

## Численное моделирование квази-двумерных турбулентных течений в замкнутой кубической ячейке

© С.В. Фортова, А.Д. Ермаков

ИАП РАН, Москва, 123056, Россия

*Многие атмосферные и океанические явления демонстрируют особенности квази-двумерной турбулентности, возникающей при наличии силы вращения. Исследование процессов вихреобразования в таких системах обусловлена необходимостью развития качественного прогнозирования возникновения циклонов и антициклонов. Указанные погодные явления представляют собой геострофические течения, которые могут быть описаны в рамках квази-двумерной турбулентности. В данной работе на основе численного моделирования системы уравнений Навье-Стокса исследуется задача формирования когерентных вертикальных структур в кубической ячейке при наличии вращения (Кориолисовой силы) и постоянно действующей внешней силы (накачки). В ходе численных экспериментов в зависимости от величин силы вращения и силы накачки получено несколько типов течений — хаотический режим, режим возникновения нескольких вихрей-циклонов и режим возникновения одного крупного циклона с антициклоном внутри циклонической области (“циклон-антициклон”).*

**Ключевые слова:** квази-двумерная турбулентность, прямое численное моделирование, CFD пакеты, вращающаяся жидкость

**Введение.** Основной особенностью двумерного турбулентного течения, возбуждаемого внешней силой, является возникновение обратного каскада энергии и прямого каскада энтропии [1-5]. За счет нелинейных эффектов пространственный масштаб вихрей, создаваемых внешней силой (накачкой), увеличивается при их слиянии до тех пор, пока рост вихрей не будет остановлен размером исследуемой области (ячейки). В последнем случае энергия накапливается на масштабе ячейки. При определенных условиях такое накопление энергии приводит к возникновению системы когерентных вихрей. Наблюдаемые вихри в предельном случае ограничены размером ячейки и в среднем изотропны [6,7,13,14]. В спектральном пространстве наблюдается зависимость энергии от волнового числа, близкая к  $E \sim Sk^{-5/3}$ . Для энтропии, как меры диссипации энергии, справедливо соотношение  $E \sim Sk^{-3}$ .

Для трехмерной турбулентности характерно наличие прямого энергетического каскада [8,9] (каскада Колмогорова). В этом случае энергия производится на крупных вихревых масштабах, передавая ее по каскаду вихрей до тех пор, пока не диссипирует в тепло на вязких

масштабах. Для энергетического спектра изотропных однородных турбулентных течений справедлив закон «-5/3» Колмогорова [5], характеризующий тем, что в спектральном пространстве наблюдается зависимость энергии от волнового числа, близкая к  $E \sim Ck^{-5/3}$ .

Возникновение когерентных вихрей наблюдается также в турбулентных течениях во вращающейся жидкости, когда сила Кориолиса доминирует над силами инерции и приводит к снижению размерности системы до квази-двумерной. В этом случае формируются геострофические (столбовые) вихри. Структура течения в этих вихрях однородна вдоль оси вращения, а скорость течения направлена в плоскости, ортогональной оси вращения. Снижение размерности течения приводит к возникновению как прямого каскада энергии, характерного для трехмерной турбулентности, так и обратного, свойственного плоским потокам. При этом накачка течения формирует сначала турбулентный поток во всей области кубической ячейки, но под действием силы вращения данный турбулентный поток перестраивается в вертикальные столбовые структуры. Около границ области исследования образуются слои Экмана, которые обеспечивают систему дополнительной накачкой энергией [10-12].

В данной работе численное исследование выше указанных турбулентных течений проводится с использованием модели вязкой несжимаемой жидкости, описываемой системой уравнений Навье-Стокса с учетом силы вращения и силы накачки [10,15]. Для замыкания системы используется уравнение несжимаемости. В зависимости от величины силы вращения и силы накачки выделены следующие режимы квази-двумерных вихревых течений: режим “циклон-антициклон”, режим возникновения нескольких вихрей и хаотический режим. Исследовано влияние параметров течения на формирование данных структур.

**Режимы квази-двумерных течений в кубической ячейке.** Следует отметить, что целью работы является построение математической модели, в рамках которой можно продемонстрировать эффект возникновения геострофического течения в несжимаемой среде при действии силы вращения и силы накачки. К настоящему времени воспроизведение физического эксперимента находится на стадии разработки из-за сложности установления соответствия между основными характерными параметрами физического и численного эксперимента [15].

Рассматриваемая в данной работе модельная задача исследуется в кубе со стороной  $10\pi$ , заполненный несжимаемой жидкостью с  $\rho = const = 125$  и  $\nu = const = 0.002$ , на которую действует сила вращения с частотой  $\Omega$  и постоянно действующая во всем объеме внешняя сила  $f$  с амплитудой  $f_0$ . В работе используются безраз-

мерные единицы измерения физических величин. Грани куба считаются твердыми и непроницаемыми.

В случаях малой частоты вращения системы система уравнений описывает циклонические и антициклонические течения, в которых силы вращения преобладают над центробежными. В нашей численной модели центробежный потенциал  $\left[ \bar{\Omega} \times \left[ \bar{\Omega} \times r \right] \right]$  переопределяет значение поля давления, что не приводит к изменению характера поля скорости.

Течение жидкости в кубе описывается нестационарной системой уравнений Навье-Стокса во вращающейся системе отсчёта:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla(u\bar{V}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v + f_0 A_x \cos(x) \sin(y) \sin(z) + \frac{1}{\text{Re}} \Delta u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla(v\bar{V}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u + f_0 A_y \sin(x) \cos(y) \sin(z) + \frac{1}{\text{Re}} \Delta v, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \nabla(w\bar{V}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - f_0 (A_x + A_y) \sin(x) \sin(y) \cos(z) + \frac{1}{\text{Re}} \Delta w, \end{aligned}$$

$$\nabla \bar{V} = 0,$$

$$\bar{V}|_{\Gamma} = 0, \nabla_n p|_{\Gamma} = 0,$$

где  $\bar{V} = (u, v, w)$  — скорость движения жидкости,  $p$  — давление,  $\nabla_n$  — нормальная компонента градиента,  $\text{Re}$  — число Рейнольдса,  $\rho$  — плотность жидкости (постоянная в данном расчёте),  $A_x$  и  $A_y$  — некоторые выбранные постоянные коэффициенты. При численном моделировании варьируется величина амплитуды силы накачки  $f_0$  и частота вращения  $\Omega$ .

Основными безразмерными параметрами в системах с вращением являются число Рейнольдса  $\text{Re} = |\bar{V}| L_f / \nu$  и число Россби  $\text{Ro} = |\bar{V}| / 2\Omega L_f$ , где  $|\bar{V}|$  — среднеквадратичная скорость,  $L_f$  — характерный размер,  $\Omega$  — угловая скорость вращения системы.

Система уравнений обезразмерена путём деления величин на характерные значения. Характерными значениями в данной модельной задаче являются: модуль скорости  $|\bar{V}| = 25$  м/с, длина  $L_f = l_0 = 1/k_f = 0.2$  м, время  $t_0 = l_0 / |\bar{V}| = 0.8 \cdot 10^{-2}$  с.

Моделирование квази-двумерной турбулентности является трудоемкой вычислительной задачей из-за нелинейности системы уравнений Навье-Стокса и сложной пространственной динамики турбулентных течений. Особенно массивными становятся численные эксперименты при нулевых граничных условиях. Это связано с необходимостью подробного разрешения пограничного слоя при описании взаимодействия потока с твердыми стенками. Нулевые граничные условия вызывают появление резких градиентов параметров у границ, где формируются сложные вихревые структуры потока. Данный факт обуславливает необходимость увеличения количества расчетных точек в пограничном слое, что в свою очередь влияет на объем вычислений и требует больших вычислительных ресурсов. В данной работе применен метод сгущения сетки к границам таким образом, чтобы в пограничном слое присутствовало как минимум 10 вычислительных ячеек.

Расчёты проводились с использованием пакета вычислительной гидродинамики OpenFOAM [16]. В настоящее время пакеты вычислительной гидродинамики (CFD-пакеты) представляют собой хорошо развитый аппарат для решения широкого класса физических задач. Они активно используются ведущими мировыми инженерными компаниями при проектировании и создании разнообразной высокотехнологичной продукции. OpenFOAM — один из немногих прикладных программных пакетов с открытым исходным кодом для решения задач механики сплошных сред. Широкий инструментарий для формализации задачи, высокая эффективность реализации, а также хорошая масштабируемость под архитектуру вычислительной системы позволяют легко конструировать в пакете численные модели разной сложности. Открытый исходный код, в свою очередь, дает возможность в деталях контролировать ход решения, начиная от построения сетки до выбора схем аппроксимации слагаемых управляющей системы и методов численного решения. Это позволяет использовать OpenFOAM как для инженерных, так и для научных исследований.

В основе работы библиотеки лежит метод конечного объема. Суть этого метода заключается в дискретизации непрерывных величин путем их усреднения по конечному объему [17].

В качестве начальных условий используются нулевые условия на все измеряемые параметры течения. Численный эксперимент продолжается до установления стационарного неравновесного состояния, которое определяется путем построения зависимости общей кинетической энергии системы от времени. После достижения системы стационарного состояния происходит обработка и оценка полученных результатов.

Для определения шага по времени использовался критерий Курранта-Фридрихса-Леви:  $\Delta t < 0.5 \cdot \Delta x / |\bar{V}|$ , что удовлетворяет условию сходимости численной схемы. Количество расчетных точек составляло 150 вдоль каждой оси.

В ходе численного эксперимента были обнаружены три основных различных по характеру режимов течений:

- хаотическая турбулентность — режим, при котором линейный отклик системы, присутствующий из-за постоянного по времени пространственного воздействия, формирует турбулентный режим. Энергий накачки и вращения системы не хватает для возникновения когерентных структур, однородных по вертикали.

- несколько вихрей-циклонов — режим, при котором в течении образуется несколько однородных по вертикали вихрей малого радиуса. Подведённой энергии достаточно, чтобы сформировать когерентные мелкомасштабные вихри, которые в процессе развития сливаются в 2-3 достаточно крупных вихревых столбовых структуры. Эти циклоны вращаются внутри области и периодически сливаются и разделяются.

- “циклон-антициклон” — режим, представляющий собой одну крупную циклоническую структуру, внутри которой формируется антициклон меньшего размера. При определенных параметрах системы наблюдалось слияние нескольких циклонов (предыдущий режим) в один крупный столбовой вихрь, с характерным радиусом порядка половины размера вычислительной области, и появление антициклонического течения внутри циклона.

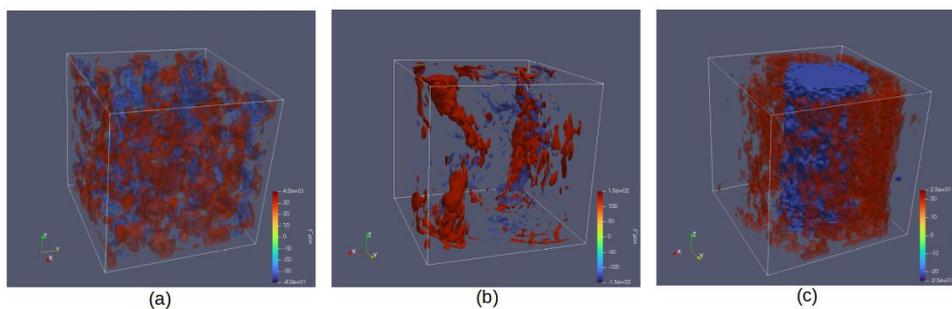
Ниже в таблице представлены результаты экспериментов с указанием варьируемых переменных и возникающим в результате типом течения (таблица 1). Так же приведены величины безразмерных параметров течения — чисел Рейнольдса и Россби.

Таблица 1

**Классификация режимов течения в зависимости от параметров системы**

расчёт	$\Omega$	$f_0$	Re	Ro	Режим
1	0.4	1.6	2390	0.239	несколько циклонов
2	0.4	0.8	2630	0.263	несколько циклонов
3	0.4	2.4	2650	0.265	циклон и антициклон внутри
4	0.4	0.4	2490	0.249	циклон и антициклон внутри
5	0.32	1.6	2060	0.257	несколько неустойчивых циклонов
6	0.24	1.6	1300	0.216	несколько циклонов
7	0.16	1.6	630	0.158	хаотическая турбулентность
8	0.08	1.6	430	0.216	хаотическая турбулентность

На Рис. 1 представлено распределение  $z$  компоненты поля завихренности  $\omega_z = \partial u / \partial x - \partial v / \partial y$  для разных  $\Omega$  и  $f_0$ . Рис. 1(a) соответствует хаотическому режиму течения, с большим количеством неоднородных по вертикали вихрей малого диаметра. Данный режим течения возникает при низких частотах вращения  $\Omega \leq 0.16$  и средней силе накачки  $f_0 = 1.6$ . На Рис. 1(b) представлен режим течения, для которого характерно формирование одного-двух мелких вихрей-циклонов, однородных по вертикали. Данный режим течения возникает при средних частотах вращения  $\Omega \in (0.16, 0.32)$  и средней силе накачки  $f_0 = 1.6$ . На рис. 1(c) изображен режим течения, для которого характерно формирование одного крупного вихря-циклона, однородного по вертикали, внутри которого возникает антициклон. Данный режим течения возникает при высоких частотах вращения  $\Omega = 0.4$  и большой силе накачки  $f_0 = 2.4$ .



**Рис. 1.** Поверхности завихренности для различных режимов течения: хаотический (а,  $\Omega = 0.16$ ,  $f_0 = 1.6$ ), режим нескольких вихрей (б,  $\Omega = 0.4$ ,  $f_0 = 1.6$ ), режим “циклон-антициклон” (с,  $\Omega = 0.4$ ,  $f_0 = 2.4$ ). Красный цвет поверхности соответствует циклоническому вращению, а синий — антициклоническому

В дальнейших разделах рассмотрены основные физические и статистические параметры полученных в ходе численного эксперимента течений. Основное внимание уделено режиму “циклон-антициклон”.

**Среднеквадратичная скорость.** Среднеквадратичная скорость в установившемся режиме течения, усредненная по времени проведения вычислительного эксперимента, лежит в диапазоне от 0.16 до 1.2 в зависимости от частоты вращения (рис.2).

На рис. 2 представлено распределение среднеквадратичной скорости течения в зависимости от времени для различных типов течения. Результаты расчётов обозначены точками, пунктиром изображена аппроксимация данных полиномом 4-й степени. Видно, что

наибольшего значения среднеквадратичная скорость достигает в режиме “циклон-антициклон” (соответствует желтым точкам на Рис. 2). По всей вероятности, это связано с преобладанием действия в силы вращения над силой инерции. Заметим, что движение циклона совершается в том же направлении, в котором действует сила вращения. Наименьшее значение среднеквадратичной скорости соответствует турбулентному режиму течения, в котором действие инерционных сил является основным (соответствует зеленым точкам на Рис. 2). Промежуточное положение между этими величинами занимает режим формирования нескольких некрупных циклонов (соответствует синим точкам на Рис. 2). В данном случае достигается баланс между инерционными силами и силами вращения.

Заметим, что увеличение частоты вращения и силы накачки приводит к последовательному формированию сначала нескольких небольших циклонов, движущихся вместе с вращающейся жидкостью. Но мере увеличения частоты вращения и силы накачки несколько циклонов сливаются между собой, образуя один крупный циклон, движущийся вместе с жидкостью вдоль стенок и занимающий всю область куба. Однако внутри циклона со временем возникает антициклоническое течение противоположного направления. Таким образом формируется режим “циклон-антициклон”.

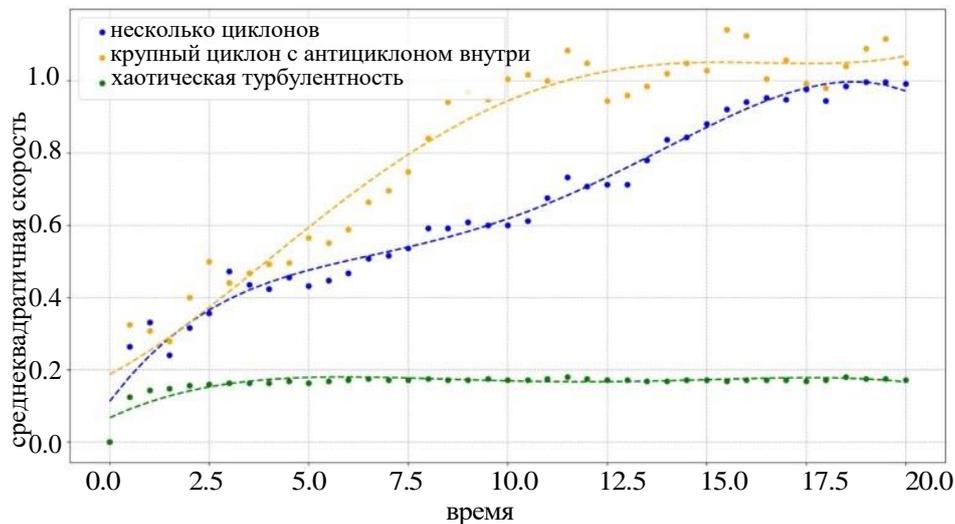
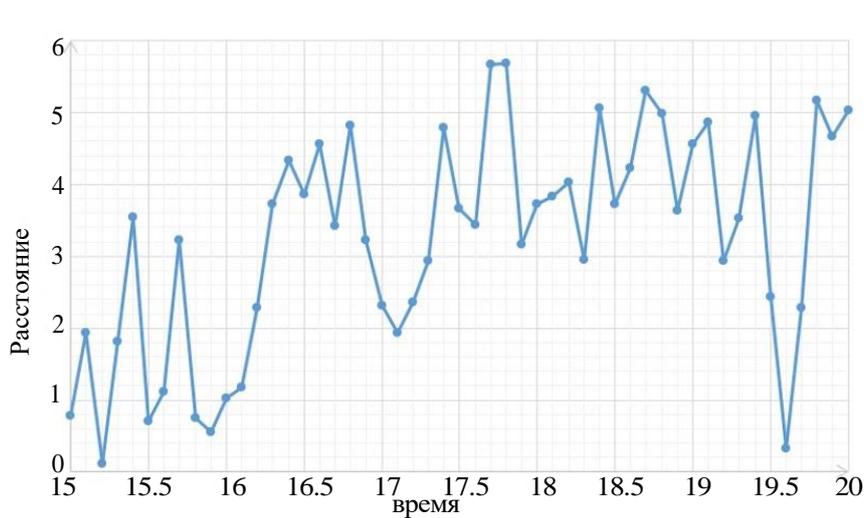


Рис. 2. Распределение среднеквадратичной скорости течения в зависимости от времени для различных типов течения

Для наглядности на графике каждого режима изображена аппроксимационная кривая, позволяющая судить о выходе на стационарный режим и наблюдать наличие флуктуаций около стационарного значения.

**Положение центра антициклона.** Крупное циклоническое течение возникает при слиянии нескольких циклонов меньшего размера, вращающихся вокруг центра области. При этом сформировавшийся крупный циклон также вращается вместе с системой, располагаясь вдоль стенок куба. Внутри циклонической области возникает крупное антициклоническое течение, центр которого движется относительно центра области, периодически удаляясь и приближаясь к нему. Поскольку постановка задачи обладает центральной симметрией, будем следить только за радиальным перемещением центра антициклона.

Для отслеживания центра антициклона использовался следующий подход. Для каждого момента времени, профиль  $z$  – компоненты завихренности усреднялся по вертикали. После этого находилась область, каждая точка которой имела строго отрицательное значение завихренности. Центр этой области считался центром антициклона.



**Рис. 3.** Расстояние от центра области до центра антициклона в зависимости от времени

Из рис. 3 видно, что отклонение центра антициклона от центра области носит хаотический характер, а характерный размер максимального отклонения  $\sim 5$ , что значительно меньше ближайшего расстояния до границы области, равного  $5\pi$ .

**Радиальный профиль азимутальной скорости.** Для построения радиального профиля азимутальной скорости отслеживалось положение центра антициклона, после чего производилось усреднение по времени и углу азимутальной скорости ( $U^\phi$ ) относительно центра вихря [18].

При теоретическом рассмотрении осесимметричного неподвижного вихря во вращающейся системе была получена зависимость вида  $U^\phi = Ar \cdot \ln(r/B)$  [19,20]. Пунктирной линией на рис. 4 показана аппроксимация расчётного профиля данной функцией.

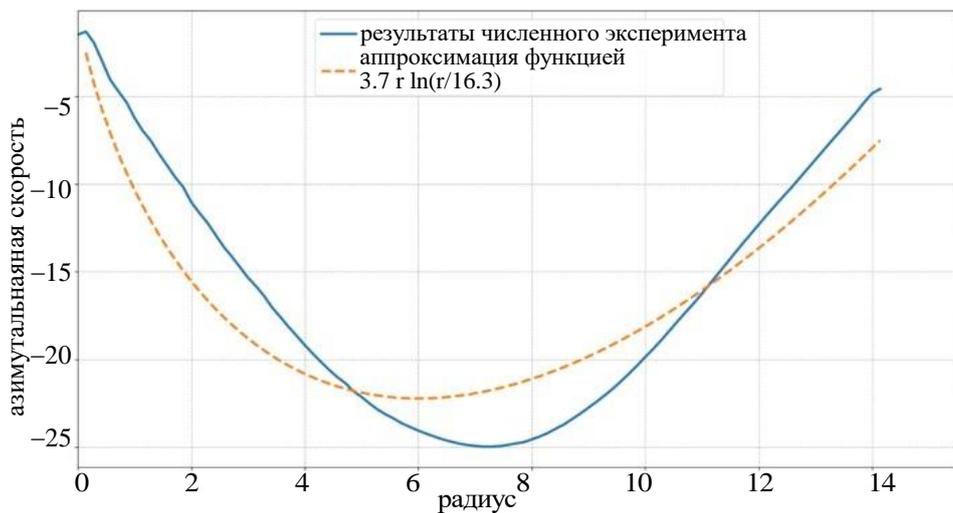


Рис. 4. Усреднённый по углу профиль азимутальной скорости в зависимости от радиуса и его аппроксимация

Качественно график близок к теоретической оценке.

**Статистические данные.** На рис. 5 изображены PDF-функции (функции распределения плотности вероятности) завихренности, нормированные на угловую скорость вращения куба [18]. Распределения представлены для разных режимов. Синяя линия соответствует режиму с наличием в течении нескольких вихрей небольшого размера. Жёлтая линия соответствует режиму “циклон-антициклон”. Зеленая линия описывает распределение завихренности для хаотического режима. Заметим, что во всех трех режимах вершина графиков смещена в сторону отрицательной области. Это можно объяснить тем, что во всех трех типах течения преобладает отрицательная завихренность. Это связано с положительным направлением закручивающей силы. Отметим, что наибольшее количество завихренности с нулевым значением встречается в режиме нескольких небольших циклонов.

По оси абсцисс графика располагается величина завихренности, нормированная на угловую скорость вращения куба. По оси ординат — количество расчётных ячеек с данной величиной завихренности.

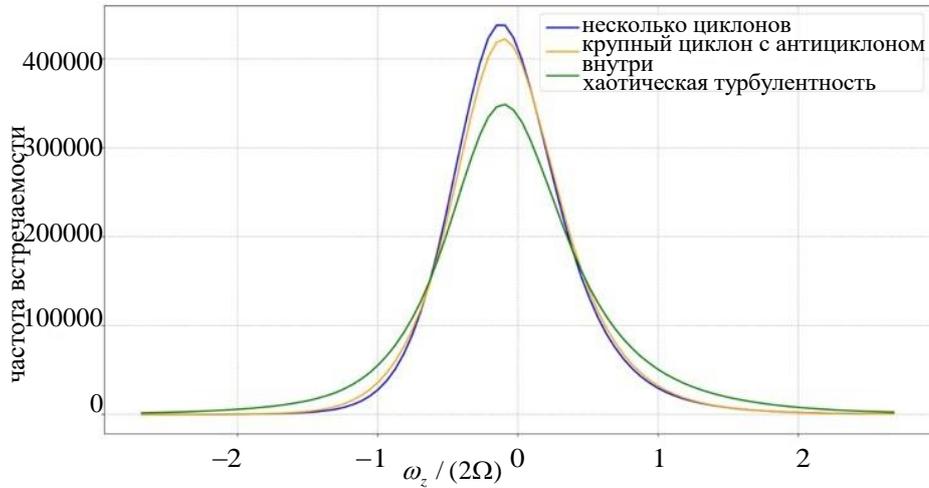
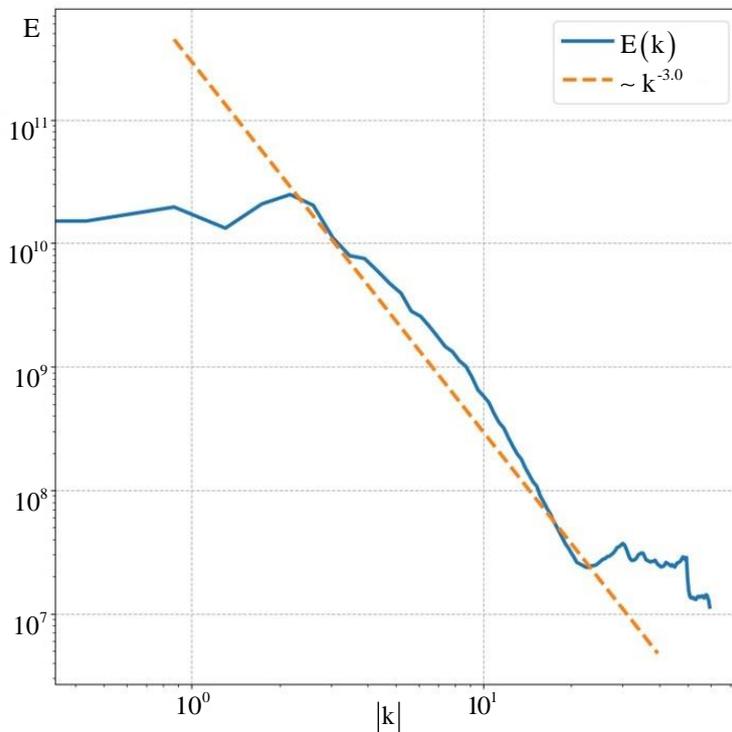
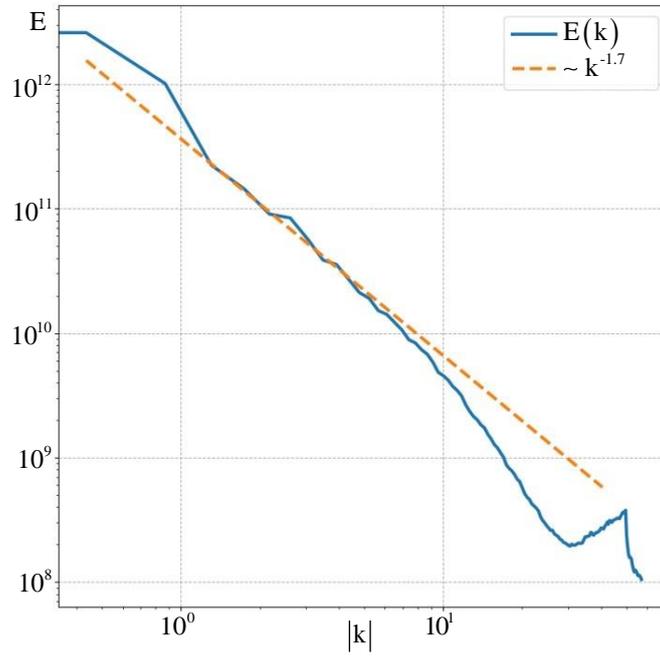


Рис. 5. PDF-функции завихренности для трех режимов течения

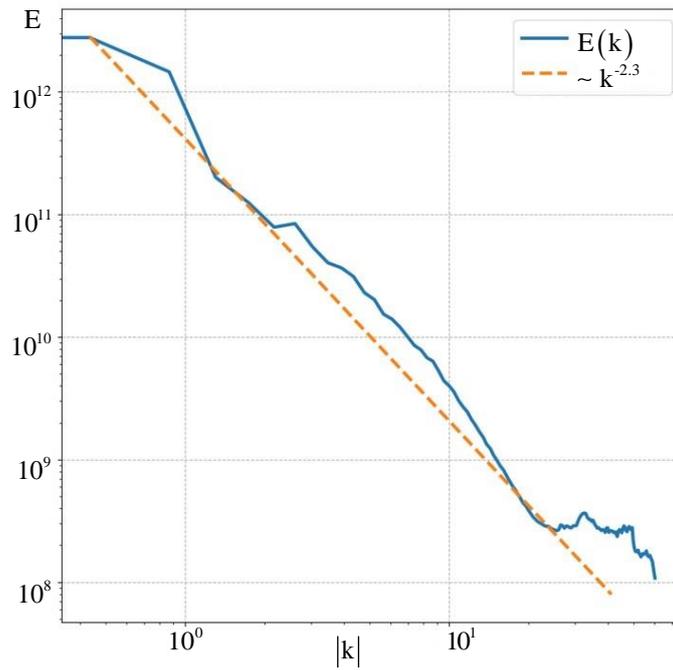
**Энергетические спектры.** На рисунках 6 (а, б, в) изображены характерные энергетические спектры для трёх различных режимов течения. Графики строились по мгновенным полям скоростей после установления стационарного режима.



а)



б)



в)

**Рис. 6.** Энергетический спектр  
а) — режим хаотической турбулентности  
б) — режим нескольких циклонов  
в) — режим «циклон-антициклон»

Графики построены в логарифмических осях. На всех трёх графиках можно выделить линейный участок, который определяет вид зависимости:  $E \sim k^\gamma$ . Угол наклона прямой определяет показатель степени. Он оценивается значениями -3.0, -1.7 и -2.3 для хаотического течения, нескольких циклонов и “циклон-антициклон” соответственно. Следует заметить, что теоретическая оценка (закон Колмогорова) определяет показатель степени волнового числа значением  $-5/3$  для однородной изотропной турбулентности.

**Заключение.** В данной работе проведено численное моделирование трехмерных вихревых течений в кубической ячейке с твердыми границами при наличии силы вращения и постоянно действующей силе накачки. Показано влияние безразмерных параметров системы — чисел Рейнольдса и Россби на формирование качественно отличающихся режимов. В ходе численного эксперимента в зависимости от частоты вращения и величины внешней силы возникают следующие типы течений: хаотический режим возникает при низкой частоте вращения куба и небольшой величине внешней силы; режим нескольких столбовых вихрей небольшого диаметра появляется при увеличении частоты вращения системы и величины внешней силы; при высоких частотах вращения и высокой величине внешней силы формируется тип течения, который мы назвали “циклон-антициклон”. Последний режим представляет собой большое циклоническое течение, внутри которого формируется устойчивое антициклоническое движение.

Исследованы энергетические характеристики системы и построены энергетические спектры течений. Исследованы радиальные профили средней по времени азимутальной скорости в когерентных вихрях для указанных типов течений. Показано, что они отличаются числом и размерами вихрей и имеют различное распределение завихренности по радиусу вихря. Проведен PDF -анализ структуры течений по величине завихренности и частоте ее встречаемости.

*Авторы благодарны В.В. Лебедеву, И.В. Колоколовой и С.С. Вергелесу за интересные научные дискуссии.*

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (госзадание I24022400174-3).*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, vol. 317, pp. 407–410.
- [2] Pope S.B. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000, 812 p.
- [3] Davidson P.A. *Turbulence in Rotating, Stratified and Electrically Conducting Fluids*. Cambridge University Press, 2013, 695 p.
- [4] Godeferd F.S., Moisy F. Structure and dynamics of rotating turbulence: a review

- of recent experimental and numerical results. *Applied Mechanics*, 2015, vol. 67, art. no. 030802.
- [5] Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. *Доклады АН СССР*, 1967, т. 30, № 4, с. 476–481.
- [6] Boffetta G., Ecke R.E. Two-Dimensional Turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2012, vol. 44, pp. 427-451.
- [7] Sommeria J. Experimental Study of the Two-Dimensional Inverse Energy Cascade in a Square Box. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, vol. 170, pp. 139-168.
- [8] Моисеев С.С., Сагдеев Р.З., Тур А.В., Хоменко Г.А., Яновский В.В. Теория возникновения крупномасштабных структур в гидродинамической турбулентности. *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*, 1983, т. 85, № 6, с. 549–553.
- [9] Alexakis A., Biferale L. Cascades and transitions in turbulent flows. *Physics Reports*, 2018, vol. 767-769, pp. 1-101.
- [10] Campagne A., Gallet B., Moisy F., Cortet P.-P. Disentangling inertial waves from eddy turbulence in a forced rotating-turbulence experiment. *Physical Review E*, 2015, vol. 91, art. no. 043016.
- [11] Levina G.V., Moiseev S.S., Rutkevich P.B. Hydrodynamic Alpha-Effect in a Convective System. *Non-Linear Instability, Chaos and Turbulence, Series Advances in Fluid Mechanics*, 2000, pp. 110-161.
- [12] Арнольд В.И., Мешалкин Л.Д. Семинар А. Н. Колмогорова по избранным вопросам анализа (1958-1959). *Успехи математических наук*, 1960, т. 15, выпуск 1, с. 247-250.
- [13] Бондаренко Н.Ф., Гак М.З., Должанский Ф.В. Лабораторная и теоретическая модели плоского периодического течения. *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, 1979, с. 1017-1026.
- [14] Doludenko A.N., Fortova S.V., Kolokolov I.V., Lebedev V.V. Coherent vortex versus chaotic state in two-dimension turbulence. *Annals of Physics*, 2022, vol. 447, part 2, art. no. 169072.
- [15] Тумачев Д.Д., Филатов С.В., Вергелес С.С., Левченко А.А. Два режима динамики когерентных столбовых вихрей во вращающейся жидкости. *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 2023, т. 118, выпуск 6, с. 430-437.
- [16] [Электронный ресурс]. URL: <https://www.openfoam.com>
- [17] Marshall J., Adcroft A., Hill C. A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1997, vol. 102, pp. 5753—5766.
- [18] Tumachev D., Filatov S., Vergeles S., Levchenko A. Two dynamical regimes of coherent columnar vortices in rotating fluid. *JETP Letters*, 2023, vol. 118, pp. 426–432.
- [19] Yue-Kin Tsang. Nonuniversal velocity probability densities in two-dimensional turbulence: The effect of large-scale dissipation. *Physics of Fluids*, 2010, vol. 22, art. no. 115102.
- [20] M. Chertkov, C. Connaughton, I. Kolokolov, V. Lebedev. Dynamics of Energy Condensation in Two-Dimensional Turbulence. *Physical Review Letters*, 2007, vol. 99, art. no. 084501.

Статья поступила в редакцию 17.07.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Фортова С.В., Ермаков А.Д. Численное моделирование квази-двумерных турбулентных течений в замкнутой кубической ячейке. *Математическое моделирование и численные методы*, 2024, № 4, с. 78–92.

**Фортова Светлана Владимировна** — в.н.с., д.ф.-м.н., Институт автоматизации проектирования РАН. e-mail: sfortova@mail.ru

**Ермаков Алексей Дмитриевич** — студент МФТИ, стажёр-исследователь Института Автоматизации проектирования РАН. e-mail: ermakov.ad@phystech.edu

## **Numerical simulation of supersonic flow around a parachute with a head body**

© S.V. Fortova, A.D. Ermakov

ICAD RAS, Moscow, 123056, Russia

*Many atmospheric and oceanic phenomena demonstrate the features of quasi-two-dimensional turbulence that occurs in the presence of rotational force. The study of vortex formation processes in such systems is conditioned by the need to develop qualitative forecasting of the occurrence of cyclones and anticyclones. These weather phenomena are geostrophic flows that can be described within the framework of quasi-two-dimensional turbulence. In this paper, based on numerical modeling of the Navier-Stokes system of equations, the problem of forming coherent vertical structures in a cubic cell in the presence of rotation (Coriolis force) and a constantly acting external force (pumping) is investigated. In the course of numerical experiments, depending on the values of the rotational force and the pumping force, several types of flows were obtained — a chaotic mode, the mode of occurrence of several cyclone vortices and the mode of occurrence of one large cyclone with an anticyclone inside a cyclonic region (“cyclone-anticyclone”).*

**Keywords:** *quasi-two-dimensional turbulence, direct numerical modeling, CFD packages, rotating liquid*

### REFERENCES

- [1] Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, vol. 317, pp. 407–410.
- [2] Pope S.B. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 2000, 812 p.
- [3] Davidson P.A. *Turbulence in Rotating, Stratified and Electrically Conducting Fluids*. Cambridge University Press, 2013, 695 p.
- [4] Godefert F.S., Moisy F. Structure and dynamics of rotating turbulence: a review of recent experimental and numerical results. *Applied Mechanics*, 2015, vol. 67, art. no. 030802.
- [5] Kolmogorov A.N. Lokal'naya struktura turbulentnosti v neszhimaemoj vyazkoj zhidkosti pri ochen' bol'shih chislah Rejno'l'dsa [Local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid at very high reynolds numbers]. *Doklady Akademii Nauk*, 1968, vol. 30, no. 4, pp. 734–746.
- [6] Boffetta G., Ecke R.E. Two-Dimensional Turbulence. *Annual Review of Fluid*

- Mechanics*, 2012, vol. 44, pp. 427-451.
- [7] Sommeria J. Experimental Study of the Two-Dimensional Inverse Energy Cascade in a Square Box. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, vol. 170, pp. 139-168.
- [8] Moiseev S.S., Sagdeev R.Z., Tur A.V., Khomenko G.A., Yanovsky V.V. Teoriya vzniknoveniya krupnomasshtabnyh struktur v gidrodinamicheskoy turbulentsi [Theory of the Origin of Large-Scale Structures in Hydrodynamic Turbulence]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1983, vol. 85, No. 6, pp. 549-553.
- [9] Alexakis A., Biferale L. Cascades and transitions in turbulent flows. *Physics Reports*, 2018, vol. 767-769, pp. 1-101.
- [10] Campagne A., Gallet B., Moisy F., Cortet P.-P. Disentangling inertial waves from eddy turbulence in a forced rotating-turbulence experiment. *Physical Review E*, 2015, vol. 91, art. no. 043016.
- [11] Levina G.V., Moiseev S.S., Rutkevich P.B. Hydrodynamic Alpha-Effect in a Convective System. *Non-Linear Instability, Chaos and Turbulence, Series Advances in Fluid Mechanics*, 2000, pp. 110-161.
- [12] Arnol'd V.I., Meshalkin A. D. A.N. Kolmogorov's seminar on selected problems in analysis (1958–1959) [Kolmogorov on selected questions of analysis (1958–1959)]. *Russian Mathematical Surveys*, 1960, vol. 15, part 1, pp. 247–250.
- [13] Bondarenko N.F., Gak M.Z., Dolzhansky F.V. Laboratornaya i teoreticheskaya modeli ploskogo periodicheskogo techeniya [Laboratory and theoretical models of flat periodic flow]. *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*, 1979, pp. 1017-1026.
- [14] Doludenko A.N., Fortova S.V., Kolokolov I.V., Lebedev V.V. Coherent vortex versus chaotic state in two-dimension turbulence. *Annals of Physics*, 2022, vol. 447, part 2, art. no. 169072.
- [15] Tumachev D.D., Filatov S.V., Vergeles S.S. and Levchenko A.A. Dva rezhima dinamiki kogerentnyh stolbovyh vihrej vo vrashchayushchejsya zhidkosti [Two Dynamical Regimes of Coherent Columnar Vortices in a Rotating Fluid]. *Pis'ma v Zhurnal Èksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki* [Letters to the Journal of Experimental and Theoretical Physics], 2023, vol. 118, iss. 6, pp. 430-437.
- [16] [Electronic resource]. URL: <https://www.openfoam.com>
- [17] Marshall J., Adcroft A., Hill C. A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1997, vol. 102, pp. 5753—5766.
- [18] Tumachev D., Filatov S., Vergeles S., Levchenko A. Two dynamical regimes of coherent columnar vortices in rotating fluid. *JETP Letters*, 2023, vol. 118, pp. 426–432.
- [19] Yue-Kin Tsang. Nonuniversal velocity probability densities in two-dimensional turbulence: The effect of large-scale dissipation. *Physics of Fluids*, 2010, vol. 22, art. no. 115102.
- [20] M. Chertkov, C. Connaughton, I. Kolokolov, V. Lebedev. Dynamics of Energy Condensation in Two-Dimensional Turbulence. *Physica Reivew Letters*, 2007, vol. 99, art. no. 084501.

**Fortova S.V.**, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Leading Researcher, Institute for Computer-Aided Design Russian Academy of Sciences. e-mail: [sfortova@mail.ru](mailto:sfortova@mail.ru)

**Ermakov A.D.**, student of MIPT, Institute for Computer-Aided Design Russian Academy of Sciences. e-mail: [ermakov.ad@phystech.edu](mailto:ermakov.ad@phystech.edu)

---