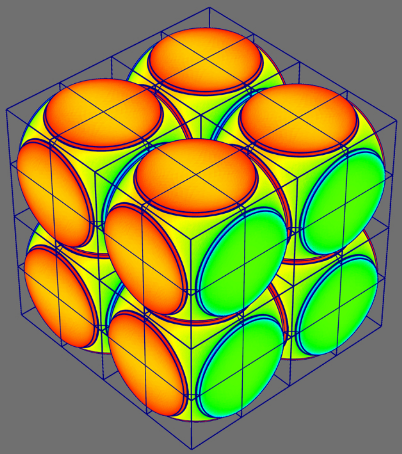
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Моделирование конфликта взаимодействующих систем с учетом эффекта получения информации о взаимном состоянии. Математическое моделирование и численные методы, 2023, № 3, с. 125–133

УДК 519.8 DOI: 10.18698/2309-3684-2023-3-125133

Моделирование конфликта взаимодействующих систем с учетом эффекта получения информации о взаимном состоянии

© В.Ю. Чуев, И.В. Дубограй

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

С помощью вероятностных методов предложена модель конфликта двух взаимодействующих систем, состоящих из многочисленных структурных единиц, с учетом эффекта задержки информации о взаимном состоянии: о структуре, количестве и параметрах структурных единиц друг друга. Проведено исследование влияния недостаточности информации в конкретный момент времени на исход процесса развития конфликта. Показано, что наличие информации о состоянии структурных единиц противоположной стороны может значительно увеличить вероятность успешности развития конфликта, причём при увеличении числа единиц структурных единиц разница в вероятности успешного развития сценария конфликта существенно увеличивается.

Ключевые слова: *вероятностная модель конфликта, взаимодействующие системы, эффективная скорость противоборства, вероятность успеха, марковский процесс*

Введение. Моделирование взаимодействия конфликтующих социально-экономических систем: конкурирующих компаний, социальных групп и других, является актуальной и сложной задачей [1–3]. Значительный интерес представляет задача моделирования конфликта систем, которые представляют собой совокупность большого числа структурных единиц, которые по отдельности могут участвовать в общем конфликте своих систем и обмениваться при этом отдельными актами воздействий. Для исследования возможных сценариев развития конфликта такого типа необходима разработка модели именно двухсторонних воздействий, так как она позволяет более детально и достоверно учесть большее количество факторов, влияющих на итоги конфликта, чем модели без учёта реакции противоположной стороны [4–9].

Распространённым способом описания процесса взаимных воздействий систем является применение теории непрерывных марковских процессов [10]. Напомним, что процесс, протекающий в системе, называется марковским, если вероятности всех возможных состояний системы в будущем зависят только от её состояния в настоящий момент времени и не зависят от того, каким образом система пришла в это состояние [11].

Целью настоящей работы является разработка модель конфликта двух взаимодействующих систем, состоящих из большого числа структурных единиц, при дополнительном условии — учета эффекта задержки получения информации о взаимном состоянии в процессе развития конфликта.

Модель конфликта взаимодействующих систем. Рассмотрим две системы X и Y, каждая из которых представляет собой совокупность большого числа структурных единиц. Эти системы находятся в конфликтном взаимодействии, причем конфликт развивается таким образом, что структурные единицы обеих систем по отдельности могут участвовать в общем конфликте своих систем и обмениваться при этом отдельными актами воздействий.

Последовательность воздействий, осуществляемых каждой участвующей единицей, представляется в виде пуассоновского потока событий [12]. Используем также приём, позволяющий перейти от потока воздействий к потоку успешных элементарных воздействий, который также считается пуассоновским [13]. Успешным считается элементарное воздействие одной из конфликтующих сторон, если оно приводит к нарушению возможности функционирования одной из структурных единиц противоположной системы [14–16].

Полагаем, что структурная единица системы X взаимодействует с двумя однотипными единицами системы Y (вариант «1:2»), не обязательно однородными с единицей X. Введём следующие обозначения: p_x, p_y — вероятности нарушения возможности функционирования одной единицы противоположной системы в одном элементарном взаимодействия единицы системы X и Y соответственно; λ_x, λ_y — практические скорости оказания воздействий единицами систем X и Y соответственно; величины $\nu = p_x\lambda_x$ и $u = p_y\lambda_y$ — назовём эффективными скоростями оказания воздействия единицами сторон, полагая их постоянными.

Также считаем, что стороны начинают взаимодействие одновременно. При этом полагаем, что каждая единица системы X располагает возможностью получения полной и не запаздывающей информации о состоянии единиц системы Y (продолжают ли они функционировать или нет) и оказывать воздействие только на функционирующие единицы системы Y (высокоорганизованный процесс). Предполагается, что для единиц системы Y возможность получения такой информации отсутствует.

В этом случае конфликтное взаимодействие систем X и Y описывается следующей системой уравнений:

$$F'_{01}(t) = uF_{11}(t);$$

$$F'_{02}(t) = 2uF_{12}(t);$$

$$\begin{gathered}F'_{10}(t) = vF_{11}(t);\\ F'_{11}(t) = -(v+u)F_{11}(t) + vF_{12}(t);\\ F'_{12}(t) = -(v+2u)F_{12}(t)\end{gathered} \tag{1}$$

с начальными условиями:

$$\begin{gathered}F_{01}(0) = F_{02}(0) = F_{10}(0) = F_{11}(0) = 0;\\ F_{12}(0) = 1,\end{gathered} \tag{2}$$

где $F_{ij}(t)$ — вероятность того, что в момент времени t сохранились i единиц системы X и j единиц стороны Y; $F'_{ij}(t)$ — производная от $F_{ij}(t)$ по времени.

Состояние (0:0) не является состоянием данной системы, так как вероятность одновременного нарушения функционирования двух и более единиц является бесконечно малой величиной.

Вероятности состояний системы к окончанию процесса $F_{ij}(\infty)$ имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}F_{10}(\infty) = \frac{1}{(1+a)(1+2a)};\ \ F_{01}(\infty) = \frac{a}{(1+a)(1+2a)};\\ F_{02}(\infty) = \frac{2a}{(1+2a)};\ F_{11}(\infty) = F_{12}(\infty) = 0,\end{gathered}$$

где $a = \dfrac{u}{v}$.

Если единица системы X не имеет информации о состоянии единиц противоположной системы Y и воздействует равномерно и на сохраняющие возможность функционирования и на выбывшие единицы другой стороны (плохо организованный процесс), то такое взаимодействие описывается системой уравнений

$$\begin{gathered}F'_{01}(t) = uF_{11}(t);\\ F'_{02}(t) = 2uF_{12}(t);\\ F'_{10}(t) = \frac{v}{2}F_{11}(t);\\ F'_{11}(t) = -\left(\frac{v}{2}+u\right)F_{11}(t) + vF_{12}(t);\\ F'_{12}(t) = -(v+2u)F_{12}(t)\end{gathered} \tag{3}$$

с начальными условиями (2).

Вероятности окончательных состояний системы в этом случае примут вид:

$$F_{10}(\infty)=\frac{1}{(1+2a)^2};\ F_{01}(\infty)=\frac{2a}{(1+2a)^2};$$

$$F_{02}(\infty)=\frac{2a}{(1+2a)};\ F_{11}(\infty)=F_{12}(\infty)=0.$$

Пример 1 численного моделирования. На рис. 1 представлены вероятности победы стороны $X(P_{0x})$ для высокоорганизованного (красные линии) и плохо организованного (синие линии) процессов, для которых $P_{0x}=F_{10}(\infty)$.

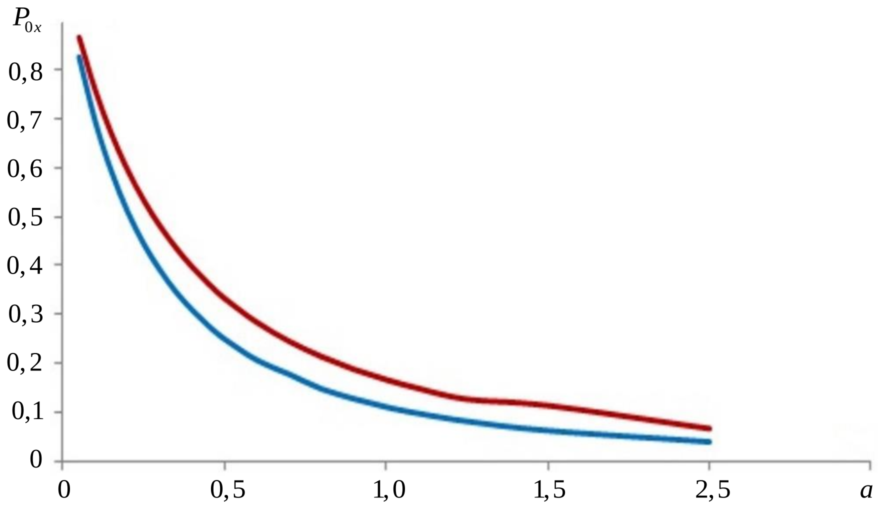


Рис. 1. Вероятности успеха в конфликте для системы X в варианте «1:2»

Вариант модели «1:3». Если каждая единица системы X взаимодействует с тремя однотипными единицами системы Y (вариант «1:3»), то высокоорганизованный процесс описывается системой уравнений:

$$\begin{gathered}F'_{10}(t)=vF_{11}(t);\ F'_{01}(t)=uF_{11}(t);\\ F'_{02}(t)=2uF_{12}(t);\ F'_{03}(t)=3uF_{13}(t);\\ F'_{11}(t)=-(v+u)F_{11}(t)+vF_{12}(t);\\ F'_{12}(t)=-(v+2u)F_{12}(t)+vF_{13}(t);\\ F'_{13}(t)=-(v+3u)\end{gathered}\qquad(4)$$

с начальными условиями

$$F_{01}(0)=F_{02}(0)=F_{03}(0)=F_{10}(0)=F_{11}(0)=F_{12}(0)=0;\quad F_{13}(0)=1. \tag{5}$$

Вероятности окончательных состояний имеют вид:

$$F_{10}(\infty)=\frac{1}{(1+a)(1+2a)(1+3a)};$$
$$F_{01}(\infty)=\frac{a}{(1+a)(1+2a)(1+3a)};$$
$$F_{02}(\infty)=\frac{2a}{(1+2a)(1+3a)};$$
$$F_{03}(\infty)=\frac{3a}{(1+3a)};$$
$$F_{11}(\infty)=F_{12}(\infty)=F_{13}(\infty)=0.$$

Плохо организованный процесс опишется в этом случае системой уравнений

$$\begin{gathered}
F'_{10}(t)=\frac{v}{3}F_{11}(t);\\
F_{01}(t)=uF_{11}(t);\\
F'_{02}(t)=2uF_{12}(t);\\
F'_{03}(t)=3uF_{13}(t);\\
F'_{11}(t)=-\left(\frac{v}{3}+u\right)F_{11}(t)+\frac{2v}{3}F_{12}(t);\\
F'_{12}(t)=-\left(\frac{2v}{3}+2u\right)F_{12}(t)+vF_{13}(t);\\
F'_{13}(t)=-(v+3u)F_{13}(t)
\end{gathered} \tag{6}$$

с начальными условиями (5).

Вероятности окончательных состояний в данном случае имеют вид:

$$\begin{gathered}
F_{10}(\infty)=\frac{1}{(1+3a)^3};\; F_{01}(\infty)=\frac{3a}{(1+3a)^3};\\
F_{02}(\infty)=\frac{3a}{(1+3a)^2};\; F_{03}(\infty)=\frac{3a}{(1+3a)};\\
F_{11}(\infty)=F_{12}(\infty)=F_{13}(\infty)=0.
\end{gathered} \tag{7}$$

Пример 2 численного моделирования. На рис. 2 представлены вероятности успеха системы X для варианта «1:3». Рис. 2 построен аналогично рис. 1.

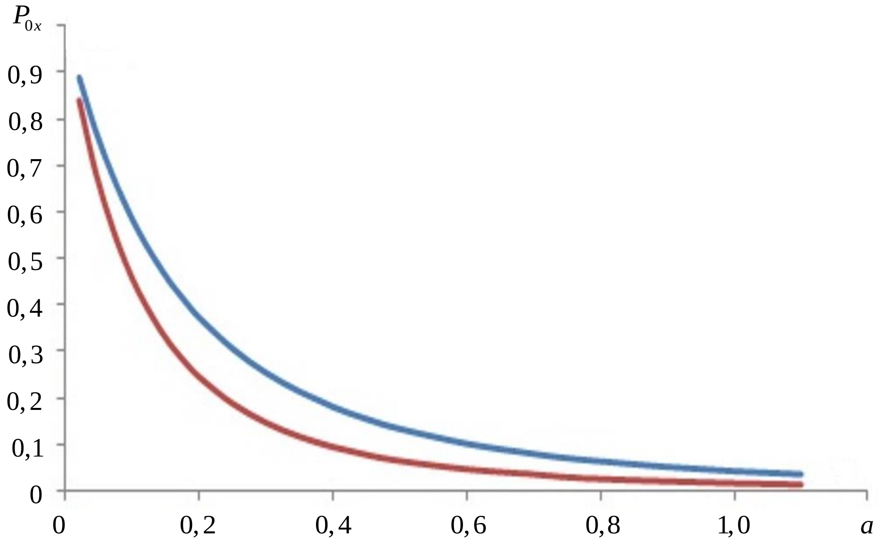


Рис. 2. Вероятности успеха в конфликте для системы X в варианте «1:3»

Как показали результаты расчётов, наличие информации о состоянии единиц противоположной стороны может значительно увеличить вероятность успеха в конфликте для единиц системы X. Так для варианта «1:2» при $a = 0,25$, эта вероятность увеличивается с 0,444 до 0,533. Ещё более существенно вероятность успеха для системы X увеличивается для варианта «1:3». При $a = 0,12$ она возрастает с 0,398 до 0,529.

Выводы. Разработана модель конфликта двух взаимодействующих систем, состоящих из большого числа структурных единиц, с учетом эффекта получения информации о взаимном состоянии в процессе конфликта, сопровождающегося нарушением функционирования единиц противоположной системы.

Проведено сравнение сценария развития конфликта в варианте взаимодействия одной единицы системы с двумя и тремя однотипными единицами противоположной системы при наличии информации об их состоянии (нарушено ли их функционирование или нет) и при отсутствии таковой.

Показано, что наличие информации о состоянии единиц противоположной системы значительно увеличивает вероятность успеха в конфликте системы X.

Установлено, что при увеличении количества единиц противоположной системы наличие информации об их состоянии приводит к более существенному возрастанию вероятности успеха рассматриваемой системы X.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Boulding K.E. *Conflict and Defence. A General Theory*. New York, Harper & Brothers, 1962, 349 p.

[2] Kimbrough E., Laughren K., Sheremeta R. War and conflict in economics: Theories, applications, and recent trends. *Journal of Economic Behavior & Organization,* 2020, vol. 178, pp. 998–1013.

[3] Acemoglu D., Wolitzky A. Cycles of conflict: An economic model. *American Economic Review*, 2014, vol. 104, no. 4, pp. 1350–1367.

[4] Александров А.А., Димитриенко Ю.И. Математическое и компьютерное моделирование — основа современных инженерных наук. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 3–4.

[5] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

[6] Вентцель Е.С. *Исследование операций: задачи, принципы и методология*. Москва, УРСС, 2007, 208 с.

[7] Ткаченко П.Н. *Математические модели боевых действий*. Москва, Советское радио, 1969, 240 с.

[8] Hillier F.S., Lieberman G.J. *Introduction to Operations Research*. New York, McGraw-Hill, 2005, 998 p.

[9] Чуев Ю.В. *Исследование операций в военном деле.* Москва, Воениздат, 1970, 270 с.

[10] Алексеев О.Г., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г. *Марковские модели боя*. Москва, Министерство обороны СССР, 1985, 85 с.

[11] Вентцель Е.С. *Теория вероятностей*. Москва, КноРус, 2016, 658 с.

[12] Вентцель Е.С., Овчаров В.Я. *Теория случайных процессов и её инженерные приложения.* Москва, КноРус, 2015, 448 с.

[13] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Стохастизм и детерминизм при моделировании двухсторонних боевых действий. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2017, № 4, с. 16–28.

[14] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. «Смешанная» модель противоборства многочисленных группировок при линейных зависимостях от времени эффективных скоростей воздействий единицами сторон. *Математическое моделирование и численные методы,* 2022, № 2, с. 102–113.

[15] Shamahan L. *Dynamics of Model Battles*. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, 43 p.

[16] Taylor J.G. *Force-on-force attrition modeling*. Military Applications Section of Operations Research Society of America, 1980, 320 p.

Статья поступила в редакцию 07.05.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Моделирование конфликта взаимодействующих систем с учетом эффекта получения информации о взаимном состоянии. *Математическое моделирование и численные методы,* 2023, № 3, с. 125–133.

Чуев Василий Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: vacilious@mail.ru

Дубограй Ирина Валерьевна — доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru

Modeling the conflict of interacting systems, taking into account the effect of obtaining information on the mutual state

© V.Yu. Chuev, I.V. Dubograi

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

With the help of probabilistic methods, a model of the conflict of two interacting systems consisting of numerous structural units is proposed, taking into account the effect of delaying information about the mutual state: about the structure, number and parameters of each other's structural units. A study was made of the influence of insufficient information at a particular point in time on the outcome of the process of conflict development. It is shown that the availability of information about the state of the structural units of the opposite side can significantly increase the probability of successful development of the conflict, and with an increase in the number of units of structural units, the difference in the probability of successful development of the conflict scenario increases significantly.

Keywords: *probabilistic conflict model, interacting systems, effective confrontation speed, probability of success, Markov process*

REFERENCES

[1] Boulding K.E. *Conflict and Defence. A General Theory*. New York, Harper & Brothers, 1962, 349 p.

[2] Kimbrough E., Laughren K., Sheremeta R. War and conflict in economics: Theories, applications, and recent trends. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 2020, vol. 178, pp. 998–1013.

[3] Acemoglu D., Wolitzky A. Cycles of conflict: An economic model. *American Economic Review*, 2014, vol. 104, no. 4, pp. 1350–1367.

[4] Alexandrov A.A., Dimitrienko Yu.I. Mathematical and computer modeling-the basis of modern engineering sciences. *Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 3–4.

[5] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Special features of mathematical modeling of technical instruments. *Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.

[6] Venttsel E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* [Operations research: objectives, principles, methodology]. Moscow, URSS Publ., 2007, 208 p.

[7] Tkachenko P.N. *Matematicheskie modeli boevykh deistviy* [Mathematical models of combat operations]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1969, 240 p.

[8] Hillier F.S., Lieberman G.J. *Introduction to Operations Research*. New York, McGraw-Hill, 2005, 998 p.

[9] Chuev Yu.V. *Issledovanie operatsiy v voennom dele* [Operations research in military arts]. Moscow, Voenizdat Publ., 1970, 270 p.

[10] Alekseev O.G., Anisimov V.G., Anisimov E.G. *Markovskie modeli boya* [Markov's battle models]. Moscow, the USSR Ministry of Defense Publ., 1985, 85 p.

[11] Venttsel E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, KnoRus Publ., 2016, 658 p.

[12] Ventzel E.S., Ovcharov V.Y. *Teoriya sluchaynykh protsessov i yeyo inzhenernyye prilozheniya* [The theory of stochastic processes and its engineering applications]. Moscow, KnoRus Publ., 2015, 448 p.

[13] Chuev V.Yu., Dubograi I.V. Stochasticism and determinism in simulation bilateral warfare. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2017, no. 4, pp. 16–28.

[14] Chuev V.Yu., Dubogray I.V. A "mixed" model of the confrontation of numerous groups with linear dependencies on the time of the effective speed of strikes by units of the parties. *Mathematical modeling and Computational Methods*, 2022, no. 2, pp. 102–113.

[15] Shamahan L. *Dynamics of Model Battles*. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, 43 p.

[16] Taylor J.G. *Force-on-force attrition modeling*. Military Applications Section of Operations Research Society of America, 1980, 320 p.

Chuev V.Yu., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: vacilious@mail.ru

Dubogray I.V., Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru