатом пористом материале. Показано, что при отсутствии фазовых превращений в сильновязком режиме пластического затекания пор межфазный теплообмен не оказывает существенного влияния на процесс формирования температурного поля, доминирующими в этом случае являются диффузионные процессы, протекающие в твердой фазе пористого материала. При наличии расплавленных зон в окрестности пластически затекаемых пор влияние газовой фазы на формируемое температурное поле ударно-сжатого пористого материала возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Хасаинов Б.А., Аттетков А.В., Борисов А.А. Ударно-волновое инициирование пористых энергетических материалов и вязкопластическая модель горячих точек. *Химическая физика*, 1996, т. 15, № 7, с. 53−125.

[2] Караханов С.М., Пластинин А.В., Бордзиловский Д.С., Бордзиловский С.А. Время формирования горячих точек при ударном сжатии микробаллонов в конденсированной среде. *Физика горения и взрыва*. 2016, т. 52, № 3, с. 105−113. DOI: 10.15372/FGV20160315.

[3] Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортов В.Е. *Ударно-волновые явления в конденсированных средах*. Москва, Янус-К, 1996, 408 с.

[4] Орленко Л.П. *Физика взрыва: В 2 т.* Москва, Физматлит, 2002, т. 1, 824 с.

[5] Кобылкин И.Ф., Селиванов В.В. *Возбуждение и распространение взрывных превращений в зарядах взрывчатых веществ*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015, 354 с.

[6] Ермолаев Б.С., Сулимов А.А. *Конвективное горение и низкоскоростная детонация пористых энергетических материалов*. Москва, Торус Пресс, 2017, 400 с.

[7] Бельский В.М. *Механизм инициирования и развития детонации в твердых гетерогенных взрывчатых веществах*. Монография. Саров, ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2019, 265 с.

[8] Нигматулин Р.И. *Динамика многофазных сред. Ч. I*. Москва, Наука, 1987, 464 с.

[9] Дунин С.З., Сурков В.В. Структура фронта ударной волны в твердой пористой среде. *Журнал прикладной механики и технической физики*, 1979, № 5, с. 106−114.

[10] Дунин С.З., Сурков В.В Динамика закрытия пор во фронте ударной волны. *Прикладная математика и механика*, 1979, т. 43, вып. 3, с. 511−518.

[11] Дунин С.З., Сурков В.В. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел. *Журнал прикладной механики и технической физики*, 1982, № 1, с. 131−142.

[12] Аттетков А.В., Власова Л.Н., Селиванов В.В., Соловьев В.С. Влияние неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии. *Журнал прикладной механики и технической физики*, 1984, № 6, с. 120−127.

[13] Киселев С.П., Руев Г.А., Трунев А.П.. *Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах*. Новосибирск, ВО «Наука», Сибирская издательская фирма, 1992, 261 с.

[14] Аттетков А.В., Волков И.К., Пилявская Е.В. Структура фронта ударной волны в двухфазном пористом материале. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение.* 2017, № 3, с. 41−53. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-3-41-53.

[15] Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью. *Известия АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1974, № 5, с. 94−100.

[16] Аттетков А.В., Пилявская Е.В. О влиянии межфазного теплообмена на критические условия ударно-волнового возбуждения химической реакции в пористых энергетических материалах. *Физика горения и взрыва*, 2017, т. 53, № 3, с. 106 −109. DOI: 10.15372/FGV20170311.

[17] Самарский А.А., Вабищевич П.Н. *Вычислительная теплопередача.* Москва, Книжный дом «Либроком», 2009, 784 с.

[18] Мажорова О.С., Попов Ю.П., Щерица О.В. Алгоритм решения задачи о фазовом переходе в многокомпонентной системе. *Дифференциальные уравнения*, 2004, т. 40, № 7, с. 1051 −1060.

[19] Мажорова О.С., Попов Ю.П., Щерица О.В. Консервативные разностные схемы для термо-диффузионной задачи Стефана. *Дифференциальные уравнения*, 2013, т. 49, № 7, с. 897 −905.

[20] Аттетков А.В., Головина Е.С., Ермолаев Б.С. Математическое моделирование мезоскопичсеких процессов тепловой диссипации и теплопереноса при наличии расплавленных зон в ударно-сжатом пористом материале. *Тепловые процессы в технике*, 2010, т. 2, № 3, с. 129−132. DOI: 10.34759/tpt-2023-15-7-309-316.

Статья поступила в редакцию 18.02.2025

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Аттетков А.В., Котович А.В., Пилявская Е.В. Математическое моделирование температурного поля при фазовых превращениях в ударно-сжатом пористом материале. *Математическое моделирование и численные методы*, 2025, № 2, с. 3–18.

Аттетков Александр Владимирович — к.т.н., доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: attetkov@bmstu.ru

Котович Александр Валерианович — к.т.н., доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: kkot@bmstu.ru

Пилявская Елена Владимировна — к.ф.-м.н., ассистент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: e.pilyavskaya@mail.ru

Mathematical modeling of temperature field under the phase transformation in a shock-compressed porouse material

© A.V. Attetkov, A.V. Kotovich, E.V. Pilyavskaya

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article presents generalized results of numerical analysis of the process of temperature field formation in a shock-compressed three-phase porous material in the absence and presence of phase transformations during plastic pore flow. Using mathematical modeling methods, the influence of mesoscopic processes of thermal dissipation, heat transfer, melting and interphase heat exchange on the formed temperature field is investigated, its topological features are established in the presence of molten zones in the shock-compressed porous material.

***Keywords**: shock wave, three-phase porous material, interphase heat exchange, melting, temperature field*

REFERENCES

[1] Khasainov B.A., Attetkov A.V., Borisov A.A. Shock-wave initiation of porous energetic materials and viscoplastic model of hotspots. *Khimicheskaya fizika* [Russian Journal of Physical Chemistry], 1996, vol. 15, no. 7, pp. 53–125.

[2] Karakhanov S.M. , Plastinin A.V. , Bordzilovskii D.S. , Bordzilovskii S.A. Time of hot-spot formation in shock compression of microballoons in a condensed medium Combustion. *Explosion and Shock Waves*, 2016, V. 52, no. 3, pp. 350-357. DOI: 10.1134/s0010508216030151

[3] Kanel' G.I., Razorenov S.V., Utkin A.V., Fortov V.E. *Udarno-volnovye yavleniya v kondensiro-vannykh sredakh* [Shock-wave phenomena in condensed medium]. Moscow, Yanus-K Publ., 1996, 408 p.

[4] Orlenko L.P. *Fizika vzryva. T. 1* [Physics of explosions. Vol. 1]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 832 p.

[5] Kobylkin I.F., Selivanov V.V. *Vozbuzhdenie i rasprostranenie vzryvnykh prevrashcheniy v zaryadakh vzryvchatykh veshchestv* [Initiation and Propagation ofExplosive Transformations in the Explosive Charges]. Moscow, Bauman University Publishing, 2015, 354 p.

[6] Ermolaev B.S., Sulimov A.A. *Konvektivnoe gorenie i nizkoskorostnaya detonaciya poristyh energeticheskih materialov* [Convective combustion and low-velocity detonation of porous energetic materials]. Moscow, Torus Press, 2017, 400 p.

[7] Bel'skij V.M. *Mekhanizm iniciirovaniya i razvitiya detonacii v tver-dyh geterogennyh vzryvchatyh veshchestvah. Monografiya* [Mechanism of initiation and development of detonation in solid heterogeneous explosives. Monograph]. Sarov: FGUP «RFYAC-VNIIEF», 2019, 265 p.

[8] Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred. Ch. 1* [Multiphase medium dynamics. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 464 p.

[9] Dunin S.Z., Surkov V.V. Structure of a shock wave front in a porous solid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1979, vol. 20, no. 5, pp. 612–618.

[10] Dunin S.Z., Surkov V.V. Dynamics of the closing of pores at the shock wave front. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1979, vol. 43, no. 3, pp. 550–558.

[11] Dunin S.Z., Surkov V.V. Effekty dissipacii energii i vliyanie plavle-niya na udarnoe szhatie poristyh tel [Effects of energy dissipation and the influence of melting on shock compression of porous bodies]. Journal of Applied Mechanics and Technical, 1982, no. 1, pp. 131−142.

[12] Attetkov A.V., Vlasova L.N., Selivanov V.V., Solov'ev V.S. Vliyanie neravnovesnogo razogreva na povedenie poristogo veshchestva pri udarnom szhatii [The influence of nonequilibrium heating on the behavior of a porous substance under shock compression]. *Journal of Applied Mechanics and Technical*, 1984, no. 6, pp.120−127.

[13] Kiselev S.P., Ruev G.A., Trunev A.P. *Udarno-volnovye processy v dvuhkomponentnyh i dvuhfaznyh sredah* [Shock-wave processes in two-component and two-phase media]. Novosibirsk: VO «Nauka» [Novosibirsk: VO "Science"]. Sibirskaya izdatel'skaya firma, 1992, 261 p.

[14] Attetkov A.V., Volkov I.K., Pilyavskaya E.V. Shock Wave Front Structure in Two-Phase Porous Material. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Mechanical Engineering*, 2017, no. 3, pp. 41–53. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-3-41-53.

[15] Nigmatulin R.I., Habeev N.S. Teploobmen gazovogo puzyr'ka s zhidko-st'yu [Heat exchange between a gas bubble and a liquid]. *Fluid Dynamics*, 1974, № 5, pp. 94−100.

[16] Attetkov A.V., Pilyavskaya E.V. O vliyanii mezhfaznogo teploobmena na kriticheskie usloviya udarno-volnovogo vozbuzhdeniya himicheskoj reakcii v poristyh energeticheskih materialah [On the influence of interphase heat transfer on the critical conditions of shock-wave excitation of a chemical reaction in porous energetic materials]. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 2017, vol. 53, no. 3, pp. 106 −109. DOI: 10.15372/FGV20170311

[17] Samarskij A.A., Vabishchevich P.N. *Vychislitel'naya teploperedacha* [Computational Heat Transfer]. Moscow, Librokom, 2009, 784 p.

[18] Mazhorova O.S., Popov Yu.P., Shcheritsa O.V. An algorithm for solving a phase transitionproblem in a multicomponent system. *Differential Equations*, 2004, vol. 40, no. 7, pp. 1051–1059.

[19] Mazhorova O.S., Popov Yu.P., Shcheritsa O.V. Conservative scheme for the thermodiffu-sion Stefan problem. *Differential Equations*, 2013, vol. 49, no. 7, pp. 869–882.

[20] Attetkov A.V., Golovina E.V., Ermolaev B.S. Mathematical simulation of-mesoscopic processes of heat dissipation and heat transfer involving melt-edzones in porous material subjected to shock compression. *Thermal Processes in Engineering*, 2010, vol. 2, no. 3, pp. 129–132.

Attetkov A.V., Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mathematics at the Bauman Moscow State Technical University. e-mail: attetkov@bmstu.ru

Kotovich A.V., Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mathematics at the Bauman Moscow State Technical University. e-mail: kkot@bmstu.ru

Pilyavskaya E.V., Cand. Sc. (Phys. — Math.), Assistant, Department of Applied Mathematics at the Bauman Moscow State Technical University. e-mail: e.pilyavskaya@mail.ru