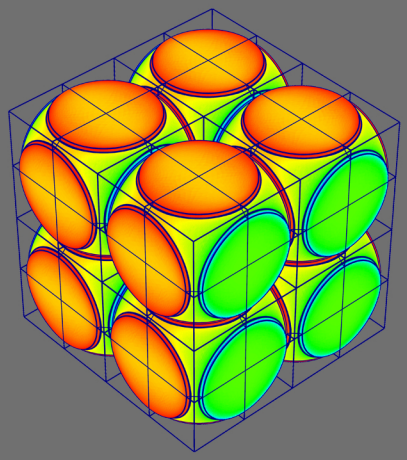
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Никитин А.Д., Стратула Б.А. Моделирование циклической повреждаемости и усталостной прочности при высокочастотном нагружении 3Д-напечатанных образцов из алюминиевого сплава. Математическое моделирование и численные методы, 2024, № 1, с. 18–37.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/330/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.22
18.11.2026 12:59:47

УДК 539.3 DOI: 10.18698/2309-3684-2024-1-1837

Моделирование циклической повреждаемости и усталостной прочности при высокочастотном нагружении 3Д-напечатанных образцов из алюминиевого сплава

© А.Д. Никитин, Б.А. Стратула

ИАП РАН, Москва, 123056, Россия

На основе данных высокочастотных циклических испытаний корсетных образцов из алюминиевого сплава Д16Т и SLM сплава AlSi10Mg на современных пьезоэлектрических установках выполнен сравнительный анализ усталостной прочности горячекатаного и SLM материалов. Показана относительно низкая циклическая прочность SLM материалов, связанная с их сложной микроструктурой, на которую влияют стратегия лазерного сканирования, параметры лазерного луча, энергия, теплоотдача из зоны плавки, параметры среды в камере. С использованием мультирежимной модели циклической повреждаемости и численного метода расчета кинетики повреждаемости при высокочастотном циклическом нагружении проведено математическое моделирование процесса усталостного разрушения указанных образцов для различных амплитуд и средних напряжений в цикле. Предложенная модель и метод расчета позволяют быстро и эффективно строить усталостные кривые для различных режимов циклического нагружения и коэффициентов асимметрии цикла. Для этого достаточно знать базовые точки бимодальной усталостной кривой для реверсивного цикла.

Ключевые слова: *аддитивные технологии, селективное лазерное плавление, сверхмногоцикловая усталость, корсетные образцы, алюминиевые сплавы, высокочастотные испытания на растяжение-сжатие, модель циклической повреждаемости*

Введение. Высокопрочные алюминиевые и титановые сплавы широко используются в авиационной промышленности для изготовления некоторых элементов конструкций, подвергающихся циклическому нагружению. Аддитивное производство позволило использовать процедуру технологию селективного лазерного плавления (SLM) для производства некоторых реальных конструктивных элементов для авиационной промышленности. Преимущества технологии SLM заключается в возможности изготовления элементов достаточно сложной формы. Прогресс в этой технологии позволил повысить квазистатические свойства SLM материалов до уровня традиционных технологий, таких как экструзия, штамповка и т. д. Однако проблемой является относительно низкая циклическая прочность таких материалов, связанная с их сложной микроструктурой, на которую влияют стратегия лазерного сканирования, параметры лазерного луча, энергия, теплоотдача из зоны плавки, параметры среды в камере и т. д. Для

улучшения усталостных свойств SLM материалов необходимо исследовать механизмы их усталостного разрушения с точки зрения материаловедения.

В данной работе, с использованием данных высокочастотных испытаний корсетных образцов из алюминиевого сплава Д16Т и SLM сплава AlSi10Mg, проведен сравнительный анализ усталостной прочности горячекатаного и SLM материалов, математическое моделирование развития циклической повреждаемости и основанное на нем построение усталостных кривых при различных коэффициентах асимметрии цикла.

Модель и мультирежимные критерии усталостного разрушения. Развитие представлений об усталостном разрушении материалов [1] связано с экспериментальными исследованиями процессов циклического деформирования при значительных внешних нагрузках, приводящих к макроскопической пластической деформации и характерной долговечности материалов в диапазоне $10^3 - 10^5$ циклов (режим малоцикловой усталости - МЦУ), и циклическом нагружении, приводящем к разрушению в диапазоне $10^5 - 10^6$ циклов (многоцикловая усталость - МНЦУ). Долгое время считалось, что эти два диапазона составляют полную кривую усталости. Было введено понятие «предела усталости» как уровня амплитуд циклического нагружения, ниже которого усталостного разрушения не происходит. С развитием средств управления нагружающими машинами стало возможно проводить высокочастотные усталостные испытания при значительно больших долговечностях (порядка $10^8 - 10^{10}$ циклов) [2]. Выяснилось, что при таких наработках материалы могут разрушаться при уровнях амплитуд напряжений значительно ниже классического «предела усталости» (режим сверхмногоцикловой усталости - СВМУ) [3]. Зарождение трещины в этом режиме связано с микроскопическими особенностями строения материала или наличием внутренних дефектов. Очаг трещины при таких условиях нагружения располагается под поверхностью образца или изделия.

Результаты испытаний в МЦУ и МНЦУ режимах усталостного разрушения в основном отражают макромасштабные свойства сплавов, тогда как высокочастотные испытания в СВМУ режиме отражают микромасштабное усталостное поведение. Поскольку при процедуре 3Д-печати по технологии селективного лазерного плавления в образце создается довольно сложная микроструктура с различными особенностями, СВМУ испытания дают хорошую возможность исследования микромасштабного усталостного поведения SLM материалов. Усталостные свойства алюминиевых сплавов, полученных по стандартным технологиям, ранее исследовались в [4–8] и могут быть использованы для сравнения результатов.

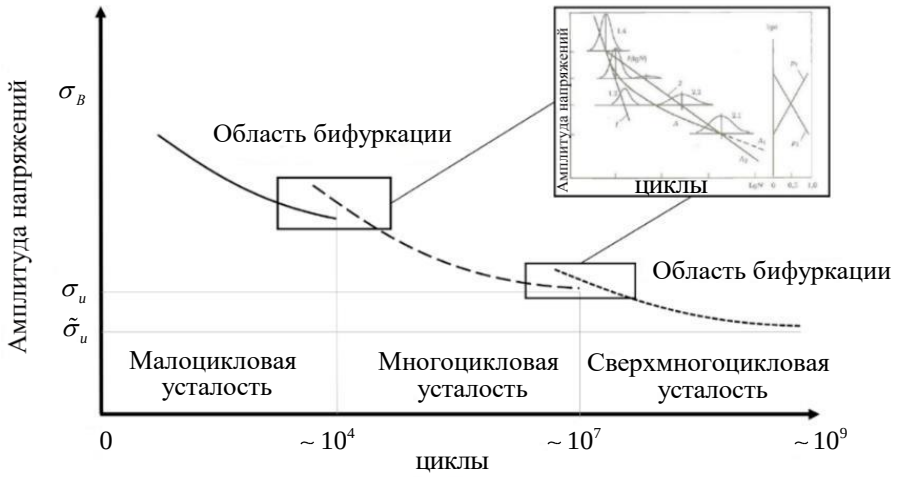


Рис. 1. Мультирежимная схема полной кривой усталости

На Рис. 1 представлена полная (мультимодальная) кривая усталостной долговечности для металлических материалов. Строгой границы между областями малоцикловой, многоцикловой и сверхмногоцикловой усталости нет. Переход от одного усталостного режима к другому происходит в пределах некоторой транзитной области, называемой областью бифуркации [9]. Смена механизма разрушения носит вероятностный характер. Большинство авторов и ныне объединяют кривые МЦУ и МНЦУ в единую «классическую» усталостную кривую Веллера. По мере дальнейшего снижения уровня внешней нагрузки появляется следующая область бифуркации, связанная со сменой механизмов разрушения от МНЦУ к СВМУ. В областях смены механизма разрушения возможен значительный разброс экспериментальных данных по количеству циклов.

Для описания левой ветви кривой усталости используют соотношения типа Баскина [10], устанавливающие связь между уровнем напряжений и количеством циклов до разрушения:

$$\sigma_{eq} = \sigma_u + \sigma_L N^{-\beta_L}, \tag{1}$$

где σ_{eq} — эквивалентное напряжение, которое совпадает с амплитудой циклической нагрузки в случае одноосного нагружения, N — количество циклов до разрушения, σ_u — классический предел усталости, σ_L — коэффициент степенной зависимости, β_L — показатель наклона кривой усталости. Анализ экспериментальных кривых усталости показывает, что характер падения циклической прочности при увеличении циклов нагружения оказывается схожим для левой (МЦУ, МНЦУ) и правой (СВМУ) ветвей [11]. Поэтому

предполагается, что левая и правая ветви полной кривой усталости описываются соотношением типа (1). В этом случае соотношение для правой ветви принимают следующий вид:

$$\sigma_{eq} = \tilde{\sigma}_u + \sigma_V N^{-\beta_V} \tag{2}$$

где $\tilde{\sigma}_u$ — предел усталости в области СВМУ, σ_V — коэффициент степенной зависимости, β_V — показатель наклона правой ветви кривой усталости. Параметры для левой и правой ветвей можно определить из результатов усталостных испытаний на одноосное нагружение на основании анализа полных кривых усталости при симметричном цикле нагружения [11] по квазистатическим и усталостным характеристикам прочности материала:

$$\sigma_L = 10^{3\beta_L}(\sigma_B - \sigma_u),\ \sigma_V = 10^{8\beta_V}(\sigma_u - \tilde{\sigma}_u). \tag{3}$$

Эквивалентные напряжения могут быть использованы для описания различных механизмов раскрытия: микротрещин нормального отрыва или сдвига. В данной работе моделируются процессы усталостного разрушения при циклическом растяжении-сжатии, поэтому ограничимся рассмотрением критерия SWT (механизм микротрещин нормального отрыва) [12] в форме [13]

При циклическом нагружении происходит образование и рост микротрещин, что приводит к постепенному снижению локальных механических характеристик материала (модулей упругости), подверженного циклическому нагружению, и непрерывному изменению НДС. Для корректного описания и моделирования процесса усталостного разрушения необходимо учитывать кинетику этих процессов.

Для описания циклической деградации материала используется понятие распределенной функции повреждаемости [14,15], принимающей значения от 0 до 1 и условно равной относительной плотности микродефектов в малом объеме деформируемого образца [16,17]. Для неповрежденной материальной частицы значение функции равно 0, а для полностью разрушенной равно 1. Для расчета кинетики повреждаемости в корсетных образцах, подверженных высокочастотным циклическим испытаниям вплоть до усталостного разрушения, необходимо знать распределение напряжений при резонансных режимах нагружения с фиксированной амплитудой смещений и неоднородным распределением модуля Юнга.

Постановка задачи о собственных колебаниях неоднородного стержня переменного сечения с циклической повреждаемостью. Стержни переменного сечения корсетной формы используются при проведении экспериментальных исследований усталостной прочности металлических сплавов при высокочастотном

циклическом нагружении образцов на растяжение-сжатие в резонансном режиме [18, 19].

Сформулируем связанную задачу о резонансных колебаниях стержня с переменным сечением, в котором могут развиваться процессы циклической повреждаемости, приводящие к усталостному разрушению стержня.

Рассмотрим стационарные гармонические колебания:

$$w(x,t) = u(x)e^{i\omega t} \ . \tag{4}$$

Уравнение для амплитуды продольных колебаний неоднородного стержня с переменным сечением имеет вид:

$$\frac{d}{dx}\left(I\frac{du}{dx} \right) + \rho S\omega^2 u = 0 \, . \tag{5}$$

Граничные условия для собственных колебаний:

$$du/dx = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm l \tag{6}$$

Параметры зависят от продольной координаты. Здесь

$$I(x) = E(\psi, x)S(x), \tag{7}$$

где E — модуль Юнга стержня, зависящий как от продольной координаты стержня в силу возможной начальной неоднородности, так и от функции циклической повреждаемости, S — переменная площадь сечения.

Соответствующее распределение осевых напряжений определяется формулой:

$$\sigma = E(\psi, x)\frac{du}{dx} \, . \tag{8}$$

Для рассматриваемых режимов МНЦУ и СВМУ изменение функции повреждаемости с ростом циклов нагружения описывается кинетическим уравнением, предложенным в [20, 21]:

$$d\psi / dN = B(\sigma, \Delta\sigma)\psi^{\gamma} / (1 - \psi^{1-\gamma}) \, , \tag{9}$$

где $B(\sigma, \Delta\sigma)$ — коэффициент, зависящий от напряжённо-деформированного состояния в цикле нагружения, $\Delta\sigma$ — размах циклической нагрузки, γ — параметр для описания скорости накопления повреждаемости, определяемый из согласования экспериментальных и расчетных данных по количеству циклов от зарождения первичных повреждений до полного разрушения образца.

Выражения для коэффициентов имеют вид:

$$B=\begin{cases} B_L=\dfrac{\left[\left\langle \sigma_{eq}-\sigma_u \right\rangle / \left(\sigma_B-\sigma_u\right)\right]^{1/\beta_L}}{2\left(1-\gamma\right)10^3} & \text{при} \quad \sigma_u+\Delta\sigma_u<\sigma_{eq}<\sigma_B \\ B_V=\dfrac{\left[\left\langle \sigma_{eq}-\tilde{\sigma}_u \right\rangle / \left(\sigma_u-\tilde{\sigma}_u\right)\right]^{1/\beta_V}}{2\left(1-\gamma\right)10^8} & \text{при} \quad \tilde{\sigma}_u<\sigma_{eq}\le\sigma_u+\Delta\sigma_u \end{cases} \tag{10}$$

где $\Delta\sigma_u=10^{-5\beta_L}\left(\sigma_B-\sigma_u\right)$ — ширина области бифуркации. Выражения, стоящие в треугольных скобках, указывают на соответствующую ветвь усталостной кривой и определяются как $\left\langle f\right\rangle = fH\left(f\right)$, где $H\left(f\right)$ — функция Хэвисайда. Величина γ лежит в диапазоне $0<\gamma<1$.

Разрушение по механизмам отрыва связано с растягивающими компонентами напряжений. Вариант учета этих компонент напряжений представлен в критерии SWT в форме [13]:

$$\sigma_{eq}=\sigma^n=\sqrt{\left\langle \sigma_{1_{\max}} \right\rangle \Delta\sigma_1/2}\,, \tag{11}$$

где $\left\langle \sigma_{1\max}\right\rangle$ — величина максимального главного растягивающего напряжения, т.е. $\left\langle \sigma_{1\max}\right\rangle=\sigma_1 H\left(\sigma_{1\max}\right)$, где $H\left(f\right)$ — функция Хэвисайда, и где $\Delta\sigma_1/2$ — амплитуда главного циклического напряжения.

Развитие повреждаемости в материальной частице приводит к эффективному уменьшению модулей упругости, в общем случае по нелинейному закону, а в предложенном варианте модели — по кусочно-линейному закону следующего вида:

$$E\left(\psi\right)=\begin{cases} E_0\left(1-\kappa\psi\right) & \text{при} \quad \psi<\psi_* \\ 0 & \text{при} \quad \psi_*\le\psi\le 1 \end{cases} \tag{12}$$

где $\psi_*<1$ — критическое значение повреждаемости, при котором наступает состояние полного разрушения. Анализ кинетических кривых роста усталостных трещин показывает, что неконтролируемый, лавинообразный рост трещин начинается раньше, чем трещина достигает критической длины, при которой происходит полное разрушение элемента конструкции. Следуя этой аналогии, в данной модели введено некоторое критическое значение функции повреждаемости ψ, при котором процессы деградации принимают лавинообразный характер. Значение критического значения функции повреждаемости немного меньше 1.

В общем случае циклическое нагружение характеризуется коэффициентом асимметрии цикла, который определяется как

$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$. Реверсивному циклу с нулевым средним напряжением соответствует значение $R = -1$. Испытания с ненулевым средним напряжением в цикле проводят путем наложения высокочастотных колебаний на стержень, статически растянутый усилием P . В этом случае статические осевые напряжения в образце будут равны:

$$\sigma_{st} = P / S(x). \tag{13}$$

Коэффициент асимметрии цикла определяется по центральному сечению образца, в котором зарождается и развивается поврежденность, вплоть до полного разрушения:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{st}(0) - \sigma(0)}{\sigma_{st}(0) + \sigma(0)}. \tag{14}$$

В результате получается связанная задача — в процессе циклического нагружения формируются поля напряжений, влияющие на коэффициенты кинетического уравнения для повреждаемости, с ростом повреждаемости происходит деградация механических характеристик материала, влияющих на НДС в последующих циклах.

Определение собственных частот и форм колебаний неоднородного стержня переменного сечения. В [22] было построено решение задачи о резонансных колебаниях неоднородных стержней переменного сечения методом разложения по малому параметру. Был рассмотрен случай малого изменения параметров стержня по длине:

$$I = I_0 + \varepsilon I_1(x) + \ldots,\ S = S_0 + \varepsilon S_1(x) + \ldots,\ \varepsilon \ll 1. \tag{15}$$

Соответственно, решение для функции смещений и собственной частоты также было выписано в виде разложения по степеням малого параметра ε:

$$u = u_0 + \varepsilon u_1(x) + \ldots,\ \omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \ldots. \tag{16}$$

После подстановки разложений (16) в уравнение (5) для u, в граничные условия (6) и приравнивания членов при одинаковых степенях малого параметра, были сформулированы и решены задачи нулевого и первого порядков для определения собственных частот и форм колебаний.

Антисимметричное решение задачи нулевого приближения имеет простой вид:

$$u_{0n} = U_n \sin k_n x,\ \cos k_n l = 0 \tag{17}$$

Значения параметра k , который является нулевым приближение собственных частот, равны:

$$k_n l = \pi/2 + \pi n,\ \ n = 0,\ 1,\ 2...$$
$$k_n = \omega_{0n}/c_0,\ \ c_0 = \sqrt{E_0/\rho} \tag{18}$$

Наименьшее значение k_n есть $k_0 = \pi/2l$.

Решение для первого приближения смещений и поправка к собственной частоте имеет вид [22]:

$$u_{1x}(x) = U_n\left[A(\xi)\cos k_n x - B(\xi)\sin k_n x\right] \tag{19}$$

где

$$A(\xi) = \int_{-l}^{x}\left(\bar{I}_1'\cos k_n\xi \sin k_n\xi - k_n\bar{E}_1\sin^2 k_n\xi\right)d\xi + \bar{\omega}_{1n}k_n(x+l),$$

$$B(\xi) = \int_{-l}^{x}\left(\bar{I}_1'\cos^2 k_n\xi - k_n\bar{E}_1\sin k_n\xi\cos k_n\xi\right)d\xi, \tag{20}$$

$$\bar{\omega}_{1n} = \frac{-1}{2k_n l}\int_{-l}^{l}\left(\bar{I}_1'\cos k_n\xi - k_n\bar{E}_1\sin k_n\xi\right)\sin k_n\xi d\xi,$$

$$\bar{\omega}_{1n} = \omega_{1n}/\omega_{0n}.$$

В этих формулах зафиксирована полная амплитуда колебаний U_n на концах стержня. Кроме того, введены безразмерные геометрические и упругие параметры стержня $\bar{I}_1 = I_1/I_0$, $\bar{S}_1 = S_1/S_0$, $\bar{E}_1 = E_1/E_0$.

В формулах (20) интегрированием по частям легко избавиться от производных распределенных геометрических и упругих характеристик стержня. Соответствующие формулы не выписываются из-за громоздкости.

Если переменные по длине стержня площадь сечения и модуль Юнга являются четными функциями пространственной координаты, то поправка к собственной частоте колебаний будет равна:

$$\bar{\omega}_{1n} = \frac{1}{l}\left(\int_0^l\left(\bar{I}_1 - \bar{E}_1/2\right)\cos 2k_n\xi d\xi + \int_0^l \bar{E}_1/2 d\xi\right). \tag{21}$$

В [22] путем сравнения с некоторыми точными решениями было показано, что полученные приближенные формулы неплохо работают вплоть до величин $\varepsilon = 0.5$.

Численный метод решения уравнения для повреждаемости. Численный метод расчета зон повреждаемости заключается в пошаговом (по циклам нагружения) расчете упругого напряженно-деформированного состояния образца материала, параллельно с

численным решением нелинейного уравнения для повреждаемости (9) и корректировкой модулей упругости среды (12) в областях, где функция повреждаемости отлична от нуля. Такие области становятся дополнительными развивающимися концентраторами напряжений, а узкие протяженные зоны полного разрушения в указанном выше смысле будем называть «квазитрещинами».

Кинетическое уравнение для функции повреждаемости (9) не позволяет использовать аппроксимацию явной схемы решения из-за особенности в знаменателе, делающей систему уравнений жёсткой. Однако разностная аппроксимация уравнения (9) может быть выполнена путем непосредственного интегрирования на интервале двух дискретных значений циклов N^n и N^n, что позволяет получить аналитическое решение для значений функции повреждаемости в каждом пространственном узле сетки с заданным шагом по времени (количеству циклов)

$$\psi_k^{n+1} = \left(1 - \sqrt{\left(1 - \left(\psi_k^n\right)^{1-\gamma}\right)^2 - 2\left(1-\gamma\right) B^n \Delta N^n}\right)^{1/(1-\gamma)} \tag{22}$$

где ψ_k^{n+1} — значение функции повреждаемости в пространственном узле k и временном слое $n+1$, и где $\Delta N^n = N^{n+1} - N^n$.

Для определения глобального шага расчета по числу циклов для всего образца перебором узлов сетки выбирается тот, в котором в текущем напряженном состоянии локальный шаг для достижения критического значения функции повреждаемости является минимальным. Искомое значение шага считается равным половине минимального локального [20]:

$$\Delta N^n = \min_k \Delta \tilde{N}_k^n \Big/ 2,$$

$$\Delta \tilde{N}_k^n = \left(\frac{\psi^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\psi^{2(1-\gamma)}}{2\left(1-\gamma\right)}\right) \Big/ B^n \Big|_{\psi_k^n}^1 . \tag{23}$$

Зависимость между значениями упругих характеристик и функций повреждаемости принята в следующем виде [16]:

$$E_k^{n+1} = E_0 \left(1 - \kappa \psi_k^{n+1}\right) \left[H\left(\psi_* - \psi_k^{n+1}\right) + 0.001 \right] \tag{24}$$

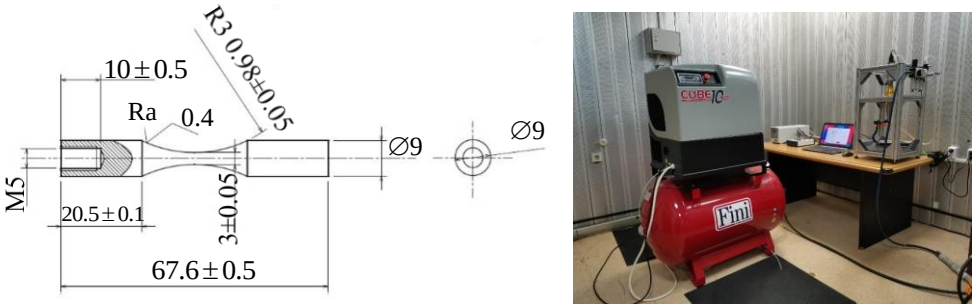
где E_k^{n+1} — значение модуля упругости на новом шаге, E_0 — модуль упругости неповреждённого материала, κ — коэффициент деградации модуля упругости, определяется в ходе вычислительных экспериментов. Коэффициент Пуассона для материала полагаем неизменным.

В численном методе для реализации алгоритма сквозного счета принято, что в состоянии полного разрушения материал обладает минимальными остаточными модулями упругости, условно равными 0.001 от своего начального значения. Это позволяет вести расчет на фиксированной сетке, решая сильно неоднородную упругую задачу на каждом шаге по циклам нагружения.

Материалы, методы и результаты проведения исследований. Пьезоэлектрические установки для проведения высокочастотных СВМУ испытаний осуществляют циклическое нагружение растяжением-сжатием и кручением [18,19]. Для реализации осевых нагружений используется конвертер, обеспечивающий продольные смещения малой амплитуды (10-60 мкм). Базовая корсетная форма осесимметричного стержня имеет вид «песочных часов» для создания квазиоднородного напряженного состояния с повышенным уровнем напряжений в центральной, узкой части образца.

СВМУ испытания требуют точного проектирования образцов, особенно для материалов с неоднородной структурой. SLM технология создает послойную структуру, толщина отдельного слоя зависит от лазерного пятна, параметров и стратегии сканирования, процедуры загрузки материала во время изготовления образца, наличия и распределения пустот. До проектирования образца изготавливался прямой цилиндр для определения массовой плотности материала и динамического модуля Юнга. Цилиндрический стержень был исследован на пьезоэлектрической испытательной установке, чтобы получить точное значение собственной частоты.

SLM образцы построены с использованием постоянных технологических параметров: мощность лазера 300 Вт, толщина слоя 30 мкм, скорость сканирования 1600 мм/с и размер пятна 65 мкм [23-25]. Окончательная форма SLM образцов из AlSi10Mg для СВМУ испытаний представлена на рис. 2-а.



а *б*

Рис. 2. Испытания
а — геометрия образцов для СВМУ испытаний при одноосном нагружении;
б — пьезоэлектрическая установка для проведения СВМУ испытаний

Вид пьезоэлектрической установки для высокочастотных СВМУ испытаний представлен на рис. 2-б. Усталостные испытания проводились в реверсивном режиме при постоянной амплитуде торцевых смещений. Частота нагружения составляла 20 кГц. Горячекатаные образцы исследовались по аналогичной схеме испытаний.

Механические свойства алюминиевых горячекатаных и SLM сплавов приведены в таблице 1.

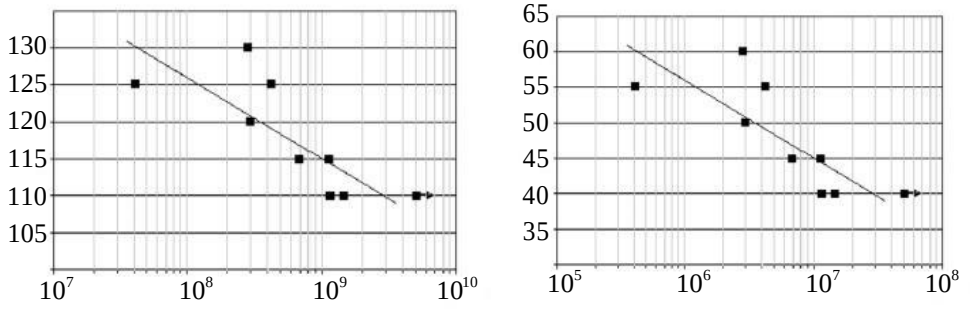
Таблица 1

Механические свойства алюминиевых сплавов Д16Т и AlSi10Mg (SLM)

Материал	Плотность, Кг/м^3	Модуль Юнга, ГПа	Предел прочности, МПа
Д16Т	2790	74	390
AlSi10Mg	2700	72	370

Горячекатаный алюминиевый сплав имеет несколько более высокий предел прочности при растяжении по сравнению с SLM материалом. Массовая плотность обоих сплавов практически одинакова.

Результаты СВМУ испытаний алюминиевого горячекатаного и SLM сплавов представлены на рис. 3.

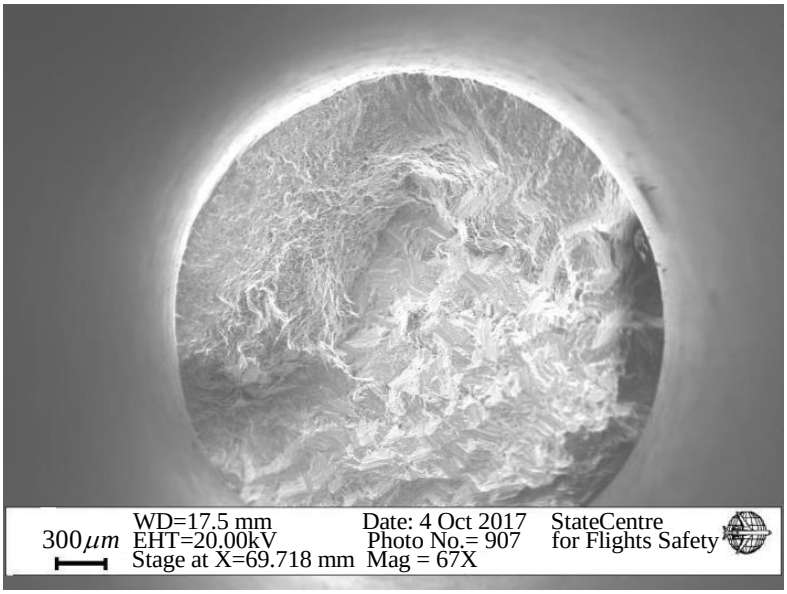


а) б)

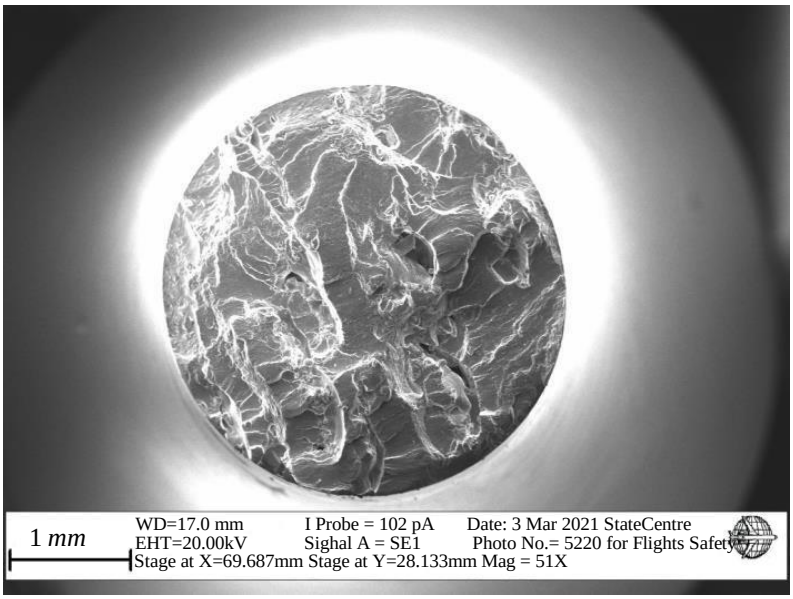
Рис. 3. Результаты СВМУ испытаний
а — SN — кривые для горячекатаных; *б* — SLM образцов

Усталостные SN — кривые для обоих материалов демонстрируют значительный наклон. Разброс результатов выше для SLM образцов. Усталостная долговечность при заданной амплитуде напряжений отличается более, чем на порядок.

Усталостная прочность SLM сплава примерно в два с половиной раза ниже по сравнению с горячекатаным образцом. Анализ поверхностей разрушения показал различие в механизме зарождения и роста трещин (рис. 4).



а)



б)

Рис. 4. Анализ поверхностей
а — Поверхность разрушения для горячекатаных; *б* — SLM образцов

Образцы, изготовленные по горячекатаной технологии, всегда демонстрируют зарождение одиночной трещины (рис. 4-а), в то время как SLM образцы демонстрируют множественное инициирование (рис. 4-б), которое редко встречается при СВМУ нагружении.

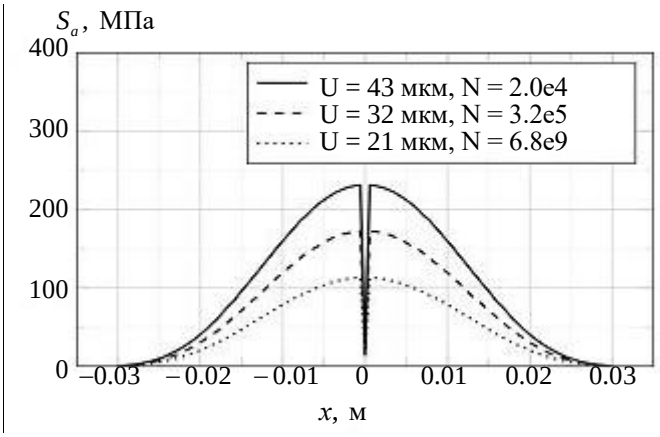
Результаты расчётов усталостного разрушения для корсетных образцов из алюминиевых сплавов и построение усталостных кривых

для несимметричных циклов. Описанная в разделах 3-5 схема расчета резонансных колебаний стержня корсетной формы для случая заданной первой собственной частоте (20 кГц) и амплитуде граничных смещений по формулам (7), а также с использованием модели и метода расчета циклической повреждаемости (3)-(6) и (8)-(9), была использована для моделирования усталостного разрушения образцов из алюминиевых горячекатаных и SLM сплавов.

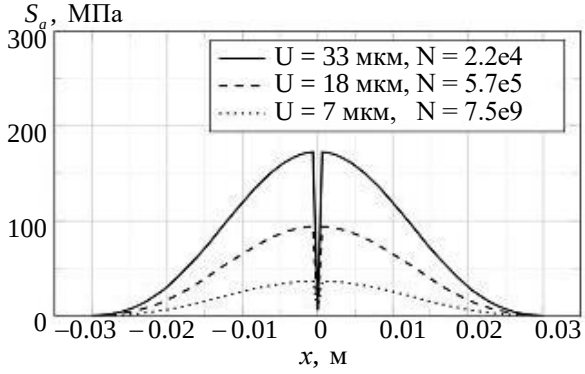
Расчеты проводились при следующих значениях параметров модели циклической повреждаемости, которые в среднем соответствуют характеристикам бимодальной усталостной кривой:
для алюминиевого сплава Д16Т при $R=-1$ (реверсивный цикл): $\rho=2790$ кг/м^3, $E_0=74$ ГПа, $\sigma_B=390$ МПа, $\sigma_u=130$ МПа, $\tilde{\sigma}_u=105$ МПа, $\beta_L=0.30$, $\beta_V=0.25$;

для SLM сплава AlSi10Mg: $\rho=2700$ кг/м^3, $E_0=72$ ГПа, $\sigma_B=370$ МПа, $\sigma_u=50$ МПа, $\tilde{\sigma}_u=30$ МПа, $\beta_L=0.35$, $\beta_V=0.25$. Для параметров кинетического уравнения по опыту тестовых расчетов выбраны значения $\psi_*=0.98$, $\kappa=0.1$, $\gamma=0.5$.

На рис. 5-а показаны графики амплитуд осевых напряжений для горячекатаных образцов в момент разрушения для реверсивного цикла ($R=-1$) при различных амплитудах граничных смещений $U=21$ мкм, $U=32$ мкм и $U=43$ мкм. Расчетное число циклов до полного разрушения равно соответственно $N=6.8e9$ (режим СВМУ), $N=3.2e5$ (режим МНЦУ), $N=2.0e4$ (режим МЦУ). На рис. 5-б показаны графики амплитуд осевых напряжений для SLM образцов в момент разрушения для реверсивного цикла ($R=-1$) при различных амплитудах граничных смещений $U=07$ мкм, $U=18$ мкм и $U=33$ мкм. Расчетное число циклов до полного разрушения равно соответственно $N=7.5e9$ (режим СВМУ), $N=5.7e5$ (режим МНЦУ), $N=2.2e4$ (режим МЦУ).



а)

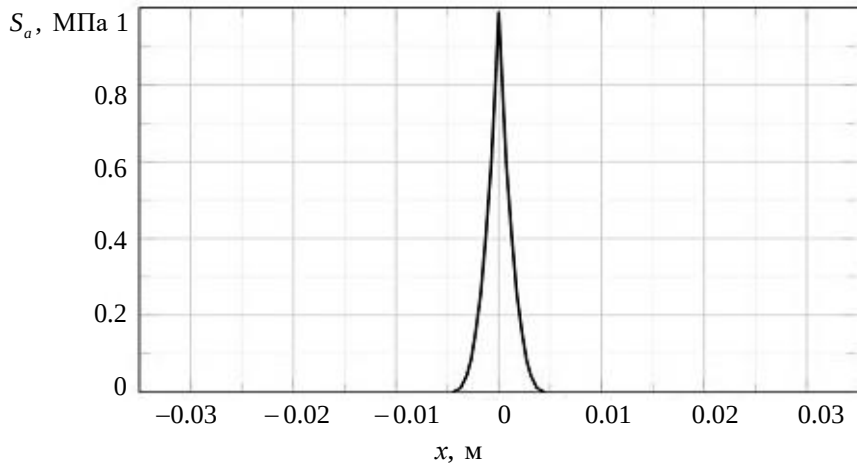


б)

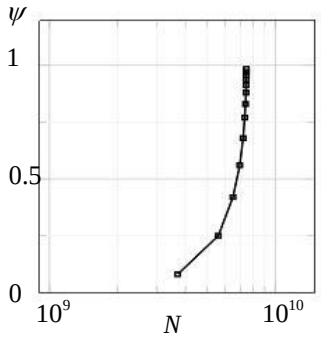
Рис. 5. Графики амплитуд осевых напряжений
а — Амплитуда напряжений в момент разрушения в случае для горячекатаных;
б — SLM образцов

На рис. 6-а показан график распределения функции повреждаемости в момент полного разрушения для $R = -1$ для SLM образца при $U = 7$ мкм, а на рис. 6-б показана динамика нарастания повреждаемости в центральной точке образца при той же амплитуде. Узкая зона существенно поврежденного материала в центре образца может трактоваться как «квазитрещина», полученная в результате расчета по континуальной теории циклической повреждаемости.

Таким образом, мультирежимная модель усталостного разрушения и метод расчета кинетики циклической повреждаемости позволяют эффективно моделировать резонансные высокочастотные испытания корсетных образцов вплоть до полного разрушения на основе минимального числа опорных точек бимодальных усталостных кривых, полученных в результате реверсивных усталостных испытаний на высокочастотной испытательной установке.



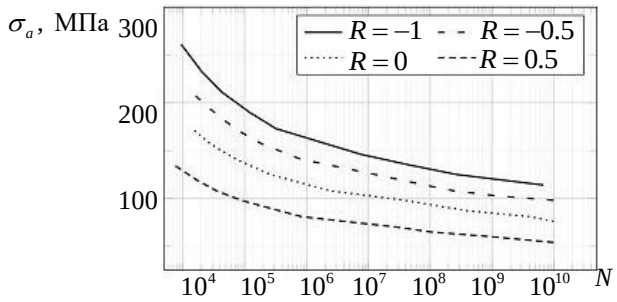
а)



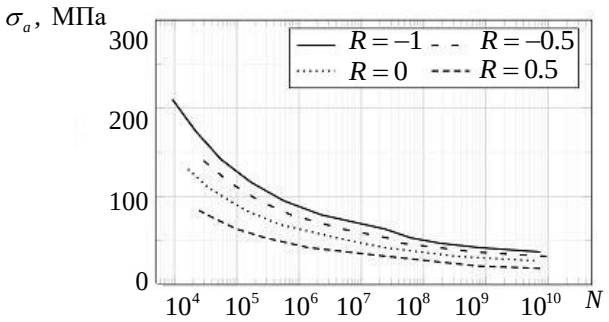
б)

Рис. 6. *а* — характерное распределение повреждаемости в момент полного разрушения в случае $R = -1$ при U=7 мкм, по длине SLM образца; *б* — динамика нарастания повреждаемости по числу циклов

С использованием представленной численной схемы были проведены систематические расчеты усталостных кривых алюминиевого сплава Д16Т и SLM сплава AlSi10Mg при различных коэффициентах асимметрии цикла и различных амплитудах резонансных граничных смещений. Результаты этих расчетов представлены на рис. 7.



а)



б)

Рис. 7. Расчеты усталостных кривых
а — результаты расчета бимодальных усталостных кривых при различных коэффициентах асимметрии цикла по модели циклической повреждаемости для горячекатаных; *б* — SLM образцов

Таким образом, при минимальном количестве параметров, характеризующих опорные точки усталостных кривых в реверсивном цикле (рис. 3) и оценочные значения степенных показателей, построены расчетные усталостные кривые в широком диапазоне коэффициентов асимметрии цикла и для различных циклических режимов. Эти кривые дают представление о характере изменения соотношения амплитуд нагружения и числа циклов до полного разрушения образцов из горячекатаного и SKM алюминиевых сплавов при высокочастотном низкоамплитудном циклическом нагружении.

Заключение. На основе данных высокочастотных испытаний корсетных образцов из алюминиевого сплава Д16Т и SLM сплава AlSi10Mg на современных пьезоэлектрических установках выполнен сравнительный анализ усталостной прочности горячекатаного и SLM материалов. Показана относительно низкая циклическая прочность SLM материалов, связанная с их сложной микроструктурой, на которую влияют стратегия лазерного сканирования, параметры лазерного луча, энергия, теплоотдача из зоны плавки, параметры среды в камере.

С использованием мультирежимной модели циклической повреждаемости и численного метода расчета кинетики повреждаемости при высокочастотном циклическом нагружении проведено математическое моделирование процесса усталостного разрушения указанных образцов для различных амплитуд и средних напряжений в цикле. Предложенная модель и метод расчета позволяют быстро и эффективно строить усталостные кривые для различных режимов циклического нагружения и коэффициентов асимметрии цикла.

Исследование выполнено в рамках проекта РНФ № 23–19-00640.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Schütz W. A history of fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, vol. 54, no. 2, pp. 263-300. https://doi.org/10.1016/0013-7944(95)00178-6

[2] Bathias C., Paris P. *Gigacycle fatigue in mechanical practice*. New-York, Dekker, 2004, 328 p.

[3] Bathias C., Drouillac L., Le François P. How and why the fatigue S–N curve does not approach a horizontal asymptote. *International Journal of Fatigue*, 2001, vol. 23, no. 1, pp. 143-151.

[4] Shanyavskiy A. Mechanisms of the 2024-T351 Al-Alloy Fatigue Cracking in Bifurcation Area after Laser Shocks Hardening Procedure. *Key Engineering Materials*, 2011, vol. 465, pp. 511–514.

[5] Schwerdt D., Pyttel B., Berger C. Microstructure investigations on two different aluminum wrought alloys after very high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 60, pp. 28–33.

[6] Banhart J., Chang C.S.T., Liang Z., Wanderka N., Lay M.D.H., Hill A.J. Natural Aging in Al–Mg–Si Alloys—A Process of Unexpected

Complexity. *Advanced Engenering Materials*, 2010, vol 12, iss. 7, pp. 559–571.

[7] Mayer H., Fitzka M., Schuller R. Ultrasonic fatigue testing of 2024-T351 aluminium alloy at different load ratios under constant and variable amplitude. *Proc. VHC*, 2011, pp. 355–360.

[8] Kawagoishi N., Kariya K., Wang Q.Y., Maeda Y., Goto M. Effect of loading frequency on fatigue crack growth of age-hardened al alloy. *International Journal of Fatigue*, 2011, pp. 269–274.

[9] Shanyavskiy A.A., Soldatenkov A.P. The fatigue limit of metals as a characteristic of the multimodal fatigue life distribution for structural materials. *Procedia Structural Integrity*, 2011, vol 23, pp. 63–8.

[10] Basquin O.H. The exponential law of endurance tests. *Proceedings of the American society for testing and material*, 1910, vol. 10, pp. 625–30.

[11] Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S., Yakushev V.L. A study of different modes of fatigue fracture and durability estimation for compressor disks of gas-turbine engine. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2016, vol. 8, no 5, pp. 523-532.

[12] Smith R.N., Watson P., Topper T.H. A stress-strain parameter for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, 1970, vol. 5, pp. 767–778.

[13] Gates N., Fatemi A. Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis including notch effects. *International Journal of Fatigue*, 2016, vol. 91, pp. 337–351.

[14] Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения. Вопросы прочности материалов и конструкций. *Изв. АН СССР ОТН механика и машиностроение*, 1959, с. 5-7.

[15] Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях. *Изв. АН СССР ОТН механика и машиностроение*, 1958, № 8, с. 26-31.

[16] Lemaitre J. Chaboche J.L. *Mechanics of solid materials*. Cambridge, Cambridge University Press, 1994, 584 p.

[17] Murakami S. *Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture*. Dordrecht, Springer, 2012, 402 p.

[18] Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A. *Crack initiation in VHCF regime on forged titanium alloy under tensile and torsion loading modes*. International Journal of Fatigue, 2016, vol. 93, pp. 318-325.

[19] Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A., Bathias C. Comparison of crack paths in a forged and extruded aeronautical titanium alloy loaded in torsion in the gigacycle fatigue regime. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, vol. 167, pp. 259-272.

[20] Никитин И.С., Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин А.Д. Мультирежимная модель развития усталостных повреждений. *Прикладная математика и механика*, 2020, т. 84, № 5, с. 687–698.

[21] Никитин И.С., Бураго Н.Г., Никитин А.Д. Повреждаемость и усталостное разрушение элементов конструкций в различных режимах циклического нагружения. *Прикладная математика и Механика*, 2022, т. 86, № 2, с. 276-290.

[22] Никитин И.С., Бураго Н.Г., Никитин А.Д. Собственные частоты и формы продольных и крутильных колебаний стержней переменного поперечного сечения. *Прикладная математика и механика*, 2023, т. 87, № 2, с. 326-335.

[23] Babaytsev A.V., Orekhov A.A., Rabinskiy L.N. Properties and icrostructure of AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting. *Nanoscience and Technology*, 2020, vol. 11, iss. 3, pp. 213–222.

[24] Solyaev Y., Rabinskiy L., Tokmakov D. Overmelting and closing of thin horizontal channels in AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting. *Additive Manufacturing*, 2019, vol. 30, no. 100847.

[25] Babaytsev A., Nikitin A., Ripetskiy A. VHCF of the 3D-Printed Aluminum Alloy AlSi10Mg. *Inventions*, 2023, vol. 8, iss. 1, 33 p.

Статья поступила в редакцию 26.10.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Никитин А.Д., Стратула Б.А. Моделирование циклической повреждаемости и усталостной прочности при высокочастотном нагружении 3Д-напечатанных образцов из алюминиевого сплава. *Математическое моделирование и численные методы*, 2024, № 1, с. 18–37.

Никитин Александр Дмитриевич — канд. техн. наук, PhD, ведущий научный сотрудник, ИАП РАН. e-mail: nikitin_alex@bk.ru

Стратула Борис Андреевич — младший научный сотрудник, ИАП РАН. e-mail: stratula@matway.net

Modeling of cyclic damage and fatigue strength under high frequency loading of 3D printed aluminum alloy specimens

© A.D. Nikitin, B.A. Stratula

Institute for computer-aided design RAS, Moscow, 123056, Russia

A comparative analysis of the fatigue strength of hot-rolled and SLM materials was performed based on data from high-frequency cyclic tests for corset specimens made of aluminum alloy D16T and SLM alloy AlSi10Mg on piezoelectric equipment. The relatively low cyclic strength of SLM materials is shown, which is associated with their complex microstructure and is influenced by the laser scanning strategy, laser beam parameters, energy, heat transfer from the melting zone, and environmental parameters in the chamber. Mathematical modeling of the process of fatigue failure of the specified specimens was carried out for various amplitudes and mean stresses in the cycle using a multi-mode model of cyclic damage and a numerical method for calculating the kinetics of damage under high-frequency cyclic loading. The proposed model and calculation method make it possible to quickly and efficiently fatigue curves constructing for various cyclic loading modes and cycle asymmetry coefficients. It is enough to know the base points of the bi-modal fatigue curve for the reverse cycle to implement this computational procedure.

Keywords: *additive technologies, selective laser melting, very-high-cycle fatigue, corset specimens, aluminum alloys, high-frequency tensile-compression tests, cyclic damage model*

REFERENCES

[1] Schütz W. A history of fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, vol. 54, no. 2, pp. 263-300. https://doi.org/10.1016/0013-7944(95)00178-6

[2] Bathias C., Paris P. *Gigacycle fatigue in mechanical practice*. New-York, Dekker, 2004, 328 p.

[3] Bathias C., Drouillac L., Le François P. How and why the fatigue S–N curve does not approach a horizontal asymptote. *International Journal of Fatigue*, 2001, vol. 23, no. 1, pp. 143-151.
[4] Shanyavskiy A. Mechanisms of the 2024-T351 Al-Alloy Fatigue Cracking in Bifurcation Area after Laser Shocks Hardening Procedure. *Key Engineering Materials*, 2011, vol. 465, pp. 511–514.
[5] Schwerdt D., Pyttel B., Berger C. Microstructure investigations on two different aluminum wrought alloys after very high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 60, pp. 28–33.
[6] Banhart J., Chang C.S.T., Liang Z., Wanderka N., Lay M.D.H., Hill A.J. Natural Aging in Al–Mg–Si Alloys—A Process of Unexpected Complexity. *Advanced Engenering Materials*, 2010, vol 12, iss. 7, pp. 559–571.
[7] Mayer H., Fitzka M., Schuller R. Ultrasonic fatigue testing of 2024-T351 aluminium alloy at different load ratios under constant and variable amplitude. *Proc. VHC*, 2011, pp. 355–360.
[8] Kawagoishi N., Kariya K., Wang Q.Y., Maeda Y., Goto M. Effect of loading frequency on fatigue crack growth of age-hardened al alloy. *International Journal of Fatigue*, 2011, pp. 269–274.
[9] Shanyavskiy A.A., Soldatenkov A.P. The fatigue limit of metals as a characteristic of the multimodal fatigue life distribution for structural materials. *Procedia Structural Integrity*, 2011, vol 23, pp. 63–8.
[10] Basquin O.H. The exponential law of endurance tests. *Proceedings of the American society for testing and material*, 1910, vol. 10, pp. 625–30.
[11] Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S., Yakushev V.L. A study of different modes of fatigue fracture and durability estimation for compressor disks of gas-turbine engine. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2016, vol. 8, no 5, pp. 523-532.
[12] Smith R.N., Watson P., Topper T.H. A stress-strain parameter for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, 1970, vol. 5, pp. 767–778.
[13] Gates N., Fatemi A. Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis including notch effects. *International Journal of Fatigue*, 2016, vol. 91, pp. 337–351.
[14] Rabotnov J.N. O mechanizme dlitel'nogo razrushenia. Voprosi prochnosti materialov i konstrukcij [Issues of the strength of materials and structures]. *Izvestiya AN SSSR OTN mekhanika i mashinostroenie [Izvestia Academy of Sciences of the USSR Row Mechanics and Engineering]*, 1959, pp. 5-7.
[15] Kachanov L.M. O vremeni razrushenija v usloviyah polzuchesty [About the time of destruction in conditions of creep]. *Izvestiya AN SSSR OTN mekhanika i mashinostroenie [Izvestia Academy of Sciences of the USSR Row Mechanics and Engineering]*, 1958, iss. 8, pp. 26-31.
[16] Lemaitre J. Chaboche J.L. *Mechanics of solid materials*. Cambridge, Cambridge University Press, 1994, 584 p.
[17] Murakami S. *Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture*. Dordrecht, Springer, 2012, 402 p.
[18] Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A. *Crack initiation in VHCF regime on forged titanium alloy under tensile and torsion loading modes*. International Journal of Fatigue, 2016, vol. 93, pp. 318-325.
[19] Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A., Bathias C. Comparison of crack paths in a forged and extruded aeronautical titanium alloy loaded in torsion in the gigacycle fatigue regime. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, vol. 167, pp. 259-272.

[20] Nikitin I.S., Burago N.G., Zhuravlev A.B. and Nikitin A.D. Multi-mode model for fatigue damage development. *Mechanics of Solids*, 2020, vol. 84, no. 5, pp. 687–698.
[21] Nikitin I.S., Burago N.G., Nikitin A.D. Damage and fatigue destruction of structural elements in various cyclic loading modes. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2022, vol. 86, no. 2, pp. 276-290.
[22] Nikitin I.S., Burago N.G., Nikitin A.D. Eigenfrequencies and eigenmodes of longitudinal and torsional vibrations of bars of variable cross section. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2023, vol. 87, no. 2, pp. 326-335.
[23] Babaytsev A.V., Orekhov A.A., Rabinskiy L.N. Properties and icrostructure of AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting. *Nanoscience and Technology*, 2020, vol. 11, iss. 3, pp. 213–222.
[24] Solyaev Y., Rabinskiy L., Tokmakov D. Overmelting and closing of thin horizontal channels in AlSi10Mg samples obtained by selective laser melting. *Additive Manufacturing*, 2019, vol. 30, no. 100847.
[25] Babaytsev A., Nikitin A., Ripetskiy A. VHCF of the 3D-Printed Aluminum Alloy AlSi10Mg. *Inventions*, 2023, vol. 8, iss. 1, 33 p.

Nikitin A.D., Cand. Sc. (Eng.), PhD, Leading Researcher, ICAD RAS. e-mail: nikitin_alex@bk.ru

Stratula B. A., Junior Researcher, ICAD RAS. e-mail: stratula@matway.net