



Математическое моделирование и численные методы

Братчев А. В., Дубровина А. Ю., Котенев В. П., Максимов Ф. А., Шевелев Ю. Д. Решение задач аэродинамического проектирования с применением многопроцессорной вычислительной машины. Математическое моделирование и численные методы, 2015, №1 (5), с. 17-30

Источник: <https://mcm.bmstu.ru/articles/35/>

Решение задач аэродинамического проектирования с применением многопроцессорной вычислительной машины

© А.В. Братчев¹, А.Ю. Дубровина¹, В.П. Котенев^{1,2},
Ф.А. Максимов³, Ю.Д. Шевелев³

¹ ОАО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов Московской обл., 143966, Россия

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, 105005, Россия

³ Институт автоматизации проектирования РАН, г. Москва, 123056, Россия

Предложен метод создания геометрической формы летательного аппарата (ЛА) для расчета параметров обтекания аэрогазодинамическим потоком, а также метод создания расчетной сетки для решения уравнений Навье — Стокса в тонком слое в окрестности ЛА. Представлены результаты численного моделирования обтекания ЛА аэрогазодинамическим потоком с использованием многопроцессорной вычислительной системы.

Ключевые слова: математическое моделирование, модель ЛА, расчетная сетка, уравнение Навье — Стокса, гиперзвуковой поток.

Введение. Для решения задач аэродинамического проектирования разрабатывается комплекс программ, реализованных на основе уравнений Навье — Стокса в приближении тонкого слоя. Для быстрой оценки параметров газовой динамики на поверхности тела можно использовать модель невязкого газа [1]. Недостаток модели невязкого газа заключается в невозможности получения решения задач в условиях, когда существенно влияние отрыва потока. Обычно это связано с оценкой аэродинамических свойств в нелинейной области. Предполагается, что решение в этих условиях может быть сделано на основе уравнений Навье — Стокса. Однако ограничения мощности компьютеров в настоящее время требуют привлечения дополнительных допущений, чтобы данное моделирование могло быть осуществлено за реальное время. Развиваемый метод основан на уравнениях Навье — Стокса в приближении тонкого слоя. Суть данного приближения состоит в учете всех членов уравнений Эйлера и всех членов уравнений пограничного слоя в рамках единых уравнений. Фактически учитываются диссипативные процессы только в направлении нормали к поверхности тела. С одной стороны, использование данной модели течения позволяет учесть все невязкие эффекты во внешнем поле течения и наличие вязкого пограничного слоя на обтекаемых поверхностях летательного аппарата (ЛА) и в итоге надеяться на адекватное отражение вязко-невязкого взаимодействия, что является принципиальным. С другой стороны, возможности вычислительной техники накладывают жесткие ограничения на число узлов сетки, что не позволяет строить и использовать сетки со сгущениями в продольном и поперечном

направлениях. При недостаточном разрешении сетки адекватный расчет диссипативных процессов в указанных направлениях при решении задач внешнего обтекания представляется практически невозможным. Моделирование с учетом вязкого слоя предъявляет существенные требования к расчетной сетке. Одно из координатных направлений должно быть ортогонально к поверхности обтекаемого тела, а узлы сгущены к ней. По этой причине построение расчетной сетки является одной из важных задач, решению которой необходимо уделять соответствующее внимание.

Построение модели. Для решения задачи обтекания необходимо описать геометрию ЛА. Известен ряд компьютерных программ, которые позволяют автоматизировать геометрическое проектирование. Важным свойством этих программ является возможность непосредственно наблюдать за результатами работы на экране компьютера. При построении геометрии сложной формы используют различные методы: твердотельный способ, аналитическое описание, теорию сплайнов. Так как каждая система имеет свои цели и использует оригинальные методы описания геометрии, то сама передача информации из одной системы в другую представляет трудности. Для обмена информацией между системами разработаны специальные форматы данных, анализируя которые, можно получить необходимые сведения о геометрии (например, о поверхности обтекаемого тела, о перпендикуляре к его поверхности).

При реализации рассматриваемого комплекса программ в качестве основного формата данных о геометрии ЛА принят STL-формат, в котором поверхность представлена в виде набора элементарных (треугольных) площадок. Выбор этого формата обусловлен его простотой, широким распространением и возможностью получения в большинстве программ геометрического проектирования.

Кроме того, несложно самостоятельно разработать библиотеку генерации примитивных геометрий в STL-формате для используемых геометрий в реальном конструировании с учетом возможности изменения характерных параметров (например, формы и удлинения носовой части, стреловидности передней кромки крыла, формы и относительной толщины профиля и т. д.), затем с использованием операций твердотельного геометрического моделирования (объединения, пересечения, вычитания) скомпоновать геометрию реальной формы. В конечном итоге это позволяет создать математическую модель ЛА с возможностью изменения его геометрии (за счет варьирования характерных параметров или добавления новых аэродинамических элементов) для поиска оптимальной конфигурации с учетом конструктивных требований и ограничений.

Именно так происходит процесс реального аэродинамического проектирования, когда испытывают модель будущего летательного аппарата в аэродинамических трубах. Модель изготавливают с учетом значимых для аэродинамики элементов конструкции. Для математического моделирования также необходимо учитывать только значимые элементы, а это значит, что и создание математической модели для решения задач аэродинамики должно проходить самостоятельно. Нелишне будет сказать, что ответственными за создание такой математической модели должны быть инженеры по аэродинамике.

Построение сетки. В настоящее время трудно представить универсальный генератор сетки. Прежде всего это обусловлено ограничением количества узлов, что приводит к необходимости учета характера поля течения при распределении узлов в физической области. Фактически для каждой достаточно сложной задачи должна проводиться адаптация сетки под решение. Это, конечно, не означает, что автоматизировать построение расчетной сетки невозможно. Для геометрий определенного типа такая автоматизация в построении сетки возможна, что значительно ускоряет решение типовых задач. В любом случае при построении сетки должен быть ряд параметров, которые бы позволяли в определенной мере подстраиваться под решение после его получения по предварительным расчетам.

Для построения сетки в рассматриваемом комплексе программ предусмотрен следующий порядок действий:

- 1) строится STL-модель летательного аппарата;
- 2) выбирается схема каркаса, соответствующая рассматриваемому ЛА;
- 3) с помощью конформного отображения строится сетка около каркаса;
- 4) решается задача поиска точек пересечения координатных линий, перпендикулярных поверхности каркаса, с поверхностями соответствующих ЛА и задаваемой внешней границей расчетной области;
- 5) узлы расчетной сетки по нормали перераспределяются от поверхности тела до внешней границы с учетом необходимости сгущения узлов около поверхности ЛА.

В итоге получается трехмерная сетка, построенная набором сечений по продольной координате. Центральным элементом данного метода является использование каркаса. Под каркасом понимают тело с достаточно простым сечением, однотипным по продольной координате, относительно которого можно построить сетку с помощью конформного отображения. Каркас должен быть согласован с геометрией ЛА (должен находиться внутри ЛА). Ниже приведен пример построения сетки около осесимметричного корпуса с крестообразным крылом. Отметим, что многие особенности метода могут изме-

няться и корректироваться. Например, применение конформного отображения при построении сетки в сечении не является обязательным. Но в любом случае сетки в сечениях должны строиться единым способом. Наличие каркаса при этом обеспечивает согласованное поведение сетки по продольной координате.

Идея каркаса была использована авторами при построении сетки около профилированного треугольного крыла [2]. В этом случае каркасом может служить плоское крыло нулевой толщины, около которого сетка достаточно просто строится с помощью функции Жуковского. Отметим, что использование функции Жуковского позволяет не только построить сетку, но и автоматически сгустить узлы к кромкам крыла, т. е. в этом случае фактически нет необходимости решать задачу о распределении узлов на границах, соответствующих телу, и на внешней границе расчетной области. При использовании эллиптических или параболических генераторов сеток от задания данных распределений обычно зависит гладкость получаемых сеток.

При переходе от каркаса к реальной геометрии ортогональность координатных линий к телу нарушается, но если эти нарушения не очень большие, то на получаемое решение это не оказывает значимого влияния. Функция Жуковского была использована в [3] при построении сетки около корпуса с крылом, в месте сопряжения корпуса с крылом ортогональность координатных линий к поверхности тела нарушалась значительно. По этой причине в [3] был введен дополнительный этап улучшения сетки с использованием эллиптического генератора, а предварительно построенная сетка задавала распределение узлов на границах и использовалась в качестве начальной.

Пример построения сетки около корпуса с крестообразным крылом. Для расчета ракетных конфигураций представляет интерес использование отображений, учитывающих и корпус, и крыло. В [4] приведена функция, отображающая внешность единичного круга на круг с n симметричными разрезами. Функция комплексной переменной $w = f(z)$ задается последовательностью отображений [3]

$$s = \frac{p}{2} \left(1 + \frac{1}{z^n} \right); \quad t = s + \sqrt{s^2 - \frac{1}{z^n}}; \quad w = zt^{2/n},$$

где p — радиус разреза; n — число разрезов. На рис. 1 приведены два примера сеток при изменении n и η , где η — отношение радиуса центральной части к полному размаху разреза.

В соответствии с данной функцией в качестве каркаса используется осесимметричное тело (определяется радиусом в зависимости от продольной координаты $R = R(x)$) с расположенными на нем n продольными ребрами. Ребра задаются величиной их размаха $R_2 = R_2(x)$, естественно, предполагается выполнение неравенства

$R_2 > R$. Число лопастей крыла рассчитываемого варианта ракетной конфигурации определяет значение n .

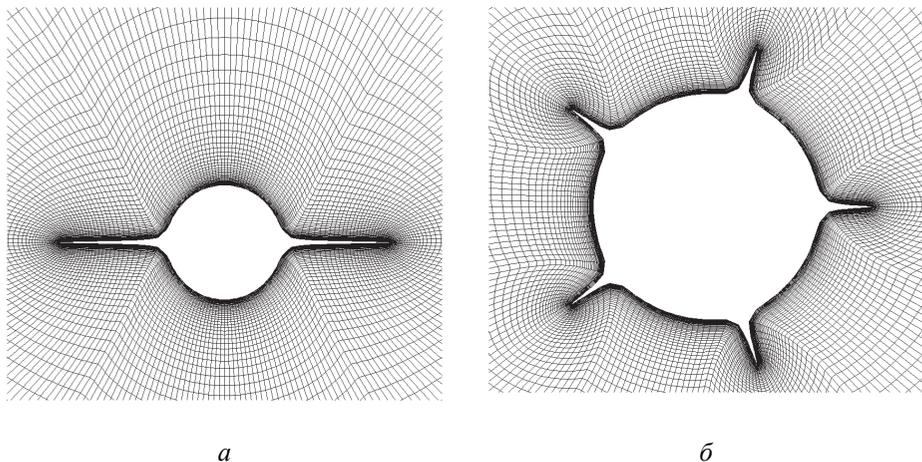


Рис. 1. Примеры сеток:
 $a — n = 2, \eta = 0,333$; $б — n = 5, \eta = 0,667$

На рис. 2 приведены составные части модели (рис. 2, *a*) и рассматриваемая геометрия ЛА, полученная объединением (рис. 2, *б*). Корпус — осесимметричное тело с головной частью в виде конуса и цилиндрической центральной частью. Оперение — крестообразное крыло из четырех стреловидных консолей с затупленной передней кромкой. При решении задачи определения точки пересечения координатных линий с поверхностью ЛА в качестве искомой выбирается максимально удаленная от каркаса. Это позволяет допускать наличие в STL-модели ЛА внутренних элементарных площадок.

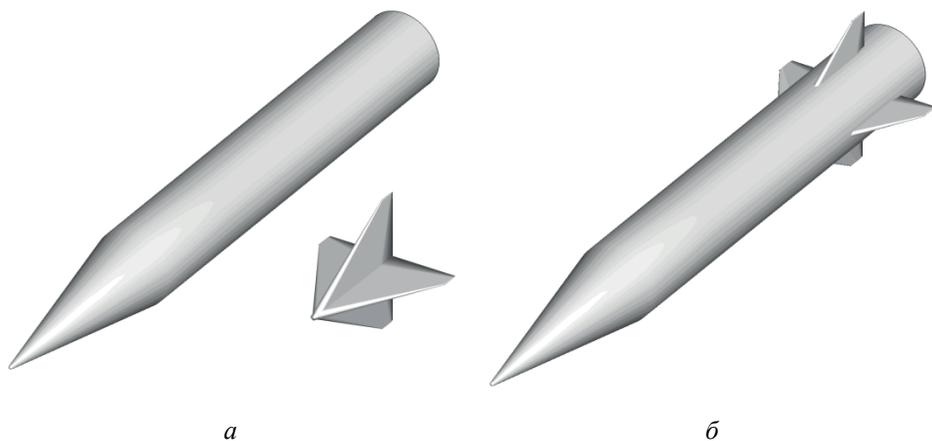


Рис. 2. Построение модели из набора осесимметричного тела и крестообразного оперения

На рис. 3 приведены возможный вариант каркаса для построения сетки и совместный вид каркаса и модели ЛА. Надо заметить, что для одного тела возможны различные варианты каркаса, но есть некоторые общие соображения: рассматриваемая геометрия состоит из корпуса (без расположения на нем оперения) и на этой части как размах ребра, так и размер центральной части (меньше, чем размер ребра) должны быть меньше радиуса корпуса. Если рассматривать используемое отображение при достаточно больших значениях радиуса комплексной переменной, то оно фактически будет соответствовать отображению окружности на окружность, но в местах, соответствующих оперению, узлы будут сгущаться. В местах, когда на корпусе есть оперение с острой передней или боковой кромкой, размах ребра должен соответствовать местному размаху оперения. Если кромки затупленные, то размах ребра должен быть меньше приблизительно на радиус затупления кромок. Использование каркаса позволяет увязать сечения по продольной координате и, в частности, автоматически обеспечить предварительное сгущение узлов к кромкам крыла.

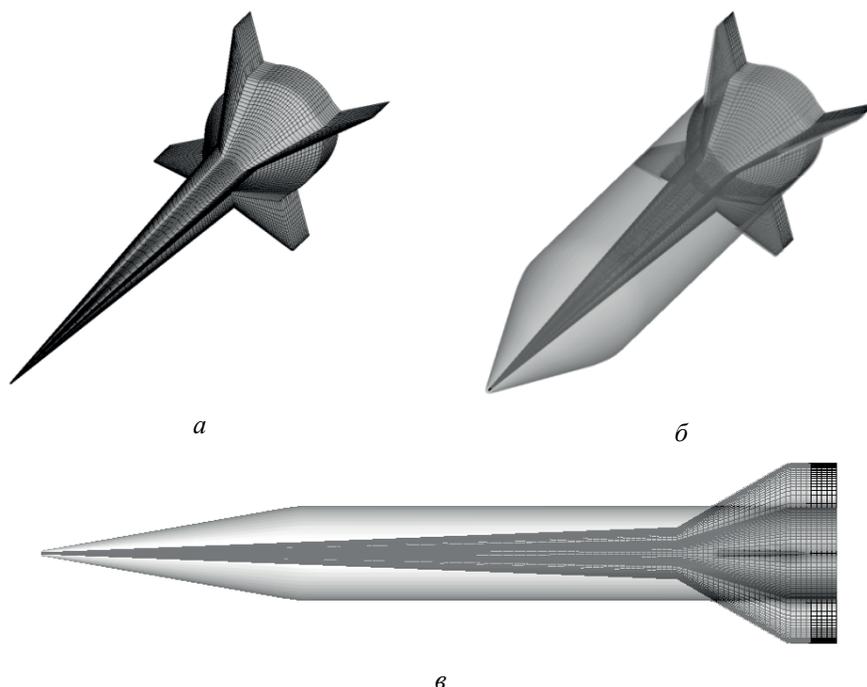


Рис. 3. Каркас (а) и каркас в модели (б, в)

На рис. 4 представлены сетки, построенные около каркаса (вверху), и соответствующие им, но уже построенные около контура ЛА (внизу). Приведены три сечения, соответствующие: цилиндрической части, корпусу с оперением на небольшом расстоянии от носка бортовой хорды, корпусу за задней кромкой крыла.

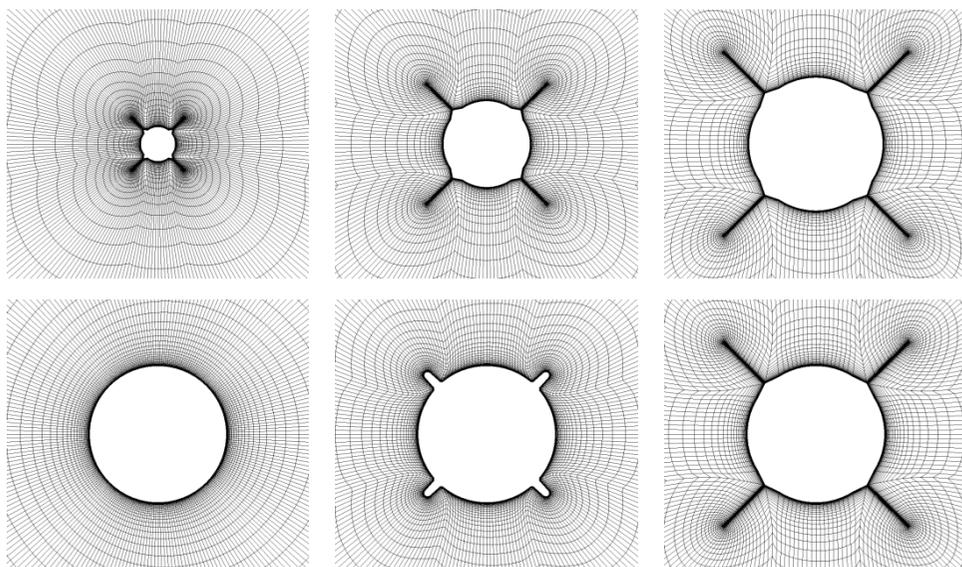


Рис. 4. Сетки около каркаса и около сечения модели для трех характерных сечений

Математическая модель и метод моделирования. Для расчета течений с сильным вязко-невязким взаимодействием рассматривают единые уравнения, учитывающие как невязкие, так и вязкие силы. Предполагают, что диссипативные процессы в направлении нормали к поверхности тела или сдвигового слоя много больше диссипативных процессов в касательных направлениях. Следовательно, в уравнениях Навье — Стокса при вычислении диссипативных членов можно пренебречь членами с производными по касательным направлениям. В результате получают уравнения, которые содержат все члены уравнений Эйлера, уравнения пограничного слоя, а также вторую производную в уравнении импульсов по нормали к поверхности [5, 6]. Получаемую систему уравнений в дальнейшем будем называть системой уравнений Навье — Стокса в приближении тонкого слоя. Система уравнений в обобщенной криволинейной системе координат приведена в [7]. Использование обобщенного преобразования позволяет построить равномерную сетку в виде единичного куба. Коэффициенты матрицы преобразования могут быть вычислены с помощью разностей в соответствии с уравнениями, если задано распределение узлов в физической области расчета.

Для численного моделирования используется явная разностная схема второго порядка аппроксимации типа предиктор – корректор [5, 6]. Фактически конвективные члены представляются односторонними разностями с переменной направлений, а диссипативные — симметричными разностями. При использовании явных разностных схем на

размер шага по времени накладывается ограничение из условия устойчивости расчета. Отметим, что учет вязкости в рамках полных или упрощенных уравнений Навье — Стокса требует значительного сгущения узлов в вязких слоях, что приводит к существенному уменьшению шага интегрирования по времени. Но это ограничение в основном обусловлено скоростью распространения возмущений, а не вязкостью. Вид ограничения на шаг с учетом диссипативного члена показывает, что при фиксированной сетке увеличение числа Re приводит к возможности увеличения шага интегрирования. Если число Re уменьшается (т. е. вязкость потока растет), возможный шаг интегрирования уменьшается. В реальности шаг сетки связан с числом Re . Чем больше число Re , тем больше должно быть сгущение узлов для описания тонких вязких слоев, а уменьшение числа Re допускает использование сеток с меньшим сгущением. Фактически расчетная сетка должна строиться с учетом числа Re . Из-за необходимости построения существенно неравномерной сетки шаг интегрирования по времени определяется в области наибольшего сгущения узлов. Установление при использовании единого шага интегрирования происходит крайне медленно. Для ускорения установления используется локальный шаг интегрирования — шаг интегрирования в каждом узле выбирается локально исходя из местных условий. Это обеспечивает распространение возмущения со скоростью 1 узел за 1 шаг интегрирования при числе Куранта $Ku = 1,0$. Использование локального шага интегрирования приводит к необходимости уменьшения числа Куранта до $Ku = 0,1 \dots 0,25$. Использование локального шага интегрирования не позволяет рассматривать нестационарные задачи, но если интерес представляет только установившееся течение, то локальный шаг позволяет существенно снизить суммарное количество шагов интегрирования до установления решения.

Примеры результатов расчетов. На рис. 5 приведен пример расчета в условиях: число Маха $M = 8$, угол атаки $\alpha = 15^\circ$, число Рейнольдса по длине модели $Re = 3 \cdot 10^6$. Течение представлено распределением плотности в сечении задней кромки крыла, пространственными линиями тока и поверхностью постоянной плотности на подветренной стороне, визуализирующими форму отрывной зоны.

В [8] приведены результаты моделирования треугольного крыла с затупленными кромками. Рассмотрено крыло с углом стреловидности 75° со сферическим носком и цилиндрическими кромками, которое обтекается гиперзвуковым потоком совершенного газа с соотношением теплоемкостей, равным 1,4. Числа Маха и Рейнольдса, вычисленные по параметрам набегающего потока и радиуса затупления, составляют $M = 9,6$ и $Re = 4 \cdot 10^4$. Температура торможения невозмущенного потока и температура поверхности крыла — соответ-

ственно 923 и 317 К. Для расчета обтекания крыла сгенерирована сетка размером $241 \times 101 \times 161$ (в окружном направлении, по нормали и вдоль тела), безразмерное расстояние от тела до первого узла составляет 0,001. На рис. 6 приведены общий вид модели и сетка в крайнем по продольной координате сечении.

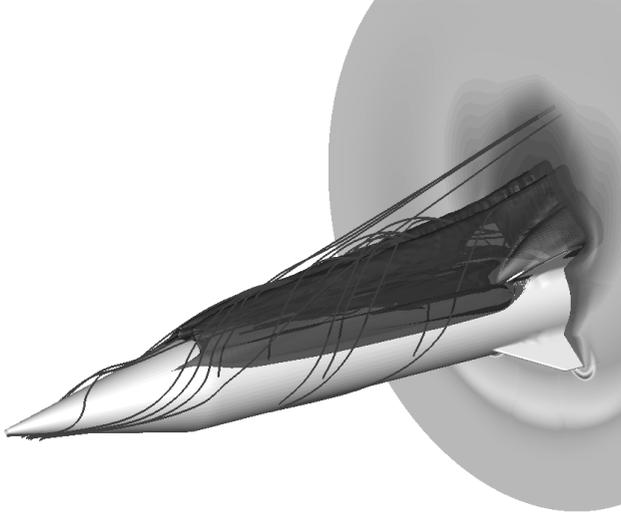


Рис. 5. Пример расчета с визуализацией отрывной области на подветренной стороне

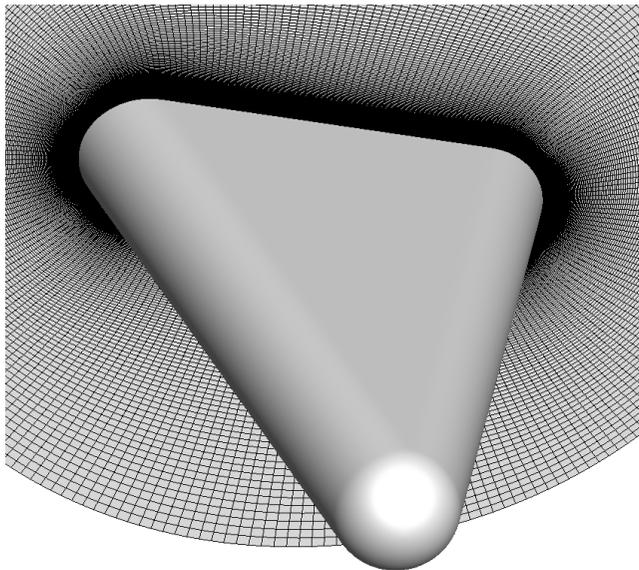


Рис. 6. Модель треугольного крыла с затупленными кромками

На рис. 7 представлены линии тока на подветренной стороне, на которой образуются линии стекания, соответствующие поперечному отрыву потока. В [8] приведено распределение относительного теплового потока в сечениях, перпендикулярных кромке. На рис. 8 приведено сопоставление с результатами работы [7], представленное маркерами, соответственно в сечениях $X = 4$ и $X = 6$. Результаты расчетов представлены линиями. Данные, полученные разными методами, согласуются друг с другом.

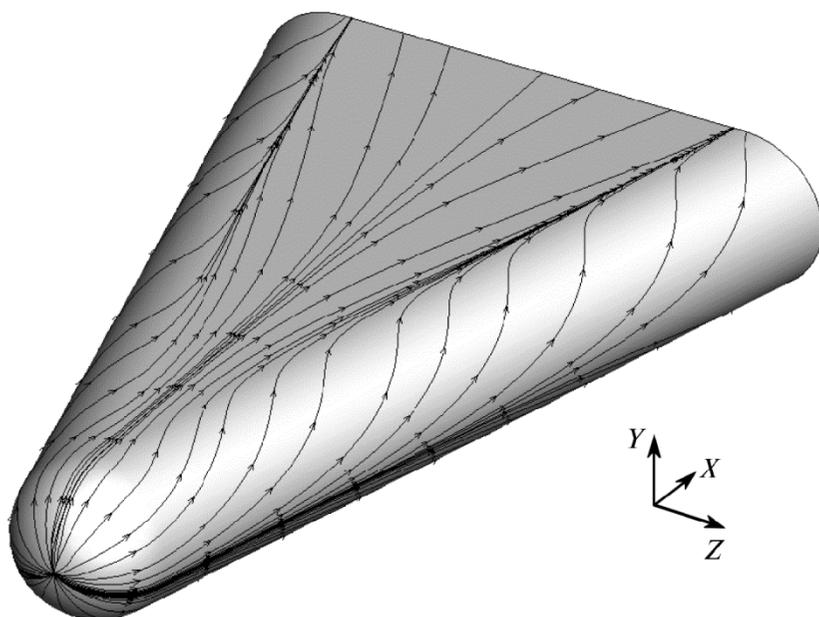


Рис. 7. Линии тока на подветренной стороне

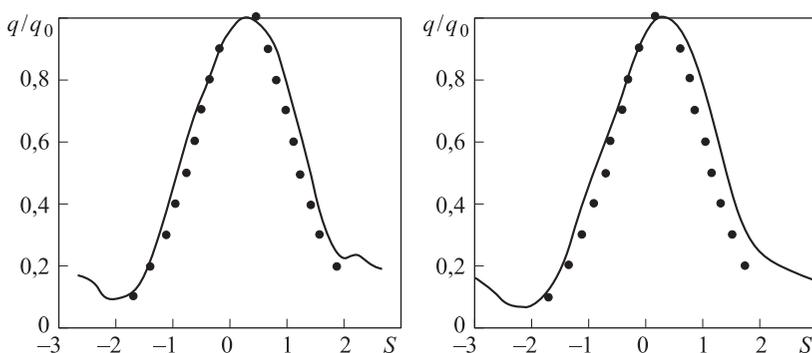


Рис. 8. Относительный тепловой поток

Программа моделирования реализована как для однопроцессорного варианта вычислительной машины, так и для применения на многопроцессорной вычислительной технике. Для ускорения вычис-

лений используют многосеточный подход с последовательным удвоением количества ячеек по координатным направлениям. Решение получают на последовательности сеток от относительно грубой до достаточно мелких сеток для адекватного описания газодинамических градиентов. Расчеты проводят на сетках с общим числом узлов от 1...10 на персональном компьютере до 100 млн при использовании многопроцессорной машины.

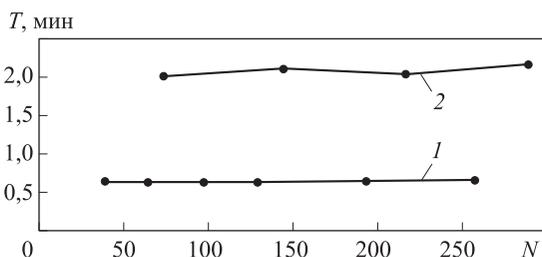


Рис. 9. Затраты машинного времени на 1000 шагов решения

На рис. 9 приведены затраты машинного времени в зависимости от числа используемых процессоров N . Линия 1 соответствует сетке, в которой на каждом процессоре было 31 500 узлов, линия 2 — сетке с числом узлов, равным 57 330. В зависимости от числа используемых процессоров время почти не увеличивается. С другой стороны, уменьшение количества узлов сетки на одном процессоре позволяет значительно уменьшить время, требуемое на каждый узел. Более полно влияние многопроцессорных вычислений рассмотрено в [6, 9]. Фактически параллельные вычисления дают возможность значительно ускорить вычисления или увеличить размерность используемых сеток, что позволяет рассматривать более сложные формы ЛА. Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Котенев В.П., Сысенко В.А. Аналитические формулы повышенной точности для расчета распределения давления на поверхности выпуклых затупленных тел вращения произвольного очертания. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 68–81.
- [2] Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Моделирование течения около крыла конечного размера. *Тр. Межд. науч.-практ. конф. «Третьи Ожуневские чтения»*. Санкт-Петербург, БГТУ, 2003, т. 1, с. 59–67.
- [3] Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Течение около ракеты с крестообразным крылом. *Сб. докл. IV науч. конф. Волжского регионального центра РАРАН «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения»*. Саров, РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2006, т. 1, с. 85–91.
- [4] Иванов В.И., Попов В.Ю. *Конформные отображения и их приложения*. Москва, Едиториал УРСС, 2002.

- [5] Шевелев Ю.Д., Максимов Ф.А. Численное моделирование трехмерных пространственных сверхзвуковых течений вязкого газа с отрывом потока. *Математическое моделирование. Проблемы и результаты. Сер. «Информатика»*. Москва, Наука, 2003, с. 384–421.
- [6] Максимов Ф.А., Чураков Д.А., Шевелев Ю.Д. Разработка математических моделей и численных методов для решения задач аэродинамического проектирования на многопроцессорной вычислительной технике. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2011, т. 51, № 2, с. 303–328.
- [7] Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Построение трехмерных сеток с помощью приближенного конформного отображения. *Тр. XIV Межд. конф. «Супер-вычисления и математическое моделирование»*. Саров, РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2013, с. 401–407.
- [8] Горшков А.Б. Численное исследование вязкого гиперзвукового обтекания треугольного крыла с затупленными кромками. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2009, т. 49, № 9, с. 1697–1707.
- [9] Максимов Ф.А. Эффективность параллельных вычислений при решении задач вычислительной аэродинамики. *Материалы XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВСМПС'2011)*. Москва, Изд-во МАИ, 2011, с. 254–257.

Статья поступила в редакцию 30.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Братчев А.В., Дубровина А.Ю., Котенев В.П., Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Решение задач аэродинамического проектирования с применением многопроцессорной вычислительной машины. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 1, с. 17–30.

Братчев Александр Васильевич — ведущий инженер ОАО «ВПК «НПО машиностроения». e-mail: a_brat4ev@mail.ru

Дубровина Анастасия Юрьевна — инженер ОАО «ВПК «НПО машиностроения».

Котенев Владимир Пантелеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры вычислительной математики и математической физики МГТУ им. Н.Э. Баумана, начальник отдела аэродинамики ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор более 50 научных работ в области прикладной математики, численных и аналитических методов исследования течения газа при обтекании поверхности летательных аппаратов.

Максимов Федор Александрович — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник Института автоматизации проектирования РАН. e-mail: maximov@cfed.ru

Шевелев Юрий Дмитриевич — д-р физ.-мат. наук, заведующий отделом Института автоматизации проектирования РАН. e-mail: shevelev@icad.org.ru

Problem solution of aerodynamic design using multiprocessor computers

© A.V. Bratchev¹, A.Yu. Dubrovina¹, V.P. Kotenev^{1,2},
F.A. Maksimov³, Yu.D. Shevelev³

¹Open joint-stock company "MIC "NPO Mashinostroenia",
Moscow Region, Reutov-town, 143966, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

³Institute for Computer Aided Design of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, 123056, Russia

The article discusses a method for constructing an aircraft geometric shape for computing the parameters of aerogasdynamic flow as well as a method of meshing near the model to simulate the flow within the Navier–Stokes equations in the thin layer approximation. The results of the flow simulation are given. The calculations were performed on a multiprocessor computer system.

Key words: *mathematical modeling, aircraft model, mesh, Navier–Stokes equation, hypersonic flow.*

REFERENCES

- [1] Kotenev V.P., Sysenko V.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody – Mathematical modeling and Numerical Methods*, 2014, no. 1, pp. 68–81.
- [2] Maksimov F.A., Shevelev Yu.D. Modelirovanie techeniya okolo kryla konechnogo razmera [Simulation of the Flow around a Wing of Finite Size]. *Proceedings of the International Scientific-Practical Conference “Third Okunev Memorial Lectures”*. St. Petersburg, Baltic State Technical University Publ., 2003, vol. 1, pp. 59–67.
- [3] Maksimov F.A., Shevelev Yu.D. Techenie okolo rakety s krestoobraznym krylom [Flow Near a Cruciform-Winged Rocket]. *Proceedings of the IV International scientific conference of the Volga regional center of the Russian Academy of Missile and Artillery Sciences*. Sarov, Russian Federal Nuclear Center — All-Russian Research Institute of Experimental Physics Publ., 2006, vol. 1, pp. 85–91.
- [4] Ivanov V.I., Popov V.Yu. *Konformnye otobrazheniya i ikh prilozheniya* [Conformal Mappings and Their Applications]. Moscow, URSS Editorial Publ., 2002.
- [5] Shevelev Yu.D., Maksimov F.A. Chislennoe modelirovanie trekhmernykh prostranstvennykh sverkhzvukovykh techeniy vyazkogo gaza s otryvom potoka [Numerical simulation of three dimensional spatial supersonic flows of a viscous gas with flow separation]. In: *Matematicheskoe modelirovanie. Problemy i rezultaty. Seriya “Informatika”* [Mathematical modeling. Results and Problems. Series: Computer Science]. Makarov I.M., Belotserkovskiy O.M., eds, Moscow, Nauka Publ., 2003, pp. 384–421.
- [6] Maksimov F.A., Churakov D.A., Shevelev Yu.D. *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoi fiziki – Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2011, vol. 51, no. 2, pp. 303–328.
- [7] Maksimov F.A., Shevelev Yu.D. Postroenie trekhmernykh setok s pomoschyu priblizhennogo konformnogo otobrazheniya [Three-Dimensional Meshing Using Approximate Conformal Mapping]. *Proceedings of the IV International scientific conference of the Volga regional center of the Russian Academy of*

Missile and Artillery Sciences "Supercomputing and Mathematical Modeling". Sarov, Russian Federal Nuclear Center - All-Russian Research Institute of Experimental Physics Publ., 2013, pp. 401–407.

- [8] Gorshkov A.B. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoi fiziki – Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2009, vol. 49, no. 9, pp. 1697–1707.
- [9] Maksimov F.A. *Effektivnost' parallelnykh vychisleniy pri reshenii zadach vychislitel'noy aerodinamiki* [Efficiency of Parallel Computing for Solving Computational Aerodynamics Problems]. *Proceedings of the XVII International Conference on Computational Mechanics and Advanced Applied Software Systems*. Moscow, MAI Publ., 2011, pp. 254–257.

Bratchev A.V. (b. 1979) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2002. Leading engineer at the research department at the open joint-stock company "MIC "NPO Mashinostroenia". The author of succession publication in the numerical methods of investigating gas streams near the surface of flying vehicles. e-mail: a_brat4ev@mail.ru.

Dubrovina A.Yu. (b. 1988) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2011. Engineer at the research department at the open joint-stock company "MIC "NPO Mashinostroenia". Ph.D. student at BMSTU.

Kotenev V.P. (b.1956) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1978. Dr. Sci. (Engineering), head of the research department at the open joint-stock company "MIC "NPO Mashinostroenia". The author of about 50 publications in the field of applied mathematics, numerical and analytical methods of investigating gas streams near the surface of flying vehicles.

Maksimov F.A. (b. 1960) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 1983. Dr. Sci. (Engineering), leading scientist at the Institute for Computer Aided Design of the Russian Academy of Sciences. Research interests: computational aerodynamics, aerodynamics of aircraft. The author of more than 90 scientific publications. e-mail: maximov@cfld.ru.

Shevelev Yu.D. (b. 1939) graduated from the Moscow Institute of Physics and Technology in 1963. Dr. Sci. (Phys. & Math.), academician of the Russian Academy of Natural Sciences, the head of the department at the Institute for Computer Aided Design of the Russian Academy of Sciences, professor at the Department of Mathematical and Information Technologies at the Moscow Institute of Physics and Technology. The author more than 250 articles, 5 books. Research interests: mathematical modeling, computing geometry, applied mathematics, mathematical physics, boundary layer, turbulence, parallel calculations. e-mail: shevelev@icad.org.ru.