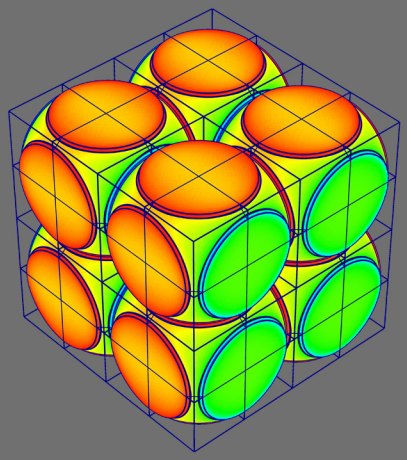
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Лошкарев А. И., Облакова Т. В. Математическое моделирование коаксиальных электрогенерирующих элементов. Математическое моделирование и численные методы, 2015, №1 (5), с. 3-16

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/34/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.68
25.11.2026 09:12:10

УДК 621.311.61: 621.3.014.2

Математическое моделирование коаксиальных электрогенерирующих элементов

© А.И. Лошкарев, Т.В. Облакова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Разработана математическая модель электрического описания коаксиальных электрогенерирующих элементов (ЭГЭ) с изотермичным катодом и различными способами токосъема. Проведен анализ их внутреннего состояния и выходных параметров в дуговом режиме работы при использовании линейной двухпараметрической локальной вольт-амперной характеристики (ВАХ). Показано, что в случае одностороннего токосъема максимальная мощность ЭГЭ и генерируемое магнитное поле асимптотически стремятся к своим максимальным значениям при стремлении длины электродов к бесконечности. В случае разностороннего токосъема максимальные значения указанных параметров достигаются при конечной длине электродов. В обоих способах токосъема допустимая величина потерь электрической мощности ЭГЭ в 25 % за счет неэквипотенциальности электродов достигается при их универсальной критической длине, расчеты которой приводятся.

Ключевые слова: *термоэмиссионный преобразователь (ТЭП), низковольтный электрогенерирующий элемент, вольтамперная характеристика (ВАХ), одно/ разносторонний токосъем.*

Введение. Жесткие требования к разумной минимизации количества конструкционных материалов, находящихся в активной зоне термоэмиссионного реактора-преобразователя (ТЭП) и интенсивно поглощающих нейтроны, приводят к существенным ограничениям толщины электродов. Поэтому при прохождении по ним электрического тока возникает их значительная неэквипотенциальность, что приводит к потере мощности электрогенерирующего элемента за счет работы его участков в неоптимальном режиме.

Удельная мощность термоэмиссионного преобразователя растет с увеличением температуры катода [1, 2], поэтому для увеличения выходной мощности ЭГЭ выгодно иметь изотермичный катод, работающий при максимальной температуре, при которой достижим заданный ресурс работы энергетической термоэмиссионной установки. Возможность реализации такого способа профилирования тепловыделения, который может обеспечить полную изотермичность катода, подробно рассмотрена в [3].

В работе [4] приведены лишь качественные соображения по упомянутым вопросам. В частности, отсутствуют аналитические зависимости, позволяющие прогнозировать основные характеристики ЭГЭ, определяемые его геометрией, способами токосъема, формой локальной ВАХ. В связи с этим представляет интерес расчет внутреннего состояния и выходных параметров изотермичного ЭГЭ, в кото-

ром учитываются потери мощности за счет неэквипотенциальности электродов.

Описание математической модели. Все конструктивные схемы подсоединения коммутационных проводников к электродам могут быть сведены к следующим двум: 1) односторонний токосъем (рис. 1, *а*); 2) разносторонний токосъем (рис. 1, *б*). В подавляющем большинстве случаев можно предполагать наличие осевой симметрии. Поэтому криволинейную ось x удобно выбрать совпадающей с образующей поверхности катода, а начало координат взять в той точке, где ток, протекающий через сечение катодной оболочки в направлении оси x, равен нулю. На рис. 1 площади поперечных сечений катода и анода обозначены соответственно через $S_{\text{к}}(x)$ и $S_{\text{а}}(x)$. Конечная проводимость ядерного горючего может быть в первом приближении учтена путем соответственного эффективного увеличения расчетной величины $S_{\text{к}}(x)$. В общем случае необходимо решать двумерную задачу по расчету распределения потенциала в катодном узле, состоящем из ряда участков с различной проводимостью.

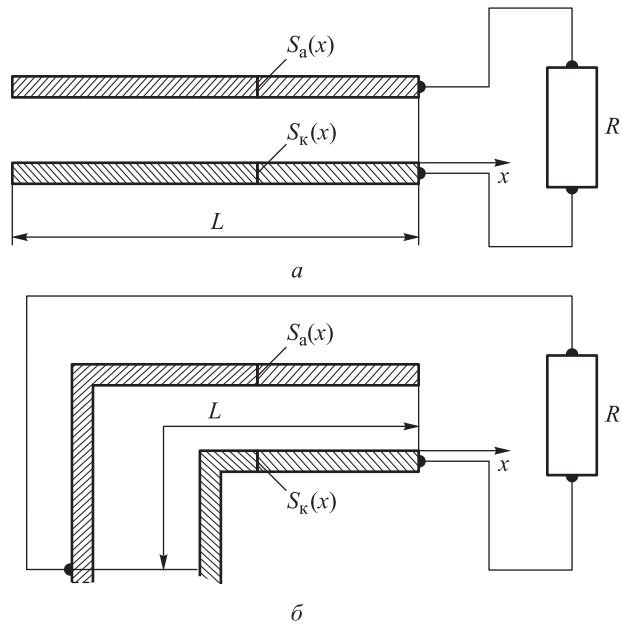


Рис. 1. Схемы подсоединения коммутационных проводников к электродам (R — сопротивление нагрузки):
а — односторонний токосъем; *б* — разносторонний токосъём;
R — сопротивление нагрузки

В дальнейшем будем предполагать, что направленной диффузией носителей тока вдоль межэлектродного зазора можно пренебречь и, таким образом, считать, что каждый элемент ТЭП преобразователя

длиной dx работает независимо от соседних в той точке локальной ВАХ, которая задается разностью уровней Ферми $v(x)$ двух противолежащих элементов — катода и анода. Правомерность этого допущения следует из того обстоятельства, что продольные градиенты параметров плазмы в δ/L раз меньше поперечных, где δ — величина межэлектродного зазора, L — длина электродов.

Пренебрежем также влиянием собственного магнитного поля на распределение концентрации нейтралов вдоль зазора и процессы переноса в плазме. Для отдельного ЭГЭ с малым межэлектродным зазором, работающего в дуговом режиме с высокими давлениями Cs, в котором собственное магнитное поле будет порядка 10^2 Э, параметр $\omega_e\tau_e < 1$. Здесь ω_e — циклотронная частота электронов; τ_e — эффективное время между последовательными соударениями электрона. Влияние магнитных полей на выходные параметры ТЭП подробно обсуждается в работе [1]. Для рассматриваемого случая этим влиянием можно в первом приближении пренебречь.

Для простоты будем считать, что сопротивление коммутационных проводников, являющееся суммой сопротивлений всех конструктивных токопроводящих элементов — от электродов ЭГЭ до клемм нагрузки, — включено в сопротивление нагрузки, поскольку оценка сопротивления коммутации без детального анализа реальной конструктивной схемы энергетического ТЭП затруднительна.

Полный ток $J_к(x)$, протекающий через произвольное поперечное сечение катода, находящееся на расстоянии x от начала координат, можно описать уравнением

$$J_к(x) = \int_0^x \Pi(x')\, j(x')\, dx', \qquad (1)$$

где $j(x)$ — локальная плотность тока, генерируемая бесконечно малым элементом ТЭП на расстоянии x от начала координат; $\Pi(x)$ — наружный периметр нормального сечения катодной оболочки на том же расстоянии.

Очевидно, что величину тока, протекающего по аноду в x-м сечении, можно представить следующими выражениями:

для одностороннего токосъема

$$J_а(x) = J_к(x);$$

для разностороннего токосъема

$$J_а(x) = J_н - J_к(x), \qquad (2)$$

где $J_н = \int_0^L \Pi(x')\, j(x')\, dx'$ — ток через нагрузку.

Из уравнений Кирхгофа, записанных для замкнутого контура, проходящего по катоду, аноду, через сечение x и нагрузку, вытекают следующие интегральные уравнения для локальной разности потенциалов $v(x)$ между противолежащими участками катода и анода:

для одностороннего токосъема

$$v(x) = V_{\text{н}} + \int_x^L J_{\text{к}}(x')\left(\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x')} + \frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x')}\right)dx'; \tag{3}$$

для разностороннего токосъема

$$v(x) = V_{\text{н}} + \int_x^L J_{\text{к}}(x')\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x')}dx' + \int_0^x J_{\text{а}}(x')\frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x')}dx'. \tag{4}$$

Здесь $\rho_{\text{а}}$ и $\rho_{\text{к}}$ — удельные электрические сопротивления матери-алов анода и катода, соответственно; $V_{\text{н}}$ — напряжение на нагрузке.

Двукратное дифференцирование этих выражений с учетом соотношений (1) и (2) дает:

для одностороннего токосъема

$$\frac{dv}{dx} = -J_{\text{к}}(x)\left(\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x)} + \frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x)}\right); \tag{5}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x')} + \frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x')}\right)^{-1}\frac{dv}{dx}\right] + \Pi(x)\,j(v) = 0; \tag{6}$$

для разностороннего токосъема

$$\frac{dv}{dx} = -J_{\text{к}}(x)\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x)} + J_{\text{а}}(x)\frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x)}; \tag{7}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x)} + \frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x)}\right)^{-1}\frac{dv}{dx}\right] + \Pi(x)\,j(v) = J_{\text{н}}\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}(x)} + \frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x)}\right)^{-1}\frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}(x)}\right]. \tag{8}$$

Краевые условия к этим обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка легко получить из соотношений (5) и (7), полагая в них последовательно $x = 0$ и $x = L$. Если электрическим сопротивлением анода можно пренебречь $\left(\frac{\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}} = \frac{\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}}\right)$, то выходные параметры практически не зависят от способа токосъема.

Аналитическое решение для коаксиальных цилиндрических электродов. Ограничимся рассмотрением случая, когда ЭГЭ имеют коаксиальные, цилиндрические электроды с постоянной толщиной

анодной и катодной оболочки. В случае разностороннего токосъема пренебрежем вкладом торцового участка. При произвольной монотонной зависимости локальной ВАХ $j = j(v)$ дифференциальные уравнения (6) и (8) приобретают универсальную форму

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \Pi\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right) j(v) = 0. \qquad (9)$$

Решение уравнения (9) сводится к квадратурам:

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dv}{dx}\right)_0^2 = 2\Pi\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right) \int_v^{v_0} j(v')\, dv'' = 0;$$

$$x - x_0 = \pm \int_{v_0}^{v} \left[\left(\frac{dv}{dx}\right)_0^2 + 2\Pi\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right) \int_{v'}^{v_0} j(v'')\, dv''\right]^{-1/2} dv'.$$

Произвольные постоянные, обозначенные индексом 0, и знак перед интегралом в последнем выражении могут быть определены с помощью соотношений (5) и (7). При одностороннем токосъеме максимум v реализуется при $x = 0$, а при разностороннем — при $0 \le x_m \le L$, где L — длина электродов. В таком случае решение будет двухкусочным для каждой области монотонного изменения v.

Имея в виду прежде всего дуговой режим работы при высоких температурах, будем считать ВАХ линейной на рабочем участке, т.е.

$$j(v) = j_{к.з}\left(1 - \frac{v}{E}\right), \qquad (10)$$

где $j_{к.з}, \dfrac{А}{см^2}$ — экстраполированная плотность тока короткого замыкания; E, B — эффективная эдс линейного участка ВАХ, экстраполированного к нулевым токам. Это допущение хорошо согласуется с формой теоретических и экспериментальных ВАХ [2, 5, 6, 7]. В этом случае универсальное уравнение (9) существенно упрощается, и его решение может быть записано в явном виде. В самом деле, подстановка выражения (10) в формулу (9) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами как для одностороннего, так и для разностороннего токосъёма:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \Pi\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right) j_{к.з}\left(1 - \frac{v}{E}\right) = 0. \qquad (11)$$

Введем обозначение $\kappa^2 = \dfrac{j_{к.з}}{E}\Pi\left(\dfrac{\rho_к}{S_к} + \dfrac{\rho_а}{S_а}\right)$ и образуем безразмерный параметр $\kappa^2 L^2$, физический смысл которого легко усмотреть, если представить его в виде отношения:

$$\kappa^2 L^2 = \frac{\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right) L}{\frac{E}{j_{к.з}} \frac{1}{\Pi L}}.$$

Числитель этого выражения представляет суммарное электрическое сопротивление катода и анода, а знаменатель — эффективное внутреннее сопротивление ЭГЭ, имеющего электроды с нулевым удельным электрическим сопротивлением и работающего с той же локальной ВАХ, т.е. фактически эффективное сопротивление межэлектродного зазора. Тогда уравнение (11) приобретет форму

$$\frac{d^2 v}{dx^2} - \kappa^2 v + \kappa^2 E = 0, \tag{12}$$

а его решение, очевидно, примет вид

$$v(x) = E + A\,\mathrm{ch}(\kappa x) + B\,\mathrm{sh}(\kappa x). \tag{13}$$

Произвольные постоянные A и B в случае одностороннего токосъёма найдем из соотношения (5). Поскольку $J_к(0) = 0$, то $\left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=0} = 0$, откуда $B = 0$. Далее равенство $J_к(L) = J_н$ приводит к $\left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=L} = -J_н\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right)$, откуда $A = -J_н\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\right)\frac{L}{\kappa L\,\mathrm{sh}(\kappa L)}$. Таким образом, решение (13) уравнения (12) приобретает вид

$$v(x) = E - \frac{J_н E}{j_{к.з}\Pi L}\frac{\kappa L}{\mathrm{sh}(\kappa L)}\mathrm{ch}(\kappa x). \tag{14}$$

Из (3) следует, что $v(L) = V_н$, тогда уравнение ВАХ ЭГЭ $J_н = J_н(V_н)$ может быть записано в следующей форме:

$$\frac{J_н}{j_{к.з}\Pi L} = \left(1 - \frac{V_н}{E}\right)\frac{\mathrm{th}(\kappa L)}{\kappa L}. \tag{15}$$

Из формулы (15) видно, что при $\kappa L \to 0$ эта ВАХ стремится к локальной ВАХ, а величина E остается неизменной при всех значениях κL. В дальнейшем будет удобно от $j_{к.з}$ и E перейти к $j_0 = \frac{j_{к.з}}{2}$ и $v_0 = \frac{E}{2}$ — плотности тока и напряжению в точке максимальной удельной мощности на локальной ВАХ. Тогда формула (10) может быть представлена в безразмерной форме:

$$\frac{j}{j_0} = 2 - \frac{v}{v_0}. \qquad (16)$$

Используя линейную зависимость (16), можно с помощью (14) и (15) получить

$$\frac{j(x)}{j_0} = \left(2 - \frac{V_н}{v_0}\right)\frac{\mathrm{ch}\left(\kappa L \frac{x}{L}\right)}{\mathrm{ch}(\kappa L)}. \qquad (17)$$

Для случая разностороннего токосъёма постоянные A и B найдем из соотношения (7). Так как $J_к(0) = 0,\ J_а(0) = J_н$, то $\left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=0} = J_н \frac{\rho_а}{S_а}$, а если $x = L$, то из $J_к(L) = J_н,\ J_а(L) = 0$ следует, что $\left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=L} = -J_н \frac{\rho_к}{S_к}$.

Тогда $B = J_н \frac{\rho_а}{S_а}\frac{L}{\kappa L},\ A = -J_н\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\mathrm{ch}(\kappa L)\right)\frac{L}{\kappa L \mathrm{sh}(\kappa L)}$, откуда

$$v(x) = E - \frac{J_н}{\kappa \mathrm{sh}(\kappa L)}\left(\frac{\rho_к}{S_к}\mathrm{ch}\left(\kappa L \frac{x}{L}\right) + \frac{\rho_а}{S_а}\mathrm{ch}\left(\kappa L\left(1 - \frac{x}{L}\right)\right)\right); \qquad (18)$$

$$j(x) = \frac{j_0}{v_0}\frac{J_н}{\kappa \mathrm{sh}(\kappa L)}\left(\frac{\rho_к}{S_к}\mathrm{ch}\left(\kappa L \frac{x}{L}\right) + \frac{\rho_а}{S_а}\mathrm{ch}\left(\kappa L\left(1 - \frac{x}{L}\right)\right)\right). \qquad (19)$$

Из условия (4) и формулы (18) следует, что

$$v(0) = V_н + \frac{\rho_к \Pi}{S_к}\int_0^L\left(\int_0^{x'} j(x'')\,dx''\right)dx' = E - \frac{J_н}{\kappa \mathrm{sh}(\kappa L)}\left(\frac{\rho_к}{S_к} + \frac{\rho_а}{S_а}\mathrm{ch}(\kappa L)\right).$$

После двукратного интегрирования выражения (19) и преобразований находим, что

$$\frac{J_н}{j_{к.з}\Pi L} = \left(1 - \frac{V_н}{E}\right)\frac{\mathrm{th}(\kappa L)}{\kappa L}\frac{(1+\bar{r})^2}{1 + \bar{r}^2 + \frac{2\bar{r}}{\mathrm{ch}(\kappa L)} + \bar{r}\kappa L \mathrm{th}(\kappa L)}. \qquad (20)$$

В формуле (20) введено обозначение: $\bar{r} = \frac{\rho_а}{S_а} / \frac{\rho_к}{S_к}$.

Анализ полученных результатов. На рис. 2 показаны распределения безразмерных отношений $\frac{v(x)}{v_0}$, $\frac{j(x)}{j_0}$, определяемых формулами (17) и (19), и удельной плотности локальной мощности $\bar{w} = \frac{v(x)}{v_0}\frac{j(x)}{j_0}$ по длине электродов при $\kappa L = 1{,}0$, $\bar{r} = 0{,}5$ и мощности

ЭГЭ $W_{\text{н}} = \left(J_{\text{н}} V_{\text{н}}\right)_{\max}$, которая реализуется при $V_{\text{н}} = v_0$. Видно, что $\bar{w}$ и $\dfrac{j}{j_0}$ достигают максимального значения 1,0 лишь в отдельной точке, а во всех остальных они меньше, что и обусловливает потери мощности ЭГЭ за счет неэквипотенциальности электродов.

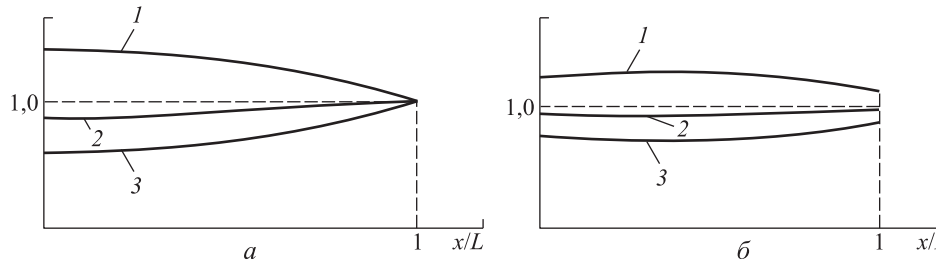


Рис. 2. Распределение удельных электрических параметров по длине электродов при $\kappa L = 1,0$ и $V_{\text{н}} = v_0$:
а — односторонний токосъём; *б* — разносторонний токосъём;
1 — v / v_0; *2* — j/j_0; *3* — $jv/j_0 v_0$

На рис. 3 показаны безразмерные ВАХ ЭГЭ, которые фактически представляют средние безразмерные плотности тока, генерируемого на электродах ЭГЭ, при различных значениях κL в зависимости от $V_{\text{н}} / v_0$. В случае одностороннего токосъёма они убывают как $\dfrac{\text{th}\left(\kappa L\right)}{\kappa L}$ при всех значениях $V_{\text{н}} / v_0$. Аналогичная зависимость реализуется и для разностороннего токосъёма.

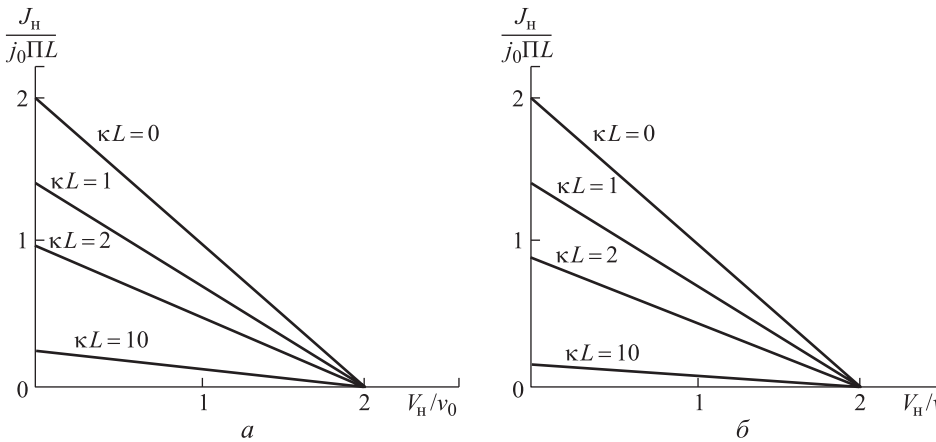


Рис. 3. Безразмерные ВАХ ЭГЭ:
а — односторонний токосъём; *б* — разносторонний токосъём

Проведение оптимизации с точки зрения получения максимальной мощности ЭГЭ $W_{\text{н}}^{\max} = \left(J_{\text{н}} V_{\text{н}}\right)_{\max}$ дает

$$W_{\text{н}}^{\max} = W_{\rho_{\text{a}}=0}^{\text{пр}} \cdot \Phi_{\text{I,II}}, \tag{21}$$

где $W_{\rho_{\text{a}}=0}^{\text{пр}} = \left(j_0\right)^{1/2} \left(v_0\right)^{3/2} \Pi \left(\dfrac{\rho_{\text{к}}}{\Pi S_{\text{к}}} \right)^{1/2}$ — предельная мощность ТЭП с электрическим сопротивление анода, равным нулю; $\Phi_{\text{I}} = \dfrac{\text{th}\left(\kappa L\right)}{\left(1+\bar{r}\right)^{1/2}}$ — для одностороннего токосъема; Φ_{II} — для разностороннего токосъема, $\Phi_{\text{II}} = \dfrac{\text{th}\left(\kappa L\right)}{\left(1+\bar{r}\right)^{1/2} \left[1 + \dfrac{\bar{r}}{\left(1+\bar{r}\right)^2} \left(\kappa L \text{th}\left(\kappa L\right) + \dfrac{2}{\text{ch}\left(\kappa L\right)} - 2 \right) \right]}$.

Таким образом, характер зависимости мощности ТЭП от параметров κL и $\bar{r}$ будет определяться функциями Φ_{I} и Φ_{II}. Сравнительные графики этих функций при четырёх значениях $\bar{r} = 0; 0,5; 1; 2$ приведены на рис. 4.

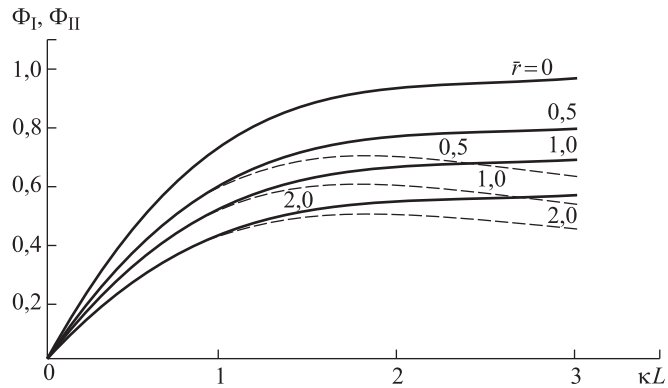


Рис. 4. Зависимость функций Φ_{I} и Φ_{II} от параметра κL

При всех значениях $\bar{r}$ вплоть до $\kappa L = 1$ графики Φ_{I} и Φ_{II} практически совпадают и лишь при больших значениях $\Phi_{\text{II}} < \Phi_{\text{I}}$.

Исследование Φ_{II} на экстремум показывает, что ее максимум достигается при $\kappa L = \text{Arch}\left(\dfrac{\bar{r}+1}{\bar{r}^{1/2}} + 1 \right)$, откуда можно найти предельное значение длины электродов ЭГЭ с разносторонним токосъемом:

$$L_{\text{П}}^{\text{пр}} = \left(\frac{v_0}{j_0}\right)^{1/2} \left(\frac{\Pi\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}}\right)^{-1/2} \left(1+\overline{r}\right)^{-1/2} \text{Arch}\left(\frac{\overline{r}+1}{\overline{r}^{1/2}}+1\right).$$

Если принять допустимое снижение мощности, вызванное неэквипотенциальностью электродов, примерно на 25 %, то в обоих способах токосъема можно определить «критическую» длину электродов из соотношения $\kappa L_{\text{кр}} \approx 1$:

$$L_{\text{кр}} = \left(\frac{v_0}{j_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\Pi\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}} + \frac{\Pi\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

где v_0 и j_0 — напряжение и ток, соответствующие точке максимальной мощности на локальной ВАХ.

Зависимость $L_{\text{кр}}$ от параметра $\frac{\Pi\rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}} + \frac{\Pi\rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}}$ при различных величинах отношения $\frac{v_0}{j_0}$ показана на рис. 5. Там же приведены примерные толщины катода с удельным электрическим сопротивлением $\rho_{\text{к}} = 50\,\text{мкОм}\cdot\text{см}$ при $\rho_{\text{а}} = 0$. Заметим, что толщины электродов $\delta_{\text{к, а}} \approx \frac{S_{\text{к,а}}}{\Pi}$.

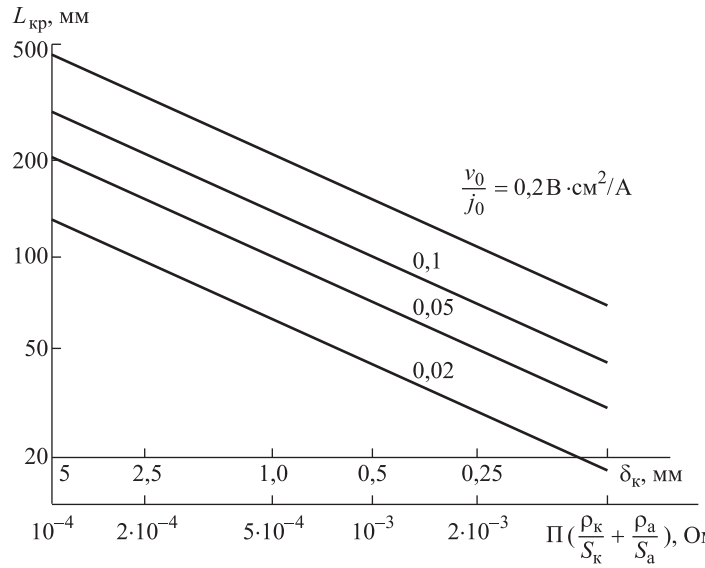


Рис. 5. Зависимость критической длины электродов от их приведенного сопротивления и параметров локальной ВАХ

Из соотношения (21) вытекает, что при неограниченном увеличении длины электродов ЭГЭ с односторонним токосъемом его выходная мощность асимптотически стремится к своему предельному значению

$$W^{\text{пр}} = j_0^{1/2} v_0^{3/2} \Pi \left(\frac{\Pi \rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}} + \frac{\Pi \rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

При этом генерируемый ток достигает своего предельного значения

$$J_{\text{н}}^{\text{пр}} = j_0^{1/2} v_0^{1/2} \Pi \left(\frac{\Pi \rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}} + \frac{\Pi \rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Отсюда следует, что для ЭГЭ с односторонним токосъемом любого диаметра и любой длины собственное магнитное поле в режиме максимальной мощности не может превышать величины

$$H^{\text{пр}} = \frac{0,2 J_{\text{н}}^{\text{пр}}}{r_{\text{к}}} = 0,4\pi \left(v_0 j_0 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\Pi \rho_{\text{к}}}{S_{\text{к}}} + \frac{\Pi \rho_{\text{а}}}{S_{\text{а}}} \right)^{-\frac{1}{2}},$$

где $r_{\text{к}}$ — наружный радиус катода.

Зависимость $H^{\text{пр}}$ от определяющих его параметров приведена на рис. 6.

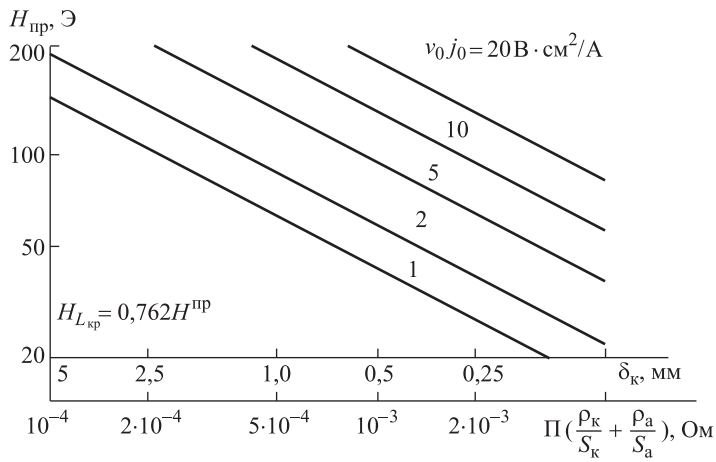


Рис. 6. Предельная величина магнитного поля для ЭГЭ с односторонним токосъёмом

Очевидно, что в случае разностороннего токосъёма максимальная мощность ЭГЭ и максимальное генерируемое магнитное поле будут достигаться при длине электродов, равной $L_{\Pi}^{\text{пр}} > L_{\text{кр.}}$. Это особого значения не имеет, так как тогда потери мощности за счет неэквипотенциальности электродов превысят допустимые.

Выводы. При создании источников тока с повышенным выходным напряжением возникает необходимость в последовательном соединении большого количества низковольтных электрогенерирующих элементов (ЭГЭ). При этом в источнике тока — термоэмиссионном реакторе-преобразователе — обычно циркулируют значительные паразитные токи. Получение при заданном напряжении необходимой мощности батареи низковольтных ЭГЭ обеспечивается не только количеством и свойствами ЭГЭ, но и схемой их соединения между собой и схемой заземления. Вопросам оптимизации схем коммутирования посвящены работы [8, 9, 10]. Обсуждение современного состояния и перспективных направлений исследований в области термоэмиссионных преобразователей энергии и смежных областях можно найти в [11, 12].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Мойжес Б.Я., Пикус Г.Е. *Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма.* Москва, Наука, 1973, 480 с.

[2] Лошкарев А.И. Аналитическая модель дугового режима и ее использование для оптимизации рабочих параметров ТЭП. *Журнал технической физики.* Академия наук СССР, 1972, т. XLII, № 10, с. 2127−2136.

[3] Лошкарев А.И., Сидякин А.В. О профилировании тепловыделения по длине электрогенерирующего элемента термоэмиссионного преобразователя. *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*, 1968, № 3, с. 77−86.

[4] Квасников Л.А., Кайбышев В.З., Каландаришвили А.Г. *Рабочие процессы в термоэмиссионных преобразователях ядерных энергетических установок*. Москва, Изд-во МАИ, 2001, 208 с.

[5] Бондаренко В.Д., Лошкарев А.И. Аналитическая модель дугового режима и ее использование для диагностики ТЭП. *Журнал технической физики*. Академия наук СССР, 1974, т. XLIV, № 12, с. 2529−2536.

[6] Rufeh F. Experimental analysis of converter performance. *Proceedings of 3rd International Conference of Thermionic Electrical Power Generation*, Juelich, 1972, vol. 3, pp. 1061−1080.

[7] Жеребцов В.А., Касиков И.И. Предельные характеристики термоэмиссионного преобразователя энергии. *Атомная энергия*, 2011, т. 110, № 6, с. 12−17.

[8] Барышников Г.А., Лошкарев А.И. Коммутирование низковольтных электрогенерирующих элементов в системе источника тока повышенного напряжения. *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*, 1968, № 5, с. 123−130.

[9] Барышников Г.А., Левшин В.П., Лошкарев А.И. Оптимальное коммутирование низковольтных электрогенерирующих элементов с нелинейной вольт-амперной характеристикой. *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*, 1971, № 3, с. 150−154.

[10] Лошкарев А.И., Облакова Т.В. Выходные параметры источника тока с последовательно-параллельным коммутированием электрогенерирующих элементов при наличии токов утечек. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки,* 2011, спец. выпуск «Математическое моделирование», с. 73−82.

[11] Societe Francaise d'Energie Nucleare. *International Congress on Advances in Nuclear Power Plants – ICAPP 2007*. The Nuclear Renaissance at Work. Nice, 2008, vol. 2.

[12] Бушуев А.Ю., Фарафонов Б.А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 123–136.

Статья поступила в редакцию 05.11.2014.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Лошкарев А.И., Облакова Т.В. Математическое моделирование коаксиальных электрогенерирующих элементов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 1, с. 3–16.

Лошкарев Анатолий Иванович — профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 160 научных работ. Область научных интересов — преобразование видов энергии, физическая электроника, математическая физика, математическое моделирование.

Облакова Татьяна Васильевна окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 1984 г. Доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 10 научных статей, 10 учебно-методических изданий. Область научных интересов — теория вероятностей и математическая статистика, математическое моделирование, методика преподавания спецглав высшей математики. e-mail: obltv@inbox.ru

Mathematical modeling of coaxial electrogenerating elements

© A.I. Loshkarev, T.V. Oblakova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article presents a developed mathematical model of electric describing the coaxial electrogenerating elements (EGE) with isothermal cathode and a variety of ways for current collecting. To analyze their internal state and output parameters in the arc mode we used a two-parameter local linear current-voltage characteristic (CVC). It was shown that in the case of one-sided current collection maximum power of EGE and generated magnetic field asymptotically approach to their maximum values as the length of the electrodes goes into infinity. In the case of versatile current collection maximum values of these parameters can be achieved at the final length of the electrodes. In both methods of the current collection the acceptable value of EGE electrical power loss of 25% due to electrode non-equipotentionality was achieved at their universal critical length. The calculation of which is presented.

Keywords*: thermionic converter, low voltage electrogenerating element, current-voltage characteristic, one-sided/ versatile current collection.*

REFERENCES

[1] Moyzhes B.Ya., Pikus G.E. *Termoemissionnye preobrazovateli i nizkotemperaturnaya plazma* [Thermionic converters and low temperature plazma]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 480 p.

[2] Loshkarev A.I. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki AN SSSR – Journal of Technical Physics USSR AS*, 1972, vol. XLII, no. 10, pp. 2127−2136.
[3] Loshkarev A.I., Sidyakin A.V. *Izvestiya AN SSSR. Energetika i transport — Proceedings of the USSR AS. Power Engineering and Transport,* 1968, no. 3, pp. 77−86.
[4] Kvasnikov L.A., Kaybyshev B.Z., Kalandarishvili A.G. *Rabochie protsessy v termoemissionnykh preobrazovatelyakh yadernykh energeticheskikh ustanovok* [Operating processes in thermionic converters of nuclear power plants]. Moscow, MAI Publ., 2001, 208 p.
[5] Bondarenko V.D., Loshkarev A.I. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki AN SSSR – Journal of Technical Physics USSR AS*, 1974, vol. XLIV, no. 12, pp. 2529−2536.
[6] Rufeh F. Experimental analysis of converter performance. *Proceedings of the 3rd International Conference of Thermionic Electrical Power Generation, Juelich*, 1972, vol. 3, pp. 1061−1080.
[7] Zherebtsov V.A., Kasikov I.I. *Atomnaya energiya – Nuclear Power*, 2011, vol. 110, no. 6, pp. 12−17.
[8] Baryshnikov G.A., Loshkarev A.I. *Izvestiya AN SSSR. Energetika i transport — Proceedings of the USSR AS. Power Engineering and Transport,* 1968, no. 5, pp. 123−130.
[9] Baryshnikov G.A., Levshin V.P., Loshkarev A.I. *Izvestiya AN SSSR. Energetika i transport — Proceedings of the USSR AS. Power Engineering and Transport*, 1971, no. 3, pp. 150−154.
[10] Loshkarev A.I., Oblakova T.V. *Vestnic MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences,* 2011, spetsialnyi vypusk "Matematicheskoe modelirovanie" [Special issue "Mathematical modelling"], pp. 73−82.
[11] Societe Francaise d'Energie Nucleare. International Congress on Advances in Nuclear Power Plants – ICAPP 2007. *The Nuclear Renaissance at Work*. Nice, 2008, vol. 2.
[12] Bushuev A.Yu., Farafonov B.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Numerical Methods,* 2014, no. 2, p. 123–136.

Loshkarev A.I., professor of Bauman Moscow State Technical University. Scientific interests: energy conversion, physical electronics, mathematical physics, mathematical modeling. Author of more than 160 publications.

Oblakova T.V. graduated from Lomonosov Moscow State University in 1984. Assoc. professor at Bauman Moscow State Technical University. Scientific interests: theory of probability and mathematical statistics, mathematical modeling, methodology of teaching the selected issues of Higher Mathematics. Author of 10 scientific articles, 10 publications on teaching methodology. e-mail: obltv@inbox.ru