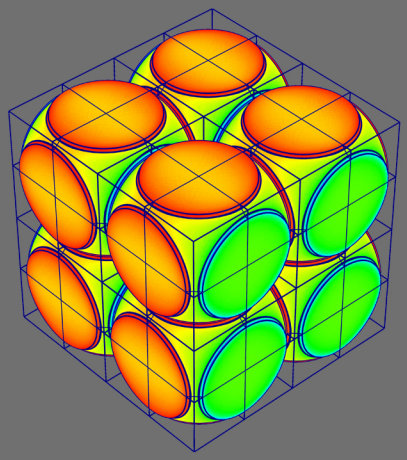
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Димитриенко Ю.И., Богданов И.О. Моделирование технологии RTM на основе модели двухфазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов. Математическое моделирование и численные методы, 2025, № 1, с. 29–44.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/364/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.68
23.11.2026 20:41:21

УДК 539.3 DOI: 10.18698/2309-3684-2024-4-2943

Моделирование технологии RTM на основе модели двухфазной фильтрации в композитах с учетом капиллярных эффектов

© Ю.И. Димитриенко, И.О. Богданов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассматривается применение модели двухфазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов для моделирования технологии RTM, используемой для производства композиционных материалов. Сформулирована система уравнений типа конвекции-диффузии. Для ее численного решения применен метод Galerkin/least-squares (GLS), позволяющий избавиться от осцилляций в решении, возникающих при преобладании конвективного слагаемого над диффузионным. Произведено сравнение результатов, полученных на основе модели двухфазной фильтрации и на основе программного комплекса PAM-RTM. Модель реализована в программном комплексе Manipula/SMCM, разрабатываемом в НОЦ «СИМПЛЕКС» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Ключевые слова: *RTM, композиты, фильтрация, функция Бакли-Лаверетта, МКЭ, Manipula/SMCM*

Введение. Применение композиционных материалов в настоящее время находит все более широкое применение в различных областях промышленности. Одной из технологий производства композитов является resin transfer moulding (RTM) – метод инжекции жидкой смолы в закрытую форму под давлением. Метод требует использования специальной оснастки, состоящей из двух частей: матрицы и пуансона. На матрицу в один или несколько слоев выкладывается армирующий материал. После смыкания формообразующей оснастки во внутреннюю область по специальным каналам подается связующее до полной пропитки. Существуют различные вариации этой технологии, среди которых Light RTM, HP-RTM и пр. Данный метод позволяет создавать высококачественные изделия из композитов, обладающие массой положительных эксплуатационных характеристик. В то же время, изготовление оснастки часто является сложным и дорогостоящим процессом. Кроме того, на качество конечного изделия влияет множество факторов: оптимальность выбора точек ввода смолы, минимизирующая наличие сухих зон, скорость пропитки, наличие остаточной пористости и т.д. В частности, в работе [1] рассмотрены особенности формирования пустот в тканевых композиционных материалах и их типы. Таким образом, очевидно, что возникает необходимость в моделировании технологических процессов технологии RTM.

Вопросы моделирования пропитки рассматривались во многих работах, среди которых можно отметить [2–4]. Наиболее часто в основе математических моделей лежит классический закон фильтрации Дарси. Однако он требует задания компонент тензора проницаемости, которые часто являются неизвестными для конкретного армирующего материала и определяются на основе экспериментальных данных [5, 6]. В работах [7–9] рассмотрено применение теории асимптотического осреднения, которая позволяет численно определять эффективные компоненты тензора проницаемости для заданной модели пористой среды.

При моделировании технологических процессов производства композитов на основе метода RTM важным фактором, влияющим на качество конечного изделия, является остаточная пористость – существование непропитанных областей между отдельными пучками волокон и между самими волокнами внутри пучков. Часто пористость первого типа называют мезо-пустотами, а второго типа – микропустотами. На их формирование первостепенное влияние оказывают капиллярные эффекты, а моделирование осуществляется с точки зрения теории двухфазной фильтрации [10, 11].

Таким образом, предметом данной работы является применение модели двухфазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов для моделирования технологии RTM.

Общая система уравнений. Математическая модель двухфазной фильтрации основывается на следующей системе уравнений:

- уравнение фильтрации газовой фазы:

$$\varphi \frac{\partial s_g \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{v}_g) = 0 , \tag{1}$$

- уравнение фильтрации жидкого связующего (полагается несжимаемой):

$$\varphi \frac{\partial s_l}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v}_l = 0 , \tag{2}$$

- обобщенный закон фильтрации Дарси для газовой фазы:

$$\mathbf{v}_g = -\frac{k_g(s_g)}{\mu_g} \mathbf{K} \cdot \nabla p_g , \tag{3}$$

- обобщенный закон фильтрации Дарси для жидкой фазы:

$$\mathbf{v}_l = -\frac{k_l(s_l)}{\mu_l} \mathbf{K} \cdot \nabla p_l , \tag{4}$$

- выражение для связи давлений газовой и жидкой фаз:

$$p_g - p_l = p_c, \tag{5}$$

- уравнение состояния газовой фазы:

$$\rho_g = \frac{p_g}{R_g \theta_g^0}. \tag{6}$$

Здесь введены обозначения:

$\varphi = const$ — пористость;

s_g — насыщенность газовой фазы;

$s_l = 1 - s_g = s$ — насыщенность жидкой фазы;

$\mathbf{K}$ – тензор проницаемости;

$\mu_i,\ i = g,l$ — динамические вязкости фаз;

$k_i(s_i),\ i = g,l$ — относительные фазовые проницаемости (ОФП);

p_c — капиллярное давление в порах, вычисляемое по формуле:

$$p_c(s) = J(s)\sigma\cos(\theta)\sqrt{\frac{\varphi}{k}}, \tag{7}$$

где $J(s)$ — функция Лаверетта, σ — поверхностное натяжение, θ — краевой угол смачивания, k — средняя проницаемость.

Относительные фазовые проницаемости определим на основе следующих соотношений:

$$k_l(s) = \frac{K_l s_n^{L_l}}{s_n^{L_l} + E_l(1-s_n)^{T_l}};\ k_g(s) = \frac{K_g(1-s_n)^{L_g}}{(1-s_n)^{L_g} + E_g s_n^{T_g}}, \tag{8}$$

где s_n — нормированная насыщенность:

$$s_n(s) = \frac{s - s_{\min}}{s_{\max} - s_{\min}}, \tag{9}$$

а $K_i,\ L_i,\ E_i,\ T_i,\ i = l,g$ — параметры модели такие, что $L \geq 0{,}1;\ E > 0;\ T \geq 0{,}1$.

Введем подвижности газовой и жидкой фаз, а также общую подвижность соответственно:

$$\lambda_g(s) = \frac{k_g(s)}{\mu_g},\ \lambda_l(s) = \frac{k_l(s)}{\mu_l},\ \lambda(s) = \lambda_g(s) + \lambda_l(s). \tag{10}$$

Кроме того, введем потоковые функции Бакли-Лаверетта:

$$f_g(s) = \frac{\lambda_g(s)}{\lambda(s)},\quad f_l(s) = \frac{\lambda_l(s)}{\lambda(s)}. \tag{11}$$

Определим среднее давление фаз по формуле:

$$p = p_l f_l + p_g \left(1 - f_l\right) - \int_s^1 f_l' p_c d\tilde{s}. \tag{12}$$

Давления фаз могут быть выражены через среднее давление на основе соотношений:

$$\begin{aligned} p_l &= p + f_l p_c + \int_s^1 f_l' p_c d\tilde{s}, \\ p_g &= p - \left(1 - f_l\right) p_c + \int_s^1 f_l' p_c d\tilde{s}. \end{aligned} \tag{13}$$

Тогда суммарная скорость фильтрации фаз может быть определена следующим образом:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_g + \mathbf{v}_l = -\lambda(s)\mathbf{K} \cdot \nabla p. \tag{14}$$

Фазовые скорости фильтрации будут связаны с суммарной скоростью соотношениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_g &= f_g(s)\mathbf{v} + \mathbf{v}_c, \\ \mathbf{v}_l &= f_l(s)\mathbf{v} - \mathbf{v}_c, \end{aligned} \tag{15}$$

где введена капиллярная добавка к скорости:

$$\mathbf{v}_c = -\frac{\lambda_g \lambda_l}{\lambda} \mathbf{K} \cdot \nabla p_c = -\frac{\lambda_g \lambda_l}{\lambda} p_c' \mathbf{K} \cdot \nabla s. \tag{16}$$

С учетом введенных величин уравнение фильтрации газа сводится к уравнению для расчета давления:

$$\varphi\left(1 - s\right)\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \left(p_g \mathbf{v}\right) - \mathbf{v}_l \cdot \nabla p - Q_p = 0, \tag{17}$$

где введено обозначение:

$$Q_p = f_l p_c' \left(\left(1 - s\right)\nabla \cdot \mathbf{v}_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla s\right).$$

Аналогично, уравнение фильтрации жидкости сводится к уравнению для насыщенности:

$$\varphi \frac{\partial s}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{v}_c + f_l' \mathbf{v} \cdot \nabla s - Q_s = 0, \tag{18}$$

где обозначена функция

$$Q_s = -f_l \nabla \cdot \mathbf{v}.$$

Далее будем считать, что

$$Q_\alpha = 0,\ \alpha = p, s. \tag{19}$$

Тогда окончательно уравнения примут вид:

$$a_\alpha \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} - \nabla \cdot \left(b_\alpha \mathbf{K} \cdot \nabla u_\alpha \right) + \mathbf{w}_\alpha \cdot \nabla u_\alpha = 0,\ \alpha = p, s, \tag{20}$$

где введены обозначения:

$$u_\alpha = \begin{cases} p,\ \alpha = p, \\ s,\ \alpha = s; \end{cases}$$

$$a_\alpha = \begin{cases} \varphi(1-s),\ \alpha = p, \\ \varphi,\ \alpha = s; \end{cases}$$

$$b_\alpha = \begin{cases} p_g \lambda,\ \alpha = p, \\ -p_c' \dfrac{\lambda_g \lambda_l}{\lambda},\ \alpha = s; \end{cases}$$

$$\mathbf{w}_\alpha = \begin{cases} -\mathbf{v}_l,\ \alpha = p, \\ f_l' \mathbf{v},\ \alpha = s. \end{cases}$$

Систему (20) следует дополнить граничными и начальными условиями:

$$\begin{gathered} p = p_0,\ s = 0,\ t = 0,\ \mathbf{x} \in \Omega; \\ p = p_{\text{ext}},\ s = 1,\ \mathbf{x} \in \Sigma_1, \\ p = p_{\text{vent}},\ \mathbf{x} \in \Sigma_2, \\ \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0,\ \mathbf{x} \in \partial\Omega \setminus \left(\Sigma_1 \bigcup \Sigma_2 \right),\ \frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} = 0,\ \mathbf{x} \in \partial\Omega \setminus \Sigma_1. \end{gathered} \tag{21}$$

Здесь Ω — расчетная область, Σ_1 — область границы, на которой производится подача смолы, Σ_2 — область границы, на которой производится отвод фаз.

Вариационная постановка. Из (20) видно, что модель инфузии основывается на уравнениях конвекции-диффузии. Кроме того, в уравнении для насыщенности имеет место преобладание конвективного слагаемого над диффузионным. Известно, что применение метода конечных элементов в таких условиях ведет к возникновению осцилляций в решении [12]. Для предотвращения этого применяются те или иные методы стабилизации [13] при формулировании вариационной постановки.

Нестабилизированная Вариационная постановка для системы (20) будет иметь вид:

$$\int\limits_V \delta u_\alpha a_\alpha \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} dV + \int\limits_V b_\alpha \nabla \delta u_\alpha \cdot \mathbf{K} \cdot \nabla u_\alpha dV + \int\limits_V \delta u_\alpha \mathbf{w}_\alpha \cdot \nabla u_\alpha dV = 0, \quad \alpha = p, s. \tag{22}$$

Стабилизированная постановка получается посредством введения дополнительных слагаемых R_α:

$$\int\limits_V \delta u_\alpha a_\alpha \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} dV + \int\limits_V b_\alpha \nabla \delta u_\alpha \cdot \mathbf{K} \cdot \nabla u_\alpha dV + \int\limits_V \delta u_\alpha \mathbf{w}_\alpha \cdot \nabla u_\alpha dV + R_\alpha = 0, \quad \alpha = p, s. \tag{23}$$

где:

$$R_p = \sum_{e=1}^{E} \int\limits_{V_e} L[p] \psi(\delta p) dV,$$
$$R_s = \sum_{e=1}^{E} \int\limits_{V_e} L[s] \psi(\delta s) dV. \tag{24}$$

В (24) обозначен $L[\cdot]$ — дифференциальный оператор:

$$L[p] = \mathbf{w}_p \cdot \nabla p - \varepsilon_p \Delta p,$$
$$L[s] = \mathbf{w}_s \cdot \nabla s - \varepsilon_s \Delta s, \tag{25}$$

где $\varepsilon_\alpha > 0$, $\alpha = p, s$ а ψ — функция вида:

$$\psi(\delta p) = \xi_{ep} \mathbf{w}_p \cdot \nabla \delta p - \zeta_{ep} \varepsilon_p \Delta \delta p,$$
$$\psi(\delta s) = \xi_{es} \mathbf{w}_s \cdot \nabla \delta s - \zeta_{es} \varepsilon_s \Delta \delta s, \tag{26}$$

В зависимости от выбора стабилизирующих множителей ξ_e и ζ_e получаем разные методы стабилизации.

В частности, если положить $\xi_e = \zeta_e = \gamma_e > 0$, то получаем метод *Galerkin/least-squares (GLS)*, который далее и используется.

Тогда стабилизирующие слагаемые принимают вид:

$$R_p = \sum_{e=1}^{E} \gamma_{ep} \int\limits_{V_e} \left(\mathbf{w}_p \cdot \nabla p - \varepsilon_p \Delta p\right)\left(\mathbf{w}_p \cdot \nabla \delta p - \varepsilon_p \Delta \delta p\right) dV,$$
$$R_s = \sum_{e=1}^{E} \gamma_{es} \int\limits_{V_e} \left(\mathbf{w}_s \cdot \nabla s - \varepsilon_s \Delta s\right)\left(\mathbf{w}_s \cdot \nabla \delta s - \varepsilon_s \Delta \delta s\right) dV. \tag{27}$$

Стабилизирующий множитель в (27) может быть рассчитан, например, по следующей формуле [14]:

$$\gamma_{e\alpha} = \left(\frac{4\varepsilon_\alpha}{h_e^2} + \frac{2\|\mathbf{w}_\alpha\|}{h_e} \right)^{-1}, \quad \alpha = p, s, \tag{28}$$

где h_e — характерный размер данного конечного элемента.

Алгоритм численного решения. После применения общей процедуры метода конечных элементов [15, 16] к системе (23), получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$[M_\alpha]\cdot\frac{\partial\{u_\alpha\}}{\partial t}+\left([K_\alpha]+[A_\alpha]+[R_\alpha]\right)\cdot\{u_\alpha\}=\{0\},\ \alpha=p,s, \qquad (29)$$

где введены обозначения для матриц:

$$[M_\alpha]=\int_V a_\alpha[N][N]^{\mathrm{T}}\,dV,\ [K_\alpha]=\int_V b_\alpha[G]dV,$$

$$[A_\alpha]=\int_V[H_\alpha]\cdot[G]dV,\ [G]=[B]^{\mathrm{T}}\cdot[K]\cdot[B],$$

$$[H_\alpha]=[N]\{h_\alpha\}^{\mathrm{T}},$$

$$\{h_\alpha\}=\begin{cases}\lambda_l\{p\}+\chi\{s\},\ \alpha=p,\\ -f_l'\lambda\{p\},\ \alpha=s,\end{cases}$$

$$\chi=-\frac{\lambda_g\lambda_l}{\lambda}p_c'.$$

Здесь $[N]$ — матрица функций формы, $[B]$ — матрица производных функций формы, $[R_\alpha]$ — стабилизирующая матрица.

Полученная система представляет собой нелинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно узловых функций. Для решения этой системы применим пошаговый метод линеаризации с использованием неявной схемы. В результате приходим к следующим системам линейных уравнений:

$$\left([M_\alpha]^i+\tau\left([K_\alpha]^i+[A_\alpha]^i+[R_\alpha]^i\right)\right)\cdot\{u_\alpha\}^{i+1}=[M_\alpha]^i\cdot\{u_\alpha\}^i,\ \alpha=p,s. \qquad (30)$$

Здесь τ – шаг по времени.

Данная система уравнений может быть записана в виде:

$$\mathbf{A}^{(e)}\cdot\mathbf{x}=\mathbf{b}^{(e)}, \qquad (31)$$

где

$$\mathbf{A}^{(e)}=\begin{bmatrix}[M_p]^i+\tau[\tilde{K}_p]^i & [0]\\ [0] & [M_s]+\tau[\tilde{K}_s]^i\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x} = \left(\{p\}^{i+1} \quad \{s\}^{i+1} \right)^{\mathrm{T}},$$

$$\mathbf{b}^{(e)} = \begin{bmatrix} \left[M_p\right]^i \cdot \{p\}^i \\ \left[M_s\right] \cdot \{s\}^i \end{bmatrix},$$

$$\left[\tilde{K}_p\right]^i = \left[K_p\right]^i + \left[A_p\right]^i + \left[R_p\right]^i, \; \left[\tilde{K}_s\right]^i = \left[K_s\right]^i + \left[A_s\right]^i + \left[R_s\right]^i$$

Как видно из (31), локальная СЛАУ является несимметричной.

Модель двухфазной фильтрации в композитах с учетом капиллярных эффектов, а также описанный конечно-элементный метод реализованы в программном комплексе Manipula/SMCM, разрабатываемом в НОЦ «СИМПЛЕКС» МГТУ им. Н.Э. Баумана [17].

Результаты численного тестового моделирования. Рассмотрим численное моделирование пропитки образца армирующего материала размером $100\text{мм} \times 300\text{мм} \times 1,5\text{мм}$ с пористостью 0,5 и коэффициентами проницаемости $K_{11} = K_{22} = 8{,}5 \cdot 10^{-11}$ м^2, $K_{33} = 1.385 \cdot 10^{-10}$ м^2 под действием перепада давления 10^5 Па, заданного на противоположенных торцах наименьшей площади. Параметры для относительных фазовых проницаемостей полагались равными:

$$\begin{gathered} K_l = 1; L_l = 2; E_l = 0,001; T_l = 2; \\ K_g = 1; L_g = 2; E_g = 10^5; T_g = 3. \end{gathered} \tag{32}$$

Кривые для относительных фазовых проницаемостей, функции Бакли-Лаверетта и ее производной приведены на рис. 1-2.

Динамическая вязкость смолы — $0{,}1$ Па$\cdot$с. Косинус краевого угла смачивания — 0,829. Поверхностное натяжение – $0{,}0345$ Н/м.

В процессе моделирования фиксировалось время достижения фронтом контрольных точек, расположенных посередине вдоль образца, в сравнении с результатами, полученными в программном комплексе PAM-RTM. В данном комплексе моделирование пропитки осуществляется на основе классического закона фильтрации Дарси.

На рис. 3 приведено сравнение графиков пропитки. На рис. 4 показаны поля насыщенности в различные моменты времени для модели двухфазной фильтрации. Общее время пропитки, полученное на основе модели двухфазной фильтрации, составило 228 с. В программном комплексе PAM-RTM общее время пропитки составило 263,65 с. Учитывая, что фактически сравнивались результаты, полученные на основе разных моделей, то результаты следует признать удовлетворительными.

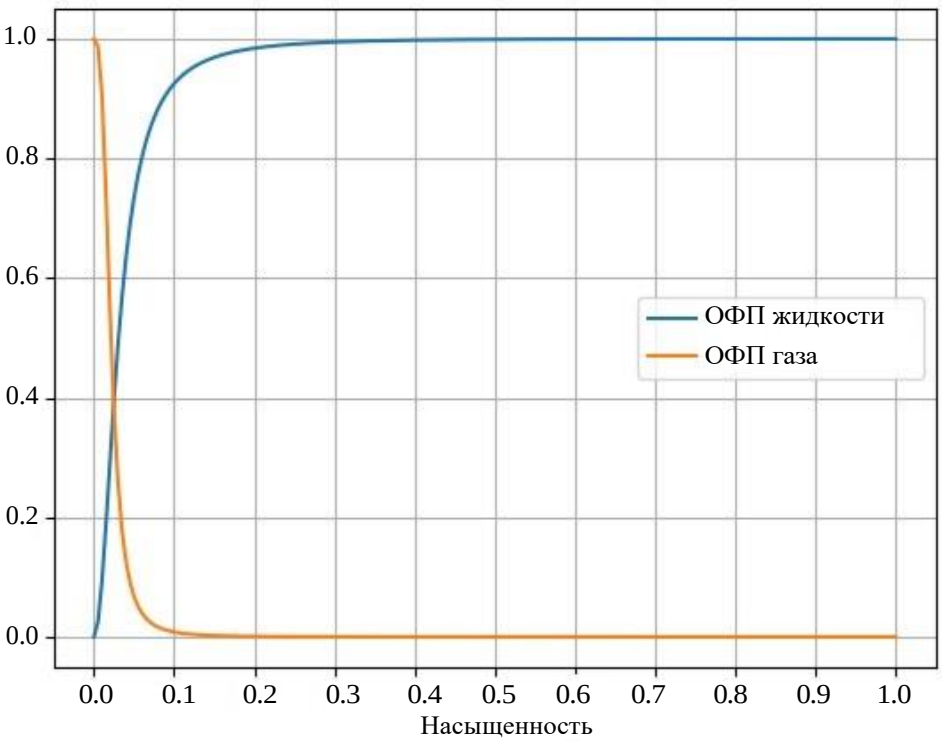


Рис. 1. Относительные фазовое проницаемости

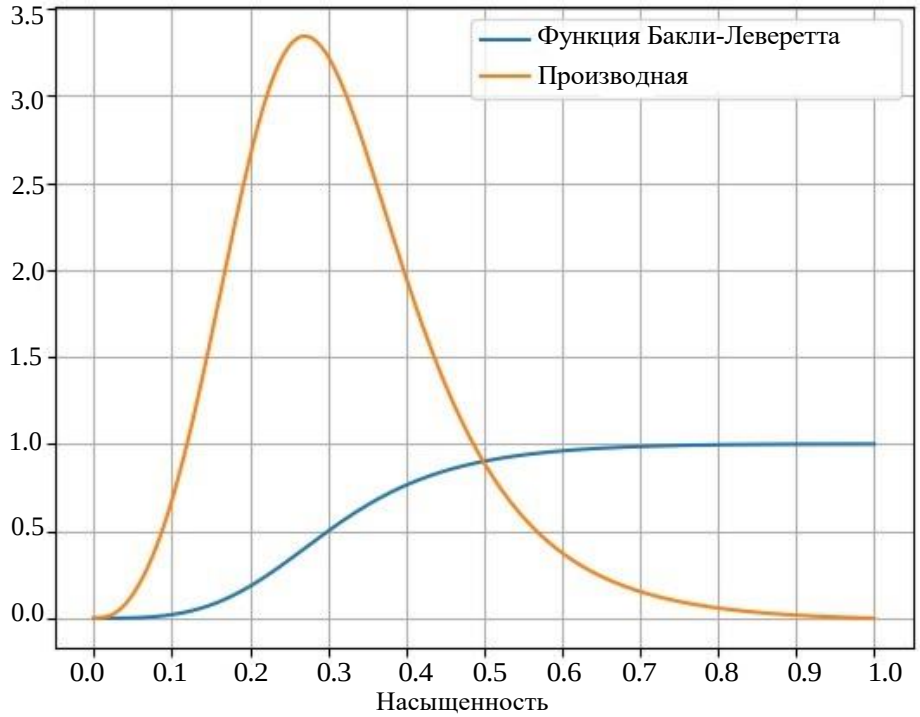


Рис. 2. Функция Бакли-Лаверетта и ее производная

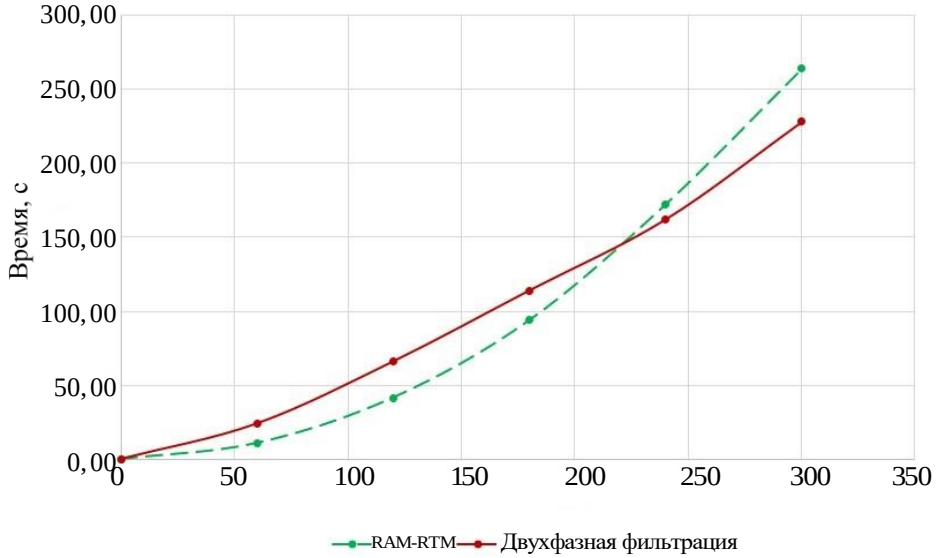
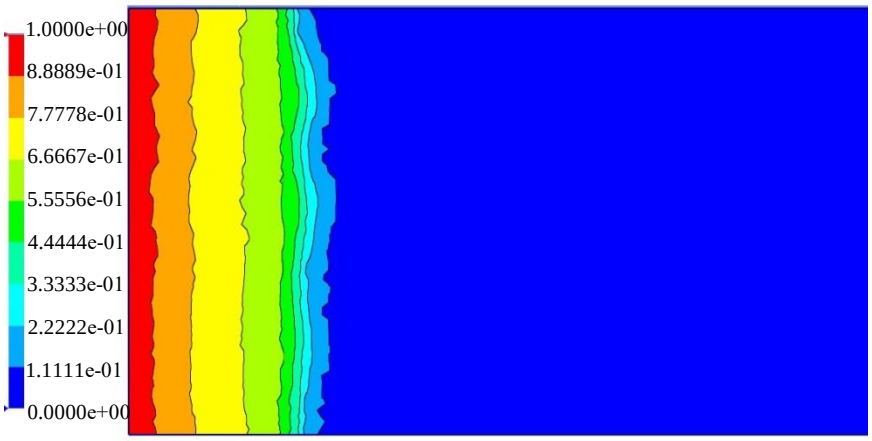
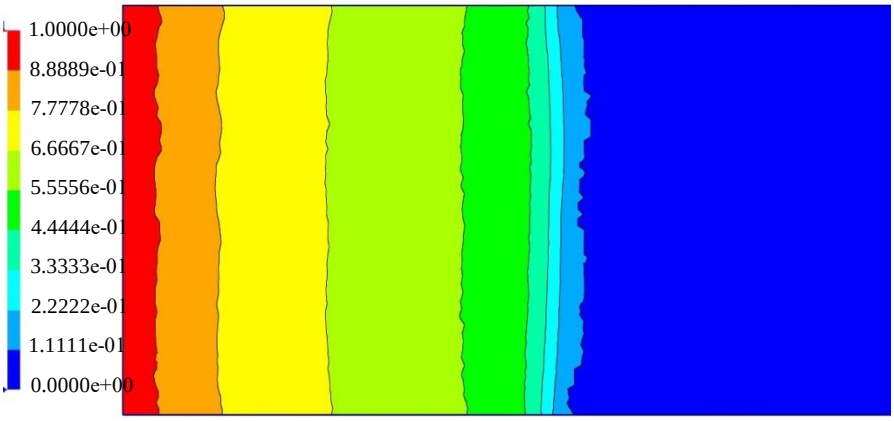


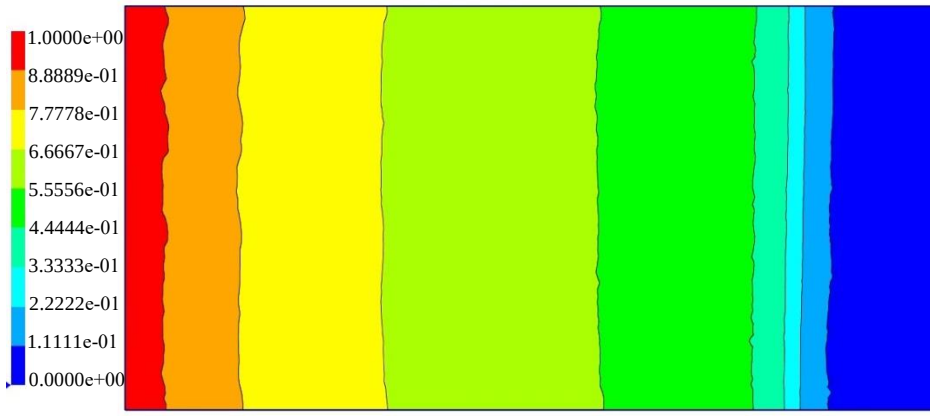
Рис. 3. Сравнение графиков пропитки для модели двухфазной фильтрации и результатами программного комплекса PAM-RTM



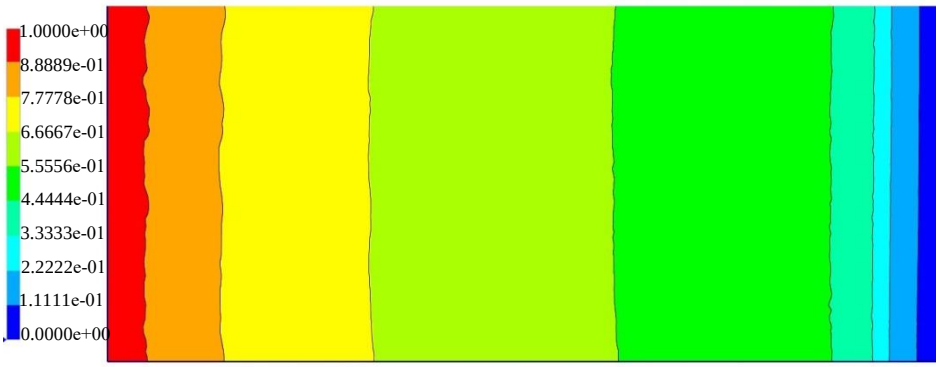
а)



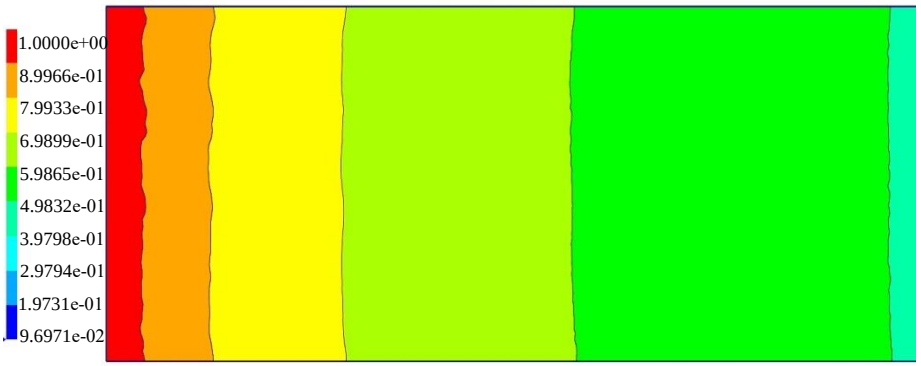
б)



в)



г)



д)

Рис. 4. Положение фронта пропитки в различные моменты времени для модели двухфазной фильтрации:
а) — 24 с; б) — 66 с; в) — 114 с; г) — 162 с; д) — 228 с

Выводы. В работе было рассмотрено моделирование технологии RTM на основе модели двухфазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов. Отмечено, что применение общей схемы метода конечных элементов к системе уравнений типа конфекции-диффузии с

преобладающим конвективным слагаемым приводит к нефизическим осцилляциям решения. Показано, что применение метода Galerkin/least-squares (GLS) позволяет получить корректное решение. Получены результаты моделирования пропитки образца материала наполнителя на основе модели двухфазной фильтрации. Также произведено моделирование на основе программного комплекса PAM-RTM, использующим классический закон фильтрации Дарси. Сравнение результатов позволило сделать вывод об их хорошем согласовании.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Mehdikhani M., Gorbatikh L., Verpoest I. Lomov S.V. Voids in fiber-reinforced polymer composites: A review on their formation, characteristics, and effects on mechanical performance. *Journal of Composite Materials*, 2019, vol. 53, no. 12, pp. 1579–1669. DOI: 10.1177/0021998318772152.

[2] Francucci G., Rodriguez E.S., Moran J. Novel approach for mold filling simulation of the processing of natural fiber reinforced composites by resin transfer molding. *Journal of Composite Materials*, 2014, vol. 48, no. 2, pp. 191–200. DOI: 10.1177/0021998312469992.

[3] Loudad R., Saouab A., Beauchene P., Agogue R., Desjoyeaux B. Numerical modeling of vacuum-assisted resin transfer molding using multilayer approach. *Journal of Composite Materials*, 2017, pp. 1–12. DOI: 10.1177/0021998316687145.

[4] Yang B., Tang Q., Wang S., Jin T., Bi F. Three-dimensional numerical simulation of the filling stage in resin infusion process. *Journal of Composite Materials*, 2016, vol. 50, no. 29, pp. 4171–4186. DOI: 10.1177/0021998316631809.

[5] Koziol M. Simplified simulation of VARI process using PAM-RTM software. *Composites Theory and Practice*, 2015, vol. 15, no. 4, pp. 218–227.

[6] Khalili P., Kadar R., Skrifvars M., Blinzler B. Impregnation behaviour of regenerated cellulose fabric Elium composite: Experiment, simulation and analytical solution. *Journal of Materials Research and Technology*, 2020, vol. 10, no. 6, pp. 66–73. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.12.024.

[7] Dimitrienko Yu. I., Bogdanov I.O. Modelling of filtration of liquid binder in the composite textile structures under RTM processes. *IOP Conference Series: Material Science and Engeneering*, 2019, vol. 683, no. 012011, pp.1-6. doi:10.1088/1757-899X/683/1/012011

[8] Димитриенко Ю.И., Богданов И.О. Многомасштабное моделирование процессов фильтрации жидкого связующего в композитных конструкциях, изготавливаемых методом RTM. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 2, с. 3–27.

[9] Димитриенко Ю.И., Богданов И.О. Многомасштабное моделирование процессов фильтрации в пористых средах. *Инженерный журнал: Наука и инновации*, 2018, № 3(75). DOI: 10.18698/2308-6033-2018-3-1738

[10] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. *Движение жидкостей и газов в природных пластах.* Москва, Недра, 1984, 211 с.

[11] Чарный И.А. *Подземная гидрогазодинамика*. Москва, Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1963, 397 с.

[12] Васильева М.В., Прокопьев Г.А. Численное решение задачи двухфазной фильтрации с неоднородными коэффициентами методом конечных эле-

ментов. *Математические заметки СВФУ*, 2017, т. 24, № 2, с. 46–62. DOI: https://doi.org/10.25587/SVFU.2017.2.9245.

[13] Lube G. Stabilized Galerkin Finite Element Methods for Convection Dominated and Incompressible Flow Problems. *Banach Center Publications*, 1994, vol. 29, no. 1, pp. 85-104. DOI: 10.4064/-29-1-85-104.

[14] Omariyeva D.A. Stabilized finite element method for the saturation equation in the two-phase nonequilibrium fluid flow problem. *Bulletin of the National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan*, 2022, vol. 83, no. 1, pp. 113-122. DOI: 10.47533/2020.1606-146X.147.

[15] Зенкевич О. *Метод конечных элементов в технике*. Москва, Мир, 1975, 541 с.

[16] Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов*: Пер. с англ. Москва, Мир, 1979, 392 с.

[17] Димитриенко Ю.И., Сборщиков С.В., Юрин Ю.В., Богданов И.О., Захаров А.А., Гумиргалиев Т.Р.Программа Plasticity_Anisitrop_Manipula для конечно-элементного расчета напряжений в элементах композитных конструкций с учетом криволинейной анизотропиии упруго-пластических свойств композиционных материалов в рамках деформационной теории пластичности. *Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ* 2022684326 от 12.12.2022. Заявка № 2022684326 от 23.11.2022.

Статья поступила в редакцию 28.09.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Димитриенко Ю.И., Богданов И.О. Моделирование технологии RTM на основе модели двухфазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов. *Математическое моделирование и численные методы,* 2025, № 1, с. 29–44.

Димитриенко Юрий Иванович — д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, директор Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: dimit@bmstu.ru

Богданов Илья Олегович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, старший научный сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: biofamily_7394@mail.ru

Modeling of RTM technology based on a two-phase filtration model in composites taking into account capillary effects

© Yu.I. Dimitrienko, I.O. Bogdanov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article considers the application of a two-phase filtration model taking into account capillary effects for modeling RTM technology used for the production of composite ma-

terials. A system of convection-diffusion equations is formulated. For its numerical solution, the Galerkin/least-squares (GLS) method is used, which allows eliminating oscillations in the solution that occur when the convective term predominates over the diffusion one. A comparison of the results obtained based on the two-phase filtration model and on the PAM-RTM software package is made. The model is implemented in the Manipula/SMCM software package, developed at the REC "SIMPLEX" of Bauman Moscow State Technical University.

***Keywords**: RTM, composites, filtering, Buckley-Laverett function, FEM, Manipula/SMCM*

REFERENCES

[1] Mehdikhani M., Gorbatikh L., Verpoest I. Lomov S.V. Voids in fiber-reinforced polymer composites: A review on their formation, characteristics, and effects on mechanical performance. *Journal of Composite Materials*, 2019, vol. 53, no. 12, pp. 1579–1669. DOI: 10.1177/0021998318772152.

[2] Francucci G., Rodriguez E.S., Moran J. Novel approach for mold filling simulation of the processing of natural fiber reinforced composites by resin transfer molding. *Journal of Composite Materials*, 2014, vol. 48, no. 2, pp. 191–200. DOI: 10.1177/0021998312469992.

[3] Loudad R., Saouab A., Beauchene P., Agogue R., Desjoyeaux B. Numerical modeling of vacuum-assisted resin transfer molding using multilayer approach. *Journal of Composite Materials*, 2017, pp. 1–12. DOI: 10.1177/0021998316687145.

[4] Yang B., Tang Q., Wang S., Jin T., Bi F. Three-dimensional numerical simulation of the filling stage in resin infusion process. *Journal of Composite Materials*, 2016, vol. 50, no. 29, pp. 4171–4186. DOI: 10.1177/0021998316631809.

[5] Koziol M. Simplified simulation of VARI process using PAM-RTM software. *Composites Theory and Practice*, 2015, vol. 15, no. 4, pp. 218–227.

[6] Khalili P., Kadar R., Skrifvars M., Blinzler B. Impregnation behaviour of regenerated cellulose fabric Elium composite: Experiment, simulation and analytical solution. *Journal of Materials Research and Technology*, 2020, vol. 10, no. 6, pp. 66–73. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.12.024.

[7] Dimitrienko Yu. I., Bogdanov I.O. Modelling of filtration of liquid binder in the composite textile structures under RTM processes. *IOP Conference Series: Material Science and Engeneering*, 2019, vol. 683, № 012011, pp.1-6. doi:10.1088/1757-899X/683/1/012011

[8] Dimitrienko Yu. I., Bogdanov I.O. Multiscale modeling of filtration liquid binding processes in composite designs at RTM production method. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2017, no 2, pp. 3–27.

[9] Dimitrienko Yu. I., Bogdanov I.O. Multiscale modeling filtration processes in porous media. *Engineering journal: science and innovation*, 2018, no. 3(75). DOI: 10.18698/2308-6033-2018-3-1738

[10] Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Dvizhenie zhidkostej i gazov v prirodnyh plastah* [Movement of liquids and gases in natural formations]. Moscow, Nedra Publishers, 1984, 211 p.

[11] CHarnyj I.A. *Podzemnaya gidrogazodinamika* [Underground hydrogas dynamics]. Moscow, Gosudarstvennoe nauchno-tekhnicheskoe izdatel'stvo neftyanoj i gorno-toplivnoj literatury [State Scientific and Technical Publishing House of Petroleum and Mining and Fuel Literature], 1963, 397 p.

[12] Vasil'eva M.V., Prokop'ev G.A. CHislennoe reshenie zadachi dvuhfaznoj fil'tracii s neodnorodnymi koefficientami metodom konechnyh elementov [Numerical solution of the problem of two-phase filtration with inhomogeneous coefficients by the finite element method]. *Matematicheskie zametki SVFU* [NEFU Mathematical Notes], 2017, vol. 24, no. 2, pp. 46–62. DOI: https://doi.org/10.25587/SVFU.2017.2.9245.

[13] Lube G. Stabilized Galerkin Finite Element Methods for Convection Dominated and Incompressible Flow Problems. *Banach Center Publications*, 1994, vol. 29, no. 1, pp. 85-104. DOI: 10.4064/-29-1-85-104.

[14] Omariyeva D.A. Stabilized finite element method for the saturation equation in the two-phase nonequilibrium fluid flow problem. *Bulletin of the National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan*, 2022, vol. 83, no. 1, pp. 113-122. DOI: 10.47533/2020.1606-146X.147.

[15] Zenkevich O. *Metod konechnyh elementov v tekhnike* [The finite element method in engineering]. Moscow, Mir Publ., 1975, 541 p.

[16] Segerlind L. *Primenenie metoda konechnyh elementov: Perevod s anglijskogo* [Application of the finite element method: Translated from English] Moscow, Mir Publ., 1979, 392 p.

[17] Dimitrienko YU.I., Sborshchikov S.V., YUrin YU.V., Bogdanov I.O., Zaharov A.A., Gumirgaliev T.R.Programma Plasticity_Anisitrop_Manipula dlya konechno-elementnogo rascheta napryazhenij v elementah kompozitnyh konstrukcij s uchetom krivolinejnoj anizotropiii uprugo-plasticheskih svojstv kompozicionnyh materialov v ramkah deformacionnoj teorii plastichnosti [Plasticity_Anisitrop_Manipula program for finite element stress calculation in composite structural elements, taking into account the curvilinear anisotropy and elastic-plastic properties of composite materials within the framework of the deformation theory of plasticity].*Certificate of registration of the computer program* 2022684326 dated 12/12/2022. Application No. 2022684326 dated 11/23/2022.

Dimitrienko Yu.I., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Head of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Director of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: dimit@bmstu.ru

Bogdanov I.O., Cand. Sc. (Phys. — Math.), Associate Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Senior Researcher Reduction of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: biofamily_7394@mail.ru