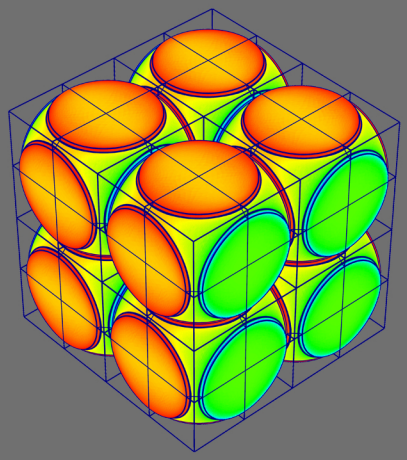
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Максимов Ф.А. Численное моделирование гистерезиса при обтекании системы двух тел. Математическое моделирование и численные методы, 2025, № 1, с. 57–79.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/366/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.22
18.11.2026 12:59:49

УДК 533.6.011.5:
533.6.011.72:519.634

DOI: 10.18698/2309-3684-2025-1-5779

Численное моделирование гистерезиса при обтекании системы двух тел

© Ф.А. Максимов

ИАП РАН, Москва, 123056, Россия

Представлены результаты расчетов обтекания двух тел, расположенных вдоль направления потока. Известны результаты экспериментальных исследований аэродинамических характеристик системы груз - тормозное устройство. Одним из интересных явлений в данной задаче является гистерезис характеристик при изменении расстояния между телами. Применена многоблочная вычислительная технология с использованием локальных адаптированных к поверхности тел криволинейных сеток, имеющих конечные области перекрытия с глобальной прямоугольной сеткой для всей расчетной области. Вязкие пограничные слои разрешаются на локальных сетках с использованием уравнений Навье – Стокса, а эффекты аэродинамической интерференции сопутствующих ударно-волновых структур описываются в рамках уравнений Эйлера. В областях перекрытия сеток применяется интерполяция функций до границ перехода от одной сетки к другой. При последовательном смещении одного из тел с увеличением или уменьшением расстояния между телами обнаружена качественная перестройка структуры течения. Реализуемая схема обтекания зависит не только от величины расстояния, но и от режима обтекания, в котором система находилось до изменения расстояния. Показана возможность численного моделирования гистерезиса аэродинамических свойств системы двух тел в зависимости от расстояния между ними.

Ключевые слова: *система из двух тел, аэродинамические характеристики, ударно-волновые структуры, гистерезис*

Введение. Из экспериментальных исследований известно, что при симметричном обтекании системы двух тел в зависимости от расстояния между ними реализуется одна из двух схем течения [1-6]: при малом расстоянии - отрывная схема течения, когда поток отрывается от переднего тела и присоединяется к заднему; при большем расстоянии – отрывная зона в донной области за передним телом с головным скачком уплотнения перед задним телом. Перестройка течения (переход от одной схемы течения к другой) приводит к резкому изменению картины обтекания пары тел и оказывает значительное влияние на аэродинамическое сопротивление каждого из тел и системы тел в целом. Критическое расстояние, при котором происходит перестройка схемы течения зависит не только от параметров задачи (геометрии, параметров потока), но и от направления изменения расстояния между телами – от движения с увеличением или уменьшением расстояния между телами.

Интерес к задаче об обтекании системы двух тел в [1-6] обусловлен проблемами создания парашютных систем, для решения которых

выполнены многочисленные экспериментальные исследования. В настоящее время интерес к задачам о сверхзвуковом обтекании системы тел, кроме разнообразных технических приложений, обусловлен изучением газодинамических особенностей течений, которые возникают при разлете частей метеоритного тел после его разрушения. В работах [7-13] как экспериментально, так и с помощью методов вычислительной аэродинамики, рассматриваются задачи разлета двух тел как одинаковой формы и размера, так и при различных сочетаниях геометрических форм и их размеров. Одной из задач, заслуживающей отдельного внимания, является динамика разлета двух тел расположенных друг за другом вдоль направления полета. Так же как и в случае системы «груз – парашют», в этом случае будет реализовываться гистерезис аэродинамических свойств в зависимости от растояния между телами.

В данной работе выполнены расчеты осесимметричного обтекания пары тел при изменении расстояния между ними. При проведении расчетов с изменением расстояния между телами в качестве начальных данных использовалось решение, полученное ранее с близким значением расстояния, что фактически определяло первоначальную схему обтекания. Заданная схема обтекания в процессе установления могла либо сохраняться, либо разрушалась с образованием другой схемы обтекания. В последнем случае определяется критическое значение расстояния, при котором происходит перестройка схемы обтекания. Проведение расчетов с увеличением, а затем с уменьшением расстояния между телами позволяет построить аэродинамические характеристики в зависимости от расстояния и получить, в том числе, область гистерезиса, когда характеристики имеют неоднозначное значение.

Выявление областей гистерезиса и физических причин этого явления имеют большее значение как для однозначного определения аэродинамических свойств обтекаемых тел, так и формирования способов управлять структурой течения.

Метод численного моделирования и постановка задачи. В [14] реализован метод моделирования обтекания набора тел. Метод основан на многосеточной технологии. Для внешней области течения строится регулярная сетка с прямоугольными ячейками. Данная сетка не связана с обтекаемыми телами, более того так как она равномерная и описать на ней развитие тонких вязких слоев не представляется возможным, то на данной сетке решаются уравнения Эйлера. На данную сетку накладывается набор криволинейных сеток, связанных с поверхностью обтекаемых тел. При построении сеток около тел, каждая из которых строится только в небольшой окрестности около поверхности тела, узлы около поверхности сгущаются для возможности описания вязкого пограничного слоя. На данной сетке решаются

уравнения Навье-Стокса в приближении тонкого слоя. Граничные условия на внешней границе для сеток около обтекаемых тел определяются из решения на внешней сетке. В свою очередь, значения газодинамических функций в узлах внешней прямоугольной сетки, которые попадают во внутреннюю область сеток около тел, после каждого шага интегрирования по времени также пересчитываются. Изначально не предполагается, что какие-либо узлы могут совпадать и пересчет газодинамических функций с одной сетки на другую производится с помощью интерполяции.

Нестационарные уравнения Навье-Стокса в приближении тонкого слоя для осесимметричного течения сжимаемого газа в безразмерной форме в криволинейной системе координат $\xi = \xi(x, y)$; $\eta = \eta(x, y)$ имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{y\mathbf{U}}{J} + \frac{\partial}{\partial\xi}\frac{\xi_x y\mathbf{E} + \xi_y y\mathbf{F}}{J} + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\eta_x y\mathbf{E} + \eta_y y\mathbf{F}}{J} = \frac{\mathbf{H}}{J} + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{y\mathbf{S}}{J},$$

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{Bmatrix},\ \mathbf{E} = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{Bmatrix},\ \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ 0 \end{Bmatrix},\ \mathbf{S} = \frac{\mu}{Re}\begin{Bmatrix} 0 \\ m_1 u_\eta + m_2 \eta_x \\ m_1 v_\mu + m_2 \eta_y \\ m_3 \end{Bmatrix}_\eta,$$

где

$$m_1 = \eta_x{}^2 + \eta_y{}^2,\ m_2 = \frac{1}{3}\left[\eta_x u_\eta + \eta_y v_\eta\right],$$

$$m_3 = m_1\left[\frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{1}{Pr}T_\eta + \frac{\partial}{\partial\eta}\frac{u^2 + v^2}{2}\right] + m_2\left[\eta_x u + \eta_y v\right].$$

Здесь t — время, ρ — плотность, (u,v) — составляющие вектора скорости $\mathbf{V}$ соответственно в направлениях (x, y). Ось x симметрии течения направлена вдоль вектора скорости набегающего потока, y — растояние от оси симметрии, p — давление, e — полная энергия единицы объема газа, которая для совершенного газа может быть представлена в виде:

$$e = \rho\left(\varepsilon + \frac{u^2 + v^2}{2}\right),$$

где $\varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{p}{\rho}$ — внутренняя энергия газа, γ — показатель адиабаты.

Безразмерные переменные определены через размерные, которые обозначены штрихом «′», следующим образом:

$$t = \sqrt{\frac{p'_o}{\rho'_o}}\frac{t'}{L'};\ \mathbf{X} = \frac{\mathbf{X}'}{L'};\ \mathbf{V} = \sqrt{\frac{\rho'_o}{p'_o}}\mathbf{V}';\ \rho = \frac{\rho'}{\rho'_o};\ p = \frac{p'}{p'_o};\ T = \frac{T'}{T'_o};\ \mu = \frac{\mu'}{\mu'_o}.$$

Нижний индекс «$_o$» — означает значение параметра в невозмущенном потоке. Здесь L' — характерный размер и

$$\mathbf{X} = (x, y);\ \ \mathbf{V} = (u, v).$$

Предполагается, что число Прандтля $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$ постоянно, здесь c_p — коэффициент теплоемкости, λ — коэффициент теплопроводности, μ — коэффициент вязкости.

$$Re = \frac{\sqrt{p'_o \rho'_o}\,L'}{\mu'_o}$$

— число Рейнольдса. Систему дифференциальных уравнений дополняет уравнение состояния:

$$p = \rho R T,$$

где T — температура, R — газовая постоянная. В безразмерном виде уравнение состояния: $p = \rho T$.

Коэффициенты матрицы преобразования могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\xi_x = J y_\eta,\ \xi_y = -J x_\eta,\ \eta_x = -J y_\xi,\ \eta_y = J x_\xi.$$

Здесь J — есть якобиан преобразования, который определяется по формуле:

$$J = \left(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi\right)^{-1}.$$

Использование обобщенного преобразования позволяет построить равномерную сетку в виде единичного квадрата. Коэффициенты матрицы преобразования при заданном распределении узлов в физической области вычисляются с использованием центральных разностей. При выводе приведенной системы уравнений предполагается,

что координатные линии $\xi = \text{const}$ ориентированы по нормали к поверхности тела, и производные по направлению η фактически соответствуют производным вдоль локальных нормалей к поверхности тела. Это обеспечивает, что при вычислении диссипативного члена учитываются вторые производные по нормали к поверхности тела.

Рассматривается осесимметричное обтекание равномерным сверхзвуковым потоком газа системы из двух тел, расположенным вдоль оси симметрии. На рис. 1 изображен фрагмент внешней прямоугольной расчетной области с двумя телами, помещенными внутрь расчетной области. Прямоугольная сетка имеет размерность от 701 до 1401 узлов по координате X (изменяется при увеличении расстояния между телами) и 501 по координате Y.

Рассматривается сверхзвуковое обтекание и задается стандартный набор граничных условий: на входной «левой» границе - условия в набегающем потоке, на оси симметрии $Y = 0$ — условия симметрии течения, на «правой» границе – мягкие граничные условия с равенством нулю производной от газодинамических параметров. Предполагается, что внешние границы расположены на достаточном удалении, так что не влияют на обтекание системы тел.

При проведении расчетов рассматривались как тела без протока - например, «сфера», так и с протоком - например, «тор». На рис. 1 представлена сетка для расчета системы «сфера + тор». Внешняя граница расположена на расстоянии 0.2 от поверхности тела. Размерность сетки 181 узел вдоль контура тела и 41 узел по нормали. На поверхности обтекаемых тел ставятся условия прилипания, а на внешней границе параметры течения определяются через параметры на внешней сетке. При рассмотрении тела типа «сфера» две границы расчетной области расположены на оси симметрии, соответсвенно на этих границах ставится условия осесимметричности течения.

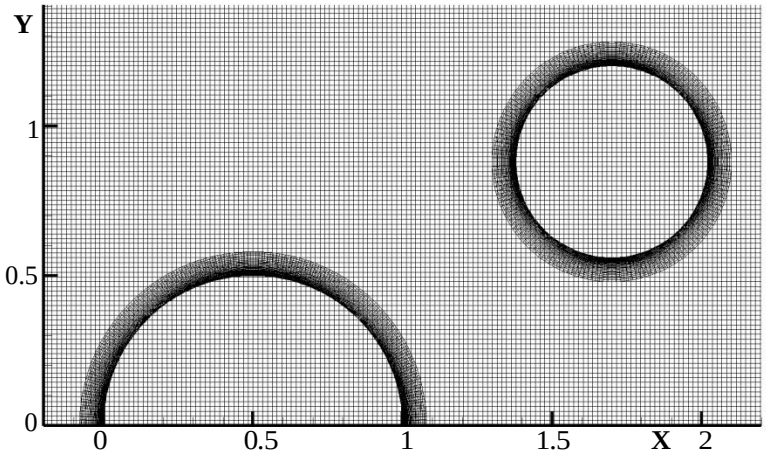


Рис. 1. Фрагмент расчетной сетки для моделирования течения около системы «сфера»+«тор»

Особенности численного метода решения задачи. Решение получается методом установления. Используется явная схема второго порядка аппроксимации [14, 15]. Для того, чтобы решения на внешней сетке и сетках около тел связать в единое целое, после выполнения шага интегрирования значения газодинамических функций на внешней границе сеток около тела путем интерполяции определяются из решения, получаемого на внешней сетке. В то же время решение во всех узлах внешней сетки, попадающих внутрь области определения решения сеток около тел, заменяется решением, получаемым на данных сетках. При пересчете значений газодинамических функций с одной сетки на другую используется интерполяция [14, 15].

В [15] приведено исследование задачи об обтекании плоского сопла в зависимости от числа Маха. Было показано, что решение качественно и количественно зависит от того, какие начальные данные взять в качестве начальных условий. При заданном поле течения, число Маха определялось изменением условий на входной "левой" границе расчетной области. В данном исследовании, параметром в зависимости от изменения которого определяется структура течения, является расстояние между телами. Изменение расстояния осуществляется простым смещением тела, которое расположено в следе за первым телом, расположенным «слева». Внешнее поле течения после смещения тела не изменяется и является начальным условием. Фактически, при таком порядке проведения расчетов в начальном поле задается структура обтекания, которая как показывают опыты, может определять решение.

Определяющими безразмерными параметрами задачи являются: число Маха M набегающего потока, число Рейнольдса Re, показатель адиабаты γ. Все расчеты выполнены при числе Маха $M = 5$, $\gamma = 1.4$ и числе $Re = 10^5$. Течение предполагается ламинарным.

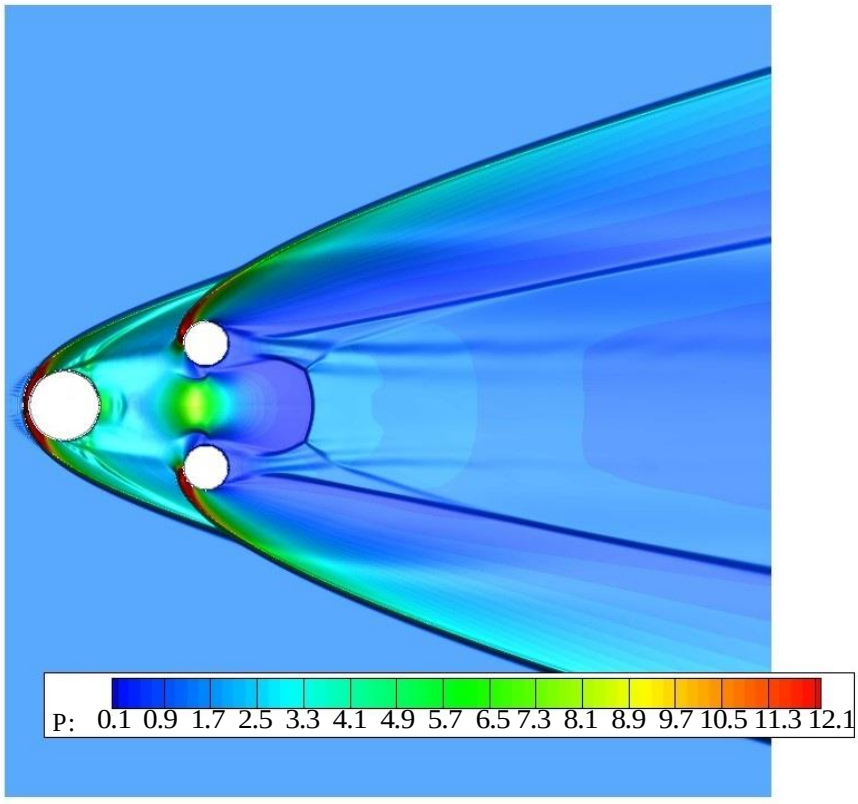
Численные решения строятся методом установления при фиксированной геометрии. Критерием установления является выход на стационарное решение. Для учета эффекта влияния начального поля течения используется тактика постепенного смещения второго тела по оси X. После установления решения при очередном фиксированном значении X, тело смещается на малое расстояние ΔX и запускается новый процесс установления с текущего мгновенного состояния поля для предыдущего шага по X.

Визуализация расчетных полей течения представлена распределением давления с помощью цветовой палитры. Кроме того, затемнением выделяются области с большим значением модуля градиента плотности, что позволяет визуализировать ударные волны и контактные разрывы.

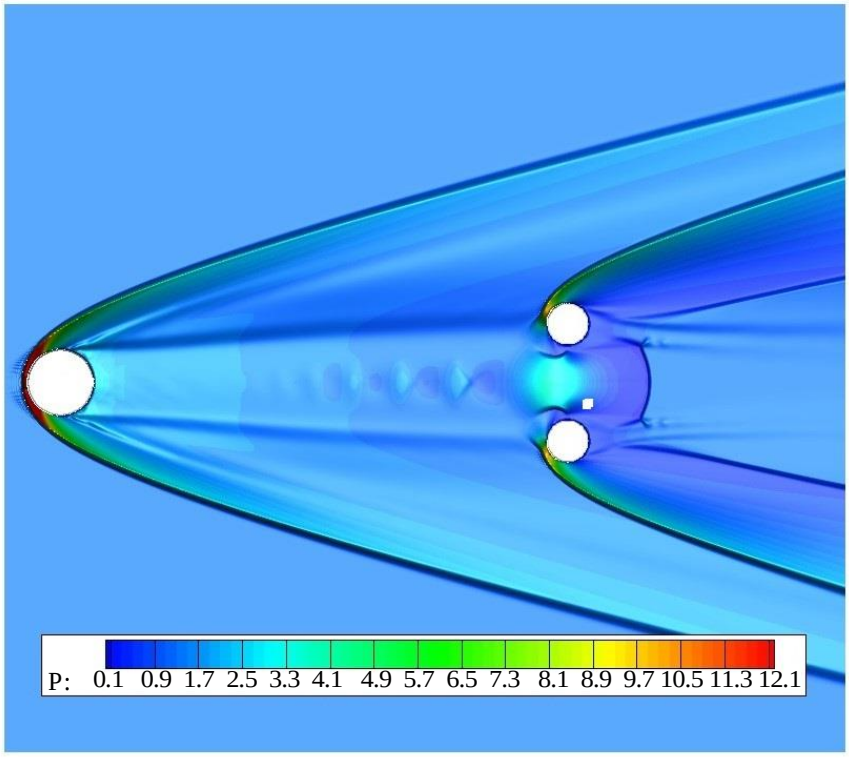
Результаты расчетов систем «сфера + тор», «сфера + диск». В качестве примера приведем результаты расчета систем «сфера + тор» и «сфера + диск», сфера расположена впереди. Результаты экспериментальных исследований рассмотренных систем приведены в [6].

Максимальный диаметр тора 2.4 от диаметра сферы, а диаметр протока 1.12. Расчеты выполнены при числе Маха $M = 5$. Расстояние между сферой и тором определяется отношением X расстояния от передней точки сферы до миделевого сечения тора к диаметру сферы. Если первоначально разместить сферу и тор достаточно близко, то между ними образуется отрывная зона.

На рис. 2 приведены результаты расчета при $X = 2.5$ и 8.1. Расчеты выполнены при увеличении X, т.е. первоначально решение получается при малом X, а затем заднее тело (в данном случае тор) смещается вниз по потоку. Характер течения с образованием отрывной зоны между телами сохраняется в некотором диапазоне расстояния между телами. Угол наклона границы отрывной зоны с ростом X уменьшается.



а)



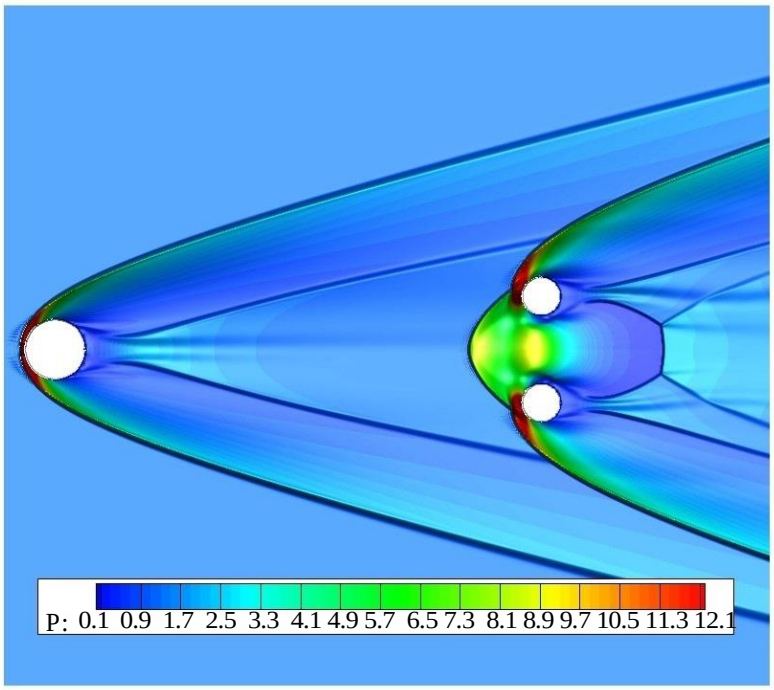
б)

Рис. 2. Течение с отрывной зоной между телами, $X = 2.5$ (а) и 8.1(б)
Точное решение проведено пунктиром

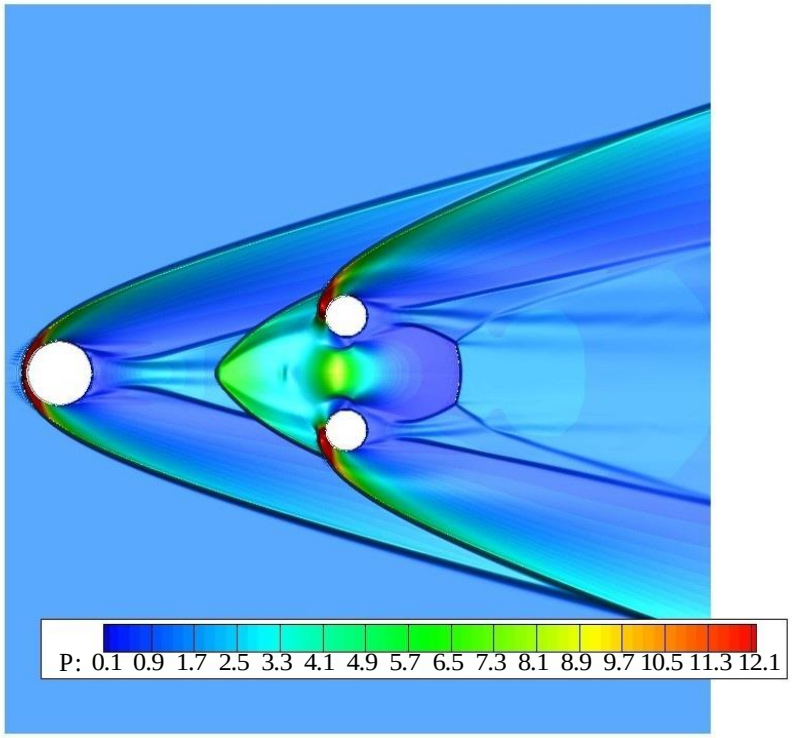
Однако при дальнейшем увеличении X течение с образованием отрывной зоны между сферой и тором становится неустойчивым, и структура течения изменяется. На рис. 3а приведено течение при $X = 8.5$, полученное при движении с увеличением X из состояния $X = 8.1$ на рис. 2б. Отрывная зона от сферы до тора разрывается - с образованием обычной зоны отрыва в донной области за сферой и зоной вихревого течения перед тором. Фактически в этом случае имеется изолированное обтекание сферы, а тор находится в следе за сферой. Такой же результата получается в расчете, если в качестве начальных условий использовать условия в набегающем потоке.

Если теперь уменьшать расстояние между телами, то данная схема течения будет сохраняться. На рис. 3б приведены результаты при движении с уменьшением расстояния до $X = 4.9$.

Фактически в некотором диапазоне параметра X возможны две схемы течения. Это будет приводить к различным аэродинамическим свойствам системы двух тел при одном значении X. На рис. 4а приведены коэффициент сопротивления Cx сферы (1) и тора (2). В качестве характерной площади – площадь миделя соответствующего тела.

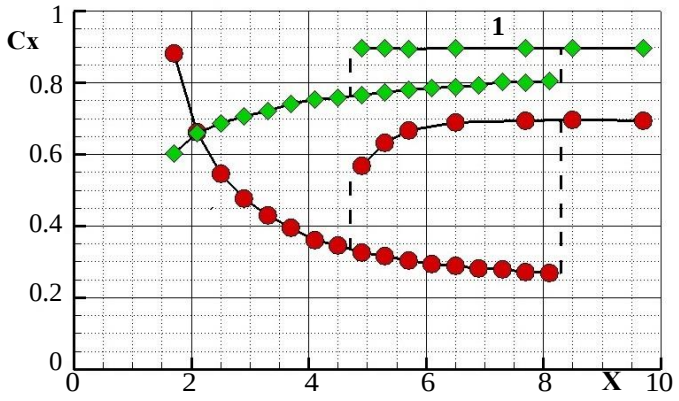


а)

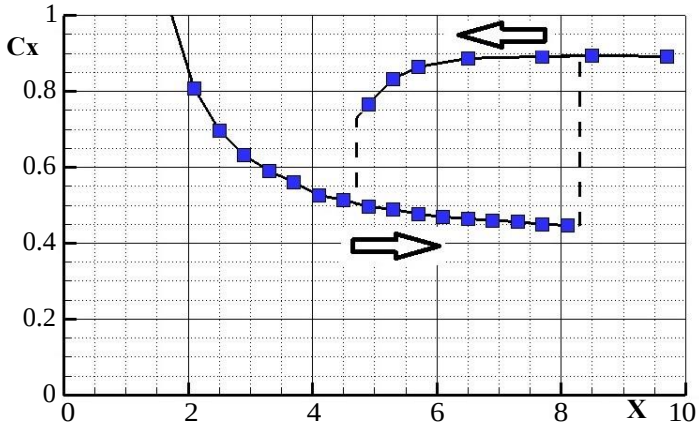


б)

Рис. 3. Течение с отрывной зоной между телами, $X = 8.5$ (а) и 4.9(б)



а)

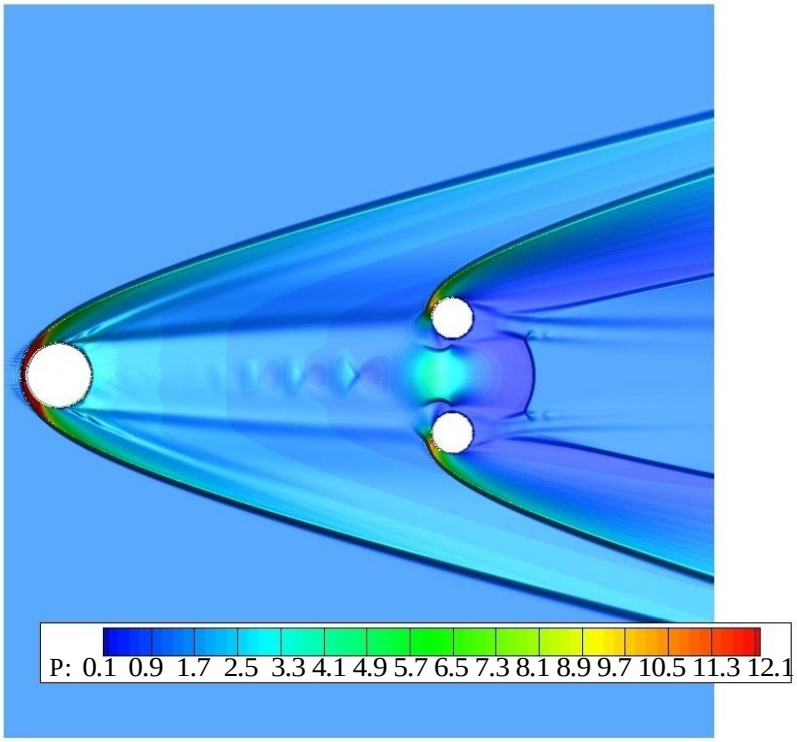


б)

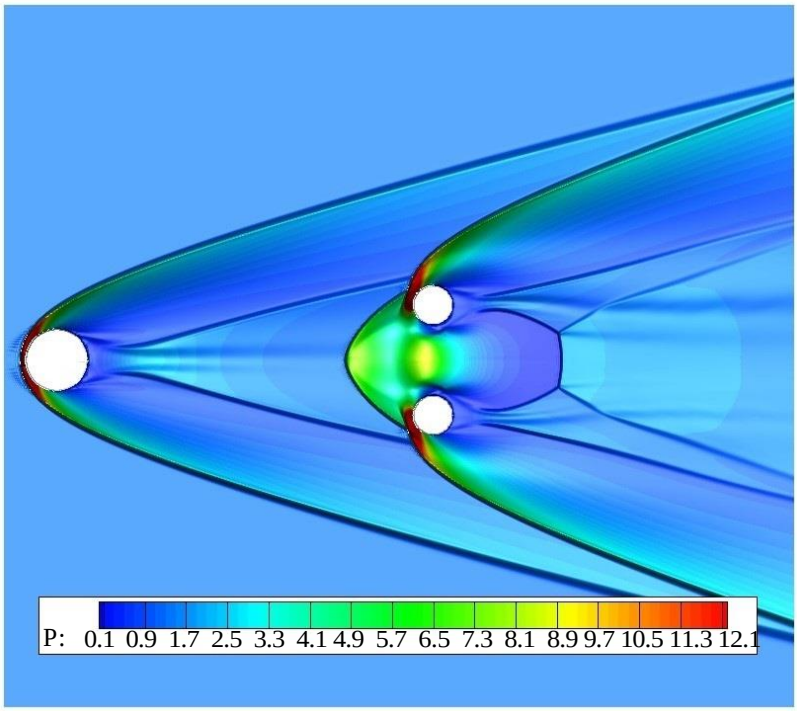
Рис. 4. Коэффициент сопротивления *Cx* сферы (1) и тора (2) от X (а) и системы «сфера+тор» в целом (б)

Для каждого тела фактически имеем два уровня сопротивления: нижняя линия соответствует режиму обтекания с отрывной зоной между телами и верхняя линия, соответствующая режиму обтекания с условно раздельным обтеканием тел. Образование отрывной области между телами приводит к значительному росту давления в донной области за сферой и таким образом снижает сопротивление. А при обтекании тора снижается уровень давления на наветренной стороне, уменьшается волновое сопротивление.

На рис. 4б приведен суммарный коэффициент сопротивления *Cx* системы сферы + тор (характерная площадь – площадь миделя тора). Есть область $4.5 < X < 8.5$, когда возможны оба режима течения. Реализуемый режим будет определяться фактически историей выхода в данные условия. На рис. 5 приведены две возможных картины течения при $X = 6.5$. Реализуемая картина течения зависит от начальных условий.



а)



б)

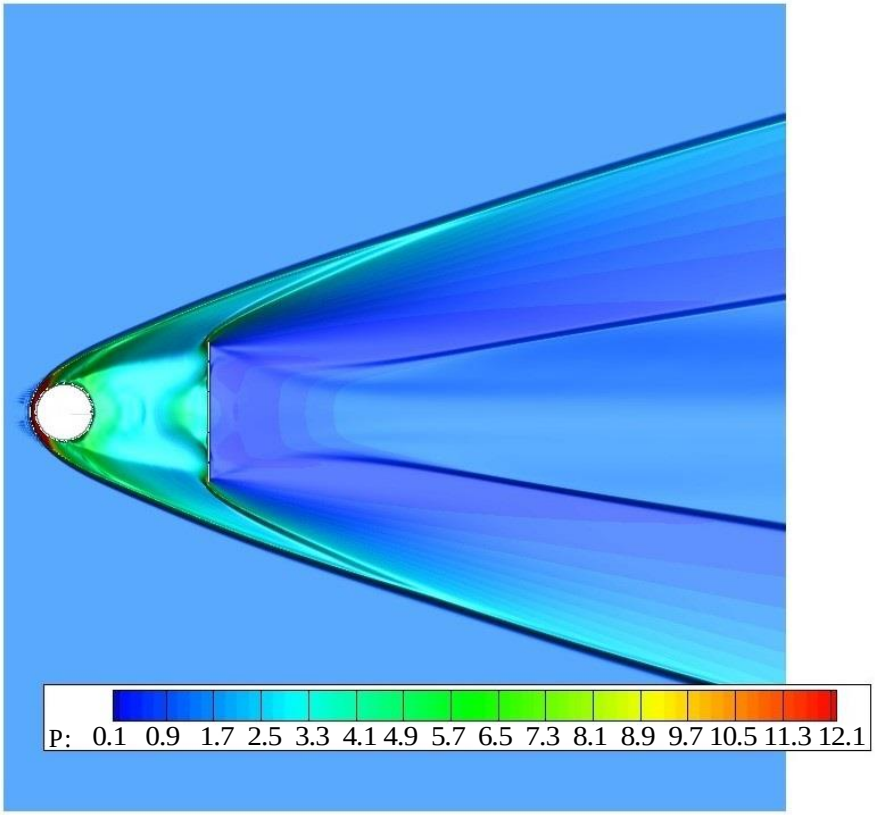
Рис. 5. Течение при $X = 6.5$ с (а) и без (б) отрывной зоной между телами

На рис. 6-9 в аналогичном виде представлены результаты моделирования, когда вторым телом является диск с диаметром 2.4 от диаметра сферы. На рис.6 приведены результаты расчета при $X = 3$ и 9. Расчеты выполнены при постепенном увеличении X .

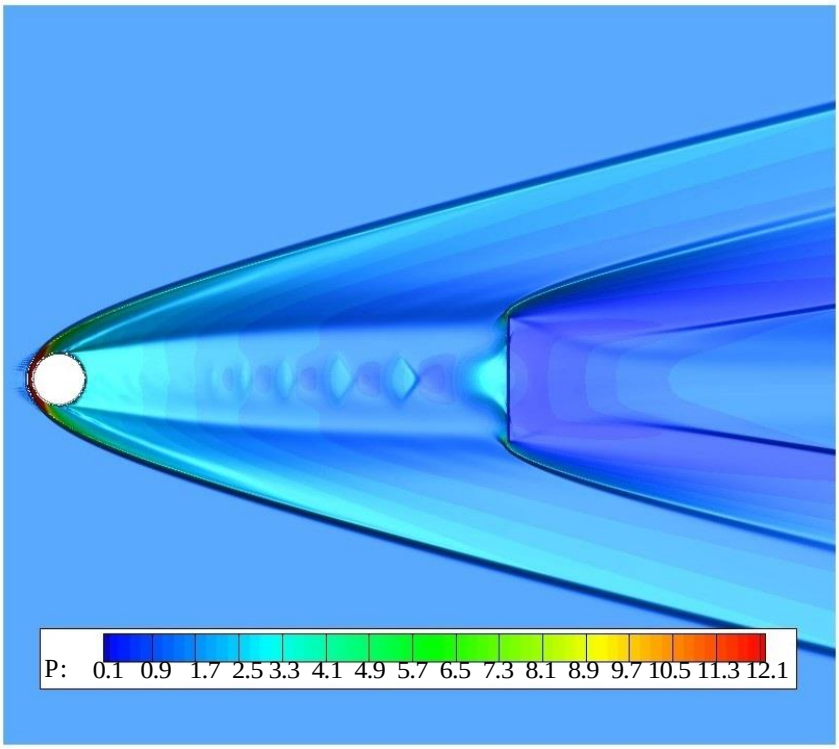
На рис. 7а приведено течение при $X = 11$, в случае если использовать начальные данные в виде набегающего потока. В этом случае образуются зоны отрыва в донной области за сферой и вихревого течения перед тором. Если теперь проводить расчеты с постепенным уменьшением X , то данныая картина течения сохраняется до $X = 5$ (рис. 7б).

Так же, как и в случае системы «сфера + тор», при обтекании системы «сфера + диск» в некотором диапазоне параметра X реализуется две возможных картины течения. На рис. 8а приведены коэффициент сопротивления Cx сферы (1) и диска (2). В качестве характерной площади – площадь миделя соответствующего тела. На рис. 8б приведен суммарный коэффициент сопротивления Cx системы «сферы + диск» (характерная площадь – площадь миделя диска).

На рис. 9 приведены две возможных картины течения при $X = 6$. Реализуемая картина течения зависит от начальных условий.

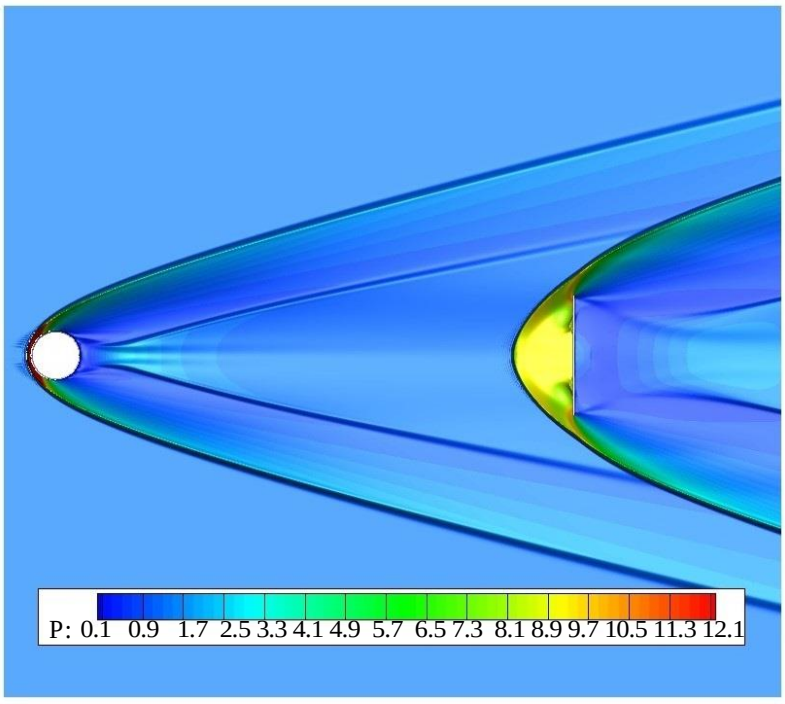


а)

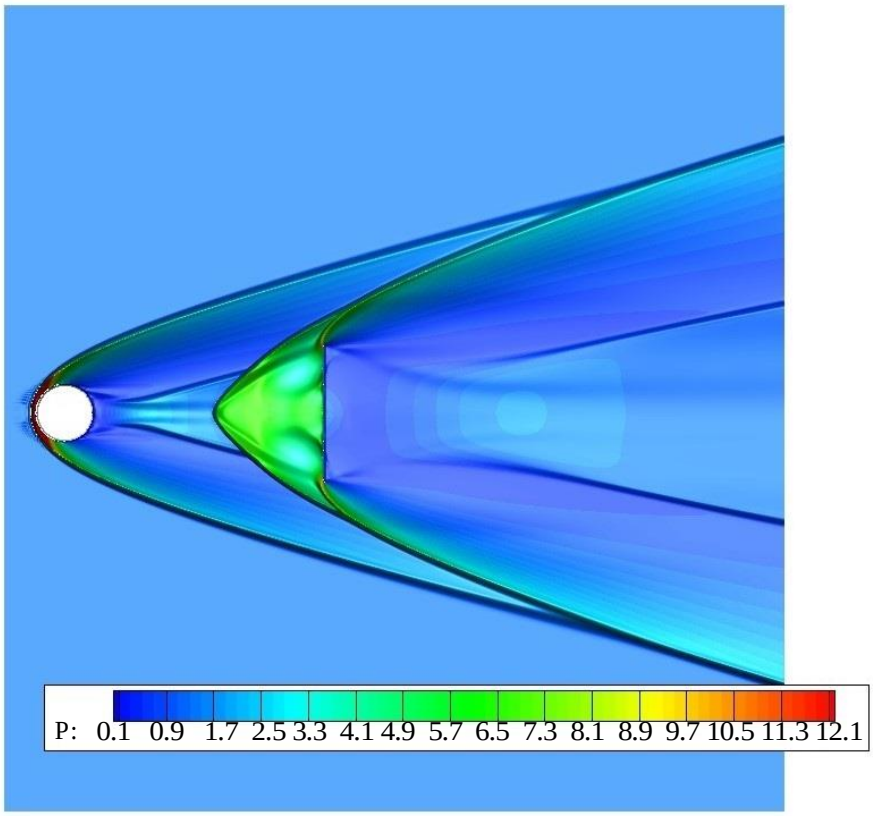


б)

Рис. 6. Течение с отрывной зоной между телами, $X = 3$ (а) и 9(б)

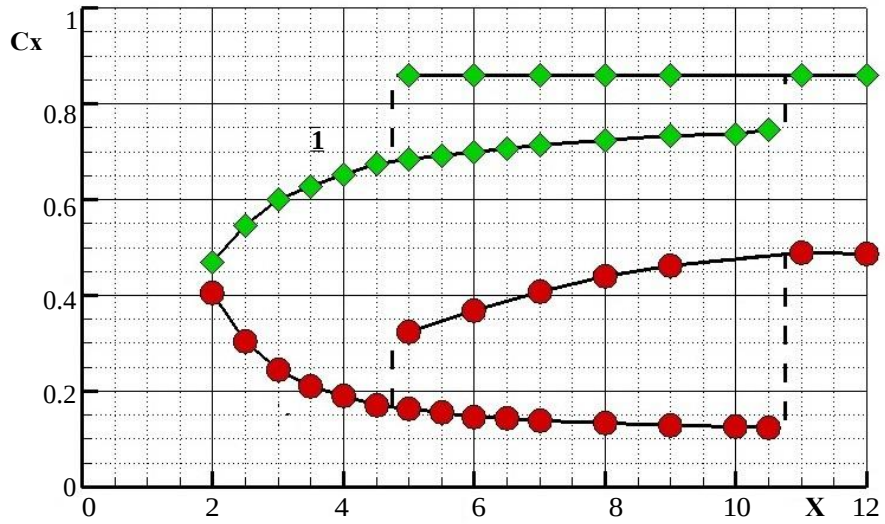


а)

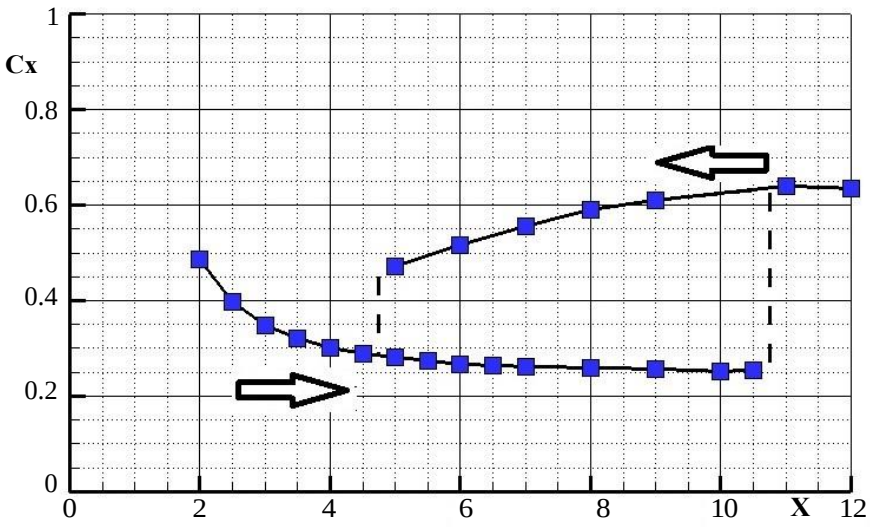


б)

Рис. 7. Течение без отрывной зоны между телами, $X = 11$ (а) и 5 (б)



а)

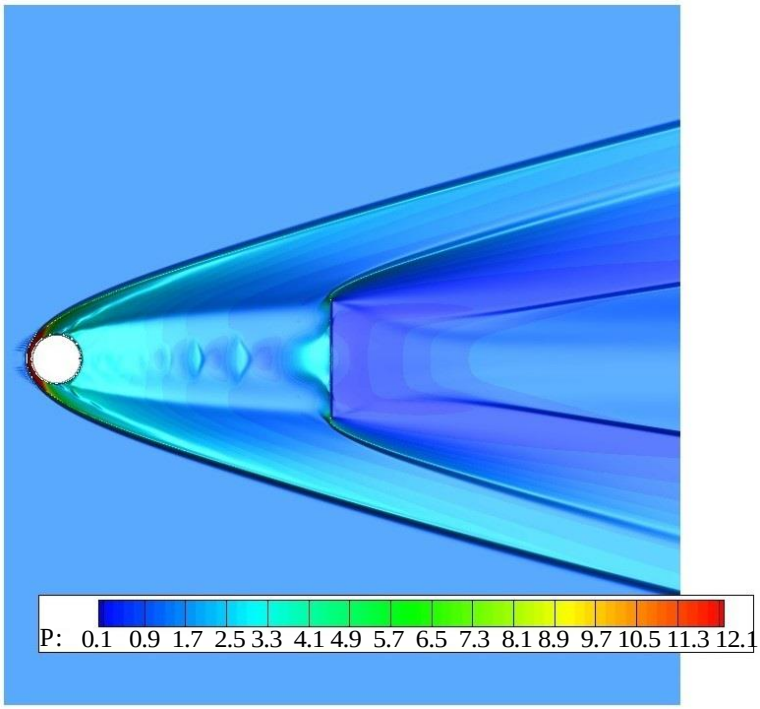


б)

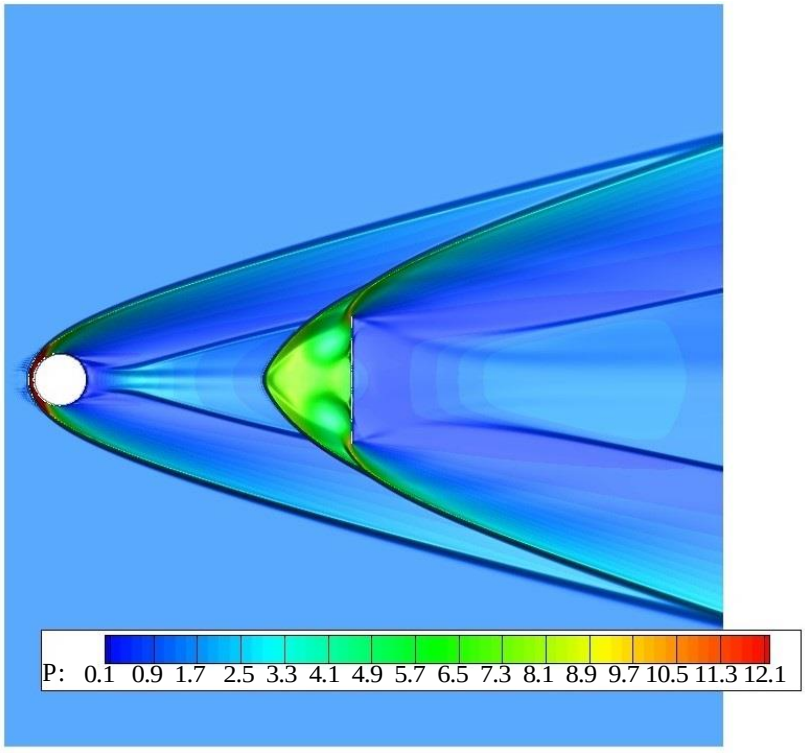
Рис. 8. Коэффициент сопротивления *Cx* сферы (1) и диска (2) от *X* (а) и системы «сфера+тор» в целом (б)

По результатам расчетов граница области, в которой обязательно образование общей отрывной зоны между телами, находится в интервале от 4.5 до 5.0. Согласно экспериментальным данным, приведенным в [6], при отношении внешнего диаметра второго тела к диаметру первого 2.4 и принятом определении расстояния *X* критическое значение расстояния для обратной перестройки течения составляет 4.9. Фактически, результаты экспериментов и выполненных расчетов очень хорошо согласуются.

Согласно [6] критическое значение для прямой перестройки течения для данных случаев составляет 6.35. По результатам расчетов данная величина составляет около 8.0 для геометрии «сфера + тор» и около 10.5 для геометрии «сфера + диск». Это заметно больше, чем по результатам экспериментальных исследований. Отличие вероятно обусловлено тем, что в расчетах при предположении осесимметричного характера течения, устойчивость течения с отрывной зоной между телами сохраняется при относительно больших расстояниях между телами, а в реальном течении в эксперименте на структуру течения оказывают дополнительные возмущающие факторы. Фактически, в проведенных расчетах получается верхняя оценка расстояния между телами, когда возможна картина течения с отрывной зоной между телами, но реализовать такое течение в эксперименте при крайне больших значениях расстояния между телами сложно.



а)



б)

Рис. 9. Течение при $X = 6$ с (а) и без (б) отрывной зоной между телами

На расстояниях между телами, когда возможны две схемы обтекания, коэффициент сопротивления в зависимости от режима обтекания системы отличается приблизительно в 2 раза, что очень значительно и особенности образования различных режимов течения должны учитываться при проектировании систем груз + тормозное устройство.

Результаты расчетов системы «тор + тор». Ниже приведены результаты расчета системы «тор + тор». Впереди расположенный тор имеет максимальный диаметр 1, диаметр протока 0.5. Сзади расположенный тор имеет максимальный диаметр 1.875, диаметр протока 0.875. Расчеты выполнены при числе Маха $M = 5$. Расстояние между торами определяется отношением X расстояния от передней точки впереди расположенного тора до миделевого сечения сзади расположенного тора к максимальному диаметру впереди расположенного тора.

На рис. 10 приведены коэффициенты сопротивления впереди расположенного тора (1) и сзади расположенного тора (2). В качестве характерной площади – площадь миделя соответствующего тела.

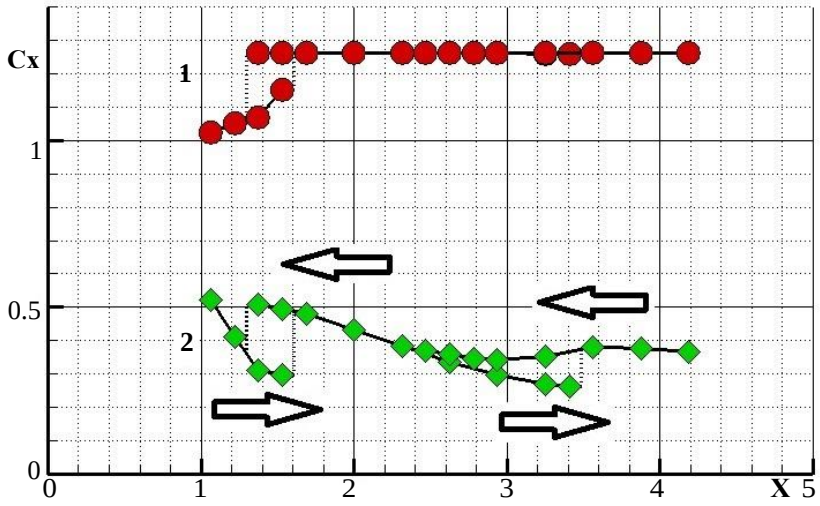


Рис. 10. Коэффициент сопротивления Cx впереди расположенного (1) и сзади расположенного (2) торов от расстояния между ними X

Если первоначально разместить торы достаточно близко, то между ними образуется отрывная зона. На рис. 11 приведена картина течения с отрывной зоной между торами. Поле течения представлено распределением давления и линиями тока. Наличие струи вдоль оси, проходящие через протоки торов, не препятствует образованию отрывной зоны между кормовой частью впереди расположенного тора и лобовой частью сзади расположенного тора. Наличие отрывной зоны приводит к значимому снижению сопротивления обоих торов.

При увеличении расстояния между торами, общая отрывная зона скачком разрушается с образованием течения, когда впереди расположенное тело обтекается без влияния сзади расположенного, а сзади расположенное тело находится в следе. Но если теперь уменьшать расстояние между телами, то такой режим обтекания сохраняется до меньших значений X, чем при которых реализуется режим с общей отрывной зоной при увеличении расстояния X.

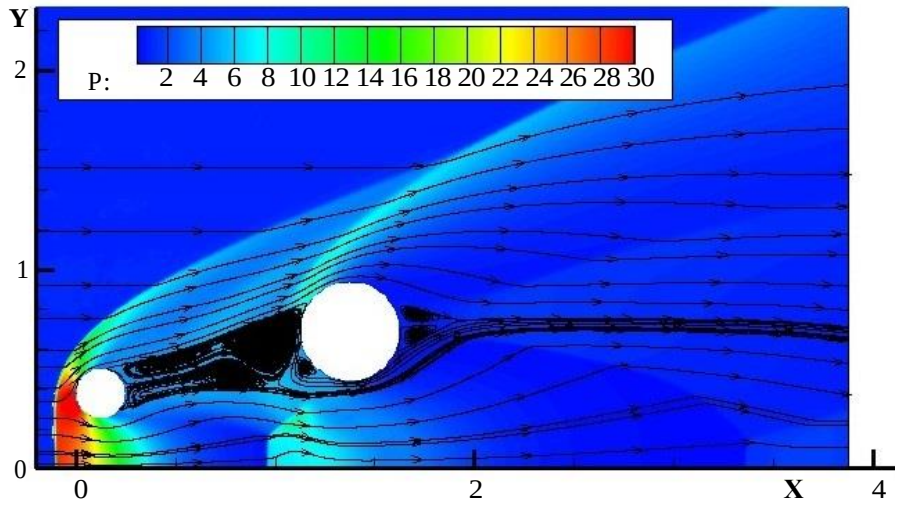


Рис. 11. Течение с отрывной зоной между телами, $X = 1.375$

На рис. 12 приведена картина течения при $X = 1.375$ в случае, когда нет отрывной зоны между телами.

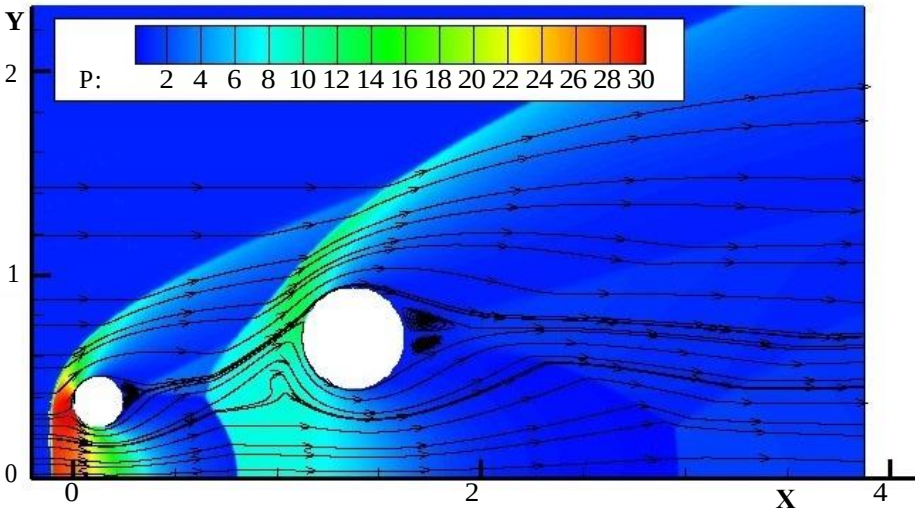


Рис. 12. Течение без отрывной зоной между телами, $X = 1.375$

На участке по X от 1.3 до 1.6 имеем гистерезис по характеристикам течения, аналогичный как и в случаях, когда впереди расположенным телом была сфера.

За впереди расположенным тором вдоль оси симметрии течения образуется недорасширенная струя, что приводит к образованию перпендикулярных к оси симметрии ударных волн с зонами дозвукового течения за ними. Фактически, в этом случае есть благоприятные условия для образования циркуляционных зон между рассматриваемой ударной волной в струе и сзади расположенным телом. Реализуется течение, приведенное на рис. 13. Перед сзади расположенным тором образуется жидкий клин, что снижает давление на его лобовой поверхности. С увеличением расстояния X, наклон внешней границы циркуляционной зоны уменьшается, уменьшаются и давление на лобовой поверхности, и коэффициент сопротивления сзади расположенного тора. Надо отметить, что на характер обтекания впереди расположенного тора все эти особенности течения не влияют.

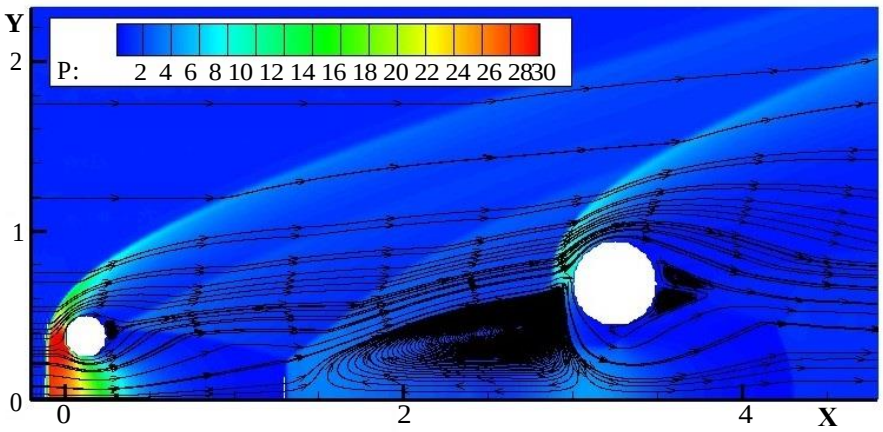


Рис. 13. Течение с циркуляционной зоной перед сзади расположенным тором, $X = 3.25$

При достаточно большом смещении второго тора, течение с циркуляционной зоной скачком разрушается, и образуется течение, когда второй тор обтекается в следе от первого без образования циркуляционной зоны. Если теперь, имея полученную картину течения, двигаться с уменьшением расстояния X, то данная картина сохраняется до меньших значений X, чем когда произошло образование этого течения при движении с увеличением X. На рис. 14 приведено течение без циркуляционной зоны перед сзади расположенным тором, $X = 3.25$.

Фактически, получаем второй участок по X, когда наблюдается гистерезис характеристик течения в одной задаче. Надо отметить еще раз, что данный вид гистерезиса обусловлен особенностями обтека-

ния второго тела в существенно неоднородном следе за первым, но никак не влияет на характеристики первого тела.

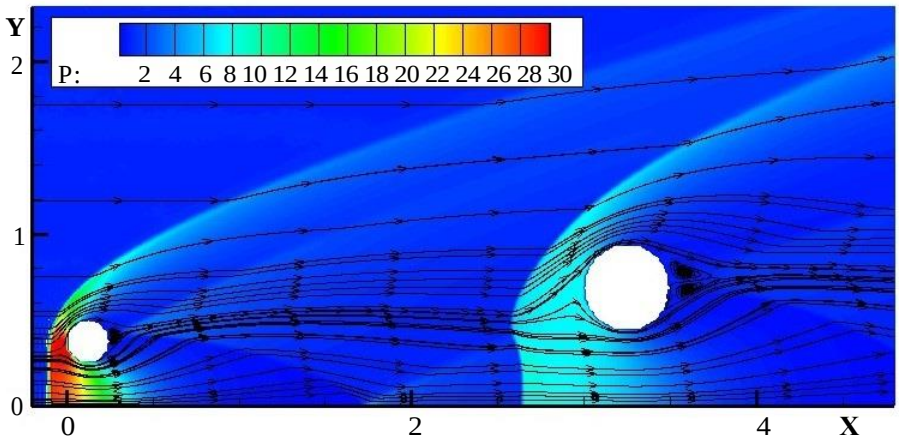


Рис. 14. Течение без циркуляционной зоны перед сзади расположенным тором, $X = 3.25$

Заключение. Выводы и рекомендации. На примере течения около системы двух тел, расположенных вдоль потока, показана возможность построения методами вычислительной аэродинамики двух вариантов схем обтекания при одних значениях параметров. Фактически выявлена область гистерезиса. Возможность выявления области гистерезиса осуществляется проведением расчетов с дискретным постепенным изменением определяющего параметра (в рассмотренной задаче – расстояние между телами) в двух направлениях (с увеличением и уменьшением расстояния). Проведение расчетов по данной методике имеет большое значение в условиях, когда решение в достаточно близких условиях может иметь качественно разную структуру течения. Это важно для правильного решения поставленной задачи и необходимо учитывать при исследовании задач методами вычислительной аэродинамики, когда обычно в качестве начального поля течения используются условия в набегающем потоке.

Примененный метод численного моделирования на системе сеток с возможностью перемещения тел позволяет учитывать режим обтекания, в котором система находилось до изменения положения тел. В конечном итоге, есть возможность определить область гистерезиса, когда аэродинамические свойства системы могут иметь неоднозначное значение.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Хлебников В.С. Исследование течения перед сферой, помещенной в следе тела, при сверхзвуковом обтекании. *Ученые записки ЦАГИ,* 1971, т. 2, № 1, с. 42-48.

[2] Хлебников В.С. Перестройка течения между парой тел, одно из которых расположено с следе другого, при сверхзвуковом обтекании. *Ученые записки ЦАГИ*, 1976, т. 7, № 3, с. 133-136.
[3] Хлебников В.С. *Осесимметричное обтекание пары тел сверхзвуковым потоком газа. Ученые записки* ЦАГИ, 1978, т. 9, № 6, с. 108-114.
[4] Пилюгин Н.Н., Талипов Р.Ф., Хлебников В.С. Обтекание тел неравномерным сверхзвуковым потоком типа следа. *Теплофизика высоких температур*, 1996, т. 34, № 5, с. 780–795.
[5] Пилюгин Н.Н., Хлебников В.С. Проблема создания парашютной системы для торможения летательного аппарата при сверхзвуковых режимах. *Прикладная механика и техническая физика*, 2010, т. 51, № 5, с. 5-16.
[6] Хлебников В.С. *Аэротермодинамика элементов летательных аппаратов при стационарном и нестационарном сверхзвуковом обтекании*. Москва, Физматлит, 2014, 168 с.
[7] Laurence S.J., Parziale N.J., Deiterding R. Dynamical separation of spherical bodies in supersonic flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, с.159-182.
[8] Максимов Ф.А. *Сверхзвуковое обтекание системы тел. Компьютерные исследования и моделирование*, 2013, т. 5, № 6, с. 969–980.
[9] Li T., Sui J., Gong S., Wu C. *Dynamical separation of rigid bodies in supersonic flow. Science China Technological Sciences*, 2015, vol. 58, no. 12, pp. 2110-2121.
[10] Lukashenko V.T., Maksimov F.A. *On the separation of two meteoroid fragments of different shapes. Journal of Physics: Conference Series*.2020, vol. 1479, no. 012132, pp. 1-10.
[11] Cardona V., Joussot R., Lago V. *Shock/shock interferences in a supersonic rarefied flow: experimental investigation. Experiments in Fluids*, 2021, vol. 62, iss. 6, art. 135.
[12] Laurence S.J., Deiterding R. *Shock-wave surfing. Journal of Fluid Mechanics*, 2021, vol. 676, pp. 396-431.
[13] Seltner P.M., Willems S., Gulham A. *Aerodynamic interactions of blunt bodies free-flying in supersoni flow. Experiments in Fluids*, 2024, vol. 65, no. 6, art. 80.
[14] Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Моделирование обтекания проницаемых поверхностей. *Математическое моделирование,* 2018, № 11, с. 127-144.
[15] Максимов Ф.А. Численное моделирование гистерезиса при обтекании плоского сопла. *Математическое моделирование и численные методы,* 2023, № 4, с. 27-46.

Статья поступила в редакцию 18.07.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Максимов Ф.А. Численное моделирование гистерезиса при обтекании системы двух тел. *Математическое моделирование и численные методы,* 2025, № 1, с. 57–79.

Максимов Федор Александрович — д.-р. техн. н., г.н.с., Институт автоматизации проектирования РАН. e-mail: f_a_maximov@mail.ru

Numerical modeling of hysteresis in flow around a system of two bodies

© F.A. Maksimov

ICAD RAS, Moscow, 123056, Russia

The results of calculations of the flow around two bodies located along the flow direction are presented. The results of experimental studies of the aerodynamic characteristics of the load-brake system are known. One of the interesting phenomena in this problem is the hysteresis of characteristics when the distance between the bodies changes. Multi-block computing technology is used using local curvilinear meshes adapted to the surface of bodies, having finite areas of overlap with a global rectangular mesh for the entire computational area. Viscous boundary layers are resolved on local grids using the Navier-Stokes equations, and the effects of aerodynamic interference of accompanying shock wave structures are described in terms of the Euler equations. In areas of mesh overlap, function interpolation is applied to the transition boundaries from one mesh to another. With the sequential displacement of one of the bodies with an increase or decrease in the distance between the bodies, a qualitative restructuring of the flow structure was discovered. The implemented flow pattern depends not only on the distance, but also on the flow regime in which the system was before changing the distance. The possibility of numerical modeling of the hysteresis of the aerodynamic properties of a system of two bodies depending on the distance between them is shown.

***Keywords**: two-body system, aerodynamic characteristics, shock wave structures, hysteresis*

REFERENCES

[1] Khlebnikov V.S. Study of the flow in front of a sphere placed in the wake of a body during supersonic flow. *TsAGI Science Journal*, 1971, vol. 2, no. 1, pp. 42-48.

[2] Khlebnikov V.S. Restructuring of the flow between a pair of bodies, one of which is located in the wake of the other, during supersonic flow. *TsAGI Science Journal*, 1976, vol. 7, no. 3, pp. 133-136.

[3] Khlebnikov V.S. Axisymmetric flow of a supersonic gas flow around a pair of bodies. *TsAGI Science Journal*, 1978, vol. 9, no. 6, pp. 108-114.

[4] Pilyugin N.N., Talipov R.F., Khlebnikov V.S. Flow around bodies with a non-uniform supersonic wake-type flow. *High Temperature*, 1996, vol. 34, no. 5, pp. 780–795.

[5] Pilyugin N.N., Khlebnikov V.S. The problem of creating a parachute system for braking an aircraft in supersonic modes. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2010, т. 51, № 5, с. 5-16.

[6] Hlebnikov V.S. *Aerotermodinamika elementov letatel'nyh appa-ratov pri stacionarnom i nestacionarnom sverhzvukovom obtekanii* [Aerothermodynamics of aircraft elements in stationary and non-stationary supersonic flow]. Moscow, Fizmatlit, 2014, 168 p.

[7] Laurence S.J., Parziale N.J., Deiterding R. Dynamical separation of spherical bodies in supersonic flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, с.159-182.

[8] Maksimov F.A. Sverhzvukovoe obtekanie sistemy tel [Supersonic flow around a system of bodies]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie* [Computer research and modeling], 2013, vol. 5, no. 6, pp. 969–980.

[9] Li T., Sui J., Gong S., Wu C. *Dynamical separation of rigid bodies in supersonic flow. Science China Technological Sciences*, 2015, vol. 58, no. 12, pp. 2110-2121.

[10] Lukashenko V.T., Maksimov F.A. *On the separation of two meteoroid fragments of different shapes. Journal of Physics: Conference Series*.2020, vol. 1479, no. 012132, pp. 1-10.

[11] Cardona V., Joussot R., Lago V. *Shock/shock interferences in a supersonic rare-*

fied flow: experimental investigation. Experiments in Fluids, 2021, vol. 62, iss. 6, art. 135.

[12] Laurence S.J., Deiterding R. *Shock-wave surfing. Journal of Fluid Mechanics*, 2021, vol. 676, pp. 396-431.

[13] Seltner P.M., Willems S., Gulham A. *Aerodynamic interactions of blunt bodies free-flying in supersoni flow. Experiments in Fluids*, 2024, vol. 65, no. 6, art. 80.

[14] Maksimov F.A., Shevelev Y.D. *Modeling Flow around permeable surfaces*. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2018, no. 11, pp. 127-144.

[15] Maksimov F.A. Numerical modeling of hysteresis in flow around a flat nozzle. *Mathematical modeling and computational methods*, 2023, no. 4, pp. 27-46.

Maksimov F.A., Dr. Sc. (Eng.), Chief Scientific, Institute for Computer-Aided Design Russian Academy of Sciences. e-mail: f_a_maximov@mail.ru