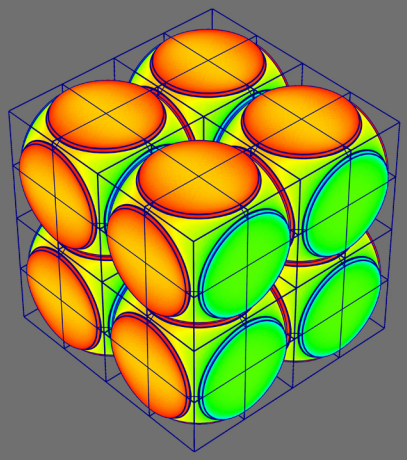
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Харченко Н.А., Никонов А.М. Определение распределенных аэродинамических характеристик осесимметричного тела конфигурации SOCBT при турбулентном обтекании трансзвуковым потоком. Математическое моделирование и численные методы, 2023, № 2, с. 100–128.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/310/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 09:50:13

УДК 533.6.011.35 DOI: 10.18698/2309-3684-2023-2-100128

Определение распределенных аэродинамических характеристик осесимметричного тела конфигурации SOCBT при турбулентном обтекании трансзвуковым потоком

© Н.А. Харченко[1,2,3], А.М. Никонов[1,4]

[1]Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского (ЦАГИ), Московская область, Жуковский, 141080, Россия
[2] Московский авиационный институт (МАИ), Москва, 125993, Россия
[3]Московский физико-технический институт (МФТИ), Московская область, Долгопрудный, 141701, Россия
[4]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В работе представлена валидационная задача трансзвукового моделирования турбулентного обтекания воздушным потоком осесимметричного тела конфигурации SOCBT. Основной вычислительной сложностью рассматриваемой задачи является подробное разрешение течения в пристеночной области для описания турбулентного пограничного слоя и дальнейшего воспроизведения экспериментально полученных распределений коэффициента давления на поверхности тела конфигурации SOCBT.

Ключевые слова: *трансзвуковое моделирование, турбулентные течения, ударные волны, пограничный слой, неструктурированные сетки*

Введение. Целью серии экспериментальных исследований, проводимых в центре авиационных исследований NASA Langley Research Center [1] на установке 8-Foot Transonic Pressure Tunnel, являлось создание валидационного базиса, используемого для подтверждения в задачах трансзвукового моделирования достоверности вычислительных моделей на околозвуковых скоростях [2-4]. В результате проведённых экспериментальных исследований [1] в широком диапазоне трансзвуковых скоростей и углов атаки были получены распределения коэффициента давления при обтекании турбулентным потоком осесимметричного тела конфигурации SOCBT – Secant-Ogive-Cylinder-BoatTail.

В данной работе валидационная задача трансзвукового моделирования турбулентного обтекания воздушным потоком тела конфигурации SOCBT численно решалась в трёхмерной постановке. Основной целью данного исследования является воспроизведение экспериментально полученных распределений коэффициента давления на поверхности осесимметричного тела.

Математическая постановка задачи. Расчёты турбулентного обтекания трансзвуковым потоком тела конфигурации SOCBT проводились с использованием компьютерного кода ГРАТ [5]. Компьютерный код ГРАТ предназначен для суперкомпьютерного моделирования аэротермогазодинамики высокоскоростных реагирующих течений с сильными ударными волнами [6-8]. В основе разработанного компьютерного кода лежит численное решение трёхмерной нестационарной системы уравнений движения вязкого, теплопроводного, химически реагирующего газа [5] и дополненной двухпараметрической RANS моделью турбулентности $k-\omega$ SST [9, 10]. Система уравнений Навье — Стокса, выражающая законы сохранения массы, импульсов и полной энергии, записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial t}+\frac{\partial F^x(\mathrm{w})}{\partial x}+\frac{\partial F^y(\mathrm{w})}{\partial y}+\frac{\partial F^z(\mathrm{w})}{\partial z}=\frac{\partial G^x(\mathrm{w})}{\partial x}+\frac{\partial G^y(\mathrm{w})}{\partial y}+\frac{\partial G^z(\mathrm{w})}{\partial z} \quad (1)$$

$$\mathrm{w}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho E\end{pmatrix},$$

$$F^x=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ \rho uE+pu\end{pmatrix},\ F^y=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ \rho vE+pv\end{pmatrix},\ F^z=\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ \rho wE+pw\end{pmatrix},$$

$$G^x=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{yx}\\ \tau_{zx}\\ u\tau_{xx}+v\tau_{yx}+w\tau_{zx}-q_x\end{pmatrix},\ G^y=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{zy}\\ u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+w\tau_{zy}-q_y\end{pmatrix},$$

$$G^z=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xz}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zz}\\ u\tau_{xz}+v\tau_{yz}+w\tau_{zz}-q_z\end{pmatrix},$$

где w — столбец консервативных переменных, F — вектор конвективного потока, G — вектор вязкого потока.

Компоненты тензора вязких напряжений и вектора теплового потока определяются как:

$$\tau_{xx}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial w}{\partial z}\right),\ \tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z}\right),\ \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right),\ \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right),$$

$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x},\ q_y = -\lambda\frac{\partial T}{\partial y},\ q_z = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z}.$$

В используемой двухпараметрической модели Ментера SST (Shear Stress Transport) уравнения переноса кинетической энергии k и удельной скорости диссипации турбулентных пульсаций ω записываются в следующем виде:

$$\begin{gathered}\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho U k) = P - \beta_k \rho\omega k + \nabla D_k,\\ \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \nabla(\rho U\omega) = P\frac{\eta\rho}{\mu_T} - \beta_\omega\rho\omega^2 + \nabla D_\omega + 2(1-F_1)\nabla k\cdot\nabla\omega\frac{\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega},\end{gathered} \tag{2}$$

где U — вектор скорости.

Турбулентная вязкость определяется соотношением:

$$\mu_T = \frac{ak\rho}{\max(a\omega, \Omega F_2)}. \tag{3}$$

Член генерации турбулентности имеет вид:

$$P = \min\left(\mu_T\Omega^2, 10\beta_k\rho\omega k\right), \tag{4}$$

и определяется через величину тензора завихренности:

$$\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}},\ \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right).$$

Функции диффузионных членов в уравнениях для k и ω имеют вид:

$$D_k = \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_k}\nabla k,\ D_\omega = \mu_L + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega}\nabla\omega. \tag{5}$$

Функции F_1 и F_2 определяются как:

$$F_1 = \tanh\left(\arg_1^4\right),\ F_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right), \tag{6}$$

$$\arg_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta_k\omega d},\ \frac{500\mu_L}{\rho\omega d^2}\right),\ \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}}\right),$$

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta_k \omega d},\quad \frac{500\mu_L}{\rho\omega d^2}\right),$$

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\frac{\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} gradk \cdot grad\omega,\quad 10^{-10}\right),$$

где d — расстояние до ближайшей стенки.

Константы SST модели определяются через функцию смешения моделей $k-\varepsilon$ и $k-\omega$:

$$\varphi\left(\sigma_k, \sigma_\omega, \beta_\omega, \eta\right) = F_1\varphi_1 + \left(1-F_1\right)\varphi_2, \tag{7}$$

$$\sigma_{k1} = 0.85 \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5 \quad \beta_{\omega 1} = 0.075 \quad \eta_1 = 0.55 \quad \beta_k = 0.09$$
$$\sigma_{k2} = 1.0 \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856 \quad \beta_{\omega 2} = 0.0828 \quad \eta_2 = 0.44 \quad a = 0.31$$

В задачах высокоскоростного моделирования, не требующих учёта физико-химических процессов в газе, решаемая система уравнений замыкается термическим и калорическим уравнениями состояния совершенного газа:

$$p = \left(\gamma - 1\right)\rho e,\ e = C_{\text{v}} T, \tag{8}$$

где

$$e = E - \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2 + w^2\right).$$

Для расчёта свойств переноса, коэффициентов вязкости и теплопроводности, использовались соотношения:

$$\mu_L = \text{C}\frac{T^{3/2}}{T + 110.4},\ \text{C} = 1.458\cdot 10^{-6}\ \text{кг}/\left(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К}^{1/2}\right), \tag{9}$$

где принимаются постоянными:

$$\text{Pr} = 0.72,\ \text{Pr}_T = 0.9,\ \gamma = 1.4\left(\frac{R}{M}\right) = 286.7\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}\right).$$

Численный алгоритм решения задачи. Численное интегрирование системы уравнений газовой динамики проводилось с использованием модифицированного метода AUSM+ [11]. Используемый для численного интегрирования метод AUSM+ является методом расщепления потоков на конвективную и акустическую составляющие в зависимости от числа Маха. Такой подход является альтернативой методам, основанным на идеи вычисления потоков через грани конечного объема из решения задачи о распаде произвольного разрыва, предложенной С.К. Годуновым [12].

Численный поток методом AUSM+ определяется из соотношения [13]:

$$F_{AUSM} = \begin{cases} \mathrm{w}_L M_{1/2} \mathrm{c}_{1/2} + \Phi_L, & M_{1/2} \geq 0 \\ \mathrm{w}_R M_{1/2} \mathrm{c}_{1/2} + \Phi_R, & M_{1/2} < 0 \end{cases}, \tag{10}$$

$$\Phi_{L/R} = \begin{pmatrix} 0 \\ P_{1/2} \cdot n_x - P_u \\ P_{1/2} \cdot n_y - P_v \\ P_{1/2} \cdot n_z - P_w \\ p_{L/R} M_{1/2} \mathrm{c}_{1/2} \end{pmatrix}.$$

Расщепление потока на вклады конвекции и давления выражается посредством представления числа Маха в виде двух состояний:

$$\begin{aligned} M_{1/2} &= M_L^+ + M_R^- - M_P \\ P_{1/2} &= P_L^+ p_L + P_R^- p_R \end{aligned}. \tag{11}$$

Конвективная и акустическая составляющие расщепленного потока аппроксимируются полиномами четвертого и третьего порядка:

$$M_{L/R}^{\pm} = \begin{cases} \pm\frac{1}{4}\left(M_{L/R} \pm 1\right)^2 \pm \frac{1}{8}\left(M_{L/R}^2 - 1\right)^2, & |M_{L/R}| < 1 \\ \frac{1}{2}\left(M_{L/R} \pm |M_{L/R}|\right), & |M_{L/R}| \geq 1 \end{cases}$$

$$P_{L/R}^{\pm} = \begin{cases} \frac{1}{4}\left(M_{L/R} \pm 1\right)^2 \left(2 \mp M_{L/R}\right)^2, & |M_{L/R}| < 1 \\ \frac{\left(M_{L/R} \pm |M_{L/R}|\right)}{2M_{L/R}}, & |M_{L/R}| \geq 1 \end{cases} \tag{12}$$

Для сохранения устойчивости численной схемы при расчетах течений с большими числами Маха в выражения для вкладов конвекции и давления добавляются диффузионные слагаемые [14], обеспечивающие дополнительную диссипацию для подавления численной неустойчивости сильных ударных волн:

$$M_P = (1-g)(1-f)\frac{p_R - p_L}{(\rho_L + \rho_R)\mathrm{c}_{1/2}^2}, \tag{13}$$

$$P_u = \frac{g(p_L + p_R)}{2\mathrm{c}_{1/2}} P_L^+ P_R^- (u_R - u_L),$$

$$P_v = \frac{g\left(p_L + p_R\right)}{2\mathrm{c}_{1/2}} P_L^+ P_R^- \left(v_R - v_L\right),$$

$$P_w = \frac{g\left(p_L + p_R\right)}{2\mathrm{c}_{1/2}} P_L^+ P_R^- \left(w_R - w_L\right),$$

где функции g и f определяются как:

$$g = \frac{1+\cos\left(\pi h\right)}{2},\ h = \min_j\left(h_j\right),\ h_j = \min_j\left(\frac{p_{Lj}}{p_{Rj}}, \frac{p_{Rj}}{p_{Lj}}\right),$$

$$f = \frac{1-\cos\left(\pi M\right)}{2},\ M = \min\left(\max\left(|M_L|, |M_R|\right), 1\right).$$

Число Маха и скорость звука в описанном методе определяются как:

$$M_{L/R} = \frac{U_{L/R}}{\mathrm{c}_{1/2}},\ U_{L/R} = u_{L/R}\cdot n_x + v_{L/R}\cdot n_y + w_{L/R},\cdot n_z,\ \mathrm{c}_{1/2} = \min\left(\mathrm{c}_L, \mathrm{c}_R\right).$$

Для получения более высокого порядка точности численного решения по пространству задается линейное распределение газодинамических параметров внутри ячейки [15]:

$$f_j = f_l + \alpha\left(\frac{\partial f_l}{\partial x}\left(x_j - x_l\right) + \frac{\partial f_l}{\partial y}\left(y_j - y_l\right) + \frac{\partial f_l}{\partial z}\left(z_j - z_l\right)\right). \qquad (14)$$

Линейная реконструкция проводится по неконсервативным переменным $f = \left(u, v, w, p, \rho, e, T, k, \omega\right)$, а значения газодинамических параметров, используемые для вычисления потоков через грани конечного объема, определяются на каждой грани из задаваемого распределения, что приводит к схеме второго порядка в областях, где решение гладкое. Но при этом для сохранения свойства монотонности численной схемы на газодинамических разрывах необходимо использовать ограничитель задаваемого распределения [15].

Коэффициент ограничения задаваемого распределения вычисляется из соотношения:

$$\alpha_j = \begin{cases} \dfrac{\max\left(f_k, f_l\right) - f_l}{f_j - f_l}, & \text{если } f_j - f_l > 0 \\ \dfrac{\min\left(f_k, f_l\right) - f_l}{f_j - f_l}, & \text{если } f_j - f_l < 0, \\ 1.5, & \text{если } f_j - f_l = 0 \end{cases} \qquad (15)$$

где с индексами «l» и «k» значения функций в центрах расчётной и соседней ячеек, а с индексом «j» значения функций, вычисленные в центре j-ой грани.

Но отсутствие дифференцируемости записанной функции – ограничителя приводит к ухудшению монотонности схемы. Обеспечить монотонность численной схемы позволило использование дополнительной дифференцируемой функции – ограничителя [16]:

$$\alpha = \begin{cases} \min\left(\alpha_j\right) - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\min\left(\alpha_j\right)}{1.5}\right)^3, & \textit{если } \min\left(\alpha_j\right) < 1.5 \\ 1, & \textit{иначе} \end{cases} \qquad (16)$$

В итоге расчётные соотношения для численного интегрирования решаемой системы уравнений методом конечного объёма записываются в следующем виде

$$\rho_l^{n+1} = \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(\rho u\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho v\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho w\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j}\right),$$

$$u_l^{n+1} = \left[u_l^n \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(p\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho u^2\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{xx_{l,j}^n} n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uv\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{yx_{l,j}^n} n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uw\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{zx_{l,j}^n} n_{z_{l,j}} S_{l,j} \right)\right] \frac{1}{\rho_l^{n+1}},$$

$$v_l^{n+1} = \left[v_l^n \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(p\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uv\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{xy_{l,j}^n} n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho v^2\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{yy_{l,j}^n} n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho vw\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{zy_{l,j}^n} n_{z_{l,j}} S_{l,j} \right)\right] \frac{1}{\rho_l^{n+1}},$$

$$w_l^{n+1} = \left[w_l^n \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(p\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uw\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{xz_{l,j}^n} n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho vw\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{yz_{l,j}^n} n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho w^2\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{zz_{l,j}^n} n_{z_{l,j}} S_{l,j} \right)\right] \frac{1}{\rho_l^{n+1}},$$

$$E_l^{n+1} = \left[E_l^n \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(pu\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(pv\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(pw\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} + \right.\right.$$
$$+ \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uE\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho vE\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho wE\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} +$$
$$- \sum_{j=1}^{N} \left(u\tau_{xx}\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \left(u\tau_{yx}\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \left(u\tau_{zx}\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} q_{x_{l,j}^n} n_{x_{l,j}} S_{l,j} -$$
$$- \sum_{j=1}^{N} \left(v\tau_{xy}\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \left(v\tau_{yy}\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \left(v\tau_{zy}\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} q_{y_{l,j}^n} n_{y_{l,j}} S_{l,j} -$$
$$\left.\left. - \sum_{j=1}^{N} \left(w\tau_{xz}\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \left(w\tau_{yz}\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \left(w\tau_{zz}\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} q_{z_{l,j}^n} n_{z_{l,j}} S_{l,j} \right)\right] \frac{1}{\rho_l^{n+1}},$$

где N — количество граней в конечном объеме, n — номер временного слоя, а l — номер расчётной ячейки.

Шаг по времени Δt_l определяется следующим образом:

$$\Delta t_l = \mathrm{CFL}\left(\frac{h_l}{\frac{4(\mu_l/\rho_l)}{h_l} + \left|\vec{V}_l\right| + c_l}\right), \tag{17}$$

где CFL — число Куранта, c_l — скорость звука, h_l — отношение объёма к сумме площадей граней расчётной ячейки.

Для расчета вязких слагаемых необходимо вычислять производные скорости и температуры по пространству в центрах граней конечного объема. Вычисление производных основывалось на численном интегрирование по конечному объёму, состоящему из двух смежных ячеек, относительно центра общей грани и является решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_l}{\partial x}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j X_j^2 + \dfrac{\partial f_l}{\partial y}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j X_j Y_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial z}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j X_j Z_j = \sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j X_j F_j \\ \dfrac{\partial f_l}{\partial x}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j X_j Y_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial y}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j Y_j^2 + \dfrac{\partial f_l}{\partial z}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j Y_j Z_j = \sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j Y_j F_j \\ \dfrac{\partial f_l}{\partial x}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j X_j Z_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial y}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j Y_j Z_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial z}\sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j Z_j^2 = \sum\limits_{j=1}^{N}\omega_j Z_j F_j \end{cases}, \tag{18}$$

где $X_j = (x_j - x_l)$, $Y_j = (y_j - y_l)$, $Z_j = (z_j - z_l)$, $F_j = (f_j - f_l)$,

$$\omega_j = \frac{1}{(X_j^2 + Y_j^2 + Z_j^2)}.$$

Изложенный численный метод явный и имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй порядок аппроксимации по пространству. Численное интегрирование системы уравнений газовой динамики проводилось до установления стационарного решения.

Исходные данные для численного моделирования. Для проведения аэродинамических расчётов была создана трёхмерная поверхность осесимметричного тела конфигурации SOCBT. Геометрические размеры исследуемого объекта представлены в работе [1].

Численное моделирование трёхмерного поля течения проводилось с использованием неструктурированных сеток, важным преимуществом которых является автоматизация построения для сложных геометрических форм [17, 18]. Сгущение расчётной сетки осуществлялось вблизи поверхности исследуемого объекта для более детального описания поля течения в пограничном слое, что позволило в большей части пристеночной области обеспечить значение величины $y^+ < 2$. Трёхмерная сетка состояла из тетраэдральных и призматических элементов, общее количество ячеек которой в расчётной области составило 6 703 960.

На поверхности обтекаемого тела задавались граничные условия прилипания и отсутствия турбулентных пульсаций на стенке. Расчёты проводились с теплоизолированной поверхностью, вследствие длительной продолжительности рабочего режима в эксперименте.

Исходные данные, используемые для численного моделирования обтекания трансзвуковым потоком осесимметричного тела конфигурации SOCBT, приведены в таблице 1 [1].

Таблица 1

Параметры невозмущенного потока

M_∞	1.20	1.10	0.98	0.96
P_∞, атм	0.40	0.47	0.54	0.55
T_∞, K	272	272	272	272

Результаты численного моделирования. На рисунках 2 — 17 представлены распределения числа Маха, температуры и коэффициента давления, полученные в результате численного моделирования четырех режимов турбулентного обтекания трансзвуковым потоком тела конфигурации SOCBT под двумя углами атаки — 6 и 10 градусов. Как видно на представленных графиках (рисунки 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 и 17), полученные в результате численного моделирования распределения коэффициента давления на поверхности тела конфигурации SOCBT хорошо соответствуют экспериментальным данным [1].

Как видно на представленных графиках (рисунки 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 и 18), полученные в результате численного моделирования распределения коэффициента давления на поверхности тела конфигурации SOCBT хорошо соответствуют экспериментальным данным [1].

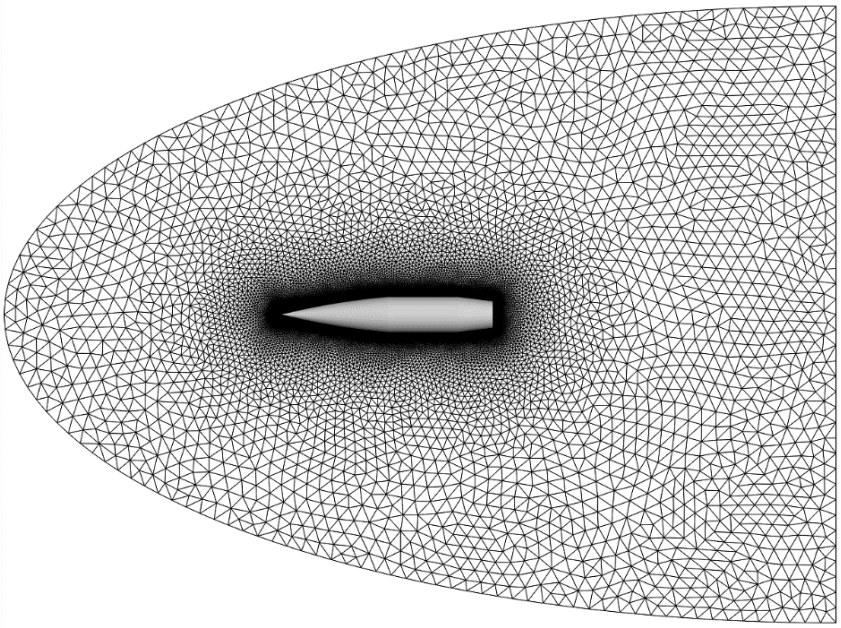
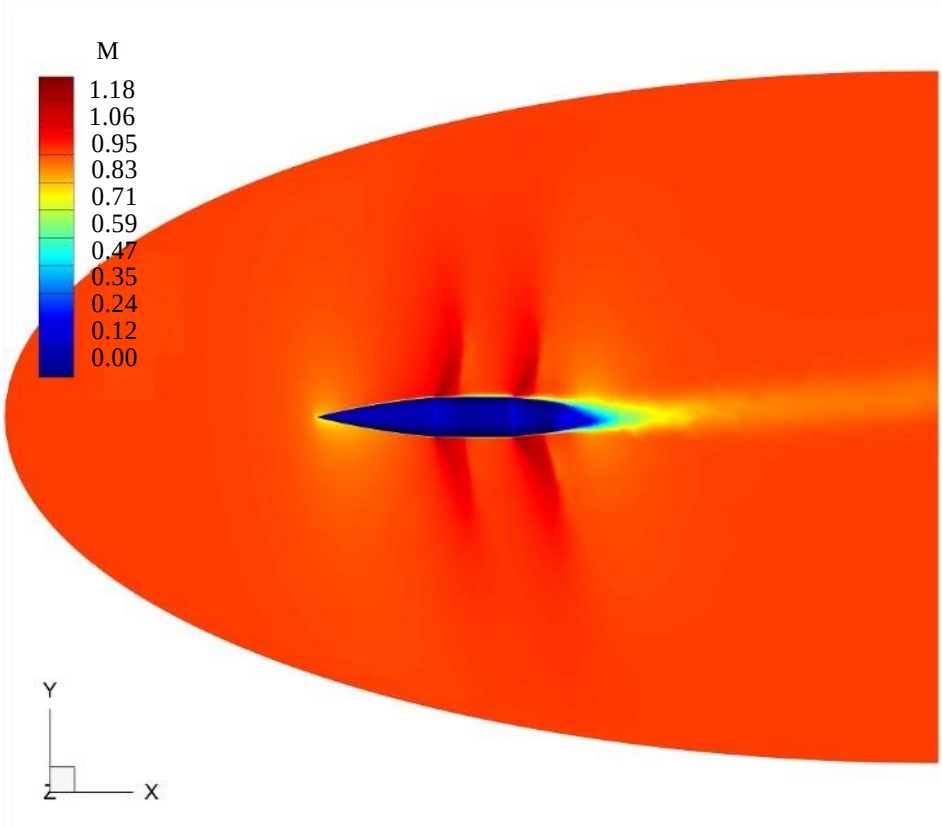


Рис. 1. Расчетная сетка для осесимметричного тела конфигурации SOCBT



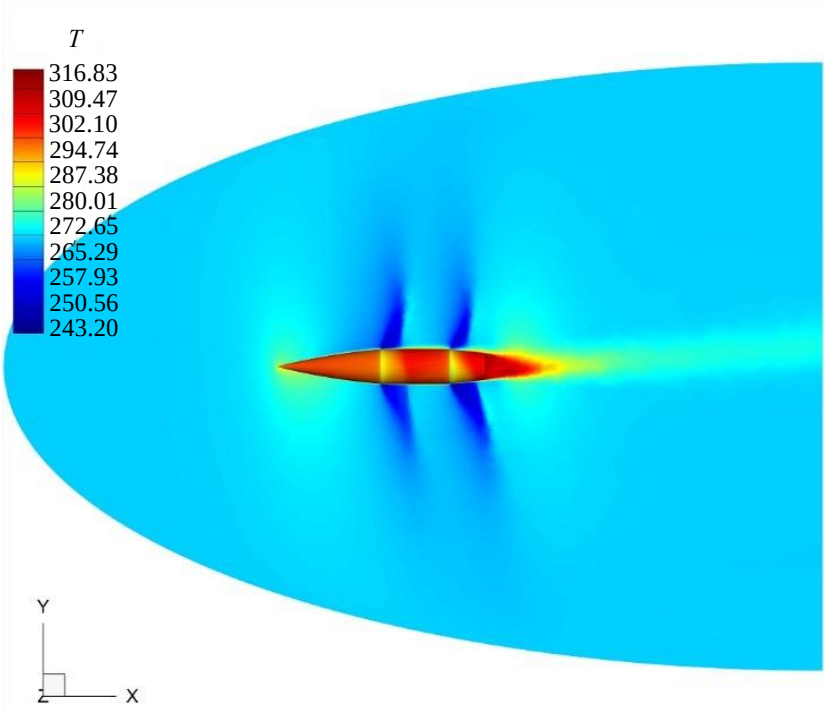
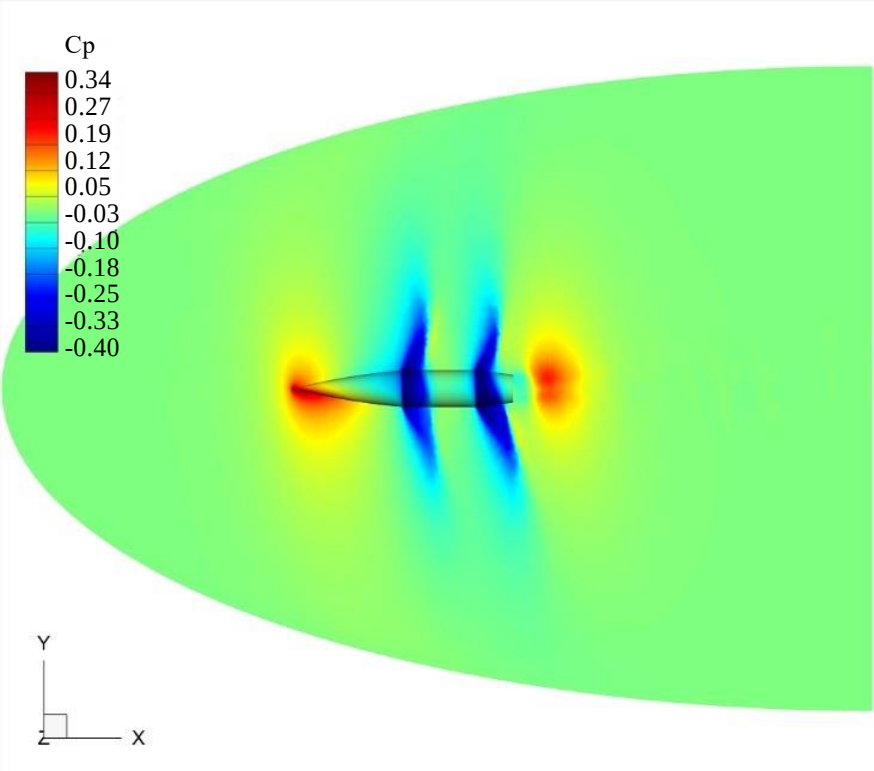


Рис. 2. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 0.96, угол атаки $\alpha = 6°$



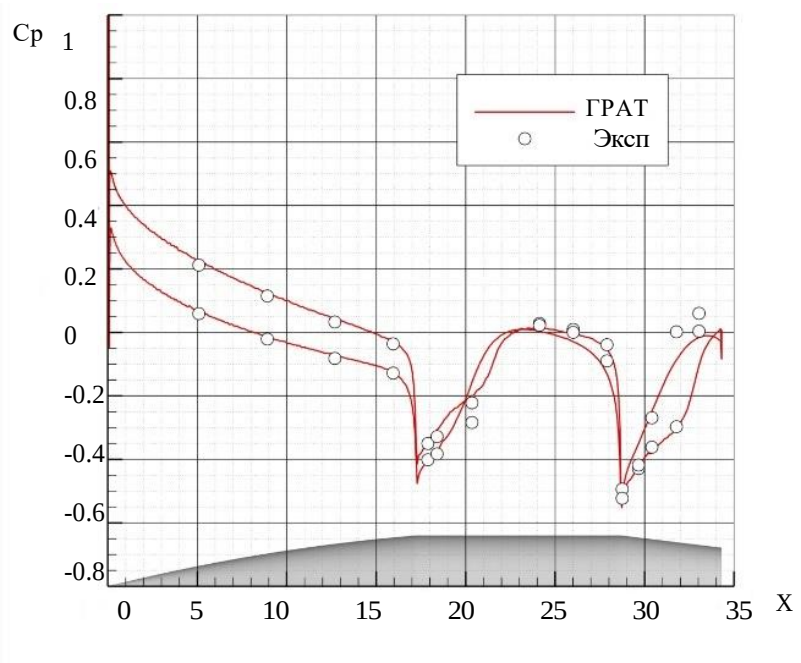
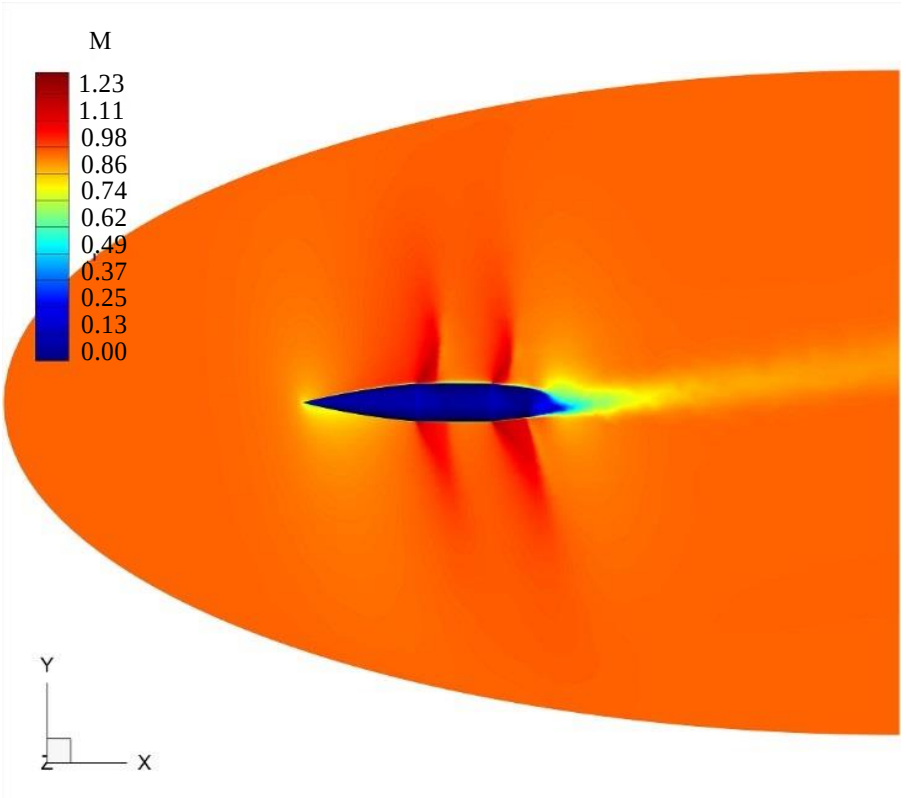


Рис. 3. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 0.96, угол атаки $\alpha = 6°$



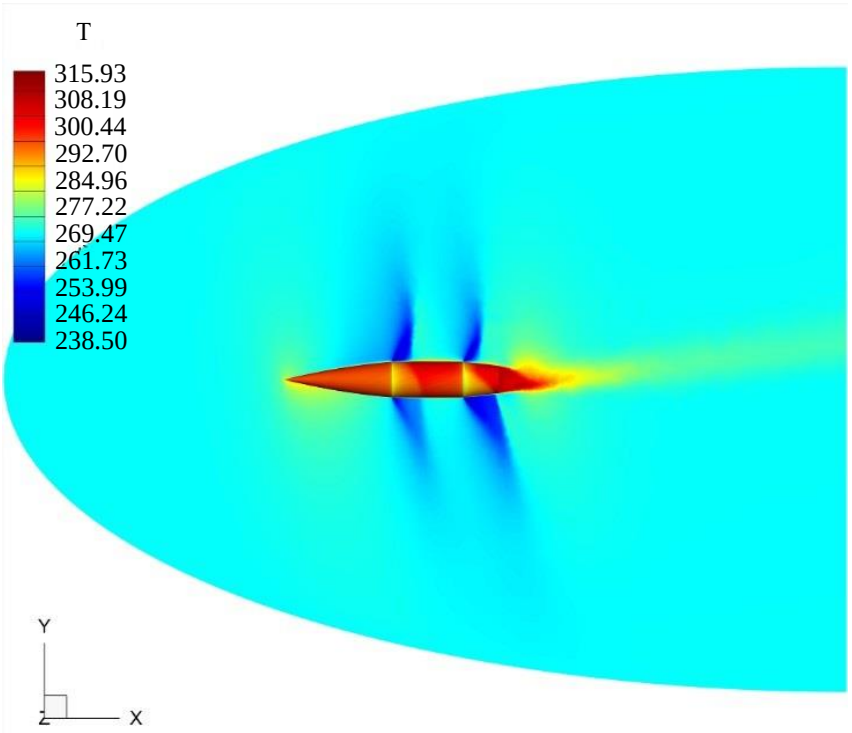
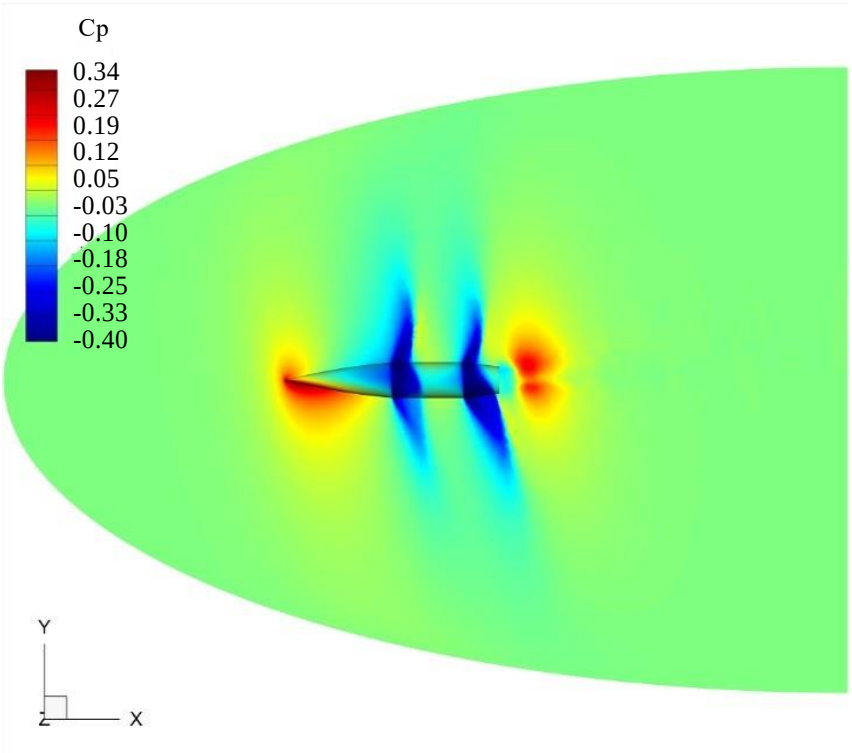


Рис. 4. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 0.96, угол атаки $\alpha = 10°$



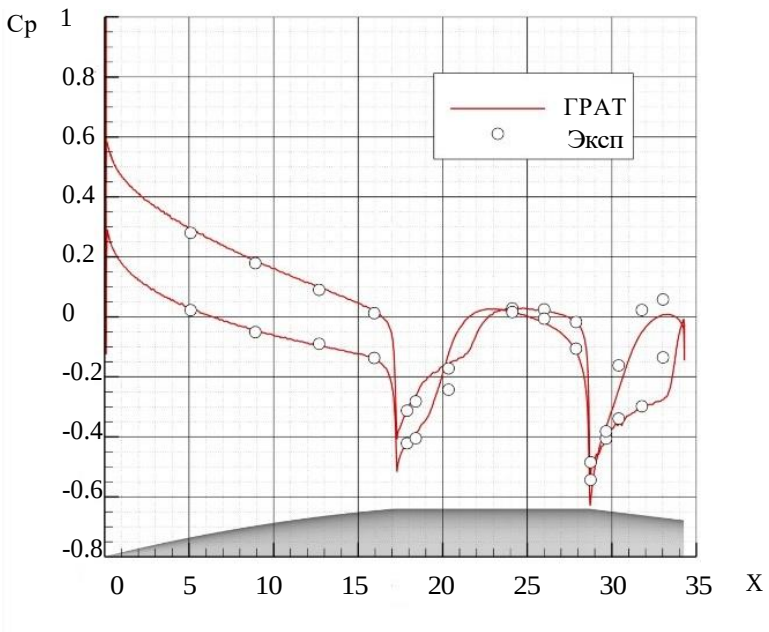
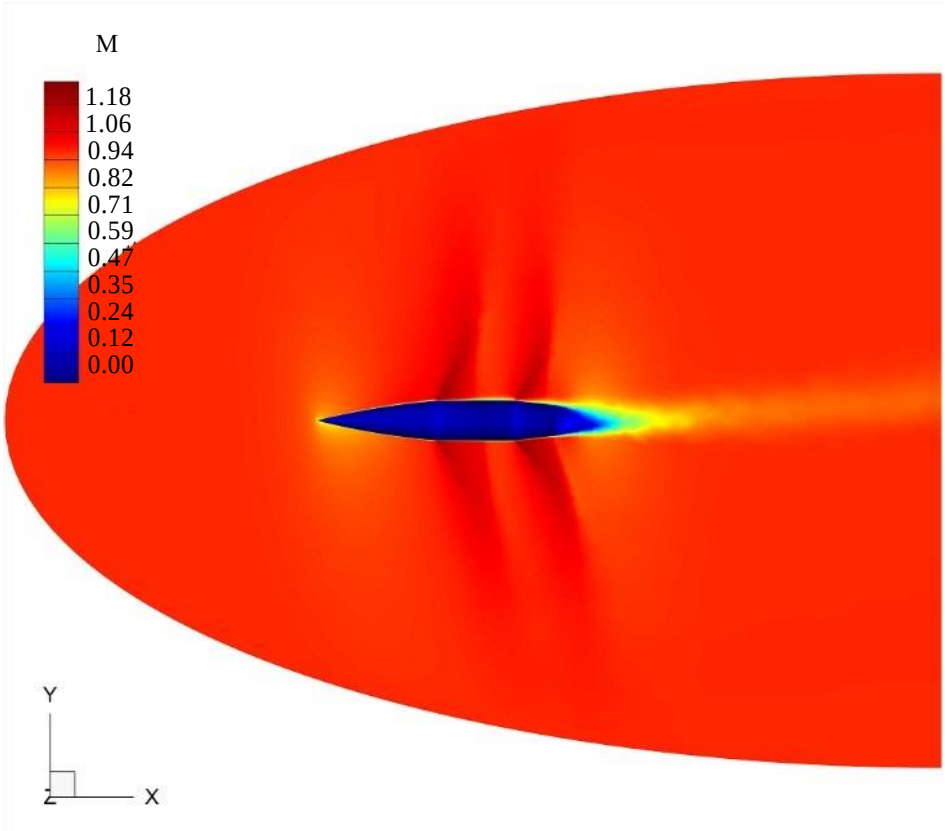


Рис. 5. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 0.96, угол атаки $\alpha = 10°$



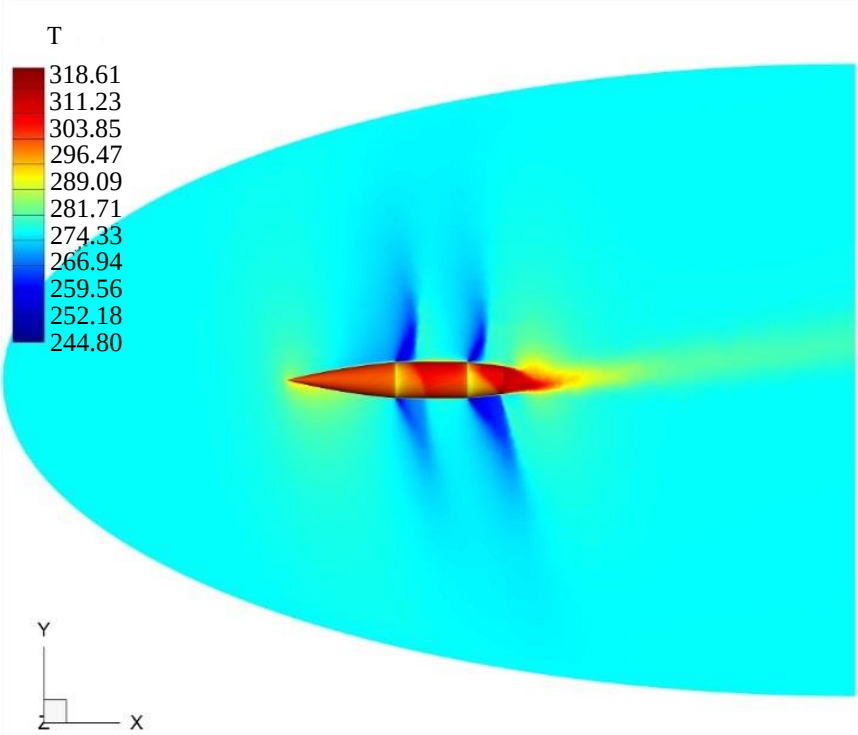
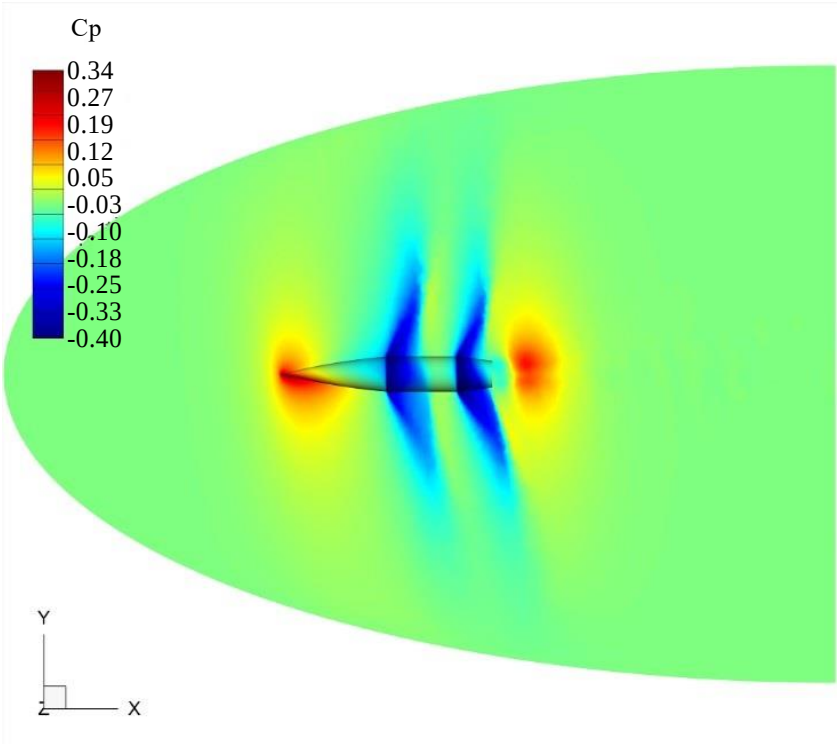


Рис. 6. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 0.98, угол атаки $\alpha = 6°$



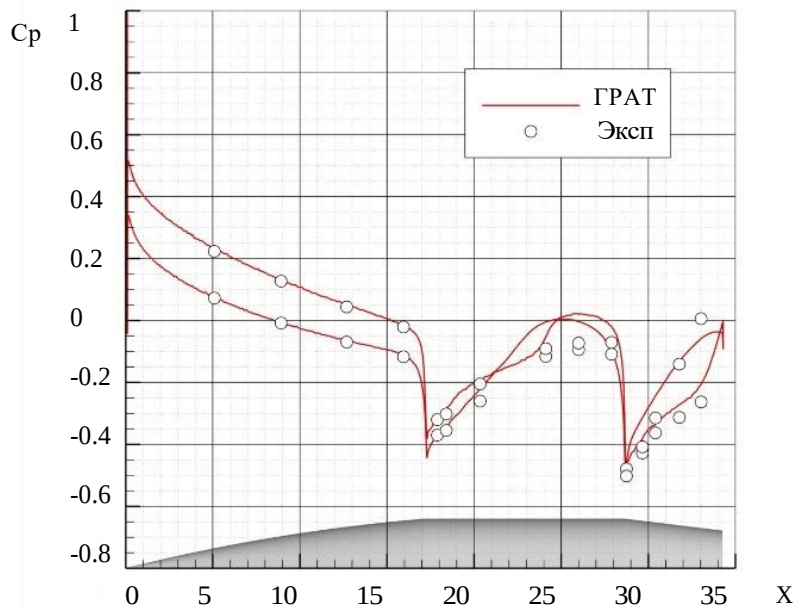
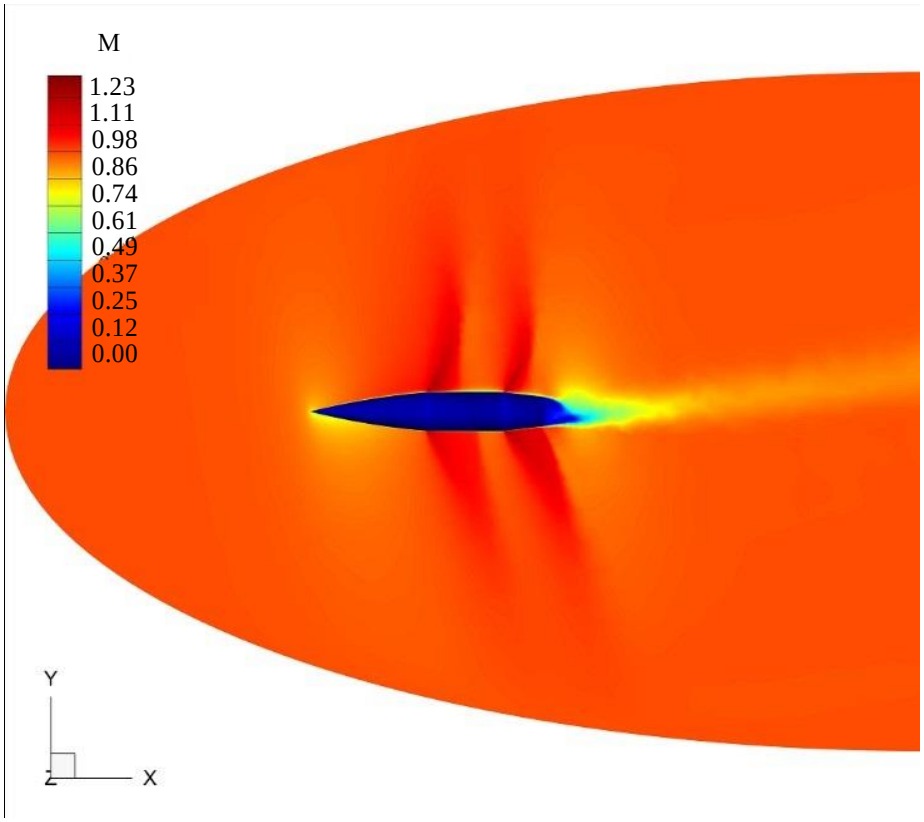


Рис. 7. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 0.98, угол атаки $\alpha = 6°$



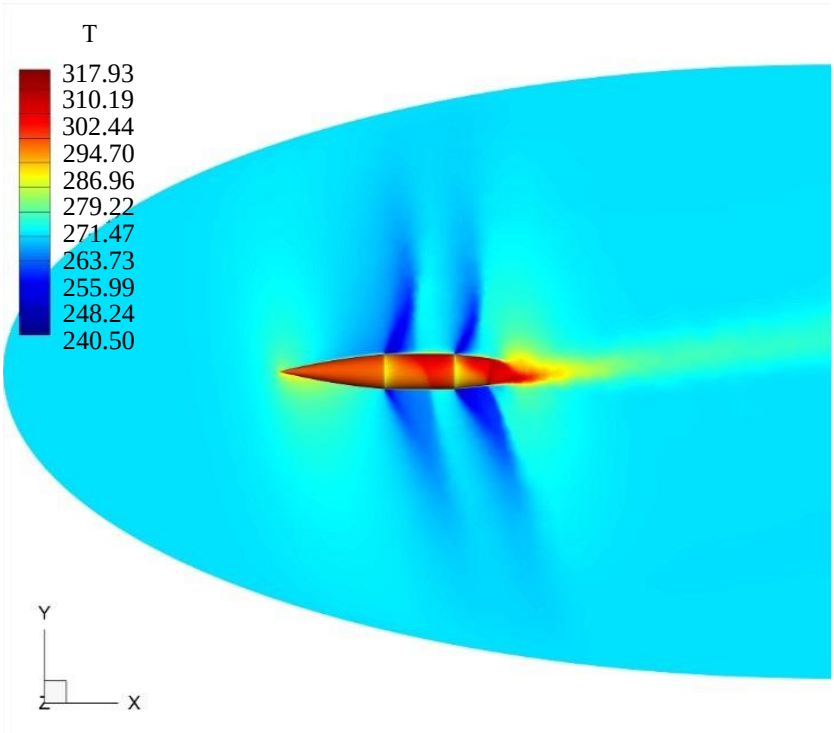
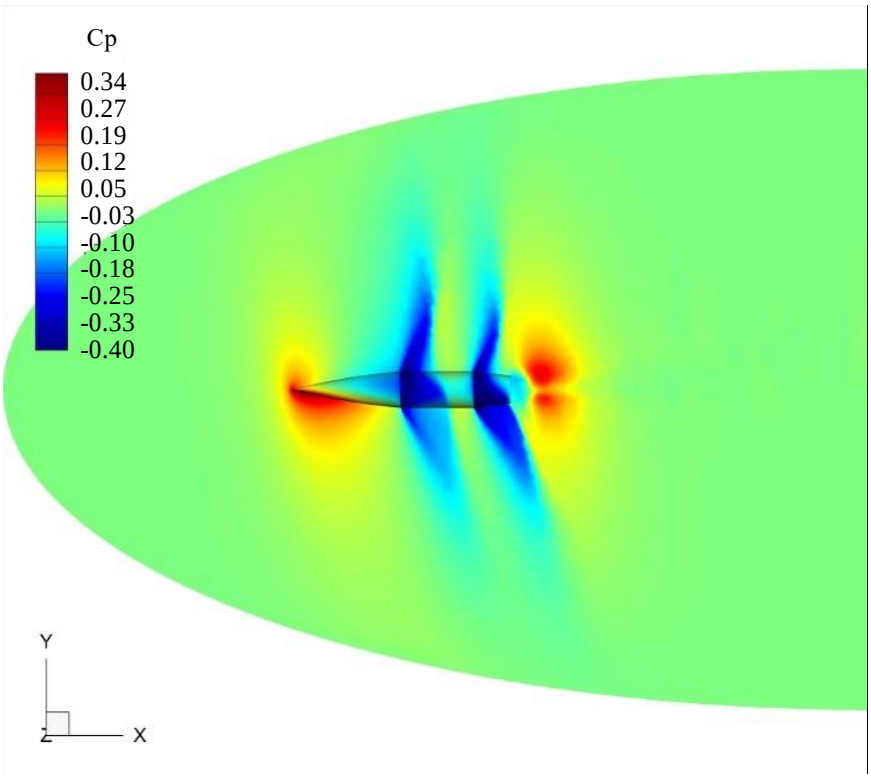


Рис. 8. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 0.98, угол атаки $\alpha = 10°$



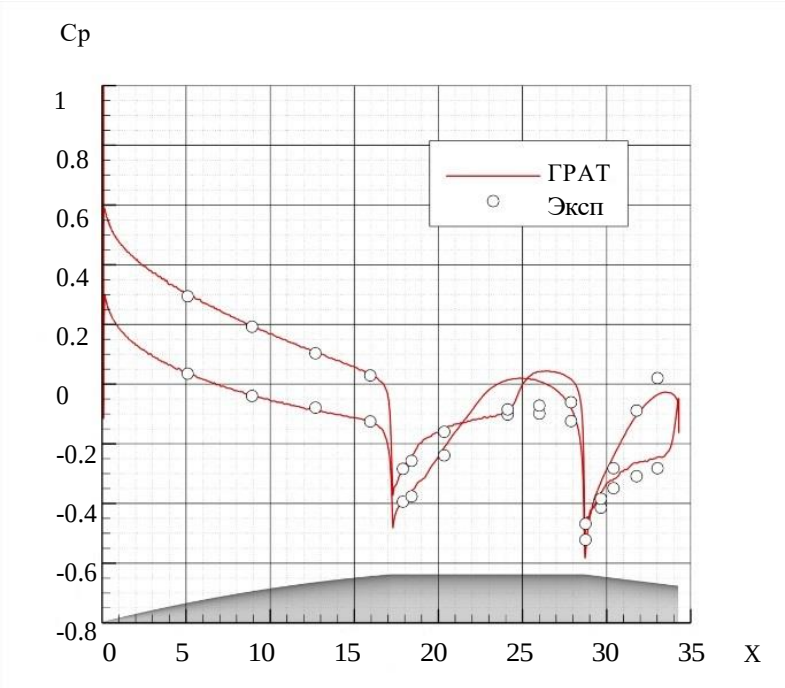
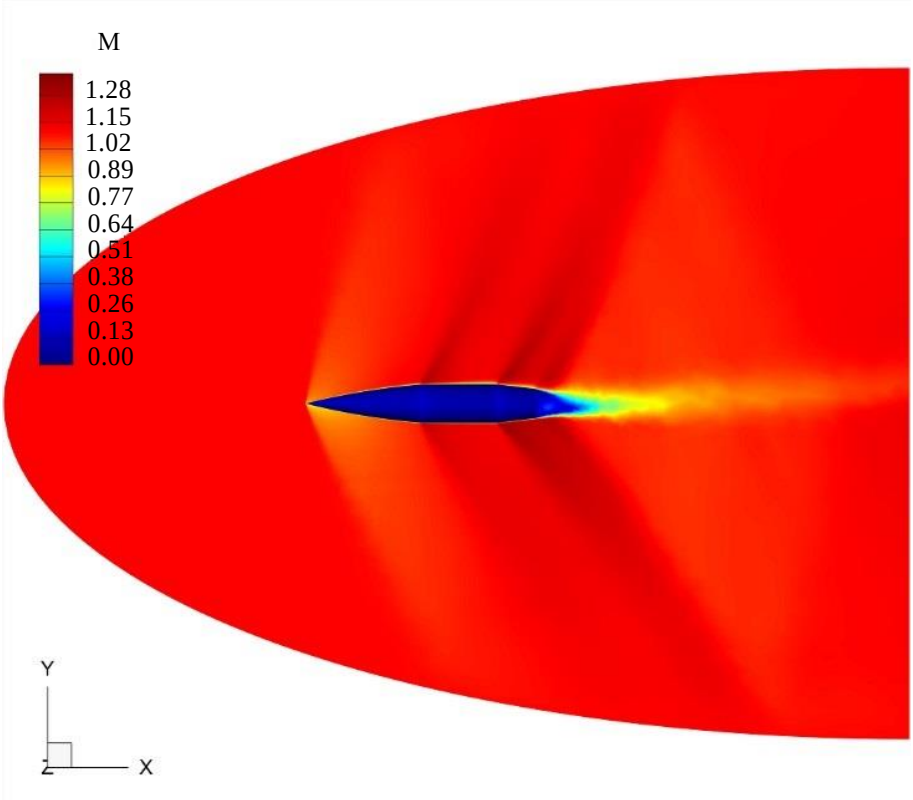


Рис. 9. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 0.98, угол атаки $\alpha = 10°$



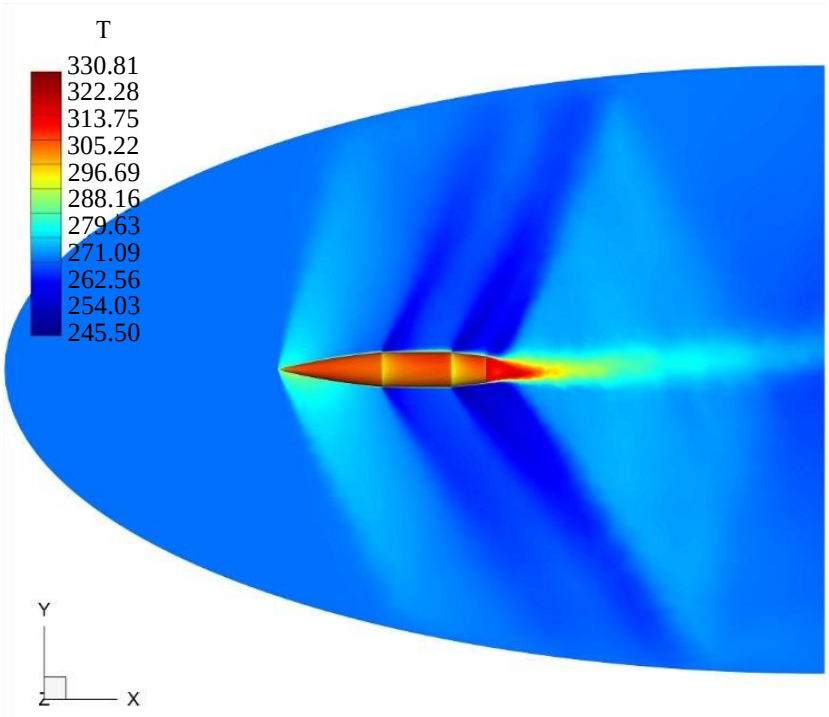
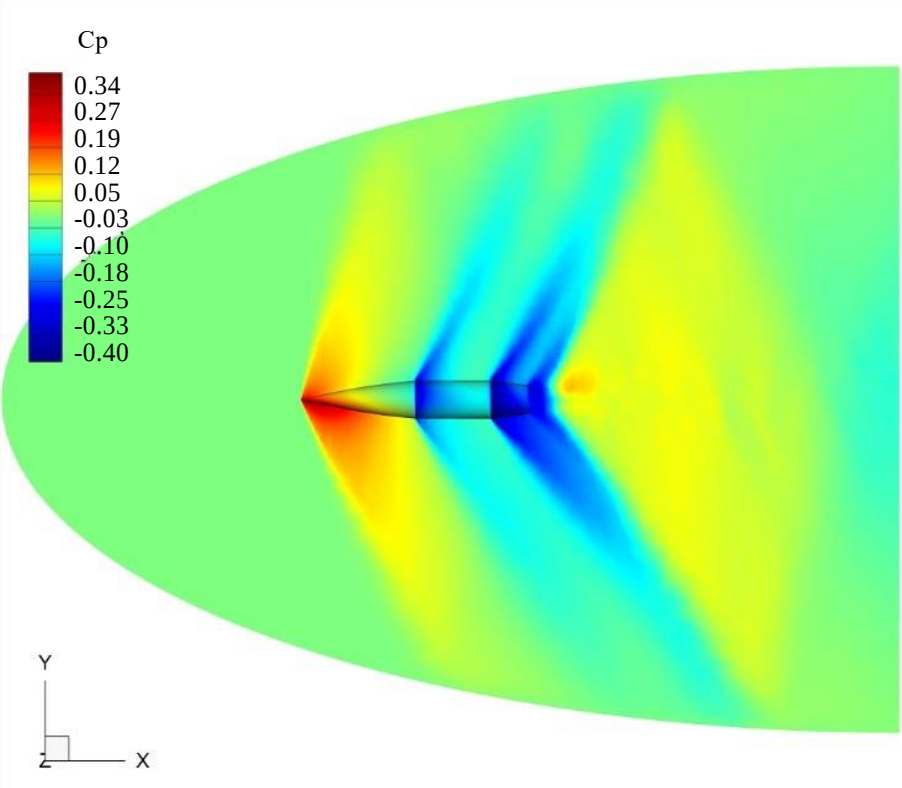


Рис. 10. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 1.1, угол атаки $\alpha = 6°$



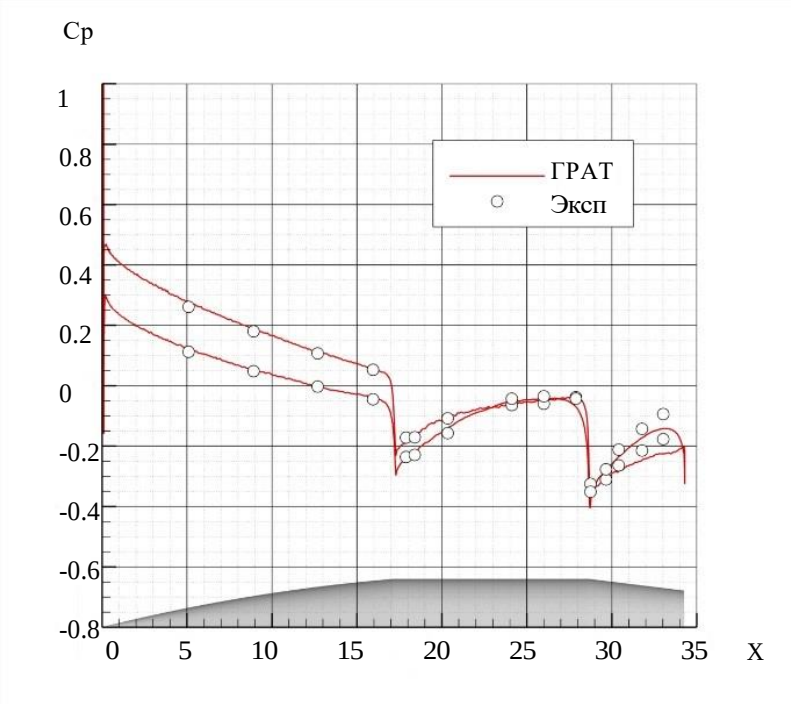
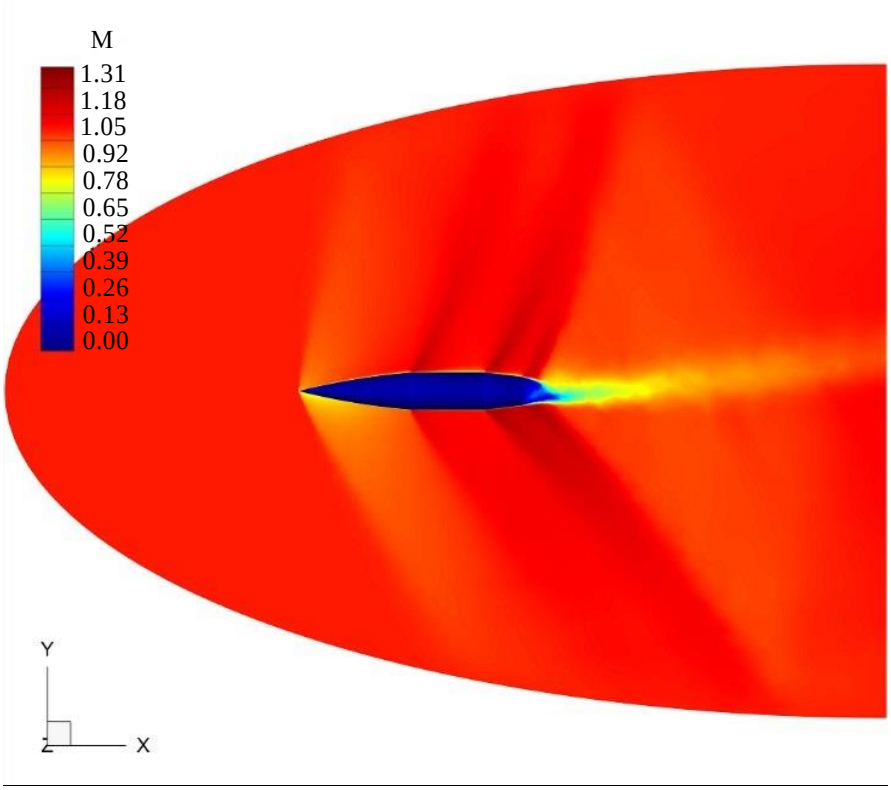


Рис. 11. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 1.1, угол атаки $\alpha = 6°$



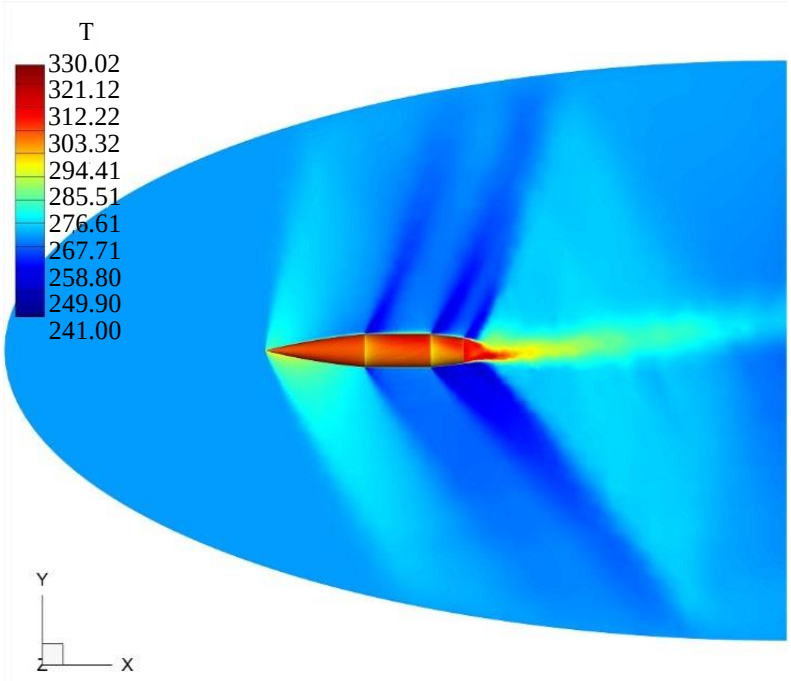
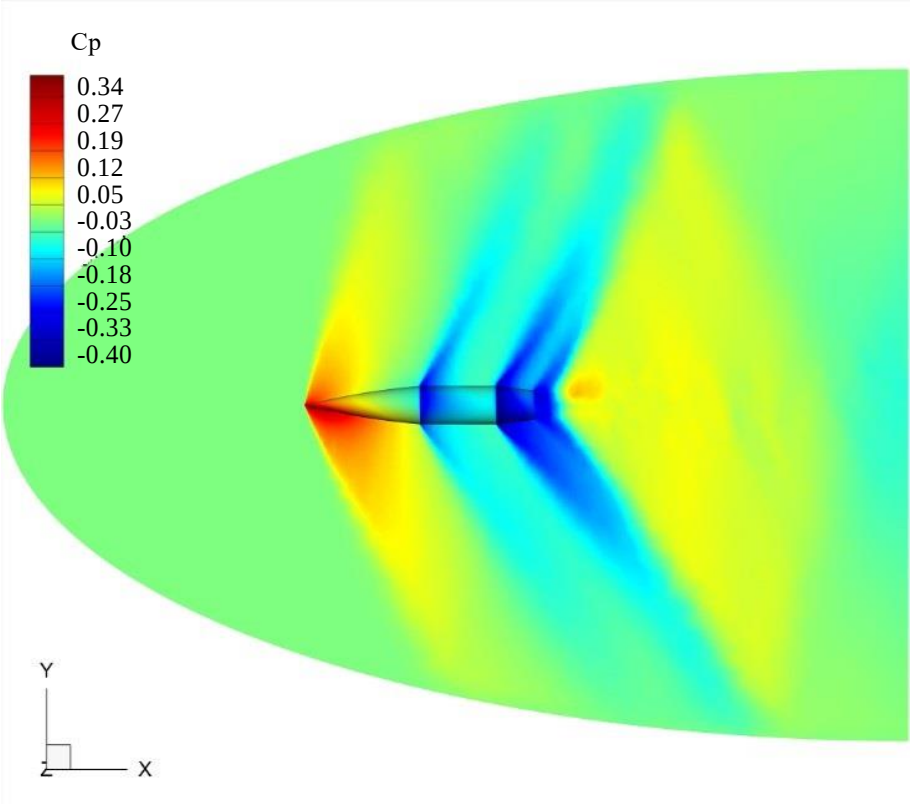


Рис. 12. Распределение числа Маха и температуры (K) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 1.1, угол атаки $\alpha = 10°$



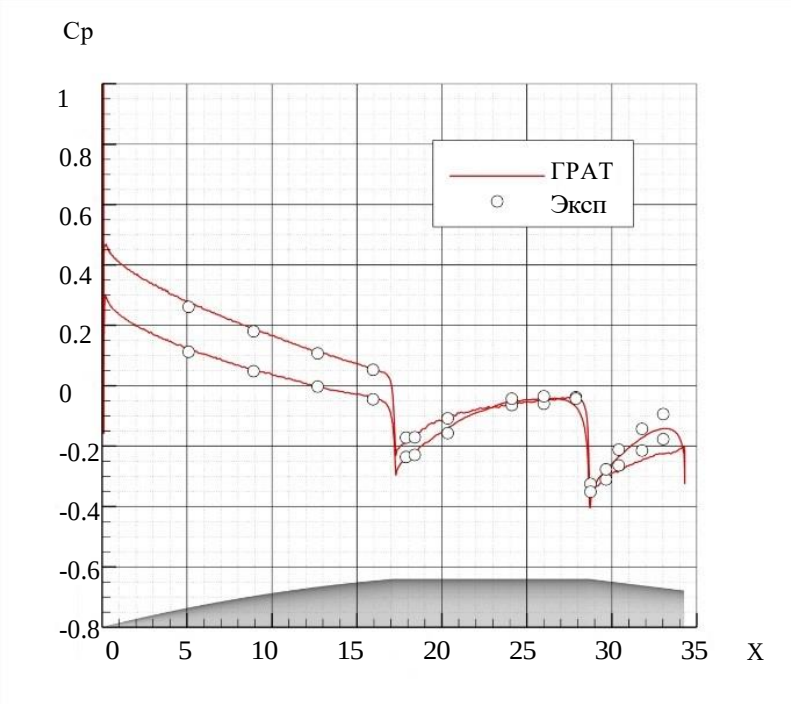
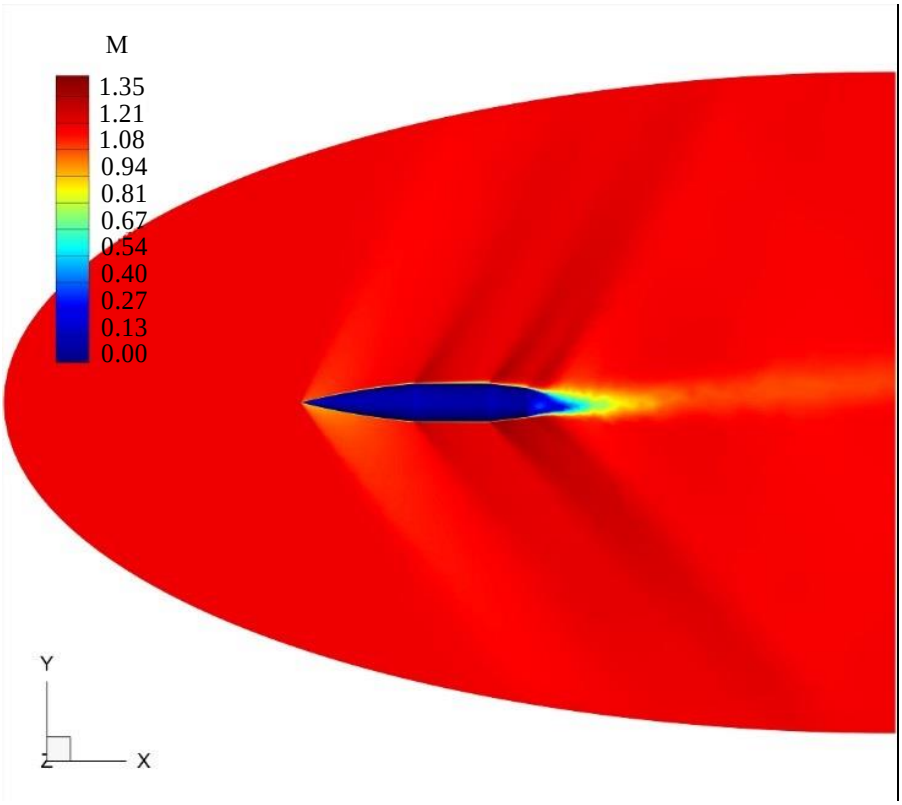


Рис. 13. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 1.1, угол атаки $\alpha = 6°$



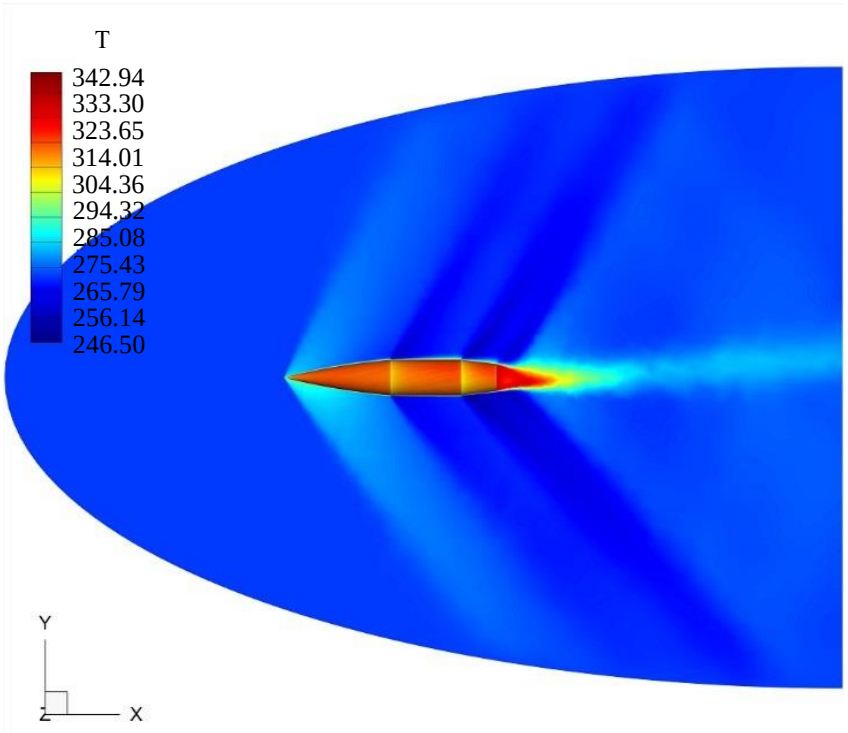
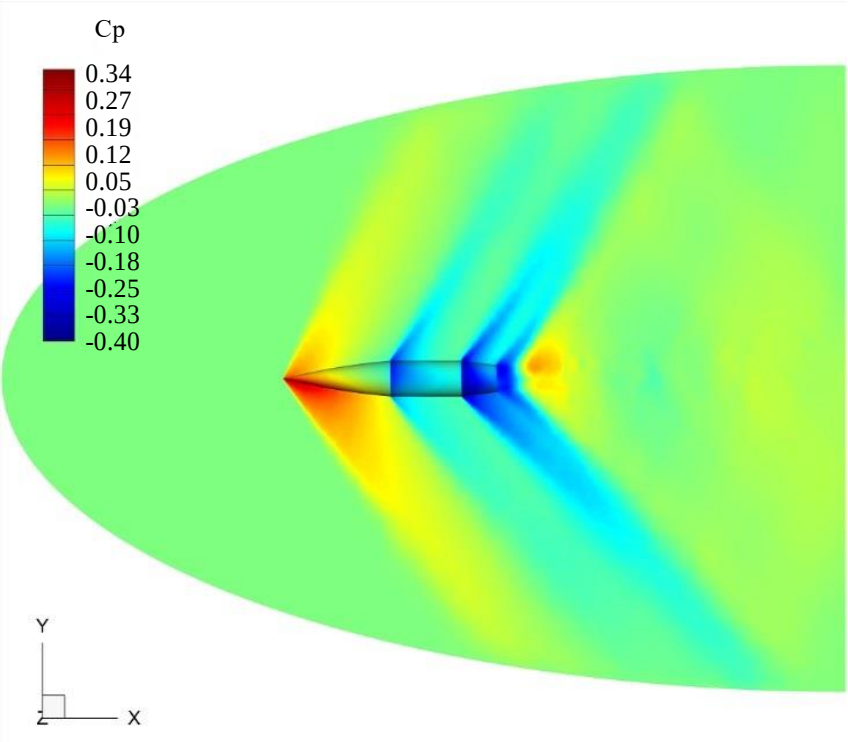


Рис. 14. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 1.2, угол атаки $\alpha = 6°$



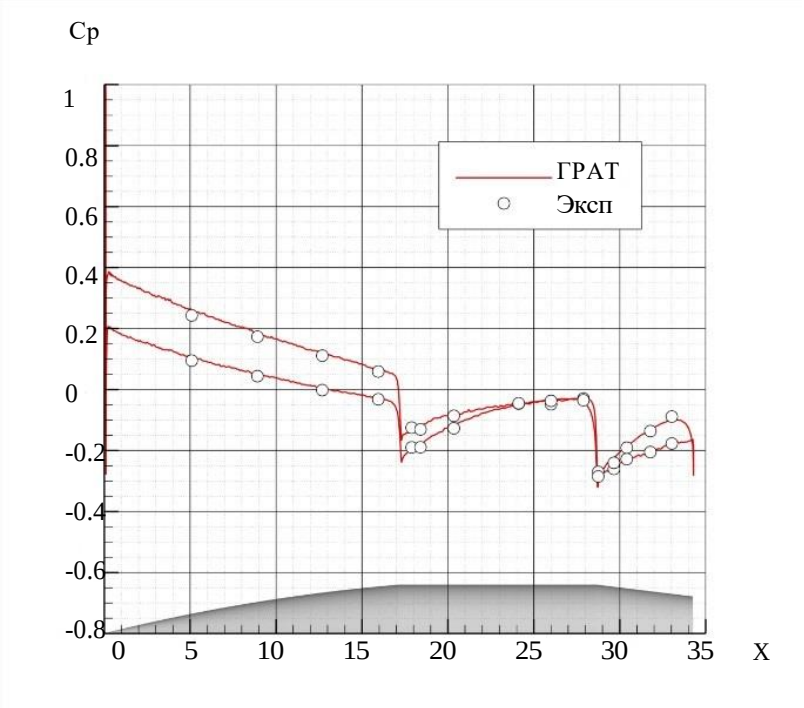
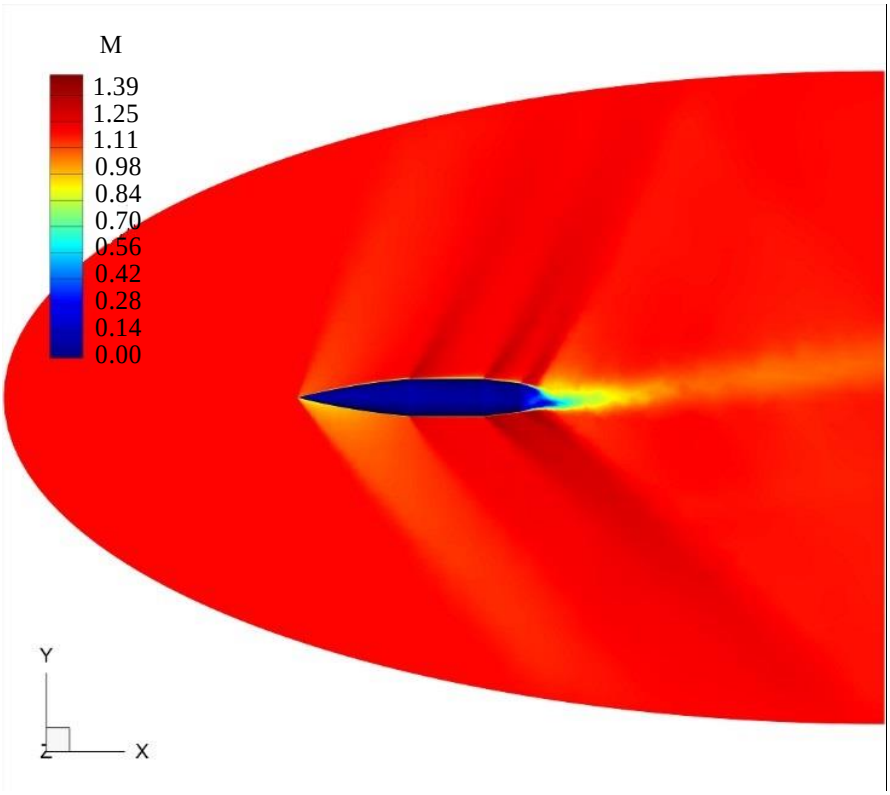


Рис. 15. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 1.2, угол атаки $\alpha = 6°$



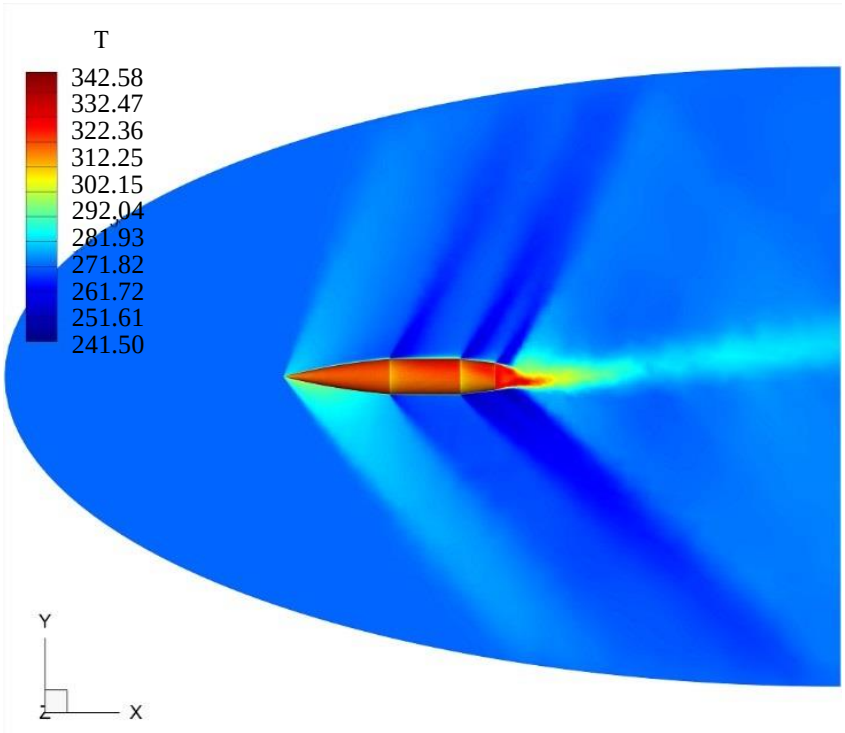
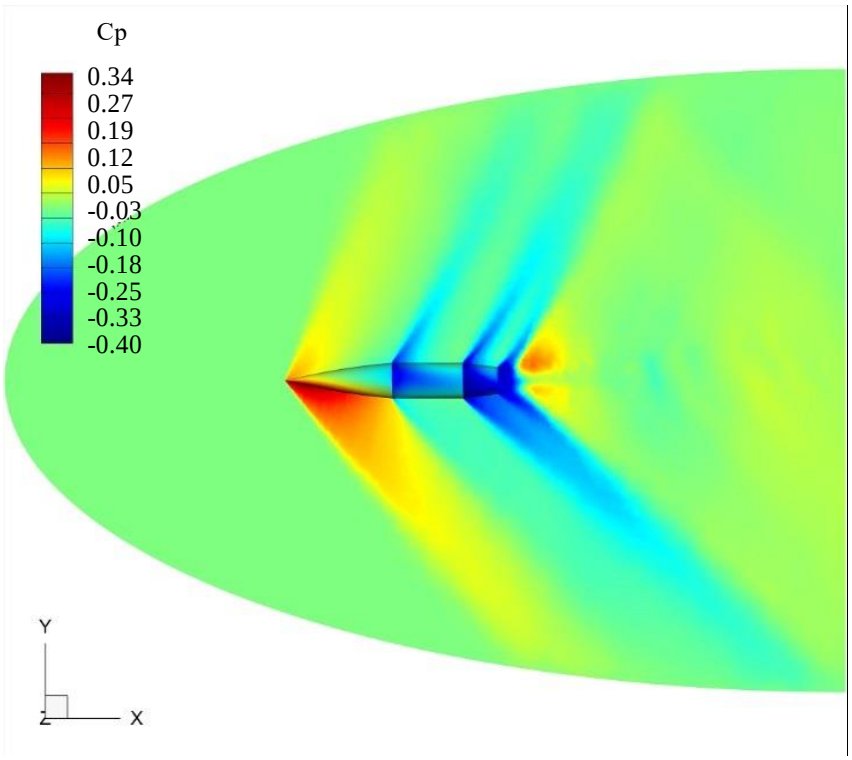


Рис. 16. Распределение числа Маха и температуры (К) в окрестности тела конфигурации SOCBT, M = 1.2, угол атаки $\alpha = 10°$



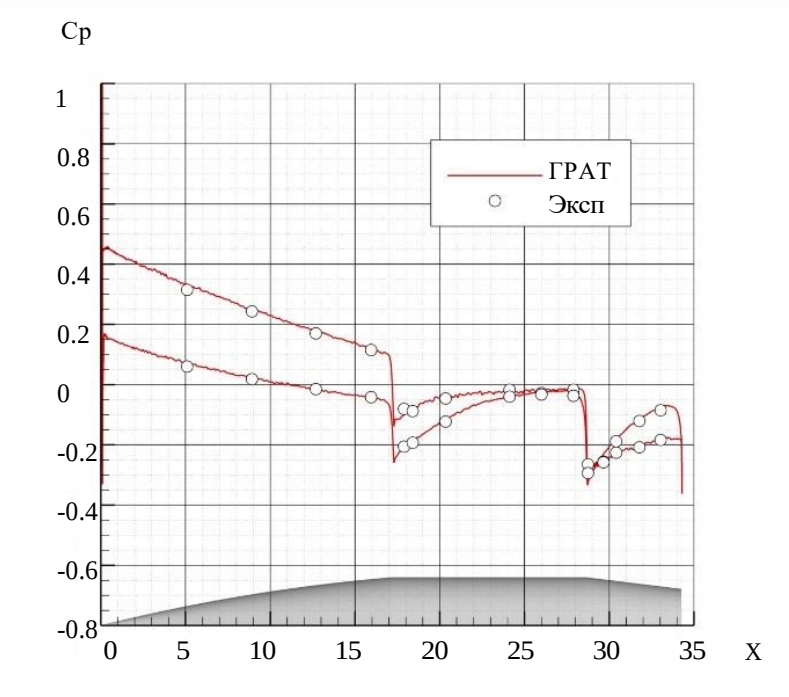


Рис. 17. Распределение коэффициента давления в окрестности и на поверхности тела конфигурации SOCBT, M = 1.2, угол атаки $\alpha = 10°$

Заключение. Результатом проведённых аэродинамических расчётов турбулентного обтекания трансзвуковым потоком тела конфигурации SOCBT компьютерным кодом ГРАТ [5] стало получение полей газодинамических функций для четырех экспериментальных режимов с двумя углами атаки. Основным результатом выполненного исследования стало хорошее согласие численно полученных распределений коэффициента давления на поверхности осесимметричного тела с экспериментальными данными [1].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Kayser L.D., Whiton F. *Surface Pressure Measurements on a Boattailed Projectile Shape at Transonic Speeds*. Defense Techical Information Center, 1982, 84 p.

[2] Simon F., Deck S., Guillen P., Cayzac R., Sagaut P., and Merlen A. RANS/LES simulations of projectiles with and without rotation in the subsonic and transonic regimes. *23rd International Symposium on Ballistics*, 2007, pp. 755 – 763.

[3] Tai C.H., Tian Y.L. High-resolution upwind viscous flow solver on SOCBT configuration with turbulence models. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1994, vol. 18, pp. 237 – 257.

[4] M. Kridi A.F. Numerical Computations of Transonic Critical Aerodynamic Behavior of a Realistic Artillery Projectile. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, 2009, vol. 5, no. 5, pp. 42 – 52.

[5] Харченко Н.А. Численное моделирование аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов. Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук: 01.02.05. Москва, МФТИ, 2021, 112 с.

[6] Бессонов О.А., Харченко Н.А. Программная платформа для суперкомпьютерного моделирования задач аэротермодинамики. Программная инженерия, 2021, Т. 12, № 6, с. 302 – 310.

[7] Kharchenko N., Kotov M. Aerothermodynamics of the Apollo-4 spacecraft at earth atmosphere conditions with speed more than 10 km/s. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1250, no. 012012. doi: 10.1088/1742-6596/1250/1/012012.

[8] Харченко Н.А., Носенко Н.А. Численное моделирование обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 3, с. 33 – 46.

[9] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4: Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 2003, pp. 625 – 632.

[10] Харченко Н.А., Никонов А.М. Носенко Н.А. Численное решение задачи турбулентного обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически – конического тела. *XXXIII научно-техническая конференция по аэродинамике*, ЦАГИ, 2022, с. 101 – 102.

[11] Liou M.-S. A sequal to AUSM: AUSM+. Journal of Computational Physics, 1996, vol. 129, issue 2, pp. 364 – 382.

[12] Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. *Математический сборник*, 1959, Т. 47, № 3, с. 271 – 306.

[13] Kitamura K. Advancement of Shock Capturing Computational Fluid Dynamics Methods: Numerical Flux Functions in Finite Volume Method. *Springer*, 2020, 142 p.

[14] Chen SS, Cai FJ, Xue HC, Wang N., Yan C. An improved AUSM-family scheme with robustness and accuracy for all Mach number flows. *Appllied Mathematical Modelling*, 2020, vol. 77, no. 2, pp. 1065 – 1081.

[15] Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В. Программный комплекс расчета высокоскоростных течений hySol. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2021, Т. 22, № 1, 28 с.

[16] Michalak K., Ollivier-Gooch C. Limiters for unstructured higher-order accurate solutions of the Euler equations. *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2008, 14 p. doi: https://doi.org/10.2514/6.1990-13.

[17] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Применение метода RKDG для численного решения трехмерных уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4, с. 75 – 91.

[18] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Юрин Ю.В., Захаров А.А., Сборщиков С.В., Богданов И.О. Сопряженное моделирование высокоскоростной аэротермодинамики и внутреннего тепломассопереноса в композитных аэрокосмических конструкциях. *Математическое моделирование и численные методы*, 2021, № 3, с. 42 – 61.

Статья поступила в редакцию 09.05.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Харченко Н.А., Никонов А.М. Определение распределенных аэродинамических характеристик осесимметричного тела конфигурации SOCBT при турбулентном обтекании трансзвуковым потоком. *Математическое моделирование и численные методы*, 2023, № 2, с. 100–128.

Харченко Николай Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, начальник лаборатории ЦАГИ, доцент кафедры «Вычислительная математика и программирование» МАИ, доцент кафедры «Физическая механика» МФТИ. e-mail: kharchenko.na@phystech.edu

Никонов Артём Михайлович — студент кафедры Э-6 «Теплофизика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, инженер ЦАГИ. e-mail: artyom.nikonov.99@mail.ru

Determination of distributed aerodynamic characteristics of an axisymmetric body of the SOCBT configuration under turbulent flow by a transonic flow

© N.A. Kharchenko[1,2,3], A.M. Nikonov[1,4]

[1]Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), Moscow Region, Zhukovsky, 141080, Russia
[2]Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russia
[3]Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow Region, Dolgoprudny, 141701, Russia
[4]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article presents the validation problem of transonic simulation of turbulent airflow of an axisymmetric body of the SOCBT configuration. The main computational complexity of the problem under consideration is the detailed resolution of the flow in the wall region to describe the turbulent boundary layer and further reproduce the experimentally obtained distributions of the pressure coefficient on the surface of the SOCBT configuration body.

***Keywords**: transonic simulation, turbulent flows, shock waves, boundary layer, unstructured grids*

REFERENCES

[1] Kayser L.D., Whiton F. *Surface Pressure Measurements on a Boattailed Projectile Shape at Transonic Speeds*. Defense Techical Information Center, 1982, 84 p.
[2] Simon F., Deck S., Guillen P., Cayzac R., Sagaut P., and Merlen A. RANS/LES simulations of projectiles with and without rotation in the subsonic and transonic regimes. *23rd International Symposium on Ballistics*, 2007, pp. 755 – 763.
[3] Tai C.H., Tian Y.L. High-resolution upwind viscous flow solver on SOCBT configuration with turbulence models. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1994, vol. 18, pp. 237 – 257.
[4] M. Kridi A.F. Numerical Computations of Transonic Critical Aerodynamic Behavior of a Realistic Artillery Projectile. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, 2009, vol. 5, no. 5, pp. 42 – 52.
[5] Kharchenko N.A. *CHislennoe modelirovanie aerotermodinamiki vysokoskorostnyh leta-tel'nyh apparatov. Dissertaciya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata fiziko-matematicheskih nauk: 01.02.05 [Numerical modeling of aerothermodynamics of high-speed aircraft. Thesis for the degree of candidate of physical and mathematical sciences: 01.02.05]*. Moscow, MIPT, Phystech, 2021, 112 p.
[6] Bessonov O.A., Kharchenko N.A. Software platform for supercomputer simulation of aerothermodynamic problems. *Programmnaya ingeneria*, 2021, vol. 12, no. 6, pp. 302 – 310.

[7] Kharchenko N., Kotov M. Aerothermodynamics of the Apollo-4 spacecraft at earth atmosphere conditions with speed more than 10 km/s. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1250, no. 012012. doi: 10.1088/1742-6596/1250/1/012012.

[8] Kharchenko N.A., Nosenko N.A. Numerical simulation high-speed flow around a cylindrical-conical body and a double cone. *Mathematical modeling and computational methods*, 2022, no. 3, pp. 33 – 46.

[9] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4: Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 2003, pp. 625 – 632.

[10] Kharchenko N.A., Nikonov A.M., Nosenko N.A. CHislennoe reshenie zadachi turbulentnogo obtekaniya vysokoskorostnym potokom cilindricheski – konicheskogo tela [Numerical solution of the problem of turbulent high-velocity flow around a cylindrical-conical body]. XXXIII nauchno-tekhnicheskaya konferenciya po aerodinamike *[*XXXIII Scientific and Technical Conference on Aerodynamics*]*, CAGI [TsAGI], 2022, pp. 101 – 102.

[11] Liou M.-S. A sequal to AUSM: AUSM+. Journal of Computational Physics, 1996, vol. 129, issue 2, pp. 364 – 382.

[12] Godunov S.K. Finite difference method for numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics. *Matematicheskii sbornik*, 1959, vol. 47, no. 3, pp. 271 – 306.

[13] Kitamura K. Advancement of Shock Capturing Computational Fluid Dynamics Methods: Numerical Flux Functions in Finite Volume Method. *Springer*, 2020, 142 p.

[14] Chen SS, Cai FJ, Xue HC, Wang N., Yan C. An improved AUSM-family scheme with robustness and accuracy for all Mach number flows. *Appllied Mathematical Modelling*, 2020, vol. 77, no. 2, pp. 1065 – 1081.

[15] Kryukov I.A., Ivanov I.E., Larina E.V. Programmnyj kompleks rascheta vysokoskorostnyh techenij hySol [Software package HySol for the Numerical Simulation for High-Speed Flows]. *Fiziko-himicheskaya kinetika v gazovoj dinamike [Physical and chemical kinetics in gas dynamics]*, 2021, vol. 22, no. 1, 28 p.

[16] Michalak K., Ollivier-Gooch C. Limiters for unstructured higher-order accurate solutions of the Euler equations. *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2008, 14 p. doi: https://doi.org/10.2514/6.1990-13.

[17] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. Application of RKDG method for computational solution of three-dimensional gas-dynamic equations with non-structured grids. *Mathematical modeling and computational methods*, 2015, № 4, с. 75 – 91.

[18] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Yurin Yu.V., Zakharov A.A., Sborshchikov S.V., Bogdanov I.O. Coupled modeling of high-speed aerothermodynamics and internal heat and mass transfer in composite aerospace structures. *Mathematical modeling and computational methods*, 2021, no. 3, pp. 42 – 61.

Kharchenko N.A., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Head of Laboratory TsAGI, Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Programming, Moscow Aviation Institute, Assoc. Professor, Department of Physical Mechanics, Moscow Institute of Physics and Technology. e-mail: kharchenko.na@phystech.edu

Nikonov A.M., Student of Department of Thermophysics, Bauman Moscow State Technical University, Engineer TsAGI. e-mail: artyom.nikonov.99@mail.ru