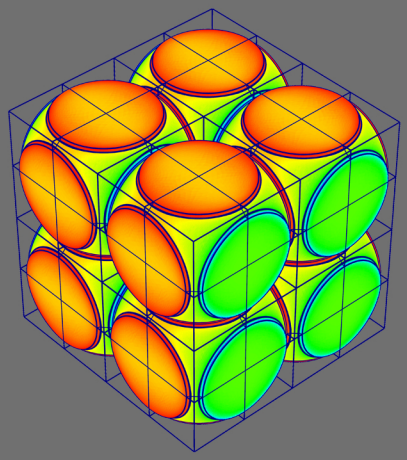
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Городнов А.О., Лаптев И.В., Сидоренко Н.Ю., Иванов М.Ю., Малахов А.С., Реш Г.Ф. Математическое моделирование процессов ламинарной и турбулентной фильтрации жидкой несжимаемой среды в пористых сетчатых материалах. Математическое моделирование и численные методы, 2023, № 2, с. 67–89.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/308/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.101
09.01.2026 18:43:21

УДК 532.5+519.6 DOI: 10.18698/2309-3684-2023-2-6789

Математическое моделирование процессов ламинарной и турбулентной фильтрации жидкой несжимаемой среды в пористых сетчатых материалах

© А.О. Городнов[1], И.В. Лаптев[1], Н.Ю. Сидоренко[1,2], М.Ю. Иванов[3,4], А.С. Малахов[3], Г.Ф. Реш[3]

[1]АО ГНЦ «Центр Келдыша», Москва, 125438, Россия
[2] Московский физико-технический институт, Московская область, 141700, Россия
[3]АО «ВПК «НПО машиностроения», Реутов, 143966, Россия
[4]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрены вопросы математического моделирования трёхмерного ламинарного и турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости в многослойных проницаемых структурах – пористых сетчатых материалах. Каждый слой материала представляет собой тканую металлическую сетку с квадратными ячейками микронных размеров. Пористые сетчатые материалы широко применяются в космической, химической, нефтегазовой, атомной и других областях промышленности, например, в качестве гидравлических фильтров. Такие материалы обладают сложной внутренней структурой и многообразием возможных геометрических конфигураций. Поэтому в общем случае характер функциональной зависимости гидравлического сопротивления, которое образец материала оказывает потоку протекающей в его поровых каналах жидкости, от числа Рейнольдса не известен. Для определения этой зависимости у существующего материала, а также создания материала с заранее заданным гидравлическим сопротивлением, применялся инструментарий вычислительной гидродинамики. Использованы отечественная система инженерного анализа «Логос» и авторский программный код, разработанный в АО ГНЦ «Центр Келдыша». Методами контрольных объёмов на неструктурированной расчётной сетке для интегрирования уравнений Навье-Стокса и решёточных уравнений Больцмана определены физические параметры массопереноса жидкости в пористом материале фильтра и его гидравлическое сопротивление. Установлено, что использованные теоретические методики позволяют оценить «сверху» функциональную зависимость гидравлического сопротивления пористого сетчатого материала от числа Рейнольдса в диапазоне значений от 0,01 до 500. Для верификации математической модели изготовлена экспериментальная установка, с помощью которой выполнен цикл гидравлических проливок образца пористого сетчатого материала. Полученные численные решения согласуются с имеющимися аналитическими зависимостями, полученными в работах отечественных и зарубежных учёных, и результатами экспериментальных исследований.

Ключевые слова: *математическое моделирование, вычислительная гидродинамика, система инженерного анализа, метод контрольных объёмов, метод решёточных уравнений Больцмана (LBM), пористый сетчатый материал, вязкая несжимаемая жидкость, гидравлическое сопротивление*

Введение. Многослойные проницаемые сетчатые материалы (ПСМ), обладающие развитой системой пор микронного размера,

представляют значительный интерес при изучении особенностей массопереноса различных жидких сред в поровом пространстве. В общем случае ПСМ – это искусственные пористые среды, образованные несколькими (от двух и более) плоскими листами металлических сеток, волокна которых жёстко соединены между собой [1, 2]. ПСМ широко применяются в космической, химической, нефтегазовой, атомной и других областях промышленности [3 - 7], например, в качестве гидравлических фильтров. В процессе экспериментального изучения свойств ПСМ используются в основном приближённые структурные модели. Они основаны на представлении материала простыми геометрическими элементами – набором сферических частиц, пересекающихся цилиндрических каналов и др. [8, 9]. Существующие теоретические модели с сосредоточенными параметрами (например, см. [10]) предназначены для оценки интегральных, или осреднённых, гидравлических характеристик ПСМ [11, 12]. Такие модели не позволяют получить информацию, например, о локальном поведении жидкости вблизи отдельных волокон в широком диапазоне чисел Рейнольдса по Армору (Armour, 1968), деформировании материала утка или основы каждого слоя сеток. Осознавая необходимость понимания особенностей локальных процессов фильтрации на микроуровне и получения пористых материалов с заданными свойствами, российскими и зарубежными учёными сформулированы и исследованы двумерные и трёхмерные математические модели течения жидкости в пористых структурах. Так, в работе [13] исследованы взаимодействия двумерного потока вязкой несжимаемой жидкости с пористыми разделителями фаз. В публикациях [14 - 16] показаны результаты применения зарубежных программных пакетов для изучения движения жидких сред в сетках различного типа переплетения волокон. Вопросы, связанные с моделированием поведения жидкости в ПСМ, а также возможностью использования отечественных программных систем инженерного анализа в качестве альтернативы физическим испытаниям оставались открытыми. В докладе [17] положено начало исследованиям, связанными с применением методов математического моделирования и программных пакетов российских разработчиков, в которых используются трёхмерные компьютерные модели ПСМ, отображающие их реальную пространственную конфигурацию. Аналогичные задачи рассмотрены в [18]. Вычисление скоростных параметров фильтрующейся жидкости, сопротивления, оказываемого потоку движущихся жидких сред, порового давления необходимо во многих гидравлических системах, для которых характерной особенностью является существование ламинарного и/или турбулентного режимов движения потока, а также интенсивного барботирования жидкой фазы газом [19 - 20].

Цель работы — создание методики определения гидравлических характеристик как существующих, так и вновь разрабатываемых геометрических конфигураций ПСМ, с использованием различных методов вычислительной гидродинамики.

Для достижения указанной цели решены следующие задачи:

1. Сформулированы математические модели движения вязкой несжимаемой жидкости на основе фундаментальных балансовых уравнений механики сплошных сред и кинетических уравнений Больцмана.

2. Выполнено компьютерное моделирования нестационарных пространственных течений вязкой несжимаемой жидкости в ПСМ различной геометрической структуры с помощью системы инженерного анализа «ЛОГОС-Аэрогидро» и численного интегрирования решёточных уравнений Больцмана, реализованных в авторском программном коде АО ГНЦ «Центр Келдыша».

3. Проведены исследования по измерению гидравлического сопротивления образца ПСМ на гидравлической экспериментальной установке.

4. Выполнено сравнение полученных численных результатов с экспериментальными проливочными испытаниями для верификации математических моделей.

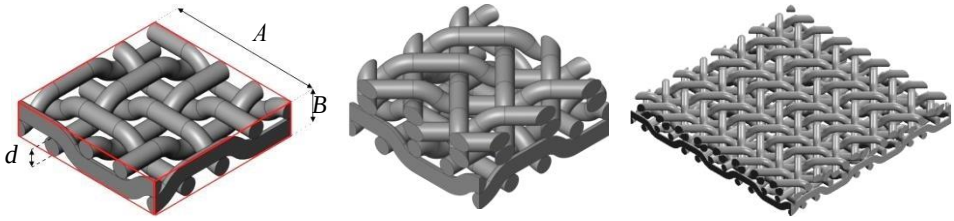
Геометрическая модель пористой структуры. В качестве объекта математического моделирования выбрана сетка 0040 саржевого плетения и двухслойный ПСМ, состоящий из двух сеток 0040. Сетка одного слоя ПСМ смещена относительного другого слоя на угол $\pi/4$ в плоскости листа материала. Рассмотрено движение вязкой несжимаемой нетеплопроводной жидкости в осесимметричном канале, в котором ПСМ установлен ортогонально оси симметрии области течения. Для изучения нестационарных процессов внутренней гидродинамики исследованы так называемые представительные объёмы сетки 0040 и ПСМ — ячейки периодичности и квазипериодичности соответственно, а также фрагмент ПСМ, состоящий из девяти ячеек квазипериодичности (рис. 1). На рис. 1а обозначены геометрические параметры ячеек: d — диаметр волокна (основы и утка), A — ширина (длина), B — высота (толщина пористой структуры), равная, в общем случае, произведению удвоенного диаметра волокна на количество слоёв ПСМ (для сетки 0040 $B = 2d$). Предполагается, что волокна основы и утка контактируют в точке. Введён объём ячейки по формуле

$$V = BA^2 = V_s + V_g,$$

где V_s — объём волокон, V_g — объём порового пространства, а также удельная площадь поверхности пор

$$a = \Sigma_s / V ,$$

где Σ_s — площадь поверхности волокон в ячейке, контактирующих с движущейся жидкостью.



а б в

Рис. 1. 3D-модели изучаемых пористых структур:
а – ячейка периодичности сетки 0040, б – ячейка квазипериодичности ПСМ,
в – фрагмент ПСМ, состоящий из 9-ти ячеек квазипериодичности

Определены пористость ε и характерный размер пор D_e по соответствующим формулам [21]

$$\varepsilon = V_g / V ,\ D_e = \frac{4\varepsilon}{a(1-\varepsilon)} .$$

Коэффициент извилистости пор Q выбран согласно рекомендациям работы [9]. В таблице 1 приведены характеристики изученных пористых структур, вычисленные по результатам обработки их трёхмерных моделей в препроцессоре системы инженерного анализа «ЛОГОС-Аэрогидро».

Таблица 1

Характеристики 3D-моделей

	Рис. 1а	Рис. 1б	Рис. 1в
Количество слоёв	1	2	2
A, мкм	280	280	840
B, мкм	60	120	120
a, 1/м	$4{,}64 \cdot 10^4$	$4{,}59 \cdot 10^4$	$4{,}61 \cdot 10^4$
ε	0,68	0,64	0,64
D_e, мкм	59,4	56,1	56,0
Q	1,285	1,285	1,285

Математическая постановка задачи, принятые допущения. Рассматривалась задача о движении вязкой несжимаемой жидкости через указанные пористые структуры. На рис. 2 изображена расчётная область, которая представляет собой прямоугольный параллелепипед, построенный около соответствующей ячейки периодичности или квазипериодичности, а также фрагмента пористой структуры (ПСМ). На

расстоянии *2B* перед пористой структурой расположена входная граница расчётной области, обозначенная как «массовый расход». Через эту границу жидкость поступает с постоянным равномерно распределенным по её поверхности расходом. Векторы скорости $\mathbf{v}_{in}$ на входе в расчётную область параллельны оси OY введённой декартовой системы координат.

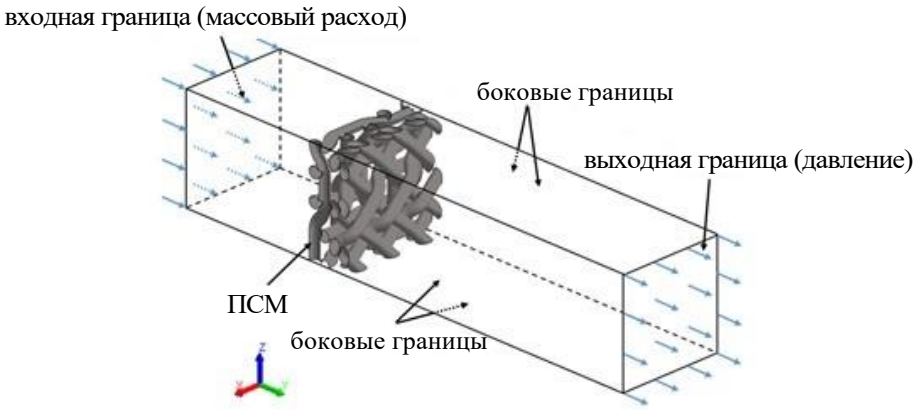


Рис. 2. Схема расчётной области

После того как движущаяся жидкость преодолевает пористую структуру, она попадает в область установления течения. Протяжённость этой области в общем случае выбиралась в результате вычислительных экспериментов для обеспечения однородности потока на выходе. На выходной границе, обозначенной как «давление», задавалось постоянное значение давления p_{out}. На боковых границах расчётной области задавались граничные условия периодичности искомых функций для 3D-модели, изображённой рис. 1а, и граничные условия свободного потока (равенство нулю касательных напряжений) для 3D-моделей, изображённых на рис. 1б и 1в:

$$\left.\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{n}_{side}}\right|_{side} = 0,$$

где $\mathbf{n}_{side}$ — нормаль к соответствующей боковой границе расчётной области.

Граничные условия периодичности для случая 3D-модели, изображённой рис. 1а, задавались следующим образом. Введены обозначения для боковых границ расчётной области (рис. 2): ближняя к наблюдателю граница с нормалью вдоль оси *Ox* имеет индекс «*l*» (left) и противоположная ей граница — индекс «*r*» (right), верхняя граница с нормалью вдоль оси *Oz* имеет индекс «*t*» (top) и противоположная ей граница — индекс «*d*» (down). Тогда граничные условия для вектора скорости $\mathbf{v}$ записывались следующим образом:

$$\mathbf{v}_l\left(x_l, y, z\right) = \mathbf{v}_r\left(x_r, y, z\right),$$
$$\mathbf{v}_t\left(x, y, z_t\right) = \mathbf{v}_b\left(x, y, z_b\right).$$

На поверхности волокон («fibre») пористой структуры определено граничное условие отсутствия проскальзывания (или, иначе, условие прилипания) $\mathbf{v}\big|_{fibre} = \mathbf{0}$.

Введён перепад давления жидкости Δp на пористой структуре:

$$\Delta p = p_{in} - p_{out} = \frac{1}{F_{in}} \int\limits_{F_{in}} p_{in} dF_{in} - p_{out} \tag{1}$$

p_{in} — давление жидкости на входной границе, F_{in} — площадь входной границы расчётной области. В равенстве (1) функция p_{in} определяется как среднее значение давления жидкости, вычисляемое в точках, принадлежащих входной грани.

В работе изучались ламинарные и турбулентные режимы течения жидкости при отсутствии массовых сил. В случае ламинарного потока задача решалась в стационарной трёхмерной постановке и наиболее адекватной моделью для описания таких физических процессов являются уравнения Навье-Стокса [22]:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0\,,\ i, j = 1, 2, 3 \tag{2}$$

$$\rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right), \tag{3}$$

где v_i — проекции вектора скорости $\mathbf{v}$ в декартовой системе координат Ox_i, ρ — плотность, p — давление во внутренних точках расчётной области и μ — динамическая вязкость жидкости.

В случае развитого турбулентного течения процесс становится существенно нестационарным. Установление параметров потока может осуществляется лишь для их осреднённых значений. Прямое численное решение нестационарных трёхмерных уравнений Навье-Стокса в данном случае является слишком затратным вследствие необходимости разрешать все пространственные и временные масштабы, присущие турбулентному потоку. Адекватным выбором в данном случае являются модели турбулентности для осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса [23]:

$$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \rho \overline{v_i' v_j'}\right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0\,,\ i, j = 1, 2, 3\,, \tag{5}$$

где $\rho\overline{v_i' v_j'}$ — компоненты тензора турбулентных напряжений.

Для замыкания уравнений (4) - (5) использовалась модель $k\omega - SST$, известная также как модель Ментера [24]. Данный метод моделирования турбулентной вязкости представляет собой гибрид между моделями $k\varepsilon$ и $k\omega$, реализуя переход от модели $k\omega$ в пристенных областях к модели $k\varepsilon$ в области свободного потока, позволяя использовать преимущества обеих методик. Эта модель широко применяется во многих приложениях вычислительной гидродинамики, прошла достаточную валидацию и позволяет определять параметры течения с требуемой точностью [15]. Реализация и описание данного подхода приводится в специализированной литературе и справочных материалах по коммерческим и свободно распространяемым пакетам вычислительной гидродинамики. Необходимо отметить, что для значений констант модели турбулентности устанавливались стандартные значения, согласно рекомендациям, приведённым в [24].

Рассматривалась модель течения жидкости, сформулированная на основе метода решёточных уравнений Больцмана (LBM) [25, 26] для функции распределения частиц жидкости $\varphi\left(x_j, \xi_i, t\right)$ в пространстве скоростей и координат при отсутствии массовых сил:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \xi_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = \Omega\left(\varphi\right), \tag{6}$$

где ξ_i — компоненты скорости частиц $\boldsymbol{\xi}$ в фазовом пространстве, Ω — оператор столкновений.

Макроскопические параметры течения получаются из функции распределения с помощью операции интегрирования её моментов по пространству скоростей:

$$\rho\left(x_j, t\right) = \int \varphi\left(x_j, \xi_i, t\right) d^3\xi_i\,,$$

$$\rho\left(x_j, t\right)\mathbf{v}\left(x_j, t\right) = \int \boldsymbol{\xi}\varphi\left(x_j, \xi_i, t\right) d^3\xi_i\,,$$

Поскольку функция распределения $\varphi\left(x_j, \xi_i, t\right)$ зависит от координат, скорости и времени, то её дискретизацию выполняют по семи аргументам - трём координатам, трём скоростям и времени.

Численные алгоритмы решения задачи. Использован метод контрольных объёмов [27], реализованный в отечественном параллельном решателе системы инженерного анализа «ЛОГОС-Аэрогидро». Для численного интегрирования систем уравнений Навье-

Стокса (2) - (3) и (4) - (5) применялся алгоритм SIMPLE [28, 2], адаптированный для неструктурированной расчётной сетки [29]. Использовалась сетка с преимущественно кубическими элементами, которая строилась методом отсечения в препроцессоре системы «ЛОГОС-Аэрогидро». Как отмечалось ранее, расчётная область представляет собой прямоугольный параллелепипед, построенный вокруг 3D-модели пористой среды. Расстояние от входной границы до 3D-модели составляет *2B*. Протяжённость области, в которой происходит установление течения, — *5B* для значений массового расхода жидкости на входной границе, соответствующего $\mathrm{Re}_{Ar} \le 2$. В случае $\mathrm{Re}_{Ar} > 2$ протяжённость области выбиралась на основе численных экспериментов таким образом, чтобы обеспечить однородность поля вектора скорости жидкости на выходной границе. Для разрешения особенностей движения жидкости около металлических волокон, создавался специальный призматический слой заданной толщины, значение которой отсчитывалось по нормали к поверхности волокна. В этом слое создавались десять элементов, которые последовательно измельчались в геометрической прогрессии. В процессе генерирования вычислительной сетки проводилось дополнительное измельчение её элементов в области размещения пористой структуры, а также на расстоянии *B* до и после исследуемой 3D-модели.

Для аппроксимации конвективных потоков через грани контрольного объёма использована противопоточная схема второго порядка LUD [30], а диффузионных потоков через грани контрольных объемов — схема MUSCLE (интерполяция оператора градиента на элементах контрольного объема с ограничителем оператора градиента типа MINMOD). Подробное описание данной схемы можно найти в [30].

В рамках метода SIMPLE реализуется раздельное итерационное решение уравнений для скорости, давления и влияющих на течение скалярных величин, таких как температура, концентрация, турбулентные параметры. Для этого в уравнении движения и неразрывности скорость и давление представляются в виде некоторого промежуточного значения и поправки. Далее с помощью разностных аналогов уравнений конструируется уравнение Пуассона для поправок давления, решение которого позволяет скорректировать промежуточные значения скорости таким образом, чтобы удовлетворить уравнению неразрывности. Поясняется алгоритм вычислительной процедуры:

1. В начале нового шага по времени промежуточные значения величин обновляются значениями с предыдущего временного шага, либо выбираются из начальных условий для первого шага по времени.

2. Используя значения шага 1, находятся промежуточные значения скорости из уравнения сохранения количества движения.

3. Рассчитывается невязка баланса массы из уравнения неразрывности с использованием промежуточных значений скорости.

4. Из решения уравнения Пуассона вычисляются значения поправок давления.

5. С использованием поправки для давления находятся поправки для скорости.

6. Вычисляются новые значения скалярных параметров задачи из соответствующих уравнений.

7. Проверяется сходимость скорости, давления и других физических величин.

8. Если сходимость массы и параметров течения не достигнута, то выполняется переход к шагу 2, причём найденные на данной итерации значения используются в качестве промежуточных. Если же сходимость достигнута, то выполняется переход к следующему временному шагу.

Приведённый алгоритм сформулирован для более общего случая - нестационарной задачи. Если выполняется поиск стационарного решения, то алгоритм вычислительной процедуры повторяется до достижения сходимости без перехода к следующему временному шагу.

Численное решение задачи методом решёточных уравнений Больцмана (6) - (8) выполнялось для кросс-верификации результатов моделирования, полученных методом контрольных объёмов. Метод LBM реализован в авторском программном коде, который разработан специалистами АО ГНЦ «Центр Келдыша». Архитектура программного комплекса построена на использовании технологии параллельного программирования (CPU и GPU).

В методе LBM для аппроксимации по пространству скоростей используется конечный набор скоростей $\mathbf{c}_p$. Для удобства применялась однородная вычислительная сетка, в каждом узле которой задавался набор скоростей и соответствующие им популяции функции распределения. Скорости в наборе выбирались таким образом, чтобы за один шаг по времени частицы среды, перемещались точно в один из соседних узлов вычислительной сетки (или оставались на месте). Дискретизация уравнений в LBM выполнялась на решётке типа D3Q19. Данный тип решётки соответствует трём пространственным координатам и 19 дискретным векторам скорости.

Подробное описание решётки D3Q19, соответствующих наборов скоростей и весовых коэффициентов приводится в [26]. Для оператора столкновений Ω использовалось BGK-приближение [32]. После выполнения процедуры дискретизации решёточное уравнение Больцмана (6) для p-ой популяции функции распределения может быть преобразовано к виду:

$$\varphi_p\left(\mathbf{x}+\mathbf{c}_p\Delta t, t+\Delta t\right)-\varphi_p\left(\mathbf{x}, t\right)=\Omega_p\Delta t\,,$$

$$\Omega_p = \frac{\varphi_p - \varphi_p^{eq}}{\tau}, \tag{7}$$

$$\varphi_p^{eq} = \rho w_p \left(1 + \frac{\mathbf{c}_p \cdot \mathbf{v}}{c_s^2} + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{2c_s^2} + \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})^2}{2c_s^4} \right).$$

где w_p — весовые коэффициенты популяции со скоростью $\mathbf{c}_p$, c_s — скорость звука. Время релаксации, шаг по времени и коэффициент динамической вязкости связаны соотношением [33]:

$$\mu = \rho c_s^2 \left(\tau - \frac{\Delta t}{2} \right).$$

С помощью изложенного метода решёточных уравнений Больцмана уравнение (7) методом Чепмена-Энскога можно свести к уравнениям (2) - (3) [26]. Аппроксимирующие зависимости граничных условий в методе LBM, аналогичные известным для уравнений Навье-Стокса видам условий на входной и выходной границах расчётной области, а также условию прилипания, подробно рассмотрены в литературе [26]. Процедура решение уравнения (7) сводится к выполнению двух этапов — «столкновительному» и «переноса» [25].

Примеры численного решения задачи. Вычислительные эксперименты проводились на компьютерной системе, состоящей из 16-ти вычислительных ядер, время решения различных вариантов рассматриваемой задачи составляло от 0,5 до 5 ч. Проанализированы ламинарные и турбулентные движения жидкости в диапазоне чисел Рейнольдса по Армору Re_{Ar} (далее число Рейнольдса) от 0,01 до 500.

Выполнено исследование сеточной сходимости метода контрольных объёмов и LBM, позволившее установить оптимальный размер вычислительных сеток для получения численного решения с заданной точностью. Для этого моделирование выполнялось с последовательным измельчением вычислительной сетки. Результаты такого исследования приведены в таблице 2. Здесь использована 3D-модель, изображённая на рис. 1а. Выбраны следующие значения для входной и выходной границ расчётной области: вектор скорости $\mathbf{v}_{in} = 0{,}17$ м/с, давление $p_{out} \approx 10^5$ Па. Указаны параметры трёх типов вычислительных сеток (грубой, средней и подробной) — количество ячеек, минимальный и максимальный шаги, толщина призматического слоя, построенного около металлических волокон. Приведены значения перепадов давления, на пористой структуре, вычисленных по формуле (1).

Из анализа таблицы 2 видно, что разница перепадов давления, полученных с использованием средней и грубой сеток, равна 1,6 Па, что

составляет 0,2 % от $\Delta p = 805,6$ Па. Это означает, что в процессе вычислительных экспериментов допускается применять среднюю вычислительную сетку для получения заданной точности. При этом сокращается машинное время, поскольку количество ячеек средней сетки меньше количества ячеек подробной сетки в ~ 6 раз.

Таблица 2

Результаты исследования на сеточную сходимость

Вычислительная сетка	Кол-во ячеек	Минимальный шаг, м	Максимальный шаг, м	Толщина призматического слоя, м	Δp, Па
Грубая	532444	$3,5\cdot10^{-6}$	$7,0\cdot10^{-6}$	$2,0\cdot10^{-6}$	795,3
Средняя	4068877	$1,75\cdot10^{-6}$	$7,0\cdot10^{-6}$	$1,0\cdot10^{-6}$	804,0
Подробная	24604431	$8,75\cdot10^{-7}$	$1,75\cdot10^{-6}$	$1,0\cdot10^{-6}$	805,6

Установлено, что при значениях числа Рейнольдса Re_{Ar} более двух начинается активная турбулизация потока жидкости. В этом случае для моделирования используется система уравнений (4) - (5). В качестве примера, иллюстрирующего переход от ламинарного режима движения жидкости к турбулентному приводятся результаты обтекания 3D-модели, изображённой на рис. 1б для $\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4$ и $\mathrm{Re}_{Ar} = 12$. Так, на рис. 3 показаны значения модуля вектора скорости жидкости вдоль линий тока в расчётной области при ламинарном (рис. 3а) и турбулентном (рис. 3б) движении жидкости. Поэтому при моделировании турбулентных течений размер расчётной области увеличен для получения однородного потока жидкости на выходной границе.

Методами SIMPLE и LBM получены результаты численного моделирования ламинарного движения жидкости для чисел Рейнольдса Re_{Ar}, не превышающих значение 2, выполнено их сопоставление. На рис. 4 показаны поля модуля вектора скорости жидкости для 3D-модели рис. 1б в плоскости Oyz расчётной области для $\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4$. Из рисунков видно, что картины течений, полученные указанными методами, совпадают. Например, максимальные значения модуля вектора скорости жидкости (области, выделенные красным цветом на рис. 4а и 4б) отличаются на ~ 1 %. Поэтому кросс-верификация позволяет сделать вывод об адекватности численного моделирования.

Получены результаты моделирования движения жидкости для 3D-моделей, изображённых на рис. 1б и 1в. Как отмечено выше, сторона 3D-модели рис. 1в в три раза больше, чем для 3D-модели рис. 1б. В

данном случае вычислительные эксперименты выполнены для оценки влияния масштабного фактора твердотельной модели ПСМ на точность вычисления гидравлического сопротивления.

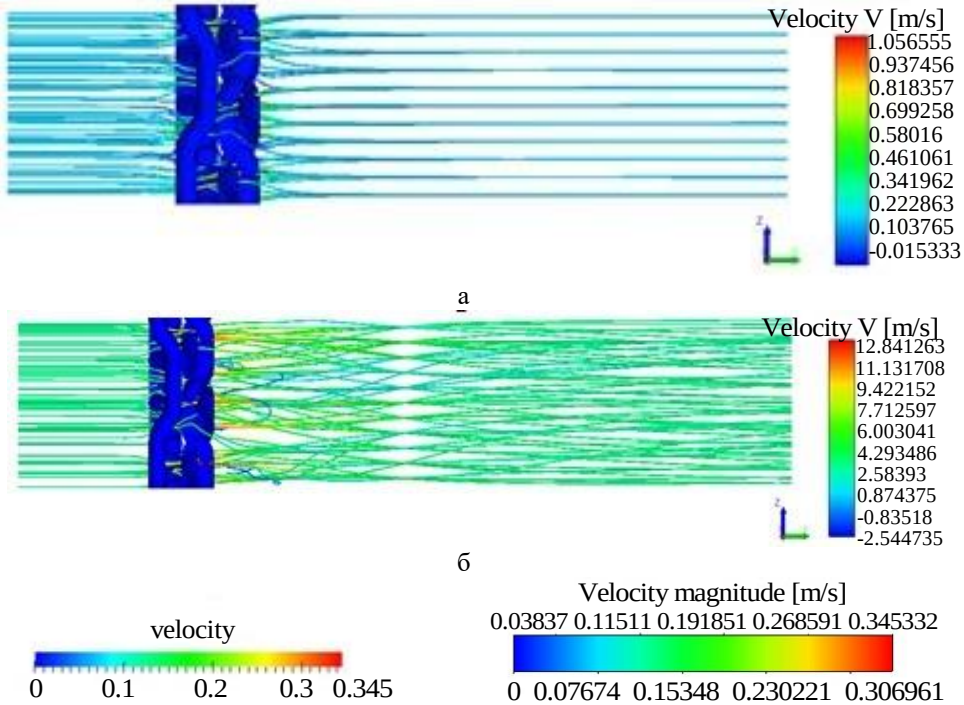
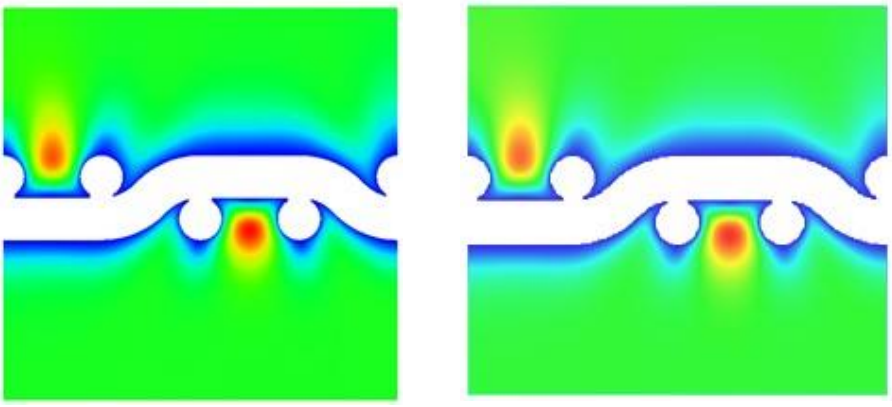


Рис. 3. Значение модуля вектора скорости жидкости вдоль линий тока в расчётной области:
а — ламинарный $(\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4)$, б — турбулентный $(\mathrm{Re}_{Ar} = 12)$ режимы

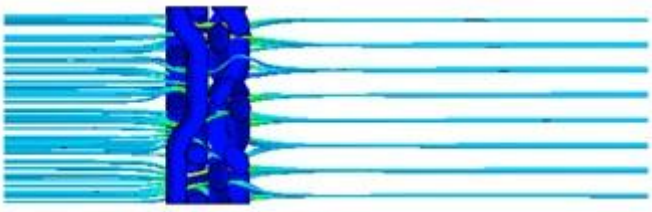
На рис. 5 представлена форма линий тока, а на рис. 6 — графики зависимости давления (рис. 6а) и модуля вектора скорости (рис. 6б) жидкости от координаты y в плоскости Oyz расчётной области, полученные для 3D-моделей, изображённых на рис. 1б и 1в, при $\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4$. Форма линий тока практически идентична, а перепад давления Δp жидкости в случае 3D-модели рис. 1б отличается от 3D-модели рис. 1в на ~ 5%. В диапазоне чисел Рейнольдса Re_{Ar} от 0,01 до 5 максимальная разница перепадов давления не превышала 8 %.

Разрыв графиков рис. 6а и 6б обусловлен особенностями реализации сечения расчётной области ортогональной оси Ox плоскостью, в которое попадают волокна пористой структуры. Таким образом, для вычисления гидродинамических характеристик ПСМ достаточно выделить ячейку периодичности или квазипериодичности с характерными геометрическими параметрами (диаметр пор, пористость, диаметры волокон и пр.) и определить параметры движения жидкости для такого фрагмента пористой структуры.

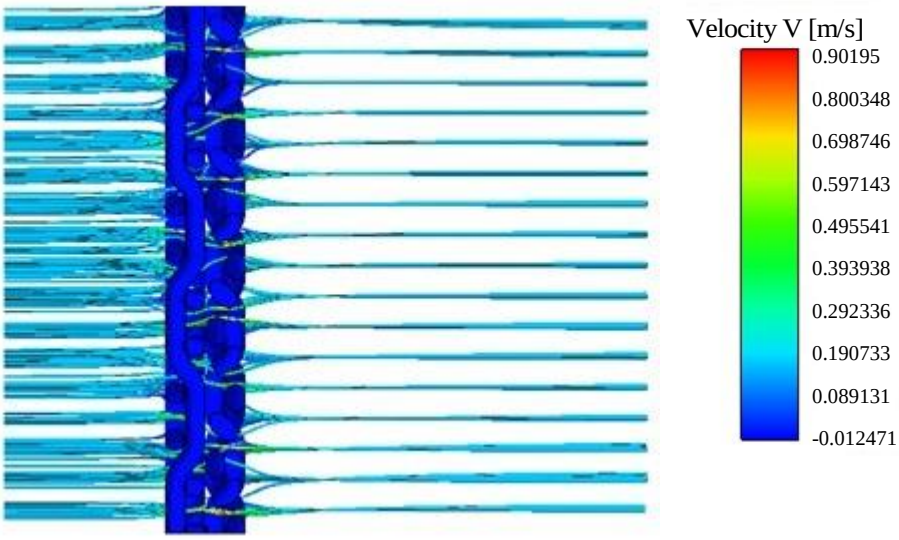


а б

Рис. 4. Поля модуля вектора скорости жидкости для 3D-модели рис. 1б в плоскости *Oyz* расчётной области для $\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4$, полученные: а – методом SIMPLE, б – методом LBM

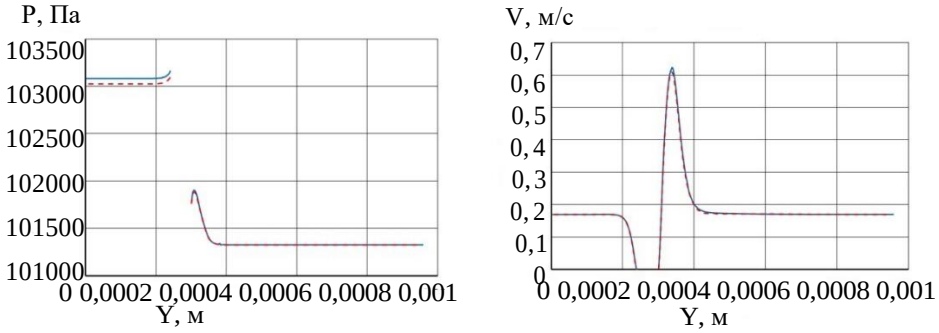


а



б

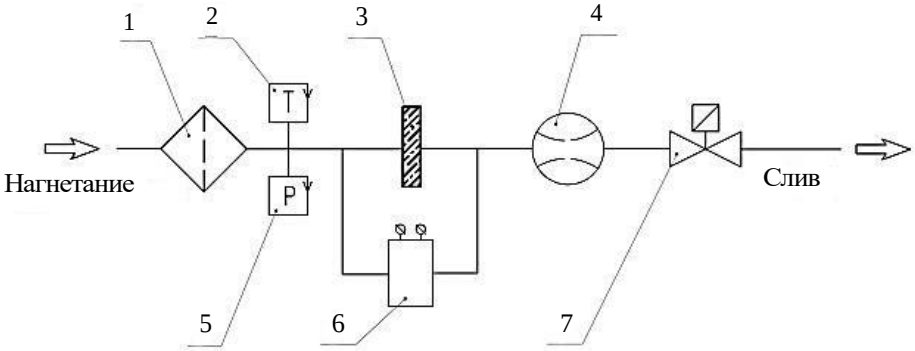
Рис. 5. Форма линий тока для 3D-моделей рис. 1б (а) и 1в (б) в плоскости *Oyz* расчётной области для $\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4$



а б

Рис. 6. Графики зависимости давления (а) и модуля вектора скорости (б) жидкости от координаты *y* в плоскости *Oyz* расчётной области для 3D-моделей рис. 1б (синяя сплошная линия) и 1в (красная пунктирная линия) при $\mathrm{Re}_{Ar} = 0,4$, полученные методом SIMPLE

Экспериментальные исследования. Выполнена серия гидравлических проливок образца ПСМ, структура которого соответствует 3D-моделям, изображённых на рис. 1б и 1в. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 7.



1 - фильтр; 2 - датчик температуры;
3 - объект испытаний (ПСМ); 4 - датчик расхода; 5 - датчик давления;
6 - датчик перепада давления; 7 - вентиль

Рис. 7. Схема экспериментальной установки

В процессе проведения экспериментов регистрировались давление, температура жидкости, перепад давления жидкости на объекте испытаний *3* и объёмный расход жидкости с помощью датчика давления *5*, датчика температуры *2*, датчика перепада давления *6* и датчика расхода *4* соответственно.

Обсуждение полученных результатов и сопоставление их с ранее опубликованными. Используя вычисленные характеристики 3D-

моделей (см. таблицу 1), физические параметры движущейся жидкости и значения полученного в результате моделирования и экспериментально измеренного перепада давления Δp, а также модуля вектора скорости v_{in} можно получить безразмерный коэффициент гидравлического сопротивления ζ пористой структуры и числа Рейнольдса Re_{Ar} по формулам [9, 15]:

$$\zeta = \frac{\Delta p \varepsilon^2 D_e}{QB\rho v_{in}^2}, \tag{8}$$

$$\mathrm{Re}_{Ar} = \frac{\rho v_{in}}{\mu a^2 D_e}. \tag{9}$$

Функциональная зависимость коэффициента гидравлического сопротивления ζ, вычисляемого по формуле (8), от числа Рейнольдса Re_{Ar}, определяемого по формуле (9), аппроксимируется гиперболой:

$$\zeta = \frac{\alpha}{\mathrm{Re}_{Ar}} + \beta. \tag{10}$$

В формуле (10) безразмерные коэффициенты α и β характеризуют сопротивление пористой структуры на ламинарном и турбулентном режимах движения жидкости соответственно. Определены численные значения коэффициентов α и β по результатам компьютерного моделирования и обобщения экспериментальных данных. Приведены соответствующие аналитические зависимости коэффициента гидравлического сопротивления ζ от числа Рейнольдса Re_{Ar}:

$$\zeta = \frac{4,32}{\mathrm{Re}_{Ar}} + 0,3, \tag{11}$$

$$\zeta = \frac{2,27}{\mathrm{Re}_{Ar}} + 0,2. \tag{12}$$

Формула (11) определяет значения коэффициента гидравлического сопротивления ζ по результатам компьютерного моделирования, а формула (12) — экспериментальных исследований.

Сравнение численных значений коэффициента гидравлического сопротивления ζ, рассчитанного для случая ламинарного режима течения жидкости при различных числах Рейнольдса Re_{Ar} методами SIMPLE и LBM, показало следующее. Отличие решений, полученных

методами SIMPLE и LBM, не превысило 4 %. Таким образом, подтверждена адекватность математических моделей на ламинарном режиме с помощью кросс-верификации на основе двух различных решателей.

В результате компьютерного моделирования установлено качественное соответствие полученных результатов опубликованным аналитическим зависимостям и экспериментальным исследованиям, которые проводились для однослойных сеток с ячейками микронных размеров, образованных металлическими волокнами различного типа переплетения [9].

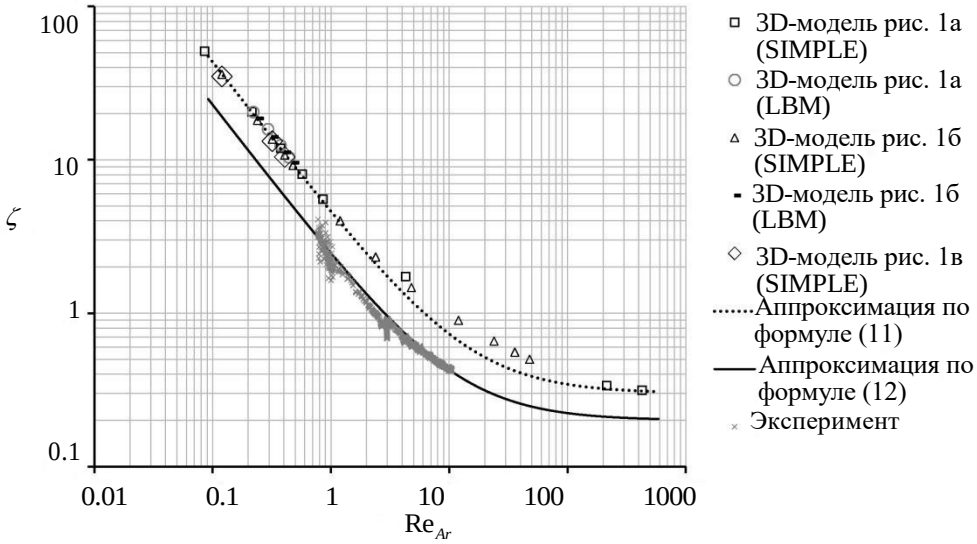


Рис. 8 Графические зависимости коэффициента сопротивления ζ от числа Рейнольдса Re_{Ar}

Из анализа рис. 8 видно, что в области ламинарных режимов течения коэффициент сопротивления практически не зависит от вида 3D-модели. Различия между значениями ζ, полученными для 3D-модели, изображённой на рис. 1а, и 3D-моделей, изображённых на рис. 1б и 1в, при близких значениях Re_{Ar}, отличаются менее чем на 10 %. Данный результат математического моделирования находится в соответствии с величиной гидравлического сопротивления сетки 0040 и рассмотренного в данной работе двухслойного ПСМ [1].

Различие аппроксимирующих кривых (11) и (12) может быть объяснено систематической ошибкой, связанной с особенностями методического подхода к измерению перепада давления жидкости на объекте испытаний и неучтённым влиянием геометрии конструктивных элементов экспериментальной установки.

Выводы и рекомендации. По результатам исследований сформулированы следующие выводы и рекомендации:

1. Предложена и реализована на практике методика определения гидравлического сопротивления пористых сетчатых материалов, основанная на численном моделировании в системе инженерного анализа «ЛОГОС-Аэрогидро» и авторском программном коде, позволяющая определять свойства таких материалов на начальном этапе их разработки.

2. Выполнена кросс-верификация результатов моделирования, полученных с помощью системы инженерного анализа «ЛОГОС-Аэрогидро» и авторского программного кода на основе численного интегрирования решёточных уравнений Больцмана, позволившая подтвердить адекватность математических моделей.

3. Определены экспериментальные значения гидравлического сопротивления образца пористого сетчатого материла, 3D-модель которого использована при компьютерном моделировании пространственных течений в материале, согласно общепринятой методике.

Результаты численного моделирования показали, что влияние масштаба 3D-модели пористой структуры на определенные значения коэффициента сопротивления не превышают 5 %.

Установлено, что в области малых скоростей движения жидкости (число Рейнольдса по Армору меньше единицы) сопротивление сетки 0040 практически не отличается от сопротивления двухслойного проницаемого сетчатого материала, что согласуется с известными данными, полученными, например, профессором С.В. Беловым.

Получены обобщающие результаты компьютерного моделирования и эмпирические соотношения для гидравлического сопротивления рассматриваемых типов пористых структур в зависимости от числа Рейнольдса по Армору, которые могут быть использованы для инженерных расчётов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Белов С.В., Витязь П.А., Шелег В.К. и др. *Пористые проницаемые материалы*. Москва, Металлургия, 1987, 333 с.

[2] Третьяков А.Ф. Исследование влияния конструктивных и технологических параметров на удельную прочность пористых сетчатых материалов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2017, № 12, с. 30-36.

[3] Семенов Ю.П., Лозино-Лозинский Г.Е., Лапыгин В.Л., Тимченко В.А. и др. *Многоразовый орбитальный корабль «Буран».* Москва, Машиностроение, 1995, 448 с.

[4] Багров В.В., Курпатенков А.В., Поляев В.М., Синцов А.Л., Сухоставец В.Ф. *Капиллярные системы отбора жидкости из баков космических летательных аппаратов.* Москва, УНПЦ «Энергомаш», 1997, 328 с.

[5] Александров Л.Г., Константинов С.Б., Корольков А.В., Сапожников В.Б. Топливный бак с капиллярным внутрибаковым устройством космической двигательной установки. *Вестник НПО имени С.А. Лавочкина*, 2021, № 4, с. 15-21.

[6] Сапожников В.Б., Крылов В.И., Новиков Ю.М., Ягодников Д.А. Наземная отработка капиллярных фазоразделителей на основе комбинированных пористо-сетчатых материалов для топливных баков жидкостных ракетных двигателей верхних ступеней ракет-носителей, разгонных блоков и космических аппаратов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 4, с. 1-14.

[7] Поляев В.М., Генбач А.А. Применение пористой системы в энергетических установках. *Промышленная энергетика*,1992, № 1, с. 40-43.

[8] Москалев П.В., Шитов В.В. *Математическое моделирование пористых структур*. Москва, Физматлит, 2007, 120 с.

[9] Armour J.C., Cannon J.N. Fluid Flow Through Woven Screens. *AIChE Journal*, 1968, vol. 14, no. 3, pp. 415-420.

[10] Авраамов Н.И., Корольков А.В., Маслов В.А., Сапожников В.Б. Математическая модель комбинированного пористо-сетчатого материала как фазоразделителя. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2019, № 3, с. 4-16. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-3-4-16.

[11] Спиридонов В.С., Новиков Ю.М., Большаков В.А. Эксплуатационные характеристики фильтровальных перегородок из проволочных сеток с ячейками микронных размеров. *Безопасность в техносфере*, 2013, № 6, с. 52-57.

[12] Пелевин В.Ф. Гидравлическое сопротивление пористых металлов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2016, № 2, с. 42-52.

[13] Поляев В.М., Сухоставец В.Ф., Новиков А.В. Численное моделирование взаимодействия двухмерного потока вязкой несжимаемой жидкости с пористыми фазоразделителями. *Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение*, 1992, № 3, с. 83-88.

[14] Fischer A., Gerstmann J. Flow Resistance of Metallic Screens in Liquid, Gaseous and Cryogenic Flow. *Materials of 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, 2013, pp. 1-12.

[15] Middelstadt F., Gerstmann J. Numerical Investigations on Fluid Flow through Metal Screens. *Materials of 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, 2013, pp. 1-15.

[16] Bommisetty R.V.N., Joshi D.S., Kollati V.R. Flow Loss in Screens: A Fresh Look at Old Correlation. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, 2013, no. 3. pp. 29-34.

[17] Лаптев И.В., Городнов А.О., Сидоренко Н.Ю., Реш Г.Ф., Иванов М.Ю., Малахов А.С. Компьютерное моделирование пространственных течений вязкой несжимаемой жидкости в проницаемых сетчатых материалах. *Актуальные проблемы космонавтики: Труды XLVII академических чтений по космонавтике, посвящённых памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных-пионеров освоения космического пространства (23-27 января 2023 г.): сборник тезисов.* Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023 (в печати).

[18] Димитриенко Ю.И., Богданов И.О. Многомасштабное моделирование процессов фильтрации жидкого связующего в композитных конструкциях, изготавливаемых методом RTM. *Математическое моделирование и численные методы,* 2017, № 2, с. 3–27.

[19] Иванов М.Ю., Реш Г.Ф., Новиков А.Е., Куранов Е.Г. Способ отбора жидкости из ёмкости с использованием адаптивных инерционно-капиллярных устройств. *Актуальные проблемы космонавтики: Труды XLII академических чтений по космонавтике, посвящённых памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных учёных-пионеров освоения космического пространства (23-26 января 2018 г.).* Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018, с. 421-422.

[20] Ivanov M.Yu., Resh G.F. Theoretical Justification of Experimental Investigation of Gravity-Capillary Method for Gas-Liquid Mixtures Intake. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1391, no. 012079. DOI: 10.1088/1742-6596/1391/1/012079.
[21] Кутателадзе С.С. *Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: справочное пособие.* Москва, Энергоатомиздат, 1990, 367 с.
[22] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Том 6. Гидродинамика.* Москва, Физматлит, 2001, 736 с.
[23] Wilcox D.C. *Turbulence Modelling for CFD*. DCW Industries, 2006, 515 p.
[24] Menter F.R. Zonal two equation k-ω turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1993, no. 93-2906, 21 p. DOI: 10.2514/6.1993-2906.
[25] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Статистическая физика.Том 5. Часть 1*. Москва, «ООО Издательская фирма «Физико-математическая литература», 2001, 616 с.
[26] Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A. et al. *The Lattice Boltzmann Method: Principles and Practice.* Springer, 2017, 694 p.
[27] Versteeg H.K., Malalasekera W. *An introduction to computational fluid dy-namics. The finite volume method.* New York, Wiley, 1995, 257 p.
[28] Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980, 214 p.
[29] Лашкин С.В., Козелков А.С., Мелешкина Д.П., Ялозо А.В., Тарасова Н.В. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE. *Математическое моделирование*, 2016, Т. 28, № 6, с. 64-76.
[30] Ferziger J.H. *Computational Methods for Fluid Dynamics.* Berlin, Springer, 2002, 426 p.
[31] Фирсов Д.М. *Метод контрольного объема на неструктурированной сетке: учебное пособие.* Томск, Издательский дом ТГУ, 2007, 72 с.
[32] Huang H. et. al. *Multiphase Lattice Boltzmann Methods: Theory and Application.* John Willey & Sons, Ltd, 2015, 392 p.
[33] Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Karpov D.I. On equations of state in a lattice Boltzmann method. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, vol. 58, no. 5, pp. 965-974.

Статья поступила в редакцию 21.04.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Городнов А.О., Лаптев И.В., Сидоренко Н.Ю., Иванов М.Ю., Малахов А.С., Реш Г.Ф. Математическое моделирование процессов ламинарной и турбулентной фильтрации жидкой несжимаемой среды в пористых сетчатых материалах. *Математическое моделирование и численные методы*, 2023, № 2, с. 67–89.

Городнов Анатолий Олегович — канд. физ.-мат. наук, АО ГНЦ «Центр Келдыша». e-mail: an.ol.gorodnov@gmail.com

Лаптев Игорь Вячеславович — канд. физ.-мат. наук, АО ГНЦ «Центр Келдыша». e-mail: e-mail: laptev.iv.kerc@gmail.com

Сидоренко Никита Юрьевич — АО ГНЦ «Центр Келдыша». e-mail: sidorenko.nyu@phystech.edu

Иванов Михаил Юрьевич — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, АО «ВПК «НПО машиностроения». e-mail: vpk@vpk.npomash.ru

Малахов Антон Сергеевич — АО «ВПК «НПО машиностроения». e-mail: vpk@vpk.npomash.ru

Реш Георгий Фридрихович — канд. тех. наук, АО «ВПК «НПО машиностроения». e-mail: g.f.resh@vpk.npomash.ru

Mathematical modeling of laminar and turbulent filtration processes of liquid incompressible medium in porous mesh materials

© A.O. Gordonov [1], I.V. Laptev[1], N.Yu. Sidorenko[1,2], M.Yu. Ivanov[3,4], A.S. Malahov[3], G.F. Resh[3]

[1]Keldysh Research Center, Moscow, 125438, Russia
[2]Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow Region, 141700, Russia
[3]JSC MIC «NPO Mashinostroyenia», Moscow Region, 143966, Russia
[4]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The problems of mathematical modeling of three–dimensional laminar and turbulent motion of a viscous incompressible fluid in multilayer permeable structures – porous mesh materials are considered. Each layer of the material is a woven metal mesh with square cells of micron sizes. Porous mesh materials are widely used in space, chemical, oil and gas, nuclear and other industries, for example, as hydraulic filters. Such materials have a complex internal structure and a variety of possible geometric configurations. Therefore, in the general case, the nature of the functional dependence of the hydraulic resistance that a material sample exerts on the flow of fluid flowing in its pore channels from the Reynolds number is not known. To determine this dependence on the existing material, as well as to create a material with a predetermined hydraulic resistance, computational fluid dynamics tools were used. The domestic engineering analysis system "Logos" and the author's program code developed in Keldysh Research Center were used. The physical parameters of liquid mass transfer in a porous filter material and its hydraulic resistance are determined by the methods of control volumes on an unstructured computational grid for integrating the Navier-Stokes equations and Lattice Boltzmann Method. It is established that the theoretical methods used allow us to estimate from above the functional dependence of the hydraulic resistance of a porous mesh material on the Reynolds number in the range of values from 0.01 to 500. To verify the mathematical model an experimental setup was made with the help of which a cycle of hydraulic spills of sample of porous mesh material was performed. The numerical solutions obtained are consistent with the available analytical dependencies obtained in the works of domestic and foreign scientists and the results of experimental studies.

Keywords*: mathematical modeling, computational fluid dynamics, engineering analysis system, control volume method, Lattice Boltzmann Method (LBM), porous mesh material, viscous incompressible fluid, hydraulic resistance*

REFERENCES

[1] Belov S.V., Vityaz' P.A., SHeleg V.K. et. al. *Poristye pronicaemye materialy [Porous permeable materials]*. Moscow, Metallurgiya [Metallurgy], 1987, 333 p.

[2] Tret'yakov A.F. Issledovanie vliyaniya konstruktivnyh i tekhnologicheskih parametrov na udel'nuyu prochnost' poristyh setchatyh materialov [Study of the Influence of Design and Technological Parameters on the Specific Strength of Porous Mesh Materials]. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Mashinostroenie [News of higher educational institutions. Engineering]*, 2017, no. 12, pp. 30-36.

[3] Semenov YU.P., Lozino-Lozinskij G.E., Lapygin V.L., Timchenko V.A. et. al. *Mnogorazovyj orbital'nyj korabl' «Buran» [Reusable orbital ship "Buran"]*. Moscow, Publishing House «Innovative Engineering», 1995, 448 p.

[4] Bagrov V.V., Kurpatenkov A.V., Polyaev V.M., Sincov A.L., Suhostavec V.F. *Kapillyarnye sistemy otbora zhidkosti iz bakov kosmicheskih letatel'nyh apparatov*. Moscow, UNPC «Energomash», 1997, 328 p.

[5] Aleksandrov L.G., Konstantinov S.B., Korol'kov A.V., Sapozhnikov V.B. Toplivnyj bak s kapillyarnym vnutribakovym ustrojstvom kosmicheskoj dvigatel'noj ustanovki [Fuel tank with a capillary in-tank device of a space propulsion system]. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina [Bulletin of NPO named after S.A. Lavochkin]*, 2021, no. 4, pp. 15-21.

[6] Sapozhnikov V.B., Krylov V.I., Novikov YU.M., YAgodnikov D.A. Nazemnaya otrabotka kapillyarnyh fazorazdelitelej na osnove kombinirovannyh poristo-setchatyh materialov dlya toplivnyh bakov zhidkostnyh raketnyh dvigatelej verhnih stupenej raket-nositelej, razgonnyh blokov i kosmicheskih apparatov [Ground testing of capillary phase separators based on combined porous-mesh materials for fuel tanks of liquid-propellant rocket engines of the upper stages of launch vehicles, upper stages and spacecraft]. *Inzhenernyj zhurnal: nauka i innovacii [Engineering journal: science and innovation]*, 2013, no. 4, pp. 1-16.

[7] Polyaev V.M., Genbach A.A. Primenenie poristoj sistemy v energeticheskih ustanovkah [Application of the porous system in power plants]. *Promyshlennaya energetika [Industrial energy]*, 1992, no. 1, pp. 40-43.

[8] Moskalev P.V., SHitov V.V. *Matematicheskoe modelirovanie poristyh struktur [Mathematical modeling of porous structures]*. Moscow, Fizmatlit publ., 2007, 120 p.

[9] Armour J.C., Cannon J.N. Fluid Flow Through Woven Screens. *AIChE Journal*, 1968, vol. 14, no. 3, pp. 415-420.

[10] Avraamov N.I., Korol'kov A.V., Maslov V.A., Sapozhnikov V.B. Matematicheskaya model' kombinirovannogo poristo-setchatogo materiala kak fazorazdelitelya [Mathematical model of a combined porous-mesh material as a phase separator]. Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering, 2019, no. 3, pp. 4-16. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-3-4-16.

[11] Spiridonov V.S., Novikov YU.M., Bol'shakov V.A. Ekspluatacionnye harakteristiki fil'troval'nyh peregorodok iz provolochnyh setok s yachejkami mikronnyh razmerov [Performance characteristics of filtering partitions made of wire meshes with micron-sized cells]. *Bezopasnost' v tekhnosfere [Safety in technosphere]*, 2013, no. 6, pp. 52-57.

[12] Pelevin V.F. Gidravlicheskoe soprotivlenie poristyh metallov [Hydraulic resistance of porous metals]. *BMSTU journal of mechanical engineering*, 2016, no. 2, pp. 42-52.

[13] Polyaev V.M., Suhostavec V.F., Novikov A.V. CHislennoe modelirovanie vzaimodejstviya dvuhmernogo potoka vyazkoj neszhimaemoj zhidkosti s poristymi fazorazdelitelyami [Numerical simulation of the interaction of a two-dimensional flow of a viscous non-compressible fluid with porous phase separators]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 1992, no. 3, pp. 83-88.

[14] Fischer A., Gerstmann J. Flow Resistance of Metallic Screens in Liquid, Gaseous and Cryogenic Flow. *Materials of 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, 2013, pp. 1-12.

[15] Middelstadt F., Gerstmann J. Numerical Investigations on Fluid Flow through Metal Screens. *Materials of 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, 2013, pp. 1-15.

[16] Bommisetty R.V.N., Joshi D.S., Kollati V.R. Flow Loss in Screens: A Fresh Look at Old Correlation. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, 2013, no. 3. pp. 29-34.

[17] Laptev I.V., Gorodnov A.O., Sidorenko N.YU., Resh G.F., Ivanov M.YU., Malahov A.S. Komp'yuternoe modelirovanie prostranstvennyh techenij vyazkoj neszhimaemoj zhidkosti v pronicaemyh setchatyh materialah [Computer modeling of spatial flows of a viscous incompressible fluid in permeable mesh materials]. *Aktual'nye problemy kosmonavtiki: Trudy XLVII akademicheskih chtenij po kosmonavtike, posvyashchyonnyh pamyati akademika S.P. Korolyova i drugih vydayushchihsya otechestvennyh uchyonyh-pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva (23-27 yanvarya 2023 g.): sbornik tezisov [Actual problems of astronautics: Proceedings of the XLVII academic readings on astronautics, dedicated to the memory of academician S.P. Korolev and other outstanding domestic scientists-pioneers of space exploration (January 23-27, 2023): collection of abstracts]*. Moscow, *BMSTU*, 2023 (in the press).

[18] Dimitrienko Yu. I., Bogdanov I.O. Multiscale modeling of liquid binder filtration processes in composite structures manufactured by RTM. *Mathematical modeling and computational methods.* 2017, no. 2, pp. 3-27.

[19] Ivanov M.YU., Resh G.F., Novikov A.E., Kuranov E.G. Sposob otbora zhidkosti iz yomkosti s ispol'zovaniem adaptivnyh inercionno-kapillyarnyh ustrojstv. *Aktual'nye problemy kosmonavtiki: Trudy XLII akademicheskih chtenij po kosmonavtike, posvyashchyonnyh pamyati akademika S.P. Korolyova i drugih vydayushchihsya otechestvennyh uchyonyh-pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva (23-26 yanvarya 2018 g.) [*Actual problems of astronautics: Proceedings of the XLII academic readings on astronautics, dedicated to the memory of Academician S.P. Korolev and other outstanding domestic scientists-pioneers of space exploration (January 23-26, 2018)*]*. Moscow, *BMSTU*, 2018, pp. 421-422.

[20] Ivanov M.Yu., Resh G.F. Theoretical Justification of Experimental Investigation of Gravity-Capillary Method for Gas-Liquid Mixtures Intake. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1391, no. 012079. DOI: 10.1088/1742-6596/1391/1/012079.

[21] Kutateladze S.S. *Teploperedacha i gidrodinamicheskoe soprotivlenie: spravochnoe posobie [*Heat transfer and hydrodynamic resistance: a reference guide*]*. Moscow, Energoatomizdat [Energoatomizdat], 1990, 367 p.

[22] Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. Tom 6. Gidrodinamika [*Theoretical physics. Volume 6. Hydrodynamics*]*. Moscow, Fizmatlit publ., 1986, 736 p.

[23] Wilcox D.C. *Turbulence Modelling for CFD*. DCW Industries, 2006, 515 p.

[24] Menter F.R. Zonal two equation k-ω turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1993, no. 93-2906, 21 p. DOI: 10.2514/6.1993-2906.

[25] Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika. Tom 5.* Chast' 1 *[*Theoretical physics. Hydrodynamics. Volume 5. Part 1*]*. Moscow, Fizmatlit publ., 2001, 694 p.

[26] Kruger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A. et al. *The Lattice Boltzmann Method: Principles and Practice.* Springer, 2017, 694 p.

[27] Versteeg H.K., Malalasekera W. *An introduction to computational fluid dy-namics. The finite volume method.* New York, Wiley, 1995, 257 p.
[28] Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980, 214 p.
[29] Lashkin S.V., Kozelkov A.S., Meleshkina D.P., YAlozo A.V., Tarasova N.V. Modelirovanie techenij vyazkoj neszhimaemoj zhidkosti razdelennym i sovmeshchennym algoritmom tipa SIMPLE [Simulation of flows of a viscous incompressible fluid by a separated and combined algorithm of the SIMPLE type]. Mathematical Models and Computer Simulations, 2016, vol. 28, no. 6, pp. 64-76.
[30] Ferziger J.H. *Computational Methods for Fluid Dynamics.* Berlin, Springer, 2002, 426 p.
[31] Firsov D.M. *Metod kontrol'nogo ob"ema na nestrukturirovannoj setke: uchebnoe posobie [*Unstructured Grid Control Volume Method: Tutorial*]*. Tomsk, Izdatel'skij dom TGU [TSU Publishing House], 2007, 72 p.
[32] Huang H. et. al. *Multiphase Lattice Boltzmann Methods: Theory and Application.* John Willey & Sons, Ltd, 2015, 392 p.
[33] Kupershtokh A.L., Medvedev D.A., Karpov D.I. On equations of state in a lattice Boltzmann method. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, vol. 58, no. 5, pp. 965-974

Gorodnov A.O., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Keldysh Research Center. e-mail: an.ol.gorodnov@gmail.com

Laptev I.V., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Keldysh Research Center. e-mail: laptev.iv.kerc@gmail.com

Sidorenko N.Yu., Keldysh Research Center. e-mail: sidorenko.nyu@phystech.edu

Ivanov M.Yu., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department, Bauman Moscow State Technical University, Joint stock company “Military and industrial corporation”. e-mail: vpk@vpk.npomash.ru

Malahov A.S., Joint stock company “Military and industrial corporation”. e-mail: vpk@vpk.npomash.ru

Resh G.F., Cand. Sc. (Technical), Joint stock company “Military and industrial corporation”. e-mail: g.f.resh@vpk.npomash.ru