



# Математическое моделирование и численные методы

Крееренко С.С., Крееренко О.Д. Моделирование и параметрическая идентификация аэродинамических характеристик самолета транспортной категории с использованием нейросетей в среде Tensorflow. Математическое моделирование и численные методы, 2024, № 3, с. 81–99.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/349/>

## Моделирование и параметрическая идентификация аэродинамических характеристик самолета транспортной категории с использованием нейросетей в среде Tensorflow

© С.С. Крееренко<sup>1</sup>, О.Д. Крееренко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ПАО «ТАНТК им. Г.М. Бериева»,  
Таганрог, Ростовская обл., 347923, Россия

<sup>2</sup>Московский авиационный институт, Москва, 125993, Россия

*Рассматривается задача моделирования продольного движения самолета транспортной категории и параметрическая идентификация аэродинамических характеристик продольного движения: составляющих безразмерных коэффициентов аэродинамической подъемной силы и момента тангажа. Задача решается в классе модульных полуэмпирических динамических моделей, созданных объединением теоретического и нейросетевого моделирования. Работоспособность и практическая значимость моделей подтверждается результатами вычислительных экспериментов. Разработка нейросетевой модели продольного движения самолета выполнена на языке Python с использованием открытой программной библиотеки Tensorflow для машинного обучения и высокоуровневого API Keras в составе Tensorflow.*

**Ключевые слова:** динамика, самолет, идентификация, полуэмпирическая, нейросеть, рекуррентные, tensorflow, keras, обучение

**Введение.** При создании современных самолетов транспортной категории параметрическая идентификация аэродинамических характеристик по результатам летных испытаний является одной из важнейших проблем. Точные аэродинамические характеристики необходимы при разработке законов управления комплексной системы управления, при разработке математической модели пространственного движения самолета для пилотажного стенда, «электронной» и «железной» птицы с целью проведения сертификационных испытаний и летного тренажера самолета для обучения пилотов серийных самолетов. Традиционный подход создания подобной математической модели пространственного движения самолета основан на использовании линеаризованной модели возмущенного движения самолета с представлением зависимостей для аэродинамических сил и моментов в виде разложения их в ряд Тейлора, состоящим, как правило, из членов не выше первого порядка. В этом случае решение задачи параметрической идентификации сводится к восстановлению по данным летных испытаний зависимостей, описывающих коэффициенты разложения в ряд Тейлора безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов, где определяющими являются производные

безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов по параметрам движения самолета.

Анализ опыта идентификации параметров моделей нелинейных динамических систем (ДС), описывающих динамику полета самолетов, по результатам летных испытаний позволяет выделить следующие методы, получившие наибольшее практическое применение и представленные в [1–8]:

- метод максимума правдоподобия (ММП) [3];
- метод множественной регрессии или метод наименьших квадратов (МНК) [4];
- дискретно-непрерывный метод идентификации (ДНМИ) с фильтром Калмана [7];
- частотные методы.

Точность данных алгоритмов исследовалась в работах [2, 8] методом математического моделирования при идентификации основных параметров продольного и бокового движения самолетов. Погрешность идентификации параметров производилась сравнением оценок параметров, полученных в результате идентификации, с соответствующими значениями, использованными в математической модели движения самолета при генерации исходных данных для идентификации.

При уровнях шумов измерений параметров движения самолета, соответствующих реальным шумам датчиков измерения параметров полета самолета, и при отсутствии шумов атмосферы, по данным работ [2, 8] погрешности оценок МНК равны 10...30 %, а ММП, ММП с фильтром Калмана и ДНМИ 5...7 %. При наличии атмосферной турбулентности погрешности оценок с использованием МНК и ММП возрастали, а погрешности оценок ММП с фильтром Калмана и ДНМИ оставались на прежнем уровне, поскольку эти методы учитывают шум объекта. Более низкая точность МНК связана с ошибками численного дифференцирования и ошибками измерения регрессоров. В алгоритмах ММП и ДНМИ численное дифференцирование не используется и вектор состояния восстанавливается при численном решении уравнений объекта и наблюдений. Вследствие этого влияние ошибок измерений входного сигнала в этих методах уменьшается, так как уравнения движения самолета фактически представляют собой фильтр нижних частот.

Также методы идентификации ДС делятся на две большие группы по способу получения исходных данных для идентификации: активные и пассивные. В активных методах на вход ДС подаются специально сформированные тестовые детерминированные или случайные сигналы. Активные методы уменьшают временные и материальные затраты на проведение и обработку результатов экспериментов. Основным преимуществом пассивных методов идентификации является

использование в качестве исходных данных результатов рабочего функционирования ДС. При этом на сбор и необходимую статистическую обработку данных требуются значительные временные затраты, что является недостатками этих методов.

В работах [9–12] предложен полуэмпирический нейросетевой (НС) подход для моделирования ДС, а в работах [13–16] предложен полуэмпирический НС подход, реализующий восстановление безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов как нелинейных зависимостей от соответствующих аргументов без их разложения в ряд Тейлора и линеаризации. При этом подходе оцениваются сами функции, представленные в НС-виде, а не коэффициенты разложения их в ряд. Каждая из таких зависимостей реализуется как отдельный НС-модуль, встроенный в полуэмпирическую НС-модель. Производные предлагается при необходимости вычислять с использованием результатов, получаемых при формировании НС-модулей коэффициентов сил и моментов, являющихся элементами полуэмпирической НС-модели.

В данной работе предлагается решить задачу восстановления коэффициентов разложения в ряд Тейлора безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов полного продольного движения (траекторного и углового) самолета транспортной категории как сумму составляющих от параметров движения и конфигурации самолета безразмерных коэффициентов, каждый из которых реализуется в виде отдельного НС-модуля прямого распространения, встроенного в полуэмпирическую рекуррентную НС-модель.

**Математическая модель продольного движения самолета транспортной категории.** Для решения поставленной задачи используется математическая модель полного продольного движения самолета в связанной системе координат:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= g [(N_x \cos \alpha - N_y \sin \alpha) - \sin \theta]; \\ \dot{\alpha} &= \omega_z - \frac{g}{V} [(N_y \cos \alpha + N_x \sin \alpha) - \cos \theta]; \\ \omega_z &= \frac{M_z}{J_{zz}}; \\ \dot{H} &= V \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{g}{V} [(N_y \cos \alpha + N_x \sin \alpha) - \cos \theta].\end{aligned}\tag{1}$$

В вышеприведенной модели приняты следующие обозначения:  $V$  — скорость самолета;  $\theta$  — угол наклона траектории;  $H$  — высота полета;  $\omega_z$  — угловая скорость тангажа;  $\alpha$  ( $AoA$ ) — угол атаки;  $N_x$  —

продольная перегрузка;  $N_y$  — вертикальная перегрузка;  $g$  — ускорение свободного падения;  $J_{ZZ}$  — момент инерции самолета относительно поперечной оси;  $M_z$  — результирующий момент тангажа.

В модели (1) принято, что аэродинамические силы, действующие на самолет, определены в полусвязанной системе координат, что является следствием определения аэродинамических характеристик самолета в полусвязанной системе координат при продувках модели самолета в аэродинамической трубе. Продольная и вертикальная перегрузка  $N_x$  и  $N_y$  в связанной системе координат определяются через продольную и вертикальную перегрузки  $N_{xa}$  и  $N_{ya}$  в полусвязанной системе координат:

$$\begin{aligned} N_x &= N_{xa} \cos \alpha + N_{ya} \sin \alpha; \\ N_y &= N_{xa} \sin \alpha + N_{ya} \cos \alpha; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} N_{ya} &= \frac{P_{ENG} - C_{xa} q S}{Mg}; \\ N_{ya} &= \frac{C_{ya} q S}{Mg}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $C_{xa}$  — суммарный коэффициент аэродинамического сопротивления в полусвязанной системе координат;  $C_{ya}$  — суммарный коэффициент подъемной силы в полусвязанной системе координат;  $q$  — скоростной напор;  $P_{ENG}$  — тяга двигателя;  $M$  — масса самолета;  $S$  — площадь крыла.

Суммарный коэффициент аэродинамического сопротивления  $C_{xa}$  определяется в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_{xa} &= C_X^{\alpha, Max}(\alpha, Max) + C_X^{SF}(\alpha, \delta_{FL}, \delta_{SL}) + (C_X^\varphi(\alpha, Max) + \\ &+ C_{XF}^\varphi(\alpha, \delta_{FL})(\varphi - \varphi_0) + C_X^{\delta_{EL}}(Max, \alpha) |\delta_{EL}| + C_X^{LG} LG. \end{aligned} \quad (4)$$

где  $C_X^{\alpha, Max}(\alpha, Max)$  — коэффициент аэродинамического сопротивления при фиксированных органах управления, убранных механизации и шасси;  $C_X^{SF}(\alpha, \delta_{FL}, \delta_{SL})$  — приращение коэффициента аэродинамического сопротивления при выпуске закрылков ( $\delta_{FL}$  — угол выпуска предкрылков);  $C_X^\varphi(\alpha, Max)$  — производная коэффициента аэродинамического сопротивления по углу отклонения стабилизатора;  $C_{XF}^\varphi(\alpha, \delta_{FL})(\varphi - \varphi_0)$  — приращение производной коэффициента аэродинамического сопротивления по углу отклонения стабилизатора при

выпуске закрылков ( $\varphi$  — угол установки стабилизатора,  $\varphi_0$  — угол установки стабилизатора при продувках);  $C_X^{\delta_{EL}}(Max, \alpha)$  — производная коэффициента аэродинамического сопротивления по углу отклонения руля высоты  $\delta_{EL}$ ;  $C_X^{LG}$  — приращение коэффициента аэродинамического сопротивления при выпуске шасси ( $LG$  — признак выпуска шасси).

Суммарный коэффициент аэродинамической подъемной силы  $C_{Ya}$  определяется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 C_{Ya} = & C_Y^{\alpha, Max}(\alpha, Max) + C_Y^{SF}(\alpha, \delta_{FL}, \delta_{SL}) + \\
 & + C_Y^\varphi(\alpha) K_\varphi^{Max}(Max) K_\varphi^q(q, Max) K_\varphi^\alpha(\alpha, \delta_{FL})(\varphi - \varphi_0) + \\
 & + \frac{\Delta M_Z(\delta_{EL})}{\bar{L}_{STAB}} + C_Y^{\omega_z}(\delta_{FL}) \bar{\omega}_Z - C_Y^{\dot{\alpha}} \Delta M_Z^{\dot{\alpha}}; \quad (5) \\
 \Delta M_Z(\delta_{EL}) = & M_Z(\delta_{EL}) K_{\delta_{EL}}^{Max}(Max) K_{\delta_{EL}}^\alpha(\alpha, \delta_{FL}) K_{\delta_{EL}}^q(q, Max),
 \end{aligned}$$

где  $C_Y^{\alpha, Max}(\alpha, Max)$  — коэффициент аэродинамической подъемной силы при фиксированных органах управления, убранных механизации и шасси;  $C_Y^{SF}(\alpha, \delta_{FL}, \delta_{SL})$  — приращение коэффициента аэродинамического сопротивления при выпуске закрылков и предкрылков;  $C_Y^\varphi(\alpha)$  — производная коэффициента аэродинамической подъемной силы по углу отклонения стабилизатора;  $K_\varphi^{Max}(Max)$  — коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости воздуха на эффективность стабилизатора;  $K_\varphi^q(q, Max)$  — коэффициент, учитывающий снижение эффективности стабилизатора, обусловленное влиянием упругости конструкции и сжимаемости воздуха;  $K_\varphi^\alpha(\alpha, \delta_{FL})$  — коэффициент, учитывающий влияние угла атаки и положения закрылков на эффективность стабилизатора;  $\Delta M_Z(\delta_{EL})$  — коэффициент продольного момента руля высоты;  $K_{\delta_{EL}}^{Max}(Max)$  — коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости воздуха на эффективность руля высоты;  $K_{\delta_{EL}}^q(q, Max)$  — коэффициент, учитывающий снижение эффективности руля высоты, обусловленное влиянием упругости конструкции и сжимаемости воздуха;  $K_{\delta_{EL}}^\alpha(\alpha, \delta_{FL})$  — коэффициент, учитывающий влияние угла атаки и положения закрылков на эффективность руля высоты.

Суммарный коэффициент продольного момента  $M_{Za}$  определяется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 M_{Za} = & M_Z^{\alpha, Max}(\alpha, Max) + M_Z^{FL}(\alpha, \delta_{FL}) + M_Z^{SL}(\alpha, \delta_{SL}) \left( \frac{\delta_{SL}}{\delta_{SLMAX}} \right) + \\
 & + (\Delta m_Z^{\varphi}(\varphi) - \Delta m_Z^{\varphi}(\varphi_0)) K_{\varphi}^{\alpha}(\alpha, \delta_{FL}) K_{\varphi}^{Max}(Max) K_{\varphi}^q(q, Max) + \\
 & + \Delta M_Z^{\delta_{EL}}(\delta_{EL}) + M_Z^{oz} \left( 1 + \frac{(X_{t0} - X_t) b_{CAX}}{L_{STAB}} \right)^2 + \Delta M_Z^{\alpha} + M_Z^{LG}; \\
 \Delta M_Z^{\dot{\alpha}} = & M_Z^{\dot{\alpha}}(\alpha) M_{Z_{FL}}^{\dot{\alpha}}(\alpha, \delta_{FL}, \delta_{SL}) \dot{\alpha},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $M_Z^{\alpha, Max}(\alpha, Max)$  — коэффициент продольного момента в крейсерской конфигурации;  $M_Z^{FL}(\alpha, \delta_{FL})$  — приращение коэффициента продольного момента при выпуске закрылков;  $M_Z^{SL}(\alpha, \delta_{SL})$  — приращение коэффициента продольного момента при выпуске предкрылков;  $\Delta m_Z^{\varphi}(\varphi)$  — приращение коэффициента продольного момента при перемещении стабилизатора;  $\Delta M_Z^{\delta_{EL}}(\delta_{EL})$  — приращение коэффициента продольного момента при отклонении руля высоты;  $M_Z^{oz}$  — производная коэффициента продольного момента по угловой скорости тангажа;  $\Delta M_Z^{\dot{\alpha}}$  — производная коэффициента продольного момента по производной угла атаки;  $M_Z^{LG}$  — приращение коэффициента продольного момента при выпуске шасси.

**Полуэмпирическая НС-модель продольного движения самолета.** Типичным подходом для традиционного нейросетевого моделирования ДС является формирование эмпирических моделей (моделей типа «черный ящик») только на основе экспериментальных данных, полученных при наблюдении за функционированием системы. Такой подход является единственно возможным при отсутствии априорного знания о природе моделируемой системы и механизмах ее функционирования. Однако для рассматриваемой ДС, самолета транспортной категории, имеется математическая модель движения, представленная выше. Данная модель обладает высокой точностью и широко используется в практике проектирования и сертификации авиационной техники. В начале математическая модель движения самолета создается на базе банка данных аэродинамических характеристик, полученного при исследовании аэродинамических моделей самолета в аэродинамических трубах. Далее, на основе данных, полученных в летных испытаниях самолета, проводится параметрическая идентификация математической модели самолета. Именно разработка новой методики параметрической идентификации математической модели полного продольного движения самолета (1) и является целью данной работы. Для этого предлагается использовать *полуэмпирический подход* к моделированию (модели типа «серый ящик» [9, 12]) динамических систем.

При этом подходе модель формируется с использованием как теоретических знаний предметной области, в данном случае математической модели полного продольного движения самолета (1) с известной структурой суммарного коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_{xa}$  (4), суммарного коэффициента аэродинамической подъемной силы  $C_{ya}$  (5) и суммарного коэффициента продольного момента  $M_{za}$  (6), так и экспериментальных данных о реакции системы на входные воздействия, в данном случае результаты летных испытаний самолета по исследованию характеристик устойчивости и управляемости.

В общем виде процедура формирования для ДС полуэмпирических НС-моделей состоит из следующих этапов [13–16]:

1. разработка теоретической модели с непрерывным временем;
2. формирование банка экспериментальных данных, характеризующих функционирование ДС;
3. математическое моделирование ДС для оценки точности теоретической модели ДС на полученных экспериментальных данных;
4. преобразование математической модели с непрерывным временем в модель с дискретным временем;
5. разработка НС-модели для модели с дискретным временем;
6. обучение НС-модели — параметрическая идентификация ДС;
7. модификация НС-модели при недостаточной точности по результатам обучения.

Разработка теоретической модели полного продольного движения самолета выполнена выше. Банк экспериментальных данных, характеризующих динамику продольного движения самолета, используется в данной работе синтетический. Банк формируется по результатам математического моделирования теоретической модели (1) с использованием модифицированных произвольным образом безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов продольного движения. Целью параметрической идентификации в таком случае будет являться восстановление этих модифицированных произвольным образом безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов продольного движения на основе синтетического банка экспериментальных данных. Полученные по результатам обучения НС-модели продольного движения оценки модифицированных произвольным образом безразмерных коэффициентов позволят в дальнейшем оценить точность предложенной методики параметрической идентификации.

Набор синтетических экспериментальных данных для отработки и оценки точности предлагаемой методики параметрической идентификации состоит из траекторий на временном сегменте  $t \in [0; 11]$  с, с постоянным шагом дискретизации  $\Delta t = 0,02$  с, полученных при моделировании дачи рулем высоты различной величины и продолжительности. Дача рулем высоты является стандартным испытательным

режимом в реальных летных испытаниях самолетов всех типов при исследовании характеристик устойчивости и управляемости продольного движения самолета. Каждая из траекторий выполнена из условий установившегося прямолинейного горизонтального полета самолета и начальные условия (конфигурация самолета, масса, скорость и высота полета, угол атаки, угол наклона траектории) являются точно известными. Значения наблюдаемых параметров движения (скорость полета, угол атаки, угловая скорость тангажа, высота полета, угол наклона траектории, продольная и вертикальная перегрузка) подвержены воздействию аддитивного белого гауссовского шума  $\eta$ , т. е.  $\tilde{y}_k = y(t_k) + \eta(t_k)$ . Среднеквадратическое отклонение (СКО) шума  $\eta$  для наблюдаемых выходов принимается различным в соответствии с реальными данными, полученными в летных испытаниях, так как измерение параметров полета производится различными системами, имеющими различные погрешности измерения. Критерием качества НС-модели принимается среднеквадратичная ошибка моделирования ( $MSE$ ). Если НС-модель абсолютно точно воспроизводит ДС, то в этом случае ошибка моделирования будет определяться исключительно шумом выходных сигналов системы. Таким образом, сравнение ошибки НС-модели с СКО шума выходных сигналов позволяет оценить точность НС-модели полного продольного движения самолета.

Следующий шаг данной процедуры состоит в переходе от исходной модели с непрерывным временем, т. е. от дифференциальных уравнений, к модели с дискретным временем — к разностным уравнениям. Простейшим методом дискретизации модели ДС с непрерывным временем является метод Эйлера в явной форме. Для дискретизации модели продольного движения самолета (1) с непрерывным временем в данной работе применен численный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений Адамса-Башфорта 3-го порядка в явной форме, который приближает решения задач с начальными значениями вида:

$$\dot{y}(t) = f(t, y); y(t_0) = y_0.$$

Результатом являются приближения для значения  $y(t)$  в дискретные моменты времени  $t_k$ :

$$y_k \approx f(t_k), t_k = t_0 + k \cdot h,$$

где  $h$  — временной шаг, а  $k$  — целое число.

$$y_{k+1} = y_k + h \left( \frac{23}{12} f(t_k, f_k) - \frac{16}{12} f(t_{k-1}, f_{k-1}) + \frac{5}{12} f(t_{k-2}, f_{k-2}) \right). \quad (7)$$

Выбор метода дискретизации модели был сделан по результатам численных экспериментов с различными схемами дискретизации. Результаты этих экспериментов выходят за рамки данной работы.

При дискретизации модели продольного движения самолета (1) с непрерывным временем с использованием метода Адамса-Башфорта 3-го порядка в явной форме (7) модель в дискретном времени будет иметь следующий вид (8):

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_k &= g [(N_{Xk} \cos \alpha_k - N_{Yk} \sin \alpha_k) - \sin \theta_k]; \\
 V_{k+1} &= V_k + h \left( \frac{23}{12} \dot{V}_k - \frac{16}{12} \dot{V}_{k-1} + \frac{5}{12} \dot{V}_{k-2} \right); \\
 \dot{\alpha} &= \omega_{Zk} - \frac{g}{V_k} [(N_{Yk} \cos \alpha_k + N_{Xk} \sin \alpha_k) - \cos \theta_k]; \\
 \alpha_{k+1} &= \alpha_k + h \left( \frac{23}{12} \dot{\alpha}_k - \frac{16}{12} \dot{\alpha}_{k-1} + \frac{5}{12} \dot{\alpha}_{k-2} \right); \\
 \omega_{Zk+1} &= \omega_{Zk} + h \left( \frac{23}{12} \frac{M_{Zk}}{J_{ZZ}} - \frac{16}{12} \frac{M_{Zk-1}}{J_{ZZ}} + \frac{5}{12} \frac{M_{Zk-2}}{J_{ZZ}} \right); \\
 H_{k+1} &= H_k + h \left( \frac{23}{12} V_k \sin \theta_k - \frac{16}{12} V_{k-1} \sin \theta_{k-1} + \frac{5}{12} V_{k-2} \sin \theta_{k-2} \right); \\
 \dot{\theta}_k &= \frac{g}{V_k} [(N_{Yk} \cos \alpha_k + N_{Xk} \sin \alpha_k) - \cos \theta_k]; \\
 \theta_{k+1} &= \theta_k + h \left( \frac{23}{12} \dot{\theta}_k - \frac{16}{12} \dot{\theta}_{k-1} + \frac{5}{12} \dot{\theta}_{k-2} \right).
 \end{aligned} \tag{8}$$

После дискретизации теоретической модели полученная разностная схема модели (8) преобразуется в НС-форму. Для этого выражения разностной модели интерпретируются в терминах элементов НС-моделей и результатом преобразования является рекуррентная нейронная сеть.

С целью унификации подходов к обучению рекуррентных сетей необходимо привести рекуррентные НС-модели к единообразному виду. В работах [10, 11] предложен алгоритм преобразования модели ДС в дискретном времени в каноническую форму модели. В результате преобразования НС-модель канонического вида представляет собой многослойную сеть прямого распространения, которая замыкается внешними рекуррентными связями с единичными задержками от выходов сети к ее входам (рис. 1). На рис. 1 обозначение  $q^{-1}$  соответствует элементу единичной задержки.

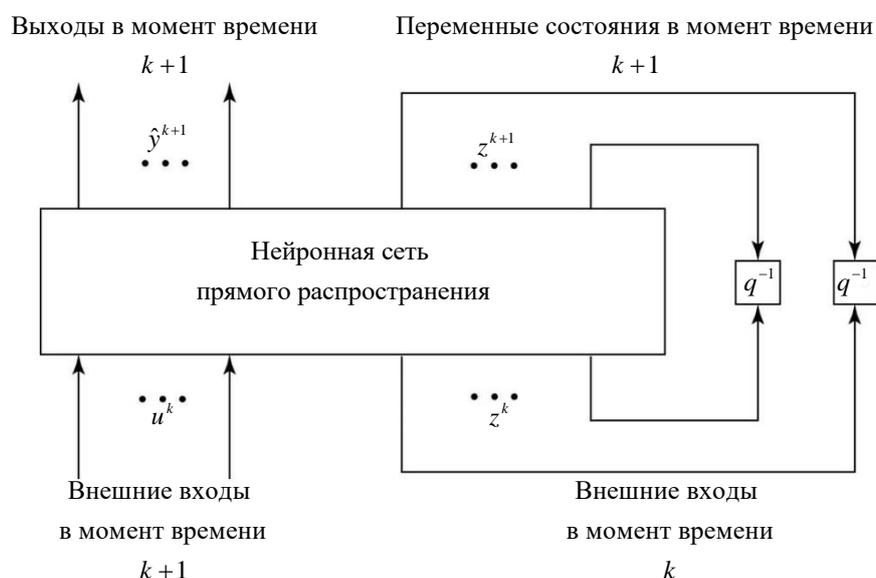


Рис. 1. Каноническая форма рекуррентной нейронной сети

В данной работе применен явный многошаговый метод Адамса-Башфорта 3-го порядка, поэтому для преобразования в каноническую форму необходимо ввести дополнительные элементы, реализующие линии задержки для значений правых частей уравнения (8) на предыдущих шагах. Полуэмпирическая НС-модель полного продольного углового движения самолета в канонической форме на основе схемы дискретизации Адамса-Башфорта 3-го порядка представлена на рис. 2. На рис. 2 значения весов соответствующих связей и смещений подписаны рядом со стрелками и приняты следующие обозначения:  $V$  — скорость полета,  $AoA$  — угол атаки,  $\omega_z$  — угловая скорость тангажа,  $N_x$  — продольная перегрузка,  $N_y$  — вертикальная перегрузка,  $\Theta$  — угол наклона траектории,  $P_{ENG}$  — тяга двигателей,  $Elev$  — угол отклонения руля высоты,  $Stab$  — угол отклонения стабилизатора,  $Slat$  — угол отклонения предкрылков,  $Flap$  — угол отклонения закрылков,  $b_{сax}$  — средняя аэродинамическая хорда,  $g$  — ускорение свободного падения,  $S$  — площадь крыла,  $r(H)$  — плотность воздуха,  $a(H)$  — скорость звука,  $H$  — высота полета,  $m$  — масса самолета,  $C_x$  — сеть прямого распространения для вычисления коэффициента аэродинамического сопротивления,  $C_y$  — сеть прямого распространения для вычисления коэффициента аэродинамической подъемной силы,  $M_z$  — сеть прямого распространения для вычисления коэффициента момента тангажа.

На рис. 2 прямоугольники с обозначением « $C_x, C_y, M_z$ » обозначают отдельные НС-модели для аппроксимации безразмерных

коэффициентов аэродинамических сил  $C_x$ ,  $C_y$  и момента тангажа  $M_z$  в соответствии с выражениями (4)–(7). Составляющие безразмерных коэффициентов подъемной силы и момента тангажа представляются в виде двух параллельных сетей: априорной НС-модели и уточняющей НС-модели (рис. 3). На рис. 3 в качестве примера приведена структура сети для вычисления безразмерного коэффициента подъемной силы  $C_y^{predict}(\alpha, Max)$ . Каждая из НС-моделей, и априорная и уточняющая, представляют собой многослойную сеть прямого распространения, структура которой приведена на рис. 4.

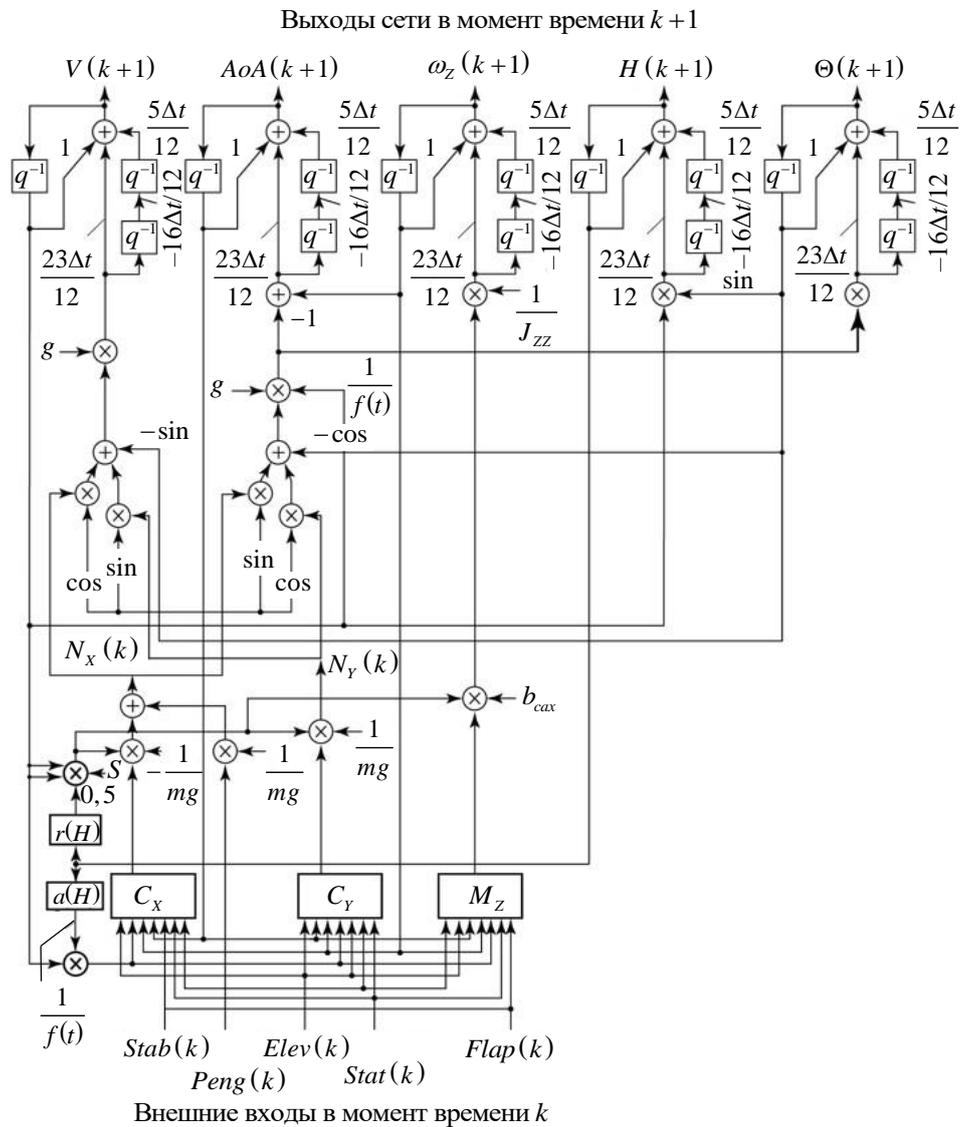
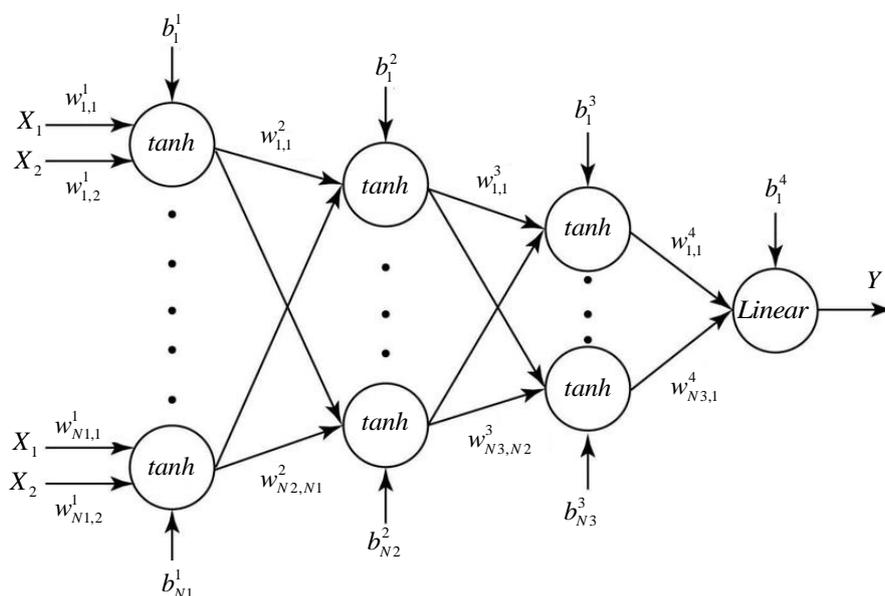


Рис. 2. Полуэмпирическая НС-модель полного продольного углового движения самолета (на основе схемы дискретизации Адамса-Башфорта 3-го порядка)



**Рис. 3.** Структура сети для аппроксимации составляющих безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов, подлежащих идентификации



**Рис. 4.** Структура сети для аппроксимации составляющих безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов:  
 $X_1, X_2$  — вектора входных величин;  $w$  — весовые функции;  $b$  — смещение;  
 $\tanh$  — активационная функция гиперболический тангенс;  
 $Linear$  — линейная активационная функция;  $Y$  — выходной вектор

При проведении численных экспериментов для этих многослойных сетей прямого распространения была принята следующая структура: 20 нейронов на входном слое, 15 нейронов на первом скрытом слое, 10 нейронов на втором скрытом слое и 1 нейрон на выходном слое. Априорная НС-модель  $C_Y(\alpha, Max)$  проходит предварительное обучение на данных, полученных по результатам испытаний аэродинамических моделей самолета в аэродинамических трубах. Математически задача обучения априорной НС-модели  $C_Y(\alpha, Max)$  является задачей аппроксимации функции двух переменных: угла атаки и числа Маха.

Далее в процессе обучения НС-модели продольного движения самолета, представленной на рис. 2, коэффициенты априорной НС-модели, определенные на этапе предварительного обучения, остаются без изменения. Уточняющая НС-модель имеет структуру, аналогичную структуре априорной НС-модели (рис. 4). В процессе обучения НС-модели продольного движения, представленной на рис. 2, коэффициенты уточняющей НС-модели модифицируются в процессе обучения сети. Следовательно, в процессе обучения НС-модели продольного движения будет сформировано новое значение безразмерного коэффициента подъемной силы  $C_Y^{predict}(\alpha, Max)$ , как сумма значений на выходе априорной НС-модели  $C_Y(\alpha, Max)$  и значений на выходе уточняющей НС-модели  $\Delta C_Y(\alpha, Max)$ .

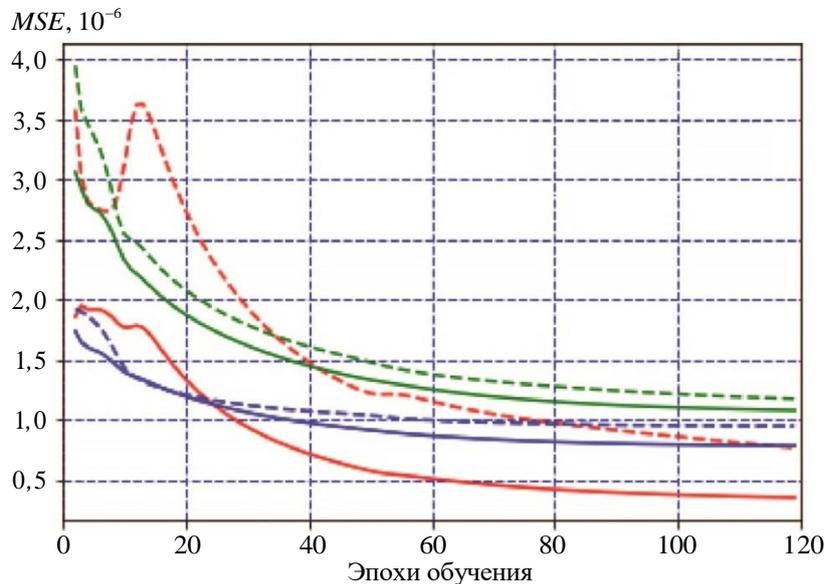
Аналогичную структуру сети для аппроксимации имеют все безразмерные коэффициенты аэродинамических сил и моментов, подлежащие идентификации. При этом безразмерные коэффициенты аэродинамических сил и моментов, не подлежащие идентификации, представлены в сетях прямого распространения  $C_X$ ,  $C_Y$ ,  $M_Z$  только в виде априорной модели, коэффициенты которой в процессе обучения НС-модели продольного движения остаются без изменения.

**Результаты численных экспериментов.** С целью проверки точности предлагаемой методики параметрической идентификации аэродинамических характеристик продольного движения самолета были проведены вычислительные эксперименты. НС-модель продольного движения была разработана на языке *Python* с использованием открытой программной библиотеки *Tensorflow* для машинного обучения и высокоуровневого *API Keras* в составе *Tensorflow*. В качестве оптимизатора при обучении НС-модели использовался метод *Adam* из состава *API Keras*. При обучении модели рассматривался частично наблюдаемый вектор состояния системы  $y(t) = (\alpha(t), \omega_z(t), N_x(t), N_y(t))$ . Данные переменные состояния являются обязательно регистрируемыми в процессе летных испытаний и всегда доступны для исследований. В процессе обучения минимизировались среднеквадратичные ошибки (MSE) для этого наблюдаемого вектора состояния. На базе банка произвольно модифицированных аэродинамических характеристик самолета-амфибии Бе 200ЧС с использованием математической модели (1) путем математического моделирования был получен набор из 50 траекторий, длительностью 11 сек каждая, при даче рулем высоты для самолета в крейсерской конфигурации с различными начальными скоростями полета в установившемся прямолинейном горизонтальном полете. Были модифицированы произвольным образом следующие составляющие безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов:

- $C_Y^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  — коэффициент подъемной силы в крейсерской конфигурации;
- $M_Z^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  — коэффициент продольного момента в крейсерской конфигурации;
- $\Delta M_Z^{\delta_{EL}}(\delta_{EL})$  — коэффициент продольного момента руля высоты;
- $M_Z^{\omega_z}$  — производная коэффициента продольного момента по угловой скорости тангажа.

Далее набор из 50 полученных траекторий был разделен на две группы: 30 траекторий использовались для обучения НС-модели с целью идентификации модифицированных коэффициентов аэродинамических сил и моментов  $C_Y^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$ ,  $M_Z^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$ ,  $\Delta M_Z^{\delta_{EL}}(\delta_{EL})$ ,  $M_Z^{\omega_z}$ , а 20 траекторий использовались в качестве тестовых (на них обучение не проводилось) для оценки точности обучения (идентификации) НС-модели.

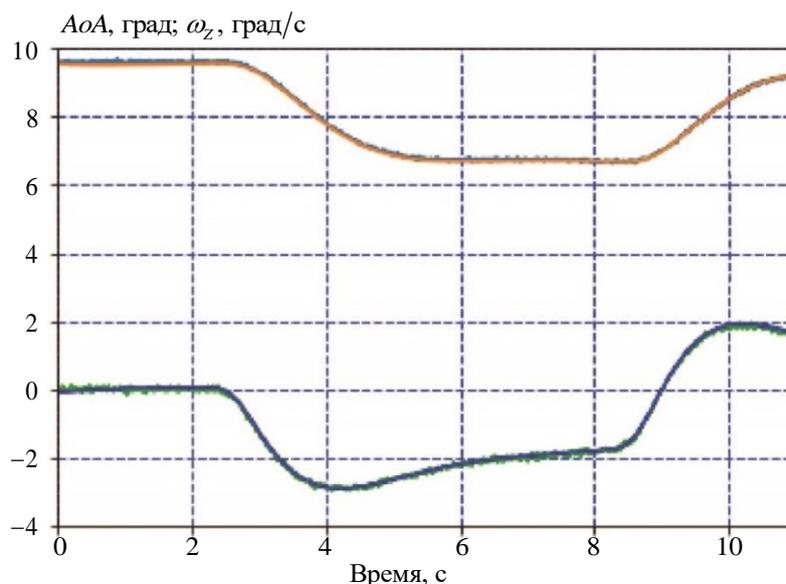
Экспериментально установлено, что процесс обучения (идентификации) заканчивается при уменьшении  $MSE$  для угловой скорости тангажа до величин менее  $0,5 \cdot 10^{-6}$  и при постоянстве этого значения для нескольких эпох обучения. Ошибка моделирования  $MSE$  на обучающем и тестовом множестве приведена на рис. 5. Для обучения НС-модели требуется около 100-120 эпох (рис. 5).



**Рис. 5.** Ошибка моделирования  $MSE$  на обучающем и тестовом множестве для перегрузки  $N_y$ , угла атаки  $\alpha$ , угловой скорости тангажа  $\omega_z$ :

—  $N_y$ ; —  $AoA$ ; —  $\omega_z$ ;  
 сплошные линии — обучающий набор данных;  
 прерывистые линии — тестовый набор данных

На рис. 6 представлены переходные процессы для угла атаки и угловой скорости тангажа в сравнении для обучающей траектории и траектории, построенной с помощью НС-модели после завершения процесса обучения, т.е. процесса идентификации. Очевидно, что переходные процессы для обучающей траектории и траектории, восстановленной по результатам идентификации, практически совпадают.

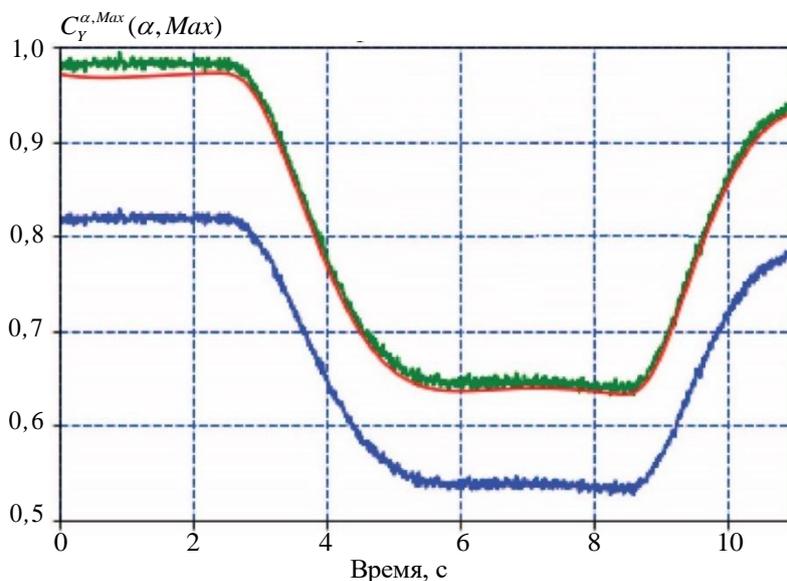


**Рис. 6.** Оценка переходных процессов для угла атаки и угловой скорости тангажа; сравнение для обучающей траектории и траектории, построенной с помощью НС-модели после завершения процесса обучения (идентификации):

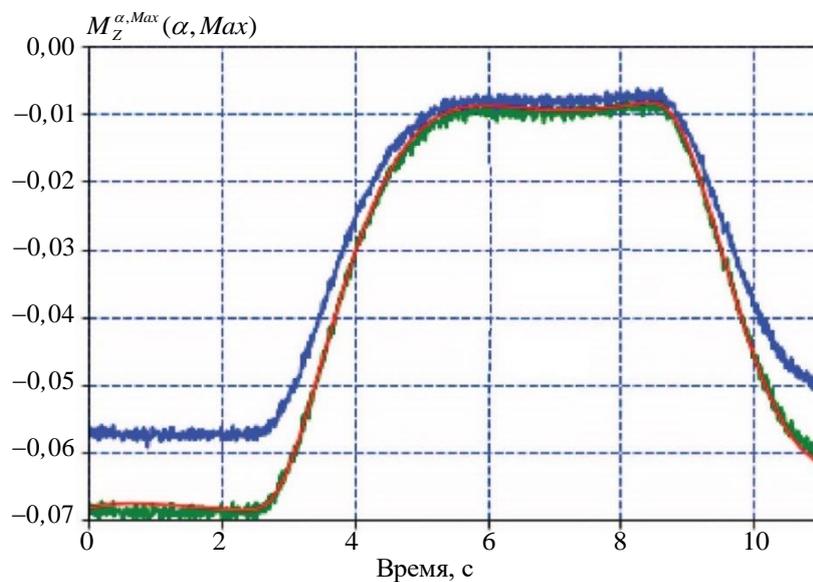
— AoA; —  $\omega_z$

На рис. 7 представлены переходные процессы одного из тестовых режимов с оценкой для безразмерного коэффициента подъемной силы  $C_Y^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  для самолета в крейсерской конфигурации в сравнении для обучающих, восстановленных по результатам обучения (идентификации) и априорных (до модификации) данных. Очевидно, что оценки для безразмерного коэффициента подъемной силы  $C_Y^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  в сравнении для обучающих и восстановленных данных практически совпадают.

На рис. 8 представлены переходные процессы одного из тестовых режимов с оценкой для безразмерного коэффициента продольного момента  $M_Z^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  для самолета в крейсерской конфигурации в сравнении для обучающих, восстановленных и априорных (до модификации) данных. Очевидно, что оценки для безразмерного коэффициента продольного момента  $M_Z^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  в сравнении для обучающих и восстановленных данных практически совпадают.



**Рис. 7.** Оценка точности идентификации коэффициента подъемной силы  $C_y^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  для самолета в крейсерской конфигурации:  
 — апериорные данные; — данные тестовой модели;  
 — результат идентификации



**Рис. 8.** Оценка точности идентификации коэффициента продольного момента  $M_z^{\alpha,Max}(\alpha, Max)$  для самолета в крейсерской конфигурации:  
 — апериорные данные; — данные тестовой модели;  
 — результат идентификации

**Заключение.** Проведенные численные эксперименты показывают высокую точность предлагаемой методики параметрической

идентификации аэродинамических характеристик продольного движения самолета транспортной категории. Следующим этапом авторы работы планируют провести с использованием данной методики идентификацию аэродинамических характеристик полного продольного движения самолета-амфибии Бе-200ЧС на больших углах атаки с использованием данных реальных летных испытаний. Также планируется провести с использованием данной методики идентификацию аэродинамических характеристик бокового движения самолета.

*Исследование выполнено без финансирования со стороны каких-либо организаций.*

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Васильченко К.К., Леонов В.А., Пашковский И.М., Поплавский Б.К. *Летное испытание самолетов*. Москва, Машиностроение, 1996, 719 с.
- [2] Васильченко К.К., Кочетков Ю.А., Леонов В.А., Поплавский Б.К. *Структурная идентификация математической модели движения самолета*. Москва, Машиностроение, 1993, 352 с.
- [3] Линник Ю.В. *Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений*. Москва, Физматгиз, 1962, 333 с.
- [4] Льюнг Л. *Идентификация систем: теория для пользователя*. Москва, Наука, 1991, 432 с.
- [5] Моисеев Н.Н., Иванчиков Ю.П., Столярова Е.М. *Методы оптимизации*. Москва, Наука, 1978, 352 с.
- [6] Эйкхофф П. *Основы идентификации систем управления*. Москва, Мир, 1975, 685 с.
- [7] Кулифеев Ю.Б. Дискретно-непрерывный метод идентификации непрерывных систем. *Известия АН СССР. Механика твердого тела*, 1981, № 5, с. 47–55.
- [8] Белоцерковский А.С., Качанов Б.О., Кулифеев Ю.Б., Морозов В.И. *Создание и применение математических моделей самолетов*. Москва, Наука, 1984, 143 с.
- [9] Dreyfus G. *Neural networks : methodology and applications*. Berlin, New York, Springer, 2005, 497 p.
- [10] Dreyfus G., Idan Y. The Canonical Form of Nonlinear Discrete-Time Models. *Neural Computation*, 1998, vol. 10, no. 1, pp. 133–164. DOI: 10.1162/089976698300017926
- [11] Nerrand O., Roussel-Ragot P., Personnaz L., Dreyfus G., Marcos S. Neural networks and nonlinear adaptive filtering: unifying concepts and new algorithms. *Neural Computation*, 1993, vol. 5, no. 2, pp. 165–199. DOI: 10.1162/neco.1993.5.2.165
- [12] Oussar Y., Dreyfus G. How to be a gray box: dynamic semi-physical modeling. *Neural Computation*, 2001, vol. 14, no. 9, pp. 1161–1172. DOI: 10.1016/S0893-6080(01)00096-X
- [13] Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тюменцев Ю.В. Моделирование продольного углового движения самолета: сопоставление теоретического, эмпирического и полуэмпирического подходов. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*, 2015, № 211 (1), с. 116–123.
- [14] Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Нейросетевые полуэмпирические модели управляемых динамических систем. *Сборник научных трудов XV Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика-2013», Ч. 2*, Москва, Изд-во МИФИ, 2013, с. 22–31.

- [15] Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тюменцев Ю.В., Чернышев А.В. Нейросетевые полуэмпирические модели управляемых динамических систем. *Вестник компьютерных и информационных технологий*, 2013, № 9 (111), с. 3–10.
- [16] Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Обучение полуэмпирической нейросетевой модели управляемого движения самолета. *Сборник научных трудов XVI Всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика-2014»*, Ч. 2, Москва, Изд-во МИФИ, 2014, с. 363–272.

Статья поступила в редакцию 17.05.2024

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Крееренко С.С., Крееренко О.Д. Моделирование и параметрическая идентификация аэродинамических характеристик самолета транспортной категории с использованием нейросетей в среде Tensorflow. *Математическое моделирование и численные методы*, 2024, № 3, с. 81–99.

**Крееренко Сергей Сергеевич** — канд. техн. наук, заместитель начальника ОКБ по проектированию, ПАО «ТАНТК им. Г.М. Бериева». e-mail: Sergey.Kreer@mail.ru

**Крееренко Ольга Дмитриевна** — доцент кафедры 104 Московского авиационного института; начальник отдела аэрогидродинамики, ПАО «ТАНТК им. Г.М. Бериева». e-mail: olgadm@yandex.ru

## **Parametric identification of aerodynamic characteristics of a transport category aircraft using recurrent semi-empirical neural networks in the Tensorflow environment**

© S.S. Kreerenko<sup>1,2</sup>, O.D. Kreerenko<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Beriev Aircraft Company, Taganrog, Rostov-on-Don region, 347922, Russia

<sup>2</sup>Moscow Aviation Institute, Moscow, 125993, Russia

*The problem of modeling the longitudinal motion of a transport category aircraft and the parametric identification of the aerodynamic characteristics of the longitudinal motion: the components of the dimensionless coefficients of aerodynamic lift and pitching moment are considered. The problem is solved in a class of modular semiempirical dynamic models created by combining theoretical and neural network modeling. The performance and practical significance of the models is confirmed by the results of computational experiments. The development of a neural network model of the longitudinal movement of an aircraft was carried out in Python using the Tensorflow open software library for machine learning and the high-level Keras API as part of Tensorflow.*

**Keywords:** dynamics, airplane, identification, semi-empirical, neural network, recurrent, tensor-flow, keras, training

### REFERENCES

- [1] Vasilchenko K.K., Leonov V.A., Pashkovsky I.M., Poplavsky B.K. *Letnoe ispytaniya samoletov* [Flight testing of aircraft]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1996, 719 p.
- [2] Vasilchenko K.K., Kochetkov Yu.A., Leonov V.A., Poplavsky B.K. *Strukturnaya identifikatsiya matematicheskoy modeli dvizheniya samoleta* [Structural identification of a mathematical model of aircraft movement]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993, 352 p.

- [3] Linnik Yu.V. *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudenij* [The method of least squares and the basics of the mathematical and statistical theory of observation processing]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 333 p.
- [4] Ljung L. *System identification: theory for the user*. USA, Prentice Hall, 1987, 530 p.
- [5] Moiseev N.N., Ivanilov Yu.P., Stolyarova E.M. *Metody optimizacii* [Optimization methods]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 352 p.
- [6] Eykhoff P. *System identification*. London, Wiley, 1974, 555 p.
- [7] Kulifeev Yu.B. Diskretno-nepreryvnyj metod identifikacii nepreryvnyh sistem [Discrete-continuous method of identification of continuous systems]. *Mechanics of Solids*, 1981, no. 5, c. 47–55.
- [8] Belotserkovsky A.S., Kachanov B.O., Kulifeev Yu.B., Morozov V.I. *Sozdanie i primenenie matematicheskikh modelej samoletov* [Creation and application of mathematical models of airplanes. Moscow], Nauka Publ., 1984, 143 p.
- [9] Dreyfus G. *Neural networks : methodology and applications*. Berlin, New York, Springer, 2005, 497 p.
- [10] Dreyfus G., Idan Y. The Canonical Form of Nonlinear Discrete-Time Models. *Neural Computation*, 1998, vol. 10, no. 1, pp. 133–164. DOI: 10.1162/089976698300017926
- [11] Nerrand O., Roussel-Ragot P., Personnaz L., Dreyfus G., Marcos S. Neural networks and nonlinear adaptive filtering: unifying concepts and new algorithms. *Neural Computation*, 1993, vol. 5, no. 2, pp. 165–199. DOI: 10.1162/neco.1993.5.2.165
- [12] Oussar Y., Dreyfus G. How to be a gray box: dynamic semi-physical modeling. *Neural Computation*, 2001, vol. 14, no. 9, pp. 1161–1172. DOI: 10.1016/S0893-6080(01)00096-X
- [13] Egorchev M.V., Kozlov D.S., Tiumentsev Yu.V. Aircraft short-period longitudinal motion modelling: a comparison of theoretical, empirical and semi-empirical approaches. *Civil Aviation High Technologies*, 2015, no. 211 (1), pp. 116–123.
- [14] Egorchev M.V., Tyumentsev Yu.V. Nejrosetevye poluempiricheskie modeli upravlyaemyh dinamicheskikh sistem [Neural network semi-empirical models of controlled dynamic systems]. *Sbornik nauchnyh trudov XV Vseros-sijskoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii «Nejroinformatika-2013», Ch. 2* [Collection of scientific papers of the XV All-Russian Scientific and Technical Conference "Neuroinformatics-2013", Part 2], Moscow, MEPhI Publ., 2013, pp. 22–31.
- [15] Egorchev M.V., Kozlov D.S., Tiumentsev Yu.V., Chernyshev A.V. Neural network based semi-empirical models for controlled dynamical systems. *Vestnik komp'uternykh i informacionnykh tekhnologii (Herald of computer and information technologies)*, 2013, no. 9 (111), pp. 3–10.
- [16] Egorchev M.V., Tyumentsev Yu.V. Obuchenie poluempiricheskoy nejrosetevoj modeli upravlyaemogo dvizheniya samoleta [Training of a semi-empirical neural network model of controlled aircraft movement]. *Sbornik nauchnyh trudov XVI Vseros-sijskoj nauchno-tekhnicheskoy konferencii «Nejroinformatika-2014», Ch. 2* [Collection of scientific papers of the XVI All-Russian Scientific and Technical Conference "Neuroinformatics-2014", Part 2], Moscow, MEPhI Publ., 2014, pp. 363–272.

**Kreerenko S.S.**, Cand. Sc. (Eng.), Deputy Head of Beriev Design Bureau, Beriev Aircraft Company. e-mail: Sergey.Kreer@mail.ru

**Kreerenko O.D.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Department 104, Moscow Aviation Institute; Head of Aerohydrodynamics Department, Beriev Aircraft Company. e-mail: olgadm@yandex.ru