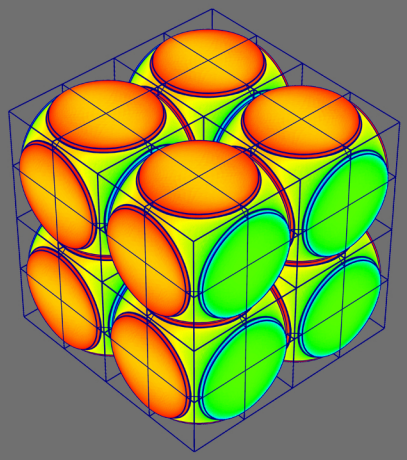
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Максимов Ф.А. Численное моделирование гистерезиса при обтекании плоского сопла. Математическое моделирование и численные методы, 2023, № 4,с. 27–46.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/323/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 09:50:13

УДК 533.6.011.5:
533.6.011.72:519.634
DOI: 10.18698/2309-3684-2023-4-2746

Численное моделирование гистерезиса при обтекании плоского сопла

© Ф.А. Максимов

ИАП РАН, Москва, 123056, Россия

Представлены результаты численного моделирования двумерных плоских ламинарных течений около двух наклонных пластин, образующих сужающее сопло вдоль вектора скорости набегающего сверхзвукового потока совершенного газа. Применена многоблочная вычислительная технология с использованием локальных адаптированных к поверхности тел криволинейных сеток, имеющих конечные области перекрытия с глобальной прямоугольной сеткой для всей расчетной области. Вязкие пограничные слои разрешаются на локальных сетках с использованием уравнений Навье — Стокса, а эффекты аэродинамической интерференции сопутствующих ударно-волновых структур описываются в рамках уравнений Эйлера. В областях перекрытия сеток применяется интерполяция функций до границ перехода от одной сетки к другой. При последовательном увеличении или уменьшении числа Маха набегающего сверхзвукового потока обнаружена качественная перестройка структуры течения около сопла — образуются либо отошедшая ударная волна и дозвуковая зона течения перед соплом, либо косые скачки около наклонных пластин. Выявлен гистерезис, выражающийся в том, что в определенной области чисел Маха структура течения и аэродинамическая нагрузка на сопло зависят не только от величины, но и от предыстории изменения числа Маха. Показана возможность изменения структуры течения с помощью введения в набегающий поток неоднородности по плотности.

Ключевые слова: *плоское сопло, ударно-волновые структуры, аэродинамические характеристики, гистерезис, управление структурой течения*

Введение. Из экспериментальных исследований [1] известно, что в сужающемся коническом сопле, при его определенных параметрах, возможно образование двух схем течения – с отошедшим скачком перед соплом и с косыми скачками уплотнения, присоединенным к передним кромкам сопла. Образование той или иной схемы течения зависит от истории ее построения. В частности, в [1] показано, что если при обтекании с первоначально меньшим числом Маха около сопла реализуется течение с отошедшим скачком, то и при увеличении числа Маха в некотором диапазоне эта схема обтекания будет сохраняться. Однако если это же сопло мгновенно поместить в поток с большим числом Маха, то образуется схема с косым скачком.

В данной работе выполнены расчеты обтекания плоского сужающегося сопла при изменении числа Маха. При проведении расчетов в качестве начальных данных используются либо значения газодинамических параметров в набегающем потоке, либо решение,

полученное ранее с близким значением параметра. В последнем случае начальное поле течения определяет первоначальную схему обтекания. Заданная схема обтекания в процессе установления могла либо сохраняться, либо разрушалась с образованием другой схемы обтекания. Таким образом, определяется критическое значение параметра, при котором происходит перестройка схемы обтекания. Проведение расчетов с изменением параметра в двух направлениях позволяет определить область, когда характеристики имеют неоднозначное значение. Существование двух разных вариантов течения при одинаковом наборе определяющих параметров, как правило, означает гистерезисное изменение характеристик течения от этих параметров. Выявление областей гистерезиса и физических причин этого явления имеют большее значение, как для однозначного определения аэродинамических свойств обтекаемых тел, так и формирования способов управлять структурой течения.

Постановка задачи. В [2] реализован метод моделирования обтекания набора тел. Метод основан на многосеточной технологии. Для внешней области течения строится регулярная сетка с прямоугольными ячейками. Данная сетка не связана с обтекаемыми телами, более того так как она равномерная и описать на ней развитие тонких вязких слоев не представляется возможным, то на данной сетке решаются уравнения Эйлера. На данную сетку накладывается набор криволинейных сеток, связанных с поверхностью обтекаемых тел. При построении сеток около тел, каждая из которых строится только в небольшой окрестности около поверхности тела, узлы около поверхности сгущаются для возможности описания вязкого пограничного слоя. На данной сетке решаются уравнения Навье-Стокса в приближении тонкого слоя. Граничные условия на внешней границе для сеток около обтекаемых тел определяются из решения на внешней сетке. В свою очередь, значения газодинамических функций в узлах внешней прямоугольной сетки, которые попадают во внутреннюю область сеток около тел, после каждого шага интегрирования по времени также пересчитываются. Изначально не предполагается, что какие-либо узлы могут совпадать и пересчет газодинамических функций с одной сетки на другую производится с помощью интерполяции.

Нестационарные уравнения Навье-Стокса в приближении тонкого слоя для двумерного плоского течения сжимаемого газа в безразмерной форме в криволинейной системе координат $\xi = \xi(x, y)$; $\eta = \eta(x, y)$ имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\frac{\mathbf{U}}{\mathrm{J}} + \frac{\partial}{\partial \xi}\frac{\xi_x \mathbf{E} + \xi_y \mathbf{F}}{\mathrm{J}} + \frac{\partial}{\partial \eta}\frac{\eta_x \mathbf{E} + \eta_y \mathbf{F}}{\mathrm{J}} = \frac{\partial}{\partial \eta}\frac{\mathbf{S}}{\mathrm{J}}$$

$$\mathbf{U}=\begin{Bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ e\end{Bmatrix};\ \mathbf{E}=\begin{Bmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ (e+p)u\end{Bmatrix};\ \mathbf{F}=\begin{Bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ (e+p)v\end{Bmatrix};\ \mathbf{S}=\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\begin{Bmatrix}0\\ m_1u_\eta+m_2\eta_x\\ m_1v_\mu+m_2\eta_y\\ m_3\end{Bmatrix}_\eta.$$

где

$$m_1=\eta_x{}^2+\eta_y{}^2;\ m_2=\frac{1}{3}\left[\eta_x\frac{\partial u}{\partial\eta}+\eta_y\frac{\partial v}{\partial\eta}\right];$$

$$m_3=m_1\left[\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial\eta}+\frac{\partial}{\partial\eta}\frac{u^2+v^2}{2}\right]+m_2\left[\eta_x u+\eta_y v\right].$$

Здесь t — время, ρ — плотность, (u,v) — составляющие вектора скорости $\mathbf{V}$ соответственно в направлениях (x,y) декартовой системы координат, p — давление, e — полная энергия единицы объема газа, которая для совершенного газа может быть представлена в виде:

$$e=\rho(\varepsilon+\frac{u^2+v^2}{2}),\ \ \varepsilon=\frac{1}{\gamma-1}\frac{p}{\rho}$$

— внутренняя энергия газа, γ — показатель адиабаты.

Безразмерные переменные определены через размерные, которые обозначены штрихом «′», следующим образом:

$$t=\sqrt{\frac{p'_o}{\rho'_o}}\frac{t'}{L'};\ \mathbf{X}=\frac{\mathbf{X}'}{L'};\mathbf{V}=\sqrt{\frac{\rho'_o}{p'_o}}\mathbf{V}';\ \rho=\frac{\rho'}{\rho'_o};\ p=\frac{p'}{p'_o};\ T=\frac{T'}{T'_o};\ \mu=\frac{\mu'}{\mu'_o}.$$

Нижний индекс «$_o$» — означает значение параметра в невозмущенном потоке. Здесь L' — характерный размер; $\mathbf{X}=(x,y)$; $\mathbf{V}=(u,v)$.

Предполагается, что число Прандтля $\mathrm{Pr}=\frac{\mu c_p}{\lambda}$ постоянно, здесь c_p — коэффициент теплоемкости, λ — коэффициент теплопроводности, μ — коэффициент вязкости. $\mathrm{Re}=\frac{\sqrt{p'_o\rho'_o}L'}{\mu'_o}$ — число Рейнольдса. Систему дифференциальных уравнений дополняет уравнение состояния: $p=\rho RT$, где T — температура, R — газовая постоянная. В безразмерном виде уравнение состояния: $p=\rho T$.

Коэффициенты матрицы преобразования могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\xi_x = Jy_\eta\ ;\ \xi_y = -Jx_\eta\ ;\ \eta_x = -Jy_\xi\ ;\ \eta_y = Jx_\xi\ .$$

Здесь J — есть якобиан преобразования, который определяется по формуле:

$$J^{-1} = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi\ .$$

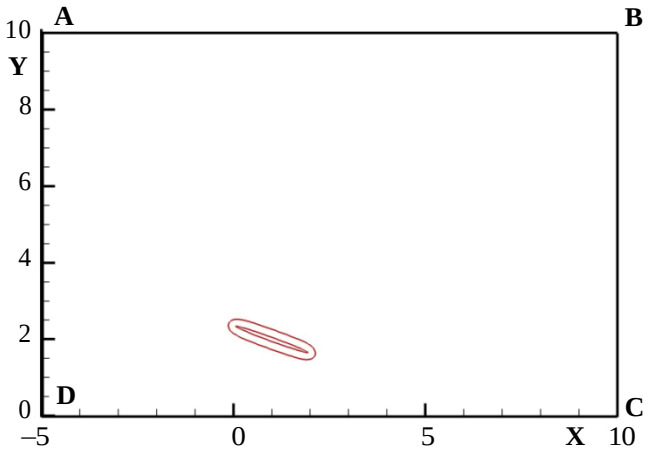
Использование обобщенного преобразования позволяет построить равномерную сетку в виде единичного квадрата. Коэффициенты матрицы преобразования при заданном распределении узлов в физической области вычисляются с использованием центральных разностей. При выводе приведенной системы уравнений предполагается, что координатные линии $\xi = \text{const}$ ориентированы по нормали к поверхности тела, и производные по направлению η фактически соответствуют производным вдоль локальных нормалей к поверхности тела. Это обеспечивает, что при вычислении диссипативного члена учитываются вторые производные по нормали к поверхности тела.

Рассматривается двумерное плоское обтекание равномерным сверхзвуковым потоком вязкого совершенного газа сужающегося сопла в виде двух пластин расположенных под углом к набегающему потоку. Две пластины образуют сужающее симметричное сопло. Предполагается, что картина течения имеет плоскость симметрии и можно рассматривать половину области с заданием условий симметрии на соответствующей границе. На рис. 1а изображены границы внешней прямоугольной расчетной области ABCD с помещенным внутрь телом и внешней границей сетки, построенной около этого тела. Прямоугольная сетка имеет размерность 1501 узел по координате X и 1001 по координате Y. В силу того, что рассматривается сверхзвуковое обтекание, на границе AD и AB задаются условия в набегающем потоке, на границе DC — условия симметрии течения, на границе BC — мягкие граничные условия с равенством нулю производной от газодинамических параметров. Предполагается, что внешние границы расположены на достаточном удалении от сопла.

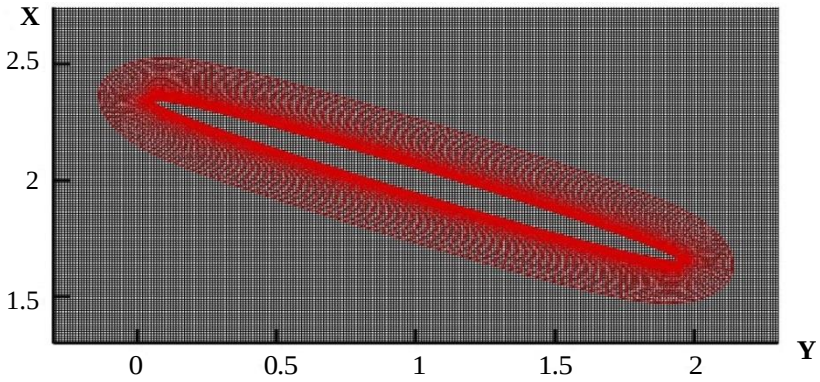
Пластина, задающая сужающее сопло, моделируется эллипсом с отношением полуосей 0.05 (рис. 1б). Размер большой полуоси выбран в качестве характерного размера. Пластина (продольный размер пластины 2) по отношению к набегающему потоку наклонена на угол 20 градусов и расстояние от центра эллипса до плоскости симметрии течения 2. Сетка около эллипса строится с помощью функции Жуковского, что позволяет обеспечить ортогональность соответствующих координатных линий к контуру тела. Внешняя граница расположена на расстоянии 0.2 от поверхности тела.

Размерность сетки 181 узел вдоль контура тела и 41 узел по нормали. На поверхности пластины ставятся условия прилипания, а на внешней границе параметры течения определяются через параметры на внешней сетке.

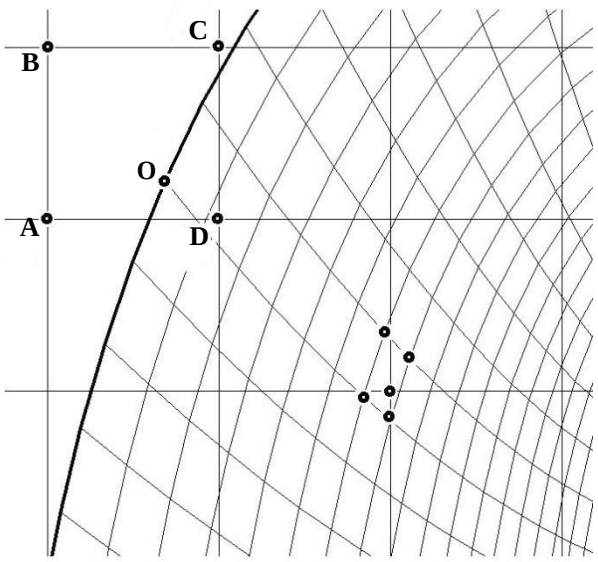
Метод численного моделирования. Решение задачи получается методом установления. Используется явная схема второго порядка аппроксимации [3]. Особенностью расчетов по многоблочной технологии является интегрирование с общим шагом по времени на внешней расчетной сетке, т.е. выбирается минимальный шаг интегрирования по времени из условия устойчивости по всей области расчета. Это не является существенным ограничением, так как сетка равномерная. А при интегрировании на сетках около тел используется локальный шаг по времени, т.е. в каждом узле расчетной сетки шаг по времени выбирается из местных условий. Это обеспечивает более быстрое распространение возмущений, а, следовательно, и установление.



а)



б)



в)

Рис. 1. Расчетная область (а), сетка около обтекаемого тела (б) и к построению интерполяционных соотношений для узлов на границе внутренней области (в)

Для того, чтобы решения на внешней сетке и сетках около тел связать в единое целое, после выполнения шага интегрирования значения газодинамических функций на внешней границе *L* сетки около тела путем интерполяции определяются из решения, получаемого на внешней сетке. Так как используется двух шаговая разностная схема [3], то аналогичная процедура выполняется и для соседнего с границей *L* слоя узлов. В то же время решение во всех узлах внешней сетки, попадающих внутрь области определения решения сетки около тела, заменяется решением, получаемым на данной сетке.

При пересчете значений газодинамических функций с одной сетки на другую используется интерполяция. В рассматриваемом двумерном случае интерполяция реализована в следующем виде. Вначале определяется ячейка *ABCD*, в которой расположена точка *O* (рис. 1в). Значения функций в точке *O* определяются через значения функций в узлах *A, B, C* и *D*. Значение функции *f* в узле *O* можно определить через ее значения в любых трех узлах, для определенности, пусть это узлы *B, A, D*, по интерполяционной формуле: $f_O = f_A + \alpha \cdot (f_B - f_A) + \beta \cdot (f_D - f_A)$, где $\alpha = \dfrac{|AO \times AB|}{|AD \times AB|}$, $\beta = \dfrac{|AO \times AD|}{|AB \times AD|}$.

Для того чтобы учесть значение функции в узле *C*, можно аналогично выразить f_O через ее значения в точках другой тройки узлов, например, *D*, *C* и *B*. Окончательное выражение для f_O берется как среднее арифметическое величин по четырем вариантам выбора угловой точки. Коэффициенты интерполяции определяются для всех узлов на контуре *L* и соседнем к нему. Для узлов равномерной сетки, попадающих внутрь сеток около тел проводится аналогичная процедура и определяются соответствующие коэффициенты интерполяции.

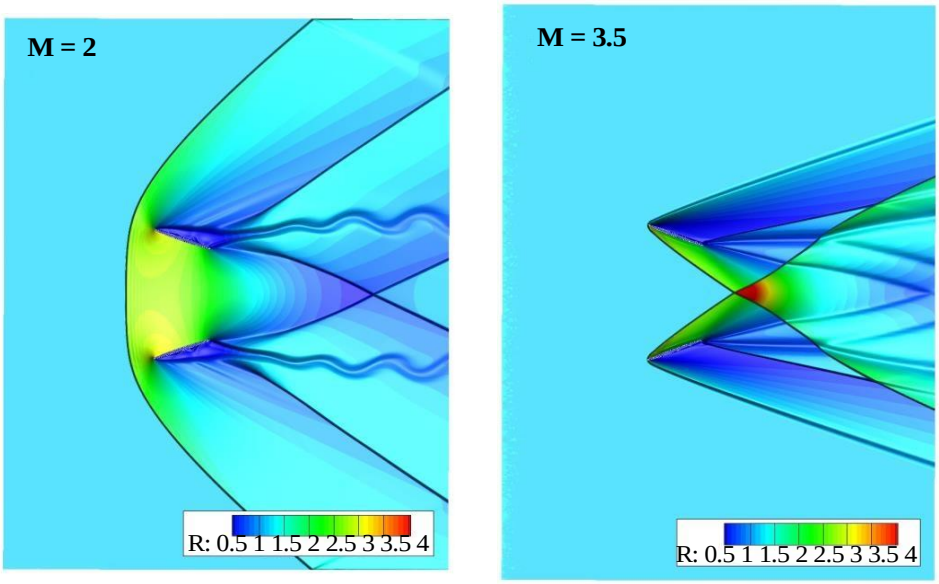
Определяющими безразмерными параметрами задачи являются: число Маха M набегающего потока, число Рейнольдса Re, показатель адиабаты γ. Все расчеты выполнены при $\gamma = 1.4$ и числе $\mathrm{Re} = 10^5$, определенном по скорости звука в набегающем потоке [2]. Течение предполагается ламинарным.

Расчеты проводились при различных значениях числа Маха. Численные решения строятся методом установления при фиксированном числе Маха M. Критерием установления является выход на стационарное решение. В качестве начальных данных может использоваться течение с параметрами во всех узлах, соответствующих параметрам в набегающем потоке. Для учета эффекта непрерывного изменения числа Маха используется тактика пошаговой коррекции граничных условий. После установления решения при очередном фиксированном значении M, на входной границе расчетной области добавляется малое приращение $\Delta\mathrm{M}$ и запускается новый процесс установления с текущего мгновенного состояния поля для предыдущего шага по M. Расчеты выполнены при числе Маха в диапазоне $1.7 \le \mathrm{M} \le 4$. Выбор диапазона обусловлен геометрией сопла.

Визуализация расчетных полей течения представлена распределением плотности с помощью цветовой палитры. Кроме того, затемнением выделяются области с большим значением модуля градиента плотности, что позволяет визуализировать ударные волны и контактные разрывы. На всех изображениях полей течения в данной работе используется один и тот же вариант палитры.

Результаты расчетов при различных числах Маха. Если в качестве начальных данных использовать условия в набегающем потоке, по результатам численных экспериментов можно получить две качественно разных картины течения. При относительно малых числах Маха образуется картина с отошедшим скачком уплотнения. На рис. 2а приведена картина течения при $M = 2.0$. В этом случае перед соплом образуется гладкий отошедший скачок уплотнения, аналогично как перед затупленным телом. Течение между этим скачком и пластинами, образующими сопло, дозвуковое, а в узком

месте сопла между пластинами достигается звуковая скорость. При относительно больших числах Маха образуется картина с косыми скачками уплотнения. На рис. 2б приведена картина при $M = 3.5$. В этом случае около пластин образуются косые скачки уплотнения с сохранением сверхзвукового характера течения за ними. Передняя кромка пластин, затупленная из-за использования контура в виде эллипса, оказывает лишь локальное влияние на структуру течения.



а) б)

Рис. 2. Течение с отошедшей ударной волной $M = 2$ (а) и с косыми скачками уплотнения $M = 3.5$ (б)

Две данных схемы течения отличаются качественно. Если провести расчеты, используя в качестве начальных данных решение при $M = 2.0$, с увеличением числа Маха, то получим критическое число Маха, до которого может реализовываться режим с отошедшей ударной волной. Наоборот, если проводить от $M = 3.5$ с уменьшением числа Маха, то получим второе критическое число Маха, до которого может реализовываться режим с косой ударной волной.

Схема обтекания существенно влияет на аэродинамическое сопротивление. На рис. 3 приведен коэффициент сопротивления Cx в зависимости от M: линия 1 с красными маркерами — расчеты с увеличением по числу Маха, линия 2 с зелеными маркерами — с уменьшением. При проведении расчетов с увеличением числа M (набор точек $ABCC'D$) получена точка C, соответствующая $M = 3.3$

— максимальное значение M, когда сохраняется течение с дозвуковой областью между пластинами. При увеличении числа Маха до $M = 3.4$ решение качественно перестраивается. При движении с уменьшением числа M получен набор точек DC′B′BA и точка B′, соответствующая $M = 2.3$ — минимальное значение M, когда сохраняется течение с косыми скачками уплотнения между пластинами.

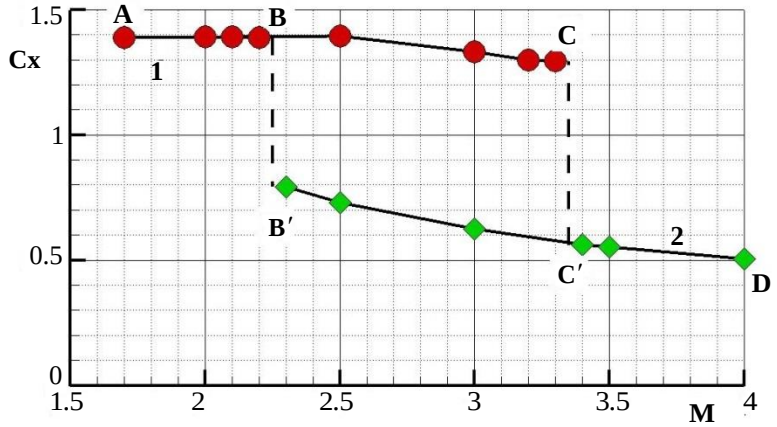


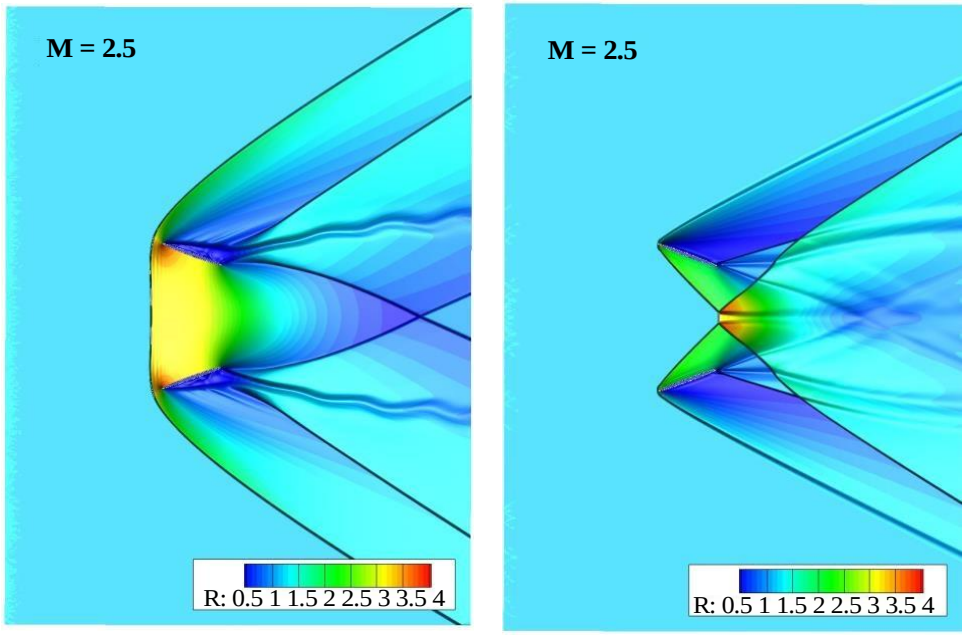
Рис. 3. Коэффициент аэродинамического сопротивления Cx в зависимости от числа Маха M

При числе Маха $M \le 2.2$ реализуется только схема течения с отошедшей ударной волной, при числе Маха $M \ge 3.4$ реализуется только схема течения с косыми скачками уплотнения.

Есть область $2.3 \le M \le 3.3$, когда возможна реализация двух схем обтекания. На рис. 4 и рис. 5 приведены два варианта картины обтекания при $M = 2.5$ и 3.0.

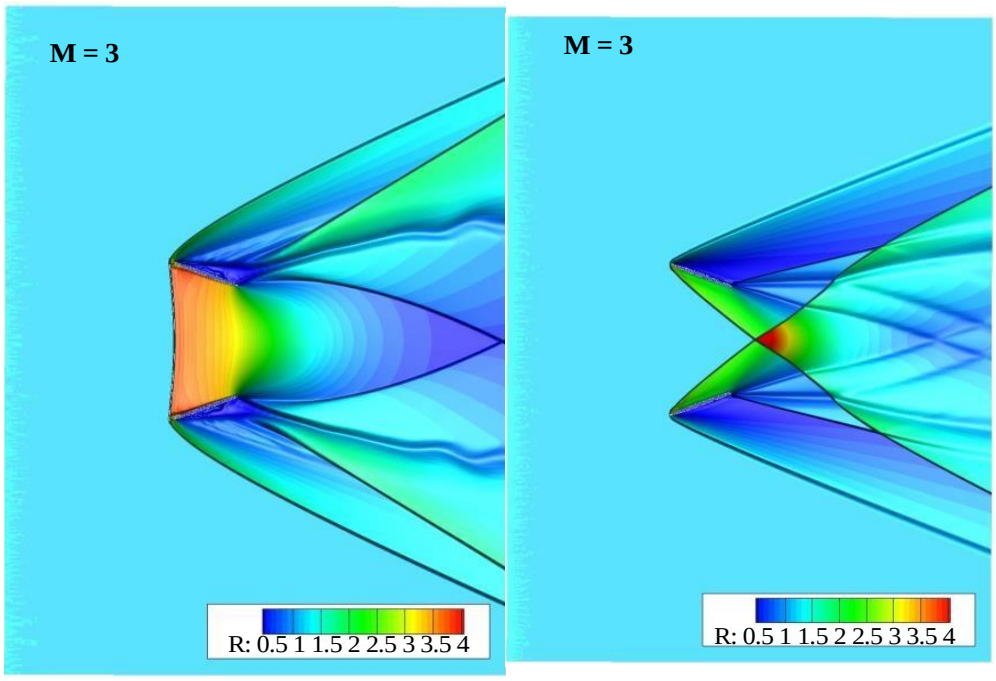
Если расчет делать от условий в набегающем потоке, то при установлении получаются такие же решения, как если проводить расчеты по параметру с уменьшением числа Маха (набор точек DC′B′BA). Решения на отрезке в этом случае не получаются. Надо отметить, что аэродинамические свойства сужающего сопла при реализации двух разных схем обтекания существенно отличаются. Коэффициент аэродинамического сопротивления отличается приблизительно в два раза.

Метод численного моделирования с возможностью проведения расчетов по параметру (в данном случае число Маха) позволяет учитывать режим обтекания, в котором система находилось до изменения параметра. Реализованный подход к проведению расчетов позволяет выявить область гистерезиса. Смоделирован эффект гистерезиса при обтекании сопла при изменении числа Маха набегающего потока.



а) б)

Рис. 4. Течение при $M = 2.5$ с отошедшей ударной волной (а), и с косыми скачками уплотнения (б)



а) б)

Рис. 5. Течение при $M = 3.0$ с отошедшей ударной волной (а), и с косыми скачками уплотнения (б)

О возможности управления структурой течения. При наличии области гистерезиса представляет интерес, как обеспечить тот или иной режим обтекания. Фактически, хотелось бы иметь какое-либо воздействие на поток, которое бы приводило к перестройке от одной схемы обтекания к другой. В [1] режим с косыми скачками уплотнения обеспечивается быстрым введением сопла в сверхзвуковой поток. В [4] для формирования сверхзвукового течения в сопле расчетным методом рассматривалась инжекция газа через стенки в расширяющейся части соплового канала. В [5] для перехода между регулярной и маховской ударно-волновой конфигурациями в области двойного решения рассматривается локальные изменения плотности. Была показана возможность перехода от регулярной к маховской конфигурации. В [6,7] для управления обтеканием тел в сверхзвуковом потоке рассматривался локализованный подвод энергии.

Из полученного вида гистерезиса, очевидно, что для того, чтобы выйти из режима на отрезке BC надо увеличить число Маха выше критического CC′, и когда решение перестроится на другую схему, вернуться к исходному значению числа Маха. С другой стороны, если надо перестроиться с режима на отрезке B′C′, то надо уменьшить число Маха ниже критического B′B, а затем, после перестройки решения, вернуться к исходному значению числа Маха. Число Маха определяется скоростью движения потока и скоростью звука, которая определяется отношением давления и плотности. Изменение скорости движения или давления в набегающем потоке приведут к движению внутри потока, а изменение плотности возможно.

Локальные изменения плотности рассматривались в [5] для управления потоком. Если плотность увеличивается, то при постоянном значении давления это означает уменьшение температуры и местной скорости звука. Соответственно, при неизменной скорости потока, к увеличению местного числа Маха. В обратную сторону, если плотность уменьшается, то местное число Маха уменьшается. Если неоднородность, в которой нужным по величине значением меняется плотность, имеет достаточно большие размеры по продольной координате, то изменение схемы обтекания представляется очевидным. Представляет интерес можно ли достаточно локализованной областью неоднородности реализовать управление схемой обтекания.

Наличие неоднородности в потоке приводит к широкому кругу задач. Например, в [8] анализировались изменения в режимах дифракции ударной волны на клине, обусловленные наличием высокотемпературных областей различной формы. Подробный обзор

современного состояния исследований по проблеме распространения ударной волны по газу, содержащему неоднородность плотности, представлен в [9, 10]. К настоящему времени хорошо изучено явление искажения формы неоднородности, а также формирование и развитие вихревых структур, характерных для таких задач. В [11] отмечен эффект кумуляции скачков уплотнения на оси симметрии.

В данной работе приведены результаты расчетов при создании в набегающем потоке зоны, расположенной до головной ударной волны, в виде круга с радиусом 2 с измененной по величине плотности до 0.2 или 5.0 от плотности набегающего потока. Изменение плотности в пять раз в рассмотренных вариантах задачи было достаточным для изменения структуры течения в случаях, если это возможно. Задача определения минимальных размеров области неоднородности, или минимального отклонения по величине плотности от номинального ее значения, не ставились. Были выбраны два решения: 1) $M = 2.3$ на линии $B'C'$ с косыми скачками уплотнения; 2) $M = 2.5$ на линии BC с отошедшей ударной волной. И для каждого решения выполнены два расчета нестационарной задачи с введением в начальное поле течения неоднородности с увеличенной или уменьшенной плотностью. На рис. 6, 7 приведены результаты, когда в качестве начальных данных используется решение при $M = 2.3$ с внесением области либо пониженной плотности (рис. 6), либо повышенной плотности (рис. 7). Вариант расчета представлен картинами течения на моменты безразмерного времени $T = 0,1,2,3,4,5,10$ и 20.

Картина течения изменяется, если плотность в неоднородности понижается (рис. 6). В случае неоднородности с повышением плотности картина не изменяется.

На рис. 8,9 приведены результаты, когда в качестве начальных данных используется решение при $M = 2.5$ с внесением области либо пониженной плотности (рис. 8), либо повышенной плотности (рис. 9). В этом варианте наоборот, понижение плотности не приводит к изменению картины течения (рис. 8), а повышение плотности (рис. 9) — приводит к перестройке картины течения с отошедшей ударной волной к течению с косыми скачками уплотнения.

Понижение плотности при сохранении давления, означает повышение температуры и, соответственно, скорости звука. При сохранении скорости это приводит к понижению локального числа Маха. Наоборот, повышение плотности означает понижение температуры и скорости звука. В итоге, локальное число Маха увеличивается.

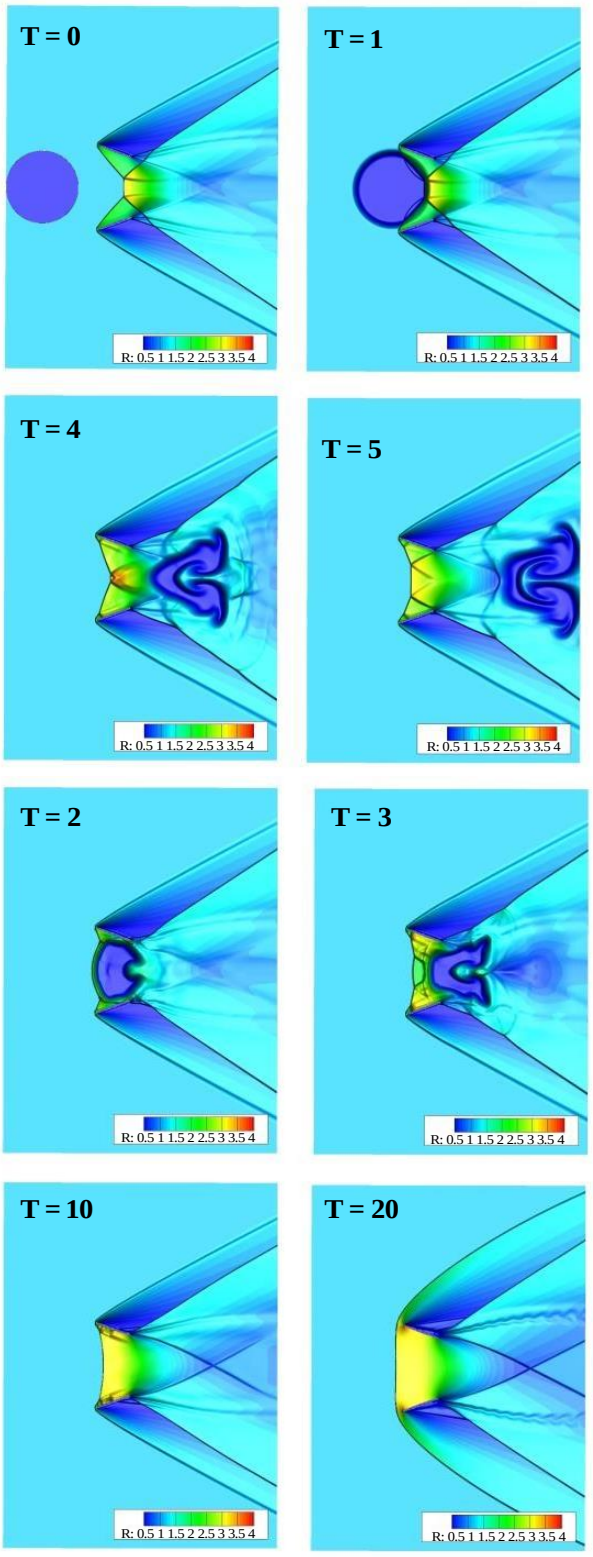


Рис. 6. Течение при $M = 2.3$, неоднородность по плотности 0.2

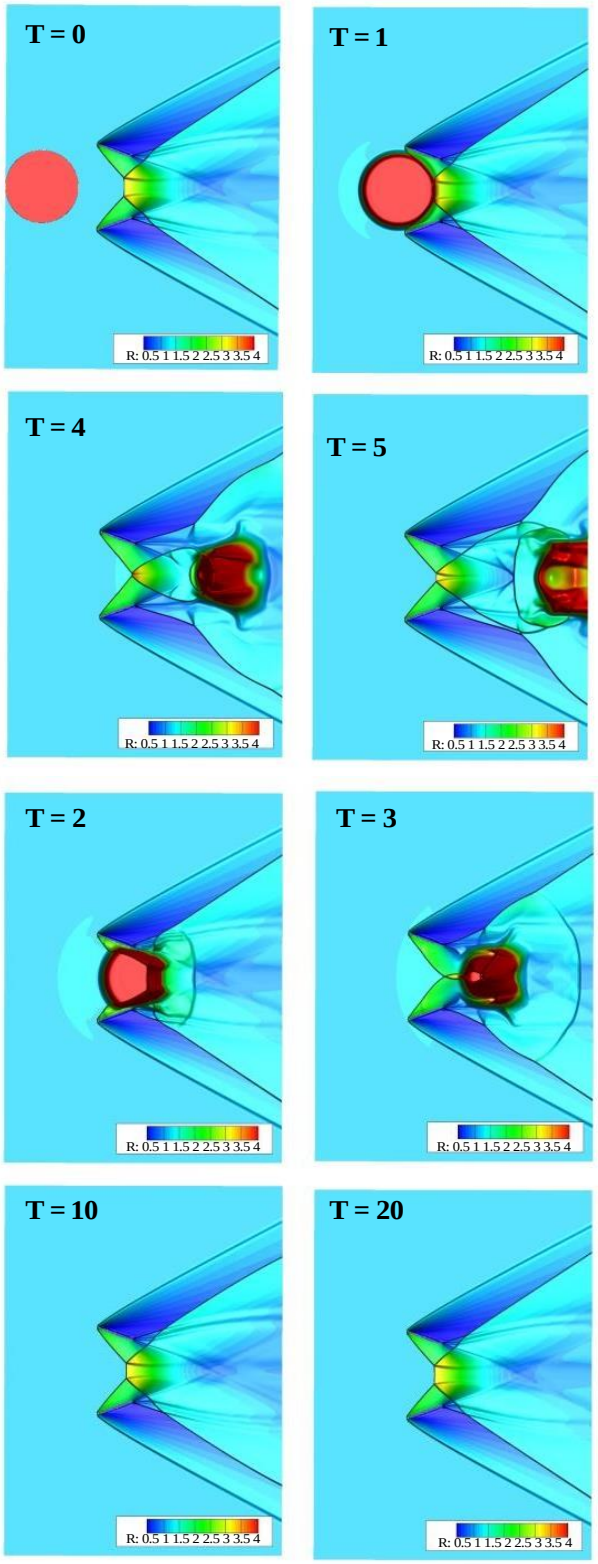


Рис. 7. Течение при $M = 2.3$, неоднородность по плотности 5.0

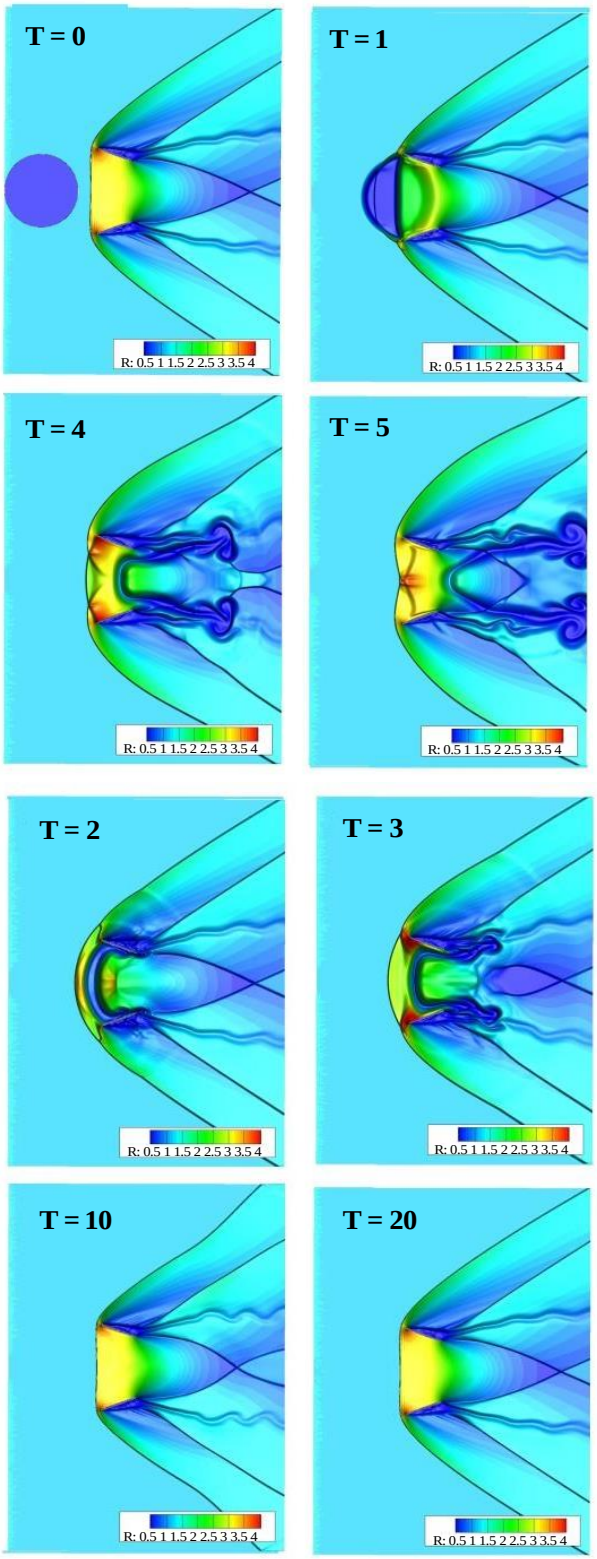


Рис. 8. Течение при $M = 2.5$, неоднородность по плотности 0.2

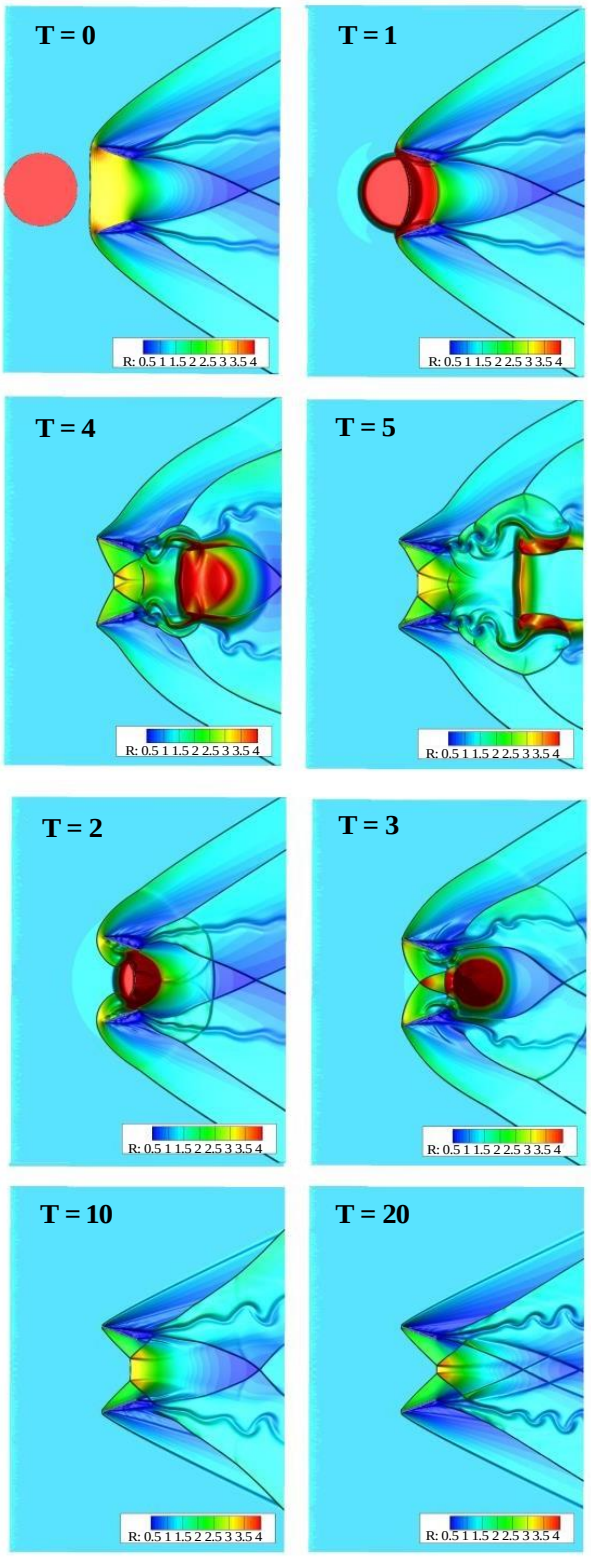


Рис. 9. Течение при $M = 2.5$, неоднородность по плотности 5.0

Результаты расчетов находятся в полном соответствии с полученным видом гистерезиса. В случае параметров задачи на рис.6 неоднородность с пониженной плотностью приводит к уменьшению локального числа Маха со смещением влево (рис. 3) до и ниже критической точки B′B, с последующей перестройкой решения на схему с отошедшей ударной волной. Если же плотность увеличивается (рис. 7), а значит, растет локальное число Маха, то движение вправо не приводит к изменению структуры течения.

Если изначально находимся на режиме течения с отошедшей ударной волной, то наоборот. При уменьшении плотности (рис. 8), соответственно уменьшении локального числа Маха, при движении влево по линии CBA изменение структуры течения не происходит. В другом направлении, при повышении плотности (рис. 9), а, соответственно при повышении локального числа Маха до критического значения CC′ и выше, картина течения перестраивается на схему с косыми скачками уплотнения.

С практической точки зрения представляет интерес возможности перехода от схемы с отошедшей волной к схеме с косыми скачками уплотнения. В условиях, когда реализуется два режима, это можно осуществить созданием перед соплом зоны с повышенной плотностью (при неизменном давлении — это зоны относительно холодного газа).

Выводы и рекомендации. На примере течения около плоского сужающегося сопла показана возможность построения методами вычислительной аэродинамики двух вариантов схем обтекания при одних значениях параметров. Фактически выявлена область гистерезиса. Возможность выявления области гистерезиса осуществляется проведением расчетов с дискретным постепенным изменением определяющего параметра (в рассмотренной задаче — число Маха) в двух направлениях (с увеличением и уменьшением значения параметра). Проведение расчетов по данной методике имеет большое значение в условиях, когда решение в достаточно близких условиях может иметь качественно разную структуру течения. Это важно для правильного решения поставленной задачи и необходимо учитывать при исследовании задачи методами вычислительной аэродинамики, когда обычно в качестве начального поля течения используются условия в набегающем потоке.

Показана возможность изменения структуры течения посредством введения в набегающий поток неоднородности по плотности. Для перестройки в области гистерезиса схемы течения от варианта с гладким отошедшим скачком и большим аэродинамическим сопротивлением к варианту с косыми скачками

уплотнения, необходимо вводить неоднородность холодного газа, что обеспечивает локальное повышение числа Маха и тем самым делает возможным полезную перестройку решения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Зубин М.А., Туник Ю.В. Запуск сопла Лаваля в набегающем потоке. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*, 2014, т. 49, № 4, с. 155–160.

[2] Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Моделирование обтекания проницаемых поверхностей. *Математическое моделирование,* 2018, № 11, с. 127-144.

[3] Максимов Ф.А., Чураков Д.А., Шевелев Ю.Д. Разработка математических моделей и численных методов для решения задач аэродинамического проектирования на многопроцессорной технике. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2011, т. 51, № 2, с. 303–328.

[4] Туник Ю.В. Запуск сопла Лаваля в набегающем потоке. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*, 2011, № 5, с. 120–127.

[5] Иванов М.С., Кудрявцев А.Н., Хотяновский Д.В. Численное моделирование перехода между регулярным и маховским отражением ударных волн под воздействием локальных возмущений. *Доклады Академии наук*, 2000, т. 373, № 3, с. 332–336.

[6] Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*, 2003, № 5, с. 154–167.

[7] Schulein E., Zheltovodov A.A., Pimonov E.A, Loginov M.S. Study of the bow shock interaction with laser pulse heated air bubbles. *AIAA Paper*, 2009, iss. 3568.

[8] Fokeev V.P., Grin Yu.I., Levin V.A., Sharov Yu.L., Tunik Yu.V. *The influence of gas discharge on propagation of triple shock mach configuration – numerical and experimental investigations*. Moscow, IVTAN, 2003, pp. 234–240.

[9] Niederhaus J.H.J., Greenough J.A., Oakley J.G., Ranjan D., Anderson M.H., Bonazza R.A. Computational parameter study for the three dimensional shock bubble interaction. *Journal Fluid Mech*, 2008, vol. 594, pp. 85–124.

[10] Schulein E., Zheltovodov A.A., Pimonov E.A., Loginov M.S. Experimental and numerical modeling of the bow shock interaction with pulse heated air bubbles. *International Journal of Aerospace Innovations*, 2010, vol. 2, iss. 3, pp. 165–188.

[11] Picone J.M., Boris J.P. Vorticity generation by shock propagation through bubbles in a gas. *Journal Fluid Mech*, 1988, vol. 189, pp. 23–51.

Статья поступила в редакцию 18.06.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Максимов Ф.А. Численное моделирование гистерезиса при обтекании плоского сопла. *Математическое моделирование и численные методы,* 2023, № 4, с. 27–46.

Максимов Федор Александрович — д-р. техн. наук, г.н.с. ИАП РАН. e-mail: f_a_maximov@mail.ru.

Numerical simulation of hysteresis around a flat nozzle

© F.A. Maksimov

ICAD RAS, Moscow, 123056, Russia

The results of numerical simulation of two-dimensional plane laminar flows near two inclined plates forming a constricting nozzle along the velocity vector of an incoming supersonic perfect gas flow are presented. A multi-block computational technology is applied with the use of local curvilinear grids adapted to the surface of bodies, which have finite areas of overlap with a global rectangular grid for the entire computational domain. Viscous boundary layers are resolved on local grids using the Navier-Stokes equations, and the effects of aerodynamic interference of accompanying shock-wave structures are described in terms of the Euler equations. In areas of grid overlap, function interpolation is applied up to the boundaries of the transition from one grid to another. With a successive increase or decrease in the Mach number of the oncoming supersonic flow, a qualitative rearrangement of the flow structure near the nozzle is detected - either a detached shock wave and a subsonic flow zone in front of the nozzle, or oblique shocks near inclined plates are formed. A hysteresis is revealed, which is expressed in the fact that in a certain range of Mach numbers, the flow structure and the aerodynamic load on the nozzle depend not only on the value, but also on the prehistory of the change in the Mach number. The possibility of changing the flow structure by introducing a density inhomogeneity into the oncoming flow is shown.

***Keywords**: flat nozzle, shock-wave structures, aerodynamic characteristics, hysteresis, flow structure control*

REFERENCES

[1] Zubin M.A., Tunik Y.V. Starting an axisymmetric converting-divergent nozzle in hypersonic flow. *Fluid dynamics*, 2014, vol. 49, iss. 4, pp. 155–160.

[2] Maksimov F.A, Shevelev Y.D. Modeling Flow around permeable surfaces. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2018, vol. 11, pp. 127-144.

[3] Maksimov F.A., Churakov D.A., Shevelev Yu.D. Development of Mathematical Models and Numerical Methods for Aerodynamic Design on Multiprocessor Computers. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2011, vol. 51, iss. 2, pp. 303–328.

[4] Tunik Y.V. Nozzle startup in an oncoming flow. *Fluid dynamics*, 2011, no. 5, pp. 120–127.

[5] Ivanov M.S., Kudryavtsev A.N., Khotyanovskii D.V. Numerical Simulation of the transition between the regular and mach reflection of shock waves under the action of local perturbations. *Academician of the RAS*, 2000, vol. 373, iss. 3, pp. 332–336.

[6] Georgievsky P.Y., Levin V.A. Control of the Flow past bodies using localized energy addition to the supersonic oncoming flow. *Fluid dynamics*, 2003, no. 5, pp. 154–167.

[7] Schulein E., Zheltovodov A.A., Pimonov E.A, Loginov M.S. Study of the bow shock interaction with laser pulse heated air bubbles. *AIAA Paper*, 2009, iss. 3568.

[8] Fokeev V.P., Grin Yu.I., Levin V.A., Sharov Yu.L., Tunik Yu.V. *The influence of gas discharge on propagation of triple shock mach configuration – numerical and experimental investigations*. Moscow, IVTAN, 2003, pp. 234–240.

[9] Niederhaus J.H.J., Greenough J.A., Oakley J.G., Ranjan D., Anderson M.H., Bonazza R.A. Computational parameter study for the three dimensional shock bubble interaction. *Journal Fluid Mech*, 2008, vol. 594, pp. 85–124.

[10] Schulein E., Zheltovodov A.A., Pimonov E.A., Loginov M.S. Experimental and numerical modeling of the bow shock interaction with pulse heated air bubbles. *International Journal of Aerospace Innovations*, 2010, vol. 2, iss. 3, pp. 165–188.

[11] Picone J.M., Boris J.P. Vorticity generation by shock propagation through bubbles in a gas. *Journal Fluid Mech*, 1988, vol. 189, pp. 23–51.

Maksimov F.A., Dr. Sc. (Eng.), Chief Researher ICAD RAS. e-mail: f_a_maximov@mail.ru.