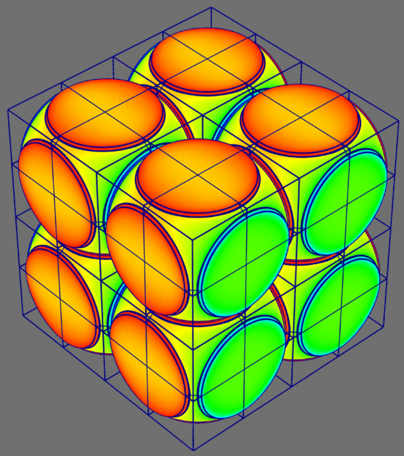
ISSN 2309-3684

Математическое моделирование и численные методы



УДК 551.509.313.14 DOI: 10.18698/2309-3684-2024-2-112125

Сравнительный анализ методов свертывания критериев оптимальности в задачах многокритериальной оптимизации

© А.Х. Тлибеков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Выполняется сравнительный анализ существующих и разработанных новых методов свертывания критериев оптимальности в скалярную функцию цели. Реализовано применение новых методов свертывания в задачах интерполяции экспериментальных данных модифицированным дробно-степенным рядом Ньютона – Пюизе. Коэффициенты и степени дробно-степенного ряда определяются эволюционными или бесконечно-шаговыми методами оптимизации, где модули разности между экспериментальными данными и значениями, полученными расчетом по интерполяционному многочлену, используются как критерии оптимальности. При таких условиях задача оптимизации становится многокритериальной, для которой в процессе поиска часть критериев оптимальности увеличивается, остальные — уменьшаются, уменьшая скалярную функцию цели и создавая иллюзию, что поиск эффективен. Для новых методов свертывания все критерии оптимальности в процессе поиска уменьшаются. Приведены погрешности интерполяции времени лазерной резки стального листа и прогнозирования программы производства деталей. Предлагается использование модифицированных дробно-степенных рядов и новых методов свертывания критериев оптимальности для реализации функции обучения нейросети.

Ключевые слова: *свертывание критериев оптимальности, интерполяция, дробно-степенной ряд, многокритериальная оптимизация, генетический алгоритм, бесконечно-шаговые методы оптимизации*

Введение. Поиск решения задачи многокритериальной оптимизации в условиях, когда гиперповерхность, образуемая целевой функцией формируется несколькими локальными экстремумами (мультимодальность, рис. 1) основан на двух группах методов: свертывания отдельных критериев оптимальности в функцию цели и поиском ее оптимального значения или поиском значений каждого достижимого критерия оптимальности в отдельности, стремящихся к границе Парето. В первой группе, при аддитивном методе свертывания оптимальность отдельного критерия оценивается по сумме всех критериев, каждый из которых умножен на весовой коэффициент. Как правило, значения весовых коэффициентов назначаются экспертами, но сумма всех весовых коэффициентов равна единице. Во второй группе, используется граница или множество Парето, по которой определяется улучшаемое (доминирующее) множество критериев оптимальности.

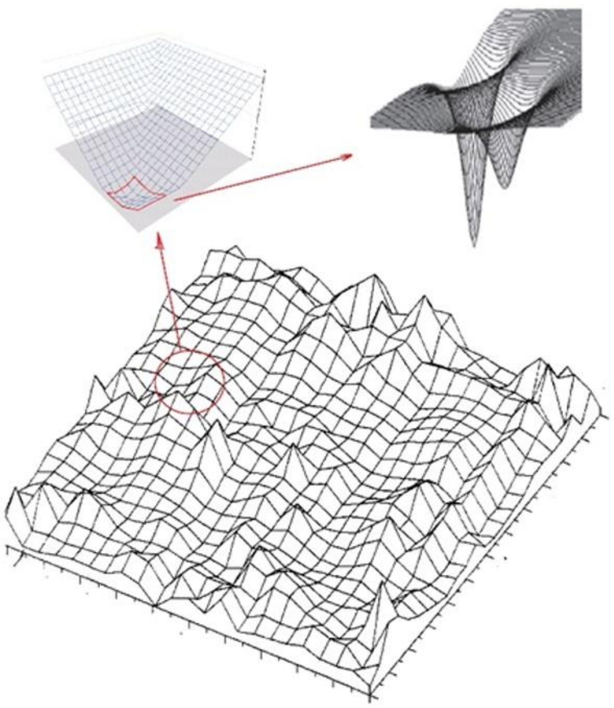


Рис. 1. Вид мультимодальной поверхности целевой функции, скомпилированной из решений задач оптимизации при дроблении шага поиска двух параметров интерполяции

Реализации этих методических подходов используют в одном алгоритме с генетическими алгоритмами (ГА), основанными на имитации биологической эволюции или с бесконечно-шаговыми алгоритмами второго порядка. В бесконечно-шаговом методе Ньютона направление к оптимуму определяется с помощью вторых производных функции цели, поэтому устойчивый вычислительный процесс реализуется только для выпуклых функций цели, гиперповерхность которых не имеет «разрывов», «плато» и «граней» и когда удается исключить нулевые значения аргументов.

При решении задач интерполяции дробно-степенным рядом с использованием ГА под термином «ген» понимается один из параметров (коэффициент или степень) дробно-степенного ряда. «Хромосома» — совокупность всех генов, «популяция хромосом» — множество хромосом, полученных мутацией и скрещиванием. Критерии оптимальности равны модулям разности между экспериментальными данными и значениями, полученными расчетом по дробно-степенному ряду.

Решение задач многокритериальной оптимизации выполняют ГА с независимой селекцией Шеффера, при которой поиск оптимума производится по нескольким критериям без их свертывания в скалярную целевую функцию [1] или последовательной работой ГА и метода Хука-Дживса [2]. В одном из методов свертывания критериев оптимальности в аддитивную функцию цели используют адаптивную автоматическую корректировку весовых коэффициентов по принципу доминирования Парето [3, 4]. Процесс корректировки во время работы ГА запускается автоматически с заданной периодичностью. Сочетание промежуточных решений с корректировкой критериев оптимальности формирует множество начальных точек для процессов локальной оптимизации. Адаптация весовых коэффициентов позволяет отказаться от привлечения экспертов и расширить возможности использования ГА.

Когда граница Парето неустойчива по отношению к изменчивости весовых коэффициентов, вместо границы Парето целесообразно рассматривать оболочку Эджворта–Парето, составленную из множества достижимых векторов критериев оптимальности [5, 6].

Наряду с корректировкой весовых коэффициентов используется самонастройка ГА [7, 8]. Реализуются операторы пропорциональной, ранговой, турнирной селекции и равномерного, одноточечного и двухточечного скрещивания. Выбор того или иного оператора будет зависеть от успешности его применения.

Решение многокритериальных задач большой размерности выполняют «островными» ГА, которые при одинаковых ресурсах позволяют не только быстрее получить решение, по сравнению с их стандартными версиями, но и повысить его качество [9]. При реализации островных ГА популяция хромосом делится на подпопуляции (острова), которые эволюционируют изолировано в течение нескольких поколений. Происходит обмен лучшими хромосомами между подпопуляциями и замена наименее эффективных на вновь прибывшие с других островов. Данный обмен называется миграцией и требует настройки двух параметров: размера миграции (количество лучших хромосом для обмена) и интервала миграции (числа поколений, через которое происходит миграция). Кроме того, используются разные топологии островных коопераций, в которых обмен хромосомами осуществляется между каждой парой островов.

Для решения многокритериальной задачи условной оптимизации выполняется преобразование условной оптимизации к безусловной, присоединением условий — ограничений к многокритериальной функции цели [10]. Поиск Парето — оптимального решения в этом случае выполняется по схеме метода VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm). В данном методе селекция производится по каждому критерию оптимальности отдельно и промежуточную популяцию составляют хромосомы, отобранные по каждому из критериев.

Решения задач многокритериальной оптимизации, близких к оптимальным получают в пределах допуска на критерии оптимальности (метод Taguchi-WASPAS [11]).

Когда поиск оптимального значения функции цели выполняют методом случайного подбора, комбинирования или вариации параметров модели исследуемого процесса рассчитывается вероятность возникновения средних арифметических значений критериев оптимальности в пределах их среднего квадратического отклонения [12]. Определяется предпочтительная вероятность одного из критериев оптимальности, который рассматривается как промежуточное скалярное значение функции цели на этапе поиска и задача из многоцелевой оптимизации переходит в задачу одноцелевой оптимизации.

Свертывание функции цели с использованием вероятности возникновения величины критерия оптимальности z_u может быть выполнено на основе меры энтропии Шеннона

$$S = -z_1 \log_2 z_1 - \cdots - z_u \log_2 z_u - \cdots - z_m \log_2 z_m,$$

где количество критериев оптимальности равно m и для решения задачи оптимизации используются методы нечеткого математического программирования [13, 14].

Тестирование метода Ньютона на задачах интерполяции модифицированным дробно-степенным рядом Ньютона – Пюизе [15] показало, что точность этого метода зависит от выбора начальных значений коэффициентов и степеней, с которых начинаются вычисления. Для мультимодальной функции цели погрешность интерполяции составляла более 100 %. Уменьшить погрешность до допустимой позволил длительный подбор начальных значений параметров дробно-степенного ряда.

Общим недостатком рассмотренных методов решения задачи оптимизации (свертывания отдельных критериев оптимальности в скалярную функцию цели или поиском значений каждого достижимого критерия оптимальности в отдельности) является то, что низкая эффективность одних критериев скрывается за высокой эффективностью других. Поэтому метод свертывания критериев оптимальности в функцию цели для задач интерполяции должен обеспечить за каждую итерацию поиска уменьшение всех критериев оптимальности.

Задача интерполяции экспериментальных данных. Рассматривается функция $F(x)$ заданная в виде таблицы, в которой для каждого значения аргумента $\boldsymbol{x}$ указывается соответствующее ему значение функции: $F(x)$ — таблица результатов экспериментального исследования характеристик какого-либо процесса, $\boldsymbol{x} = \{x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_d\}$, где $d \geq 1$ вектор аргументов. Количество результатов экспериментального исследования m. Используя $F(x)$ требуется построить функцию $W(p, x)$, для которой график проходит через имеющиеся экспериментальные точки данных $F(x)$ с минимальной погрешностью (p — параметры интерполяции).

Представим результаты эксперимента и расчета по интерполяционному многочлену как векторное поле из векторов $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{W}$, у которых положение начальных точек совпадают. Задача интерполяции сводится к определению значений параметров $\boldsymbol{p}$, при которых модуль вектора разности $\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{F} - \boldsymbol{W}$ тремиться к нулю. Компоненты вектора $\boldsymbol{\Phi}$, т.е. разности в точках данных экспериментальных и полученных расчетом по интерполяционному многочлену, используются как критерии оптимальности, образующие векторную функцию цели. Когда $m > 1$, функция цели многокритериальная и требуется решение задачи многокритериальной векторной оптимизации.

Методы свертывания критериев оптимальности. Существующие решения задач многокритериальной оптимизации используют различные методы свертывания векторной функции цели с образованием скалярной величины. Рассматриваются следующие методы свертывания, в результате которых получают скалярные величины с различными размерностями:

1. минимум модуля максимальной разности

$$S_{1,i} = \max\left(\left|F_u - W_u\right|\right) \to \min;$$

2. минимум максимального значения корня квадратного из суммы квадратов двух относительных разностей

$$S_{2,i} = \max\left[\sqrt{\left(\frac{F_u - W_u}{F_u}\right)^2 + \left(\frac{F_u - W_u}{W_u}\right)^2}\right] \to \min;$$

3. минимум суммы квадратов разностей (метод наименьших квадратов)

$$S_{3,i} = \sum_{u=1}^{m} \left(F_u - W_u\right)^2 \to \min.$$

В определениях скалярных функций цели S_1, S_2 и S_3 абсолютные величины разности $\left|F_u - W_u\right|$ ссматриваются как критерии оптимальности, количество результатов экспериментального исследования $u = 1, 2, ..., m$ равно количеству критериев оптимальности $i = 1, 2, ..., n$ — номера и количество итераций поиска.

Поиск оптимального решения предлагается выполнять минимизацией векторной функции цели $\boldsymbol{\Phi}$, которую образуют линейно независимые вектора $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{W}$ в m-мерном векторном пространстве. Косинус угла между векторами

$$\cos\varphi_i = \frac{\left(F_u, W_{u,i}\right)}{\left\|F_u\right\|\left\|W_{u,i}\right\|},$$

где $\left(F_u, W_{u,i}\right) = \sum_{u=1}^{m}\left(F_u \cdot W_{u,i}\right)$ — скалярное произведение векторов, $\left\|F_u\right\| = \sqrt{\sum_{u=1}^{m}\left(F_u\right)^2}$ и $\left\|W_u\right\| = \sqrt{\sum_{u=1}^{m}\left(W_{u,i}\right)^2}$ — модули векторов.

Для того, чтобы в процессе поиска все компоненты вектора $\boldsymbol{\Phi}$ уменьшились, т.е. каждый результат расчета по интерполяционному многочлену сходился к результату эксперимента, предлагается выполнять свертывание критериев оптимальности в одну из функций цели S_4 или S_5

$$S_{4,i} = \left\|\Phi_{u,i}\right\| \to \min$$

или

$$S_{5,i} = \left\|\Phi_{u,i}\right\|^{\left|\cos\varphi_i\right|} \to \min,$$

где $\left\|\Phi_{u,i}\right\| = \sqrt{\sum_{u=1}^{m}\left(\Phi_{u,i}\right)^2}$ — модуль вектора $\boldsymbol{\Phi}$ оценку эффективности поиска производить по двум критериям: величине поля погрешности $D_i = \Delta_{i,u}^{\max} - \Delta_{i,u}^{\min}$, равного разности между максимальной и минимальной относительными погрешностями интерполяции в пределах одной итерации поиска и по критерию эффективности итераций поиска $\eta_{i,u} = \left|\Delta_{i,u} / \Delta_{1,u}\right|$, где относительная погрешность интерполяции $\Delta_{i,u} = \left(F_u - W_{i,u}\right) / F_u$. Решение считается эффективным, когда относительные погрешности интерполяции по каждому экспериментальному значению меньше допустимой относительной погрешности интерполяции: $\Delta_{i,u} \le \varepsilon$. Случай, когда $\eta_u < 1$ означает, что абсолютная величина разности расчетных и экспериментальных значений $\left|F_u - W_{i,u}\right|$ на итерациях поиска $i = 2, 3, \ldots, n$ меньшились по сравнению с первой итерацией ($i = 1$)и расчетные значения сходятся к экспериментальным. В противном случае, когда $\eta_{i,u} > 1$, экспериментальные и расчетные значения на итерациях $i > 1$ расходятся, т.е. $W_u\left(p, x\right) < F_u\left(x\right)$ или $W_u\left(p, x\right) > F_u\left(x\right)$ и если при этом $\Delta_{i,u} > \varepsilon$, итерация поиска не эффективна. При $\eta_{i,u} = 1$ — результат поиска находится на границе эффективности.

Модифицированный дробно-степенной ряд. Дробно-степенной ряд Ньютона – Пюизе с одной переменной — это алгебраическое выражение вида $W(x,p)=\sum_{t=t_0}^{+\infty} A_t x^{t/g}$, в котором число t — целое, число g — натуральное число: при $g=1$ получается обычный степенной ряд. Интерполяция экспериментальных данных $F(x)$ выполнена модифицированным дробно-степенным рядом d переменных, построенном на основе ряда Ньютона – Пюизе

$$W(x,p)=\sum_{j=1}^{d} A_j x_j^{\lambda_j}+\sum_{j=1}^{d-1} B_j x_j^{\beta_j} x_{j+1}^{\gamma_j}+B_d x_1^{\beta_d} x_d^{\gamma_d}+C\prod_{j=1}^{d} x_j^{\delta_j},$$

где $-\infty < p = t/g < +\infty$ — вектор параметров интерполирования $p=\{A_j,B_j,C,\beta_j,\lambda_j,\gamma_j,\delta_j\}$, $j=1,2,...,d$ — количество аргументов x_j. Общее количество параметров интерполирования $k=6d+1$.

Сравнительный анализ методов свертывания критериев оптимальности. Сравнительный анализ методов свертывания критериев оптимальности проведен с использованием экспериментальных данных, полученных в процессе вырезки деталей из стальных листов лучом лазера (таблица). Функция $F(x)$ — время резки контура детали (мин), аргументы: x_1 — толщина листа (мм), x_2 — периметр наружных и внутренних контуров вырезаемой детали (мм), x_3 — количество врезок луча для формирования наружного и внутренних контуров, x_4 — предел временного сопротивления стали (Н/мм^2). Экспериментальные данные выбраны таким образом, чтобы оценить влияние вариабельности аргументов и функции на погрешность интерполяции: аргумент x_1 изменяется в 8 раз, x_2 — 54 раза, x_3 — в 37 раз и x_4 — в 1,4 раза, при этом функция изменилась в 20,6 раза.

В начале поиска все значения коэффициентов и степеней ряда Ньютона – Пюизе устанавливались равными нулю и все расчетные значения $W(p,x)$, приведенные в таблице, также равнялись нулю. Выполнено пять серий поиска, в каждой из которых использовался один из методов свертывания S_1-S_5. Каждая серия содержала четыре цикла ГА с заданными предельной сходимостью (предельное относительное изменение скалярной функции цели, например для S_1 $|S_{1,i+1}-S_{1,i}|/S_{1,i}=0{,}0001$) и количеством хромосом в популяции, равным 100. Если рассчитанная в цикле сходимость получалась меньше предельной, цикл заканчивался и фиксировались найденные значения коэффициентов и степеней ряда Ньютона – Пюизе. Следующий цикл начинался с параметров дробно-степенного ряда, полученных на предыдущем цикле. В табл. 1 приведены Результаты эксперимента и расчета по модифицированному дробно-степенному ряду для функции цели S_5 и $d = 4$, $m = 10$, $n = 4$.

Таблица 1

Результаты эксперимента и расчета по модифицированному дробно-степенному ряду для функции цели S_5 и $d = 4$, $m = 10$, $n = 4$

u	x_1	x_2	x_3	x_4	$F(x)$	$W(p,x)$ для S_5
1	2,5	117,8	2	410	0,045	0,047
2	6,0	204,0	1	299	0,095	0,102
3	1,0	1502,3	1	295	0,100	0,096
4	**8,0**	**230,0**	**1**	**420**	**0,138**	**0,127**
5	8,0	284,0	1	420	0,166	0,164
6	8,0	360,0	1	420	0,206	0,217
7	1,0	4800,0	1	295	0,283	0,299
8	1,0	4575,5	3	295	0,304	0,301
9	1,0	7274,5	1	295	0,421	0,407
10	1,0	6360,8	37	295	0,970	0,970

На рис. 2 показана погрешность интерполяции критериев оптимальности при использовании метода свертывания S_5. Максимальная величина погрешности наблюдалась для четвертого критерия оптимальности и не превышала $-7,7\ \%$ при допустимой относительной погрешности интерполяции $\pm 10\ \%$.

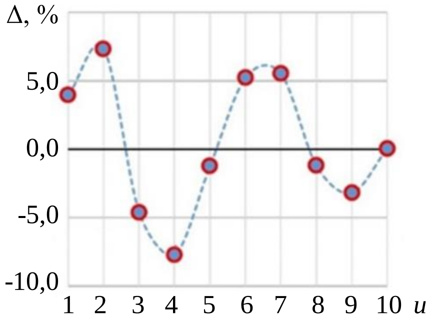


Рис. 2. Погрешность интерполяции критериев оптимальности при использовании метода свертывания S_5

Поля погрешности скалярных функций цели, полученных методами свертывания S_1 и S_2 на итерациях поиска практически не изменялись, а полученные методами свертывания S_3, S_4 и S_5 начительно сужались (рис. 3, *а*), т.е. метод свертывания критериев оптимальности определяет погрешность интерполяции.

При использовании методов свертывания S_1, S_2 и S_3 некоторые критерии эффективности итераций $\eta_{i,u}$ выше границы эффективности поиска (рис. 3, *б*, *в* и *г*), хотя скалярные функции цели, полученные на итерациях поиска уменьшаются. Это означает, что часть критериев оптимальности (модулей разности экспериментальных и расчетных величин) увеличивается, остальные критерии оптимальности уменьшаются, уменьшая скалярную функцию цели и создавая иллюзию, что поиск эффективен. Для методов свертывания S_4 и S_5 (рис. 3, *д*, *е*) все критерии эффективности итераций поиска с ростом числа итераций стабилизируются ниже границы эффективности, т.е. относительная погрешность интерполяции $\Delta_{i,u}$ уменьшается, поэтому эти методы свертывания рекомендуется использовать для интерполяции экспериментальных данных модифицированным дробно-степенным рядом Ньютона – Пюизе.

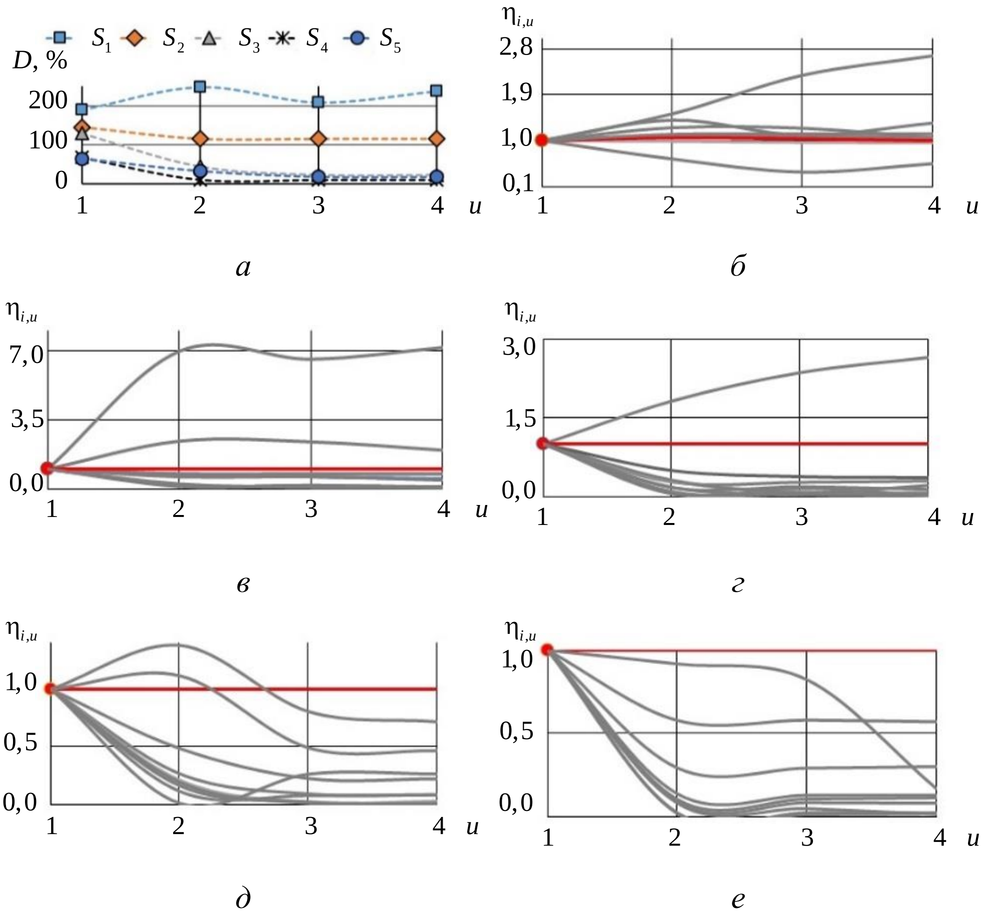


Рис. 3. Данные, полученные по результатам четырех итераций ГА в зависимости от использованных в процессе поиска методов свертывания S_1 — S_5, красная линия обозначает границу эффективности поиска: *а* — поля погрешности D, %; *б* — критерии эффективности итераций $\eta_{i,u}$ для S_1; *в* — критерии эффективности итераций $\eta_{i,u}$ для S_2; *г* — критерии эффективности итераций $\eta_{i,u}$ для S_3; *д* — критерии эффективности итераций $\eta_{i,u}$ для S_4; *е* — критерии эффективности итераций $\eta_{i,u}$ для S_5

Использование разработанных методов в проектировании машиностроительного производства. Тестирование работы алгоритма многокритериальной оптимизации применительно к интерполяции экспериментальных данных модифицированным дробностепенным рядом [15–17] показало, что погрешность расчета допустима для практического использования. Например, на предприятиях, изготавливающих детали с помощью лазерной резки, собраны значения и сформирована база реального времени резки. Интерполяция, выполненная с использованием 2,5 % от всего количества деталей, содержащихся в базе, показала, что максимальная погрешность не превышала ±9,3 % по сравнению с реальным временем резки. Другой пример, сравнение результатов тестирования методов статистического прогнозирования, используемых Microsoft Excel (линейная и экспоненциальная зависимости и предсказание) с результатами тестирования по разработанному алгоритму. Погрешность прогноза производственной программы 47-и из 48-и рассмотренных деталей не превышает 15 %. Погрешность меньше 15 % методом прогноза линейной и экспоненциальной зависимостями получена для 7, а предсказанием — для 8 из 48 деталей.

Выводы. При проектировании альтернативных вариантов производства используются нейросетевые технологии, построенные по принципу обучаемой сети рекуррентного распространения [18]. Формируется база аргументов $\boldsymbol{x}$ функции обучения $F(x)$. В качестве аргументов используются основное, подготовительно-заключительное и вспомогательное время обработки, оптимальная партия запуска деталей, станкоемкость, количество оборудования, коэффициенты его загрузки и использования. Каждому набору аргументов, соответствует показатель эффективности технологии $F(x)$, содержащий пропускную способность, производительность и циклы выполнения заказов. Важное преимущество — возможность постоянно пополнять базу проверенными практикой эксплуатации аргументами и показателями эффективности. Функция обучения, выполненная с использованием интерполяционного многочлена $W(x, p)$ позволит оперативно выполнять анализ результатов проектирования и поиск оптимальных вариантов маршрутных технологических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бушуев А.Ю., Резников А.О. Применение генетического алгоритма в задаче моделирования и оптимизации пневмогидравлической системы синхронизации исполнительных органов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2021, № 3, с. 62–73.

[2] Бушуев А.Ю., Ряузов С.С. Оптимизация конструкции твердотопливного модельного газогенератора. М*атематическое моделирование и численные методы*, 2019, № 4, с. 3–14.
[3] Шрейдер М.Ю., Тарасов А.Д., Осипова А.М., Антонова О.В. Адаптация весов целевых функций в генетическом алгоритме. *Научно-технический вестник Поволжья*, 2021, № 6, с. 80–82.
[4] Лабинский А.Ю. Использование генетического алгоритма для многокритериальной оптимизации. *Природные и техногенные риски (физико-математические и прикладные аспекты)*, 2018, № 4 (28), с. 5–9.
[5] Березкин В.Е., Лотов А.В., Лотова Е.А., Рябиков А.И. Аппроксимация оболочки Эджворта-Парето в сложных нелинейных задачах многокритериальной оптимизации. *Моделирование коэволюции природы и общества: проблемы и опыт. К 100-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева (МОИСЕЕВ-100). Труды Всероссийской научной конференции*, 2017, с. 155–162.
[6] Лотов А.В., Рябиков А.И. Дополненный метод стартовой площадки для аппроксимации границы парето в задачах с многоэкстремальными критериями. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2021, т. 61, № 10, с. 1734–1744.
[7] Brester Ch.Yu., Semenkin E.S. Development of adaptive genetic algorithms for neural network models multicriteria design. *Vestnik SibSAU. Aerospace tehnologies and control systems*, 2013, no. 4 (50), pp. 99–103.
[8] Вахнин А.В., Сопов Е.А. Анализ эффективности самонастраивающегося вещественного генетического алгоритма. *Решетневские чтения*, 2016, т. 2, с. 24–25.
[9] Брестер К.Ю., Рыжиков И.С. Исследование островной модели кооперации генетических алгоритмов для решения задач многокритериальной оптимизации. *Актуальные проблемы авиации и космонавтики*, 2018, т. 2, № 4 (14), с. 7–9.
[10] Карцан И.Н. Генетический алгоритм многокритериальной условной оптимизации бортового комплекса управления. *Решетневские чтения*, 2016, т. 1, с. 269–271.
[11] Safi Kh., Yallese M.A., Belhadi S., Mabrouki T., Chihaoui S. Parametric study and multi-criteria optimization during turning of X210Cr12 steel using the desirability function and hybrid Taguchi-WASPAS method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2022, vol. 236, iss. 15, pp. 8401–8420. DOI: 10.1177/09544062221086171
[12] Zheng M., Teng H., Wang Y. An approach of probability based multi-objective optimization considering robustness for material engineering. *Military technical courier*, 2022, vol. 70, iss. 2, pp. 283–296.
[13] Samanta B. Entropy based multi-objective crop production problem under fuzzy environment. *Нечеткие системы и мягкие вычисления*, 2023, т. 18, № 1, с. 128–143.
[14] Мелькумова Е.М. О решении некоторых задач нечеткого математического программирования. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*, 2009, № 2, с. 19–24.
[15] Тлибеков А.Х. Моделирование времени обработки деталей из листа с использованием дробно-степенны рядов и генетического алгоритма. *Металлообработка*, 2013, № 1 (73), с. 27–32.
[16] Tlibekov A.Kh., Yakhutlov M.M. The decision of applied problems of designing productions with the use of combined genetic algorithms. *IEEE Conference on*

Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&MQ&IS), 2016, pp. 228–231. DOI: 10.1109/ITMQIS.2016.7751934

[17] Тлибеков А.Х. Методика и порядок проектирования машиностроительных производств. *Ремонт. Инновации. Технологии. Модернизация*, 2019, № 2, с. 24–27.

[18] Кабанов А.А., Мохов М.Ю., Соколов И.В., Тлибеков А.Х., Федоров И.А. Разработка концепций и экспертиза инвестиционных проектов при расширении машиностроительных производств. *Экономика космоса*, 2023, т. 2, № 3 (5), с. 19–30.

Статья поступила в редакцию 20.11.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Тлибеков А.Х. Сравнительный анализ методов свертывания критериев оптимальности в задачах многокритериальной оптимизации. *Математическое моделирование и численные методы*, 2024, № 2, с. 112-125.

Тлибеков Алексей Хабиевич — д-р техн. наук, профессор, МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: a.tlibekov@yandex.ru

Comparative analysis of methods for converting optimality criteria in multi-criteria optimization problems

© A.Kh. Tlibekov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The comparison of existing and developed new methods of converting optimality criteria into a scalar function of the goal is performed. New converting methods are used in the problems of interpolation of experimental data by a modified fractional-power Newton – Puiseux series. Coefficients and degrees of a fractional-power series are calculated by evolutionary or infinite-step optimization methods, where the modules of the difference between experimental data and the values obtained by calculating the interpolation polynomial are used as optimality criteria. Under such conditions, the optimization task becomes multi-criteria, for which, during the search process, part of the optimality criteria increases, the rest decrease and reduce the scalar goal function and creating the illusion that the search is effective. For new converting methods, all optimality criteria in the search process are reduced. The errors obtained by interpolating the time of laser cutting of steel sheet and forecasting the production program of parts are shown. The use of modified fractional power series and new methods of converting optimality criteria for the implementation of the neural network learning function is proposed.

Keywords: *converting optimality criteria, interpolation, fractional-power series, multi-criteria optimization, genetic algorithm, infinite-step optimization methods*

REFERENCES

[1] Bushuev A.Y., Reznikov A.O. Application of a genetic algorithm in the problem of modeling and optimization of hydraulic systems for synchronous movement of actuators. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2021, no. 4, pp. 62–73.

[2] Bushuev A.Y., Ryauzov S.S. Optimization of solid fuel model gas generator design. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2019, no. 4, pp. 3–14.
[3] Schrader M.Yu., Tarasov A.D., Osipova A.M., Antonova O.V. Target functions weights adapting in genetic algorithm. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*, 2021, no. 6, pp. 80–82.
[4] Labinskiy A.Yu. Use the genetic algorithm for multiple criteria optimization. *Natural and Man-Made Risks (Physico-Mathematical and Applied Aspects)*, 2018, no. 4 (28), pp. 5–9.
[5] Berezkin V.E., Lotov A.V., Lotova E.A., Ryabikov A.I. Approksimaciya obolochki Edzhvorta-Pareto v slozhnyh nelinejnyh zadachah mnogokriterial'noj optimizacii [Approximation of the Edgeworth-Pareto shell in complex nonlinear problems of multicriteria optimization]. *Modelirovanie koevolyucii prirody i obshchestva: problemy i opyt. K 100-letiyu so dnya rozhdeniya akademika N.N. Moiseeva (MOISEEV-100). Trudy Vserossijskoj nauchnoj konferencii* [Modeling the evolution of nature and society: problems and experience. To the 100th anniversary of the birth of academician N.N. Moiseev-va (MOISEEV-100). Proceedings of the All-Russian Scientific Conference], 2017, pp. 155–162.
[6] Lotov A.V., Ryabikov A.I. Extended launch pad method for the pareto frontier approximation in multiextremal multiobjective optimization problems. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2021, vol. 61, no. 10, pp. 1700–1710.
[7] Brester Ch.Yu., Semenkin E.S. Development of adaptive genetic algorithms for neural network models multicriteria design. *Vestnik SibSAU. Aerospace tehnologies and control systems*, 2013, no. 4 (50), pp. 99–103.
[8] Vakhnin A.V., Sopov E.A. Performance analysis of self-tuning genetic algorithm for real-valued optimization. *Reshetnevskie chteniya* [Reshetnev readings], 2016, vol. 2, pp. 24–25.
[9] Brester Ch.Yu., Ryzhikov I.S. An investigation of an island model cooperation of genetic algorithms for solving multicriteria optimization problems. *Aktual'nye problemy aviacii i kosmonavtiki* [Current problems of aviation and cosmonautics], 2018, vol. 2, no. 4 (14), pp. 7–9.
[10] Kartsan I.N. Genetic algorithms of multicriteria constrained optimization-board control. *Reshetnevskie chteniya* [Reshetnev readings], 2016, vol. 1, pp. 269–271.
[11] Safi Kh., Yallese M.A., Belhadi S., Mabrouki T., Chihaoui S. Parametric study and multi-criteria optimization during turning of X210Cr12 steel using the desirability function and hybrid Taguchi-WASPAS method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2022, vol. 236, iss. 15, pp. 8401–8420. DOI: 10.1177/09544062221086171
[12] Zheng M., Teng H., Wang Y. An approach of probability based multi-objective optimization considering robustness for material engineering. *Military technical courier*, 2022, vol. 70, iss. 2, pp. 283–296.
[13] Samanta B. Entropy based multi-objective crop production problem under fuzzy environment. *Fuzzy Systems and Soft Computing*, 2023, vol. 18, no. 1, pp. 128–143. DOI: 10.26456/fssc104
[14] Mel'kumova E.M. O reshenii nekotoryh zadach nechetkogo matematicheskogo programmirovaniya [On solving some problems of fuzzy mathematical programming]. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies*, 2009, no. 2, pp. 19–24.
[15] Tlibekov A.Kh. Modelirovanie vremeni obrabotki detalej iz lista s ispol'zovaniem drobno-stepenny ryadov i geneticheskogo algoritma [Modeling the processing time of sheet parts using fractional-degree series and a genetic algorithm]. *Metalloobrabotka*, 2013, no. 1 (73), pp. 27–32.

[16] Tlibekov A.Kh., Yakhutlov M.M. The decision of applied problems of designing productions with the use of combined genetic algorithms. *IEEE Conference on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&MQ&IS)*, 2016, pp. 228–231. DOI: 10.1109/ITMQIS.2016.7751934

[17] Tlibekov A.Kh. Metodika i poryadok proektirovaniya mashinostroitel'nyh proizvodstv [The methodology and procedure for designing machine-building industries]. *Remont. Innovacii. Tekhnologii. Modernizaciya* [Repair. Innovation. Technologies. Modernization], 2019, no. 2, pp. 24–27.

[18] Kabanov A., Mokhov M., Sokolov I., Tlibekov A., Fedorov I. Developing concepts and expertise of investment projects while expanding machine-building industries. *Space Economics*, 2023, no. 3 (5), pp. 19–30.

Tlibekov A.Kh., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: a.tlibekov@yandex.ru