

Структурная теория сложных систем. Геометрическая теория и гуманитарные аспекты моделирования

© Ю.И. Бродский

ФИЦ ИУ РАН, Москва, 119333, Россия

*Предлагается формальное определение компьютерной модели сложной системы, как рода структуры в смысле Н. Бурбаки — род структуры M (модель). Класс математических объектов, определяемый родом структуры M обладает следующими двумя свойствами: комплекс, созданный объединением математических объектов рода структуры M по определенным правилам, сам является математическим объектом рода структуры M . Организация вычислительного процесса для всех математических объектов рода структуры M однотипна и поэтому может быть реализована единой универсальной программой организации имитационных вычислений. Наличие этих двух свойств у представителей рода структуры M позволяет построить сквозную технологию описания, синтеза и программной реализации моделей сложных систем — Модельный синтез и Модельно-ориентированное программирование. Изучая морфизмы базисных множеств построенной с помощью модельного синтеза модели рода структуры M , и инварианты, ограничивающие такие морфизмы, мы получаем формальный математический язык исследования сложных открытых (меняющих свой состав) систем. Ведя традиционный по форме гуманитарный дискурс, можно все время соотносить его с соответствующим объектом рода структуры M — транслируя на математический язык гуманитарные понятия языка более высокого уровня. Выводами, полученными с помощью этого языка, является, например, то, что устойчивое развитие есть *modus vivendi* сложной открытой системы и что в сложных открытых системах, в отличие от замкнутых физических систем, ведущую роль играет сохранение законов (система жертвует мощностью на поддержание своих аксиом и структуры), а не законы сохранения (которые конечно же имеют место).*

Ключевые слова: сложные системы, структурная теория, модельный синтез, геометрическая теория поведения, формализация описательных наук

Введение. Данная статья является продолжением работы [1] и посвящена ее теоретическому, отчасти даже философскому следствию, — применению формального математического языка, основанного на роде структуры M (модель) для описания и исследования открытых сложных систем, включая социальные.

Остановимся подробнее на этой теме.

Открытые системы впервые привлекли к себе внимание еще в античности. Известна апория «корабль Тесея», которую часто приписывают упоминавшемуся в первой части работы Зенону Элейскому [2]. Суть ее в том, что корабль, на котором Тесей возвратился с Крита, победив Минотавра, в дальнейшем использовался в ежегод-

ных ритуальных (о ритуалах в данной статье нам еще придется говорить) священных посольствах на Делос. Так продолжалось сотни лет, разделяющих мифологическую эпоху Тесея и историческую — Зенона и Сократа (известно, что казнь Сократа была отложена как раз из-за такого посольства [2]). Перед каждой ежегодной поездкой, корабль проходил ТО (техническое обслуживание) и поскольку был деревянным, — все пришедшие в негодность конструкции заменялись на новые. Апория ставит вопрос: во время Зенона и Сократа (когда на корабле от времен Тесея скорее всего давно уже не осталось ни одной «родной» детали) это тот же самый корабль, на котором плавал Тесей, или уже другой? Очевидно, это вопрос из класса Геделевско – Боровских [1, 3, 4]. Одним из самых радикальных ответов на него известен Гераклит: «В один поток нельзя войти дважды» — т.е. один и тот же объект, на самом деле разный даже в два близких момента времени (и в самом деле, в четырехмерном пространстве-времени его фазовая картинка будет уже другой).

В данной работе предложена теория, дающая некий синтез (возможно, не бесспорный) противоположных ответов на вопрос апории корабля Тесея. На гуманитарном языке этот синтез можно описать следующим образом: открытая сложная система, несмотря на ее меняющийся состав, будет для нас той же самой, если ее **поведение** останется в устраивающих нас пределах. На это в единицу времени должна тратиться определенная энергия, которая не может быть меньше константы, характеризующей устойчивое существование открытой сложной системы — ее потенциала динамического равновесия. При этом следует иметь в виду, что сказанную выше гуманитарную фразу можно интерпретировать в формальных конструкциях рода структуры М. С этой точки зрения корабль Тесея был «тем же самым» для организаторов священных посольств на Делос, поскольку столетиями устраивал их, а его потенциал динамического равновесия определялся стоимостью годового ТО.

Род структуры М. Для удобства последующих ссылок процитируем из [1] формальное определение модели сложной системы с минимальными пояснениями.

$$\Sigma(\mathbb{N}, \xi) = \langle \mathbf{X}, M, E, \{M_j\}_{j=1}^N, \{E_j\}_{j=1}^N, \mathbb{N} \rangle ;$$

$$N \subset \mathbb{N},$$

$$\mathbf{x} \subset \mathbf{X}, \mathbf{a} \subset \mathbf{X}, \quad (1)$$

$$s \subset M, f \subset M, \quad (2)$$

$$\{m_{j,real} \subset M_j \times M\}_{j=1}^N, \quad (3)$$

$$\{e_{j,real} \subset E_j \times E\}_{j=1}^N, \quad (4)$$

$$\{m_{j,in} \subset M_j \times \mathfrak{B}(\mathbf{X})\}_{j=1}^N, \quad (5)$$

$$\{m_{j,out} \subset M_j \times \mathfrak{B}(\mathbf{X})\}_{j=1}^N, \quad (6)$$

$$\{e_{j,in} \subset E_j \times \mathfrak{B}(\mathbf{X})\}_{j=1}^N, \quad (7)$$

$$\{sw_j \subset E_j \times M_j \times M_j\}_{j=1}^N, \quad (8)$$

$$\{m_j^0 \subset M_j\}_{j=1}^N, \quad (9)$$

$$\{p_j \subset \mathfrak{B}(M_j) \times \mathfrak{B}(E_j) \times M_j \times \mathfrak{B}(E_j \times M_j \times M_j)\}_{j=1}^N; \quad (10)$$

$$\xi: |N| = 1,$$

$$R_1: (\mathbf{x} \cup \mathbf{a} = \mathbf{X}) \& (\mathbf{x} \cap \mathbf{a} = \emptyset),$$

$$R_2: (s \cup f = M) \& (s \cap f = \emptyset),$$

$$R_3: \left\{ \left(\forall m \in M_j \right) \left(\exists ! \tilde{m} \in M \right) \left(\{m, \tilde{m}\} \in m_{j,real} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_4: \left\{ \left(\forall e \in E_j \right) \left(\exists ! \tilde{e} \in E \right) \left(\{e, \tilde{e}\} \in e_{j,real} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_5: \left\{ \left(\forall m \in M_j \right) \left(\exists ! r \in \mathfrak{B}(\mathbf{X}) \right) \left(\{m, r\} \in m_{j,in} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_6: \left\{ \left(\forall m \in M_j \right) \left(\exists ! r \in \mathfrak{B}(\mathbf{x}) \right) \left(\{m, r\} \in m_{j,out} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_7: \left\{ \left(\forall e \in E_j \right) \left(\exists ! r \in \mathfrak{B}(\mathbf{X}) \right) \left(\{e, r\} \in e_{j,in} \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_8: \left\{ \left(\left(\forall e \in E_j \right) \left(\exists ! r \in M_j \times M_j \right) \left(\{e, r\} \in sw_j \right) \right) \& \right.$$

$$\left. \& \left(\left(\{e, r\} \in sw_j, \{ \tilde{e}, \tilde{r} \} \in sw_j, r = \tilde{r} \right) \Rightarrow (e = \tilde{e}) \right) \right\}_{j=1}^N,$$

$$R_9: \left\{ p_j = \left\{ M_j, E_j, m_j^0, sw_j \right\} \right\}_{j=1}^N,$$

R_{10} : аксиома однозначности вычисления характеристик сложной системы,

R_{11} : аксиома организации имитационных вычислений>.

Здесь угловая скобка < обозначает начало описания рода структуры, а парная угловая скобка > — его конец. Три раздела этого описания: базисные множества, соотношения типизации и аксиомы разделяются между собой двумя точками с запятой — после разделов базисных множеств и соотношений типизации. Обозначение $\left\{ \dots_j \right\}_{j=1}^N$ используется для краткости и означает, что содержимое скобок

повторяется через запятую N раз, при этом индекс j последовательно заменяется на $1, \dots, N$. Например, $\{M_j\}_{j=1}^N$ — есть сокращенный вариант записи M_1, \dots, M_N . $\mathfrak{B}(\cdot)$ — множество всех подмножеств множества, стоящего в скобках.

\mathbf{X} — множество характеристик модели. Соотношения типизации (1) и аксиома R_1 утверждают, что все \mathbf{X} состоит из двух непересекающихся подмножеств: \mathbf{x} — внутренних и \mathbf{a} — внешних характеристик. Далее идет M — множество различных реализаций методов-элементов, элементарных умений нашей модели, которое также состоит из двух непересекающихся подмножеств: s — медленных элементов, вычисляющих гладкую эволюцию траектории на положительном отрезке прогноза и f — быстрые методы, вычисляющие величины разрывов первого рода, о чем говорят соотношения типизации (2) и аксиома R_2 .

Далее $\{M_j\}_{j=1}^N$ — методы процессов. В отличие от M , где все методы уникальны, в M_j методы могут повторяться. Смысл повторений — например, один и тот же алгоритм может работать с разными данными. Соотношение типизации (3) и аксиома R_3 гласят, что все методы процессов берутся из единого хранилища M , у каждого там есть единственный прообраз. Точно так же $\{E_j\}_{j=1}^N$ — события процессов. Так же события в E_j могут и повторяться, если, например, работают с разными данными. Соотношение типизации (4) и аксиома R_4 гласят, что все события процессов берутся из единого хранилища E , у каждого там есть единственный прообраз.

Соотношения типизации (5), (6) вместе с аксиомами R_5 и R_6 описывают, как методам процессов передаются характеристики, и как от них принимаются внутренние характеристики.

Соотношения типизации (7) вместе с аксиомой R_7 описывают, как событиям процессов передаются характеристики. Возвращают события всегда неотрицательное число, которое есть либо прогноз времени до его наступления, если положительно, либо ноль, если оно уже наступило.

Далее, \mathbb{N} — вспомогательное базисное множество натуральных чисел, из которого вспомогательное соотношение типизации $N \subset \mathbb{N}$ выделяет подмножество N , которое в силу вспомогательной аксиомы $\xi: |N|=1$, оказывается просто натуральным числом (содержательно это количество параллельных процессов в сложной системе).

Процессы определяются соотношениями типизации (10) и аксиомами R_9 (косвенно в их определения входят также соотношения (8) с аксиомами R_8), определяющие правила переключения элементов в процессах и соотношения (9), определяющие начальные элементы процессов. Каждый процесс p_j , $j=1...N$, определяемый (10) и R_9 , последовательно осуществляет некоторый конечный набор возможных для него элементарных действий M_j , который будем называть множеством его методов-элементов, возможно, в зависимости от возникающих в системе ситуаций E_j , на которые процесс умеет реагировать, их будем называть множеством его методов-событий. Соотношения (8) и R_8 задают правила переключения элементов под влиянием событий.

Открытые сложные системы. В классической физике обычно рассматриваются замкнутые системы и важнейшим средством их изучения являются законы сохранения. Сложные системы, о которых идет речь здесь, это открытые диссипативные в смысле И. Пригожина системы [5], которые обмениваются с окружающим миром потоками материи, энергии и информации. Такие системы изучались школой И. Пригожина, где считалось, что суть их самоорганизации в диссипативности и термодинамической неравновесности. В нашей стране открытые системы изучались школой С.П. Курдюмова [6], считавшей, что суть — в нелинейности и возможности выходов на режимы с обострениями. Ю.Н. Павловский во многих своих работах, посвященных моделированию боевых действий (например, [7]) отмечал, что сложные системы в условиях вооруженной борьбы прежде всего стремятся сохранять свою структуру. Следуя за ним (и не отрицая при этом значимости фактов нелинейности, диссипативности и неравновесности), автор считает, что самоорганизация сложных открытых систем — их *modus vivendi* — пока открытая сложная система существует, она стремится сохранять законы своего существования и доколе ей это удастся — она существует. В противном случае, ее ожидает переход в иное качество, скорее всего, — это распад на составляющие вплоть до базисных множеств, с последующим поглощением последних более успешными системами. Понять это помогает геометрическая теория поведения сложных систем.

В жизни мы встречаем множество открытых систем. О корабле Тесея, с которого все начиналось, уже говорилось во введении. Мы сами являемся открытыми системами — наш атомарный состав за время жизни несколько раз меняется практически полностью. Состав призывников в армии меняется наполовину раз в полгода, а если армия участвует в боевых действиях — ее состав может существенно

обновиться на временах порядка месяца и даже нескольких дней. В университете за год бакалавриат обновляется на четверть, а магистратура наполовину. Определенная текучесть кадров имеет место на любом предприятии. В стране раз в 25—30 лет меняются поколения, определяющие ее облик. Тем не менее, обычно мы склонны считать подобные сложные открытые системы «теми же самыми», почему? Их состав с очевидностью меняется, тогда что же в них остается, что заставляет считать их теми же самыми?

Можно ответить, что той же самой остается (или меняется на порядки медленнее) их структура. Однако, с точки зрения теории модельного синтеза [1, 8], такой ответ будет не слишком содержательным, так как с ее позиций практически все в этом мире — объекты рода структуры M и неудивительно поэтому, что их структура качественно не меняется. Попробуем средствами гуманитарного анализа [9] уточнить, какая часть структуры позволяет воспринимать объект тем же самым, несмотря на его переменный состав. При взаимодействии с организациями чаще всего нам все равно, кто там работает, важно — какие услуги или товары и по каким ценам, может нам предоставить эта организация. Тем, кто поступает в университет, все равно, кто там учится, да и то, кто учит не слишком существенно, если известен общий высокий уровень преподавателей и студентов. Важно — чему и насколько качественно там учат, как организован процесс обучения и проживания. Точно так же, гражданам неважно, кто сейчас служит в рядах армии, важно может или нет армия защитить страну. Тому, кто совершает покупку в гипермаркете, безразлично, кто конкретно сидит на кассе, — важно, чтобы касс было достаточно, и работали они быстро и четко. Средний пользователь персональной ЭВМ вполне может не знать, какой у этого компьютера процессор, AMD, Intel или VIA. А вот разницу между операционными системами Windows, Mac OS и Linux (и даже их разными версиями), которые можно на него загрузить, заметит обязательно: и интерфейс меняется, и любимые приложения несколько иные (если вообще есть), и результат их работы отличается.

Этот краткий гуманитарный анализ оставляет впечатление, что мы считаем сложную открытую систему той же самой, если не меняется (или меняется на порядки медленнее состава) ее поведение, которое при взаимодействии с системой для нас важнее, чем реализующий это поведение состав. При этом под поведением мы можем разуметь не только понятие естественного языка, имеющее согласно В.В. Налимову [10] континуальное поле смыслов, но и формальное математическое определение, задаваемое прежде всего, базисными множествами M (возможные действия-реакции системы) и E

(возможные события, на которые система должна реагировать), соотношениями типизации (8)–(10) и аксиомами R_8 , R_9 (связь событий с вызываемыми ими действиями и процессы — программы поведения), но косвенно также включающее соотношения типизации (3)–(7) и аксиомы R_3 – R_7 (реализация действий и событий, их связь с характеристиками системы). Поведение имеет любой объект рода структуры M , поэтому применительно к сложной системе можно говорить о разных уровнях ее поведения: индивидуальное поведение агентов — «атомов» самого низкого уровня, коллективное поведение всевозможных промежуточных комплексов, наконец, коллективное поведение системы в целом, т.е. комплекса самого высокого из рассматриваемых уровня.

Геометрическая модель поведения. Популярность геометрического подхода началась с Эрлангенской программы Ф. Клейна [11]. Молодой Феликс Клейн, защитив докторскую диссертацию, по существовавшим тогда в Германии правилам, не мог получить должность профессора по месту защиты. Ему предложили кафедру в Эрлангене, куда он и отбыл в 1872 г. На первом выступлении перед сотрудниками кафедры он предложил способ классификации геометрий по инвариантам преобразований, который стал известен как Эрлангенская программа. Возьмем проективную плоскость, проективные преобразования переводят объекты проективной геометрии в эквивалентные (в смысле этой геометрии) объекты. Если выбирать подгруппы группы проективных преобразований, сохраняющие тот или иной инвариант, их элементы переводят объекты соответствующих геометрий в эквивалентные. Если взять подгруппу конгруэнтных преобразований (движений), — получим евклидову геометрию. Если инвариант задан фиксированной прямой, — получим аффинную геометрию. Если инвариант метрики, — гиперболическая $x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$ или эллиптическая $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, — получим гиперболическую или эллиптическую неевклидову геометрию. Каков инвариант — такова и геометрия.

В дальнейшем подобный геометрический метод неоднократно успешно применялся для исследования и классификации различных математических объектов и физических явлений. Здесь мы попытаемся использовать его для изучения сложных систем и их поведения.

Как можно моделировать изменения состава и поведения в объектах рода структуры M ? Для объектов самого нижнего уровня «атомов» — это прежде всего морфизмы множеств M и E , хотя и характеристики X также могут подвергаться преобразованиям. Характеристики модели — числа, методы-элементы и методы-

события — компьютерные программы, но в силу гипотезы о замкнутости — однозначные, без побочных эффектов и состояний, т.е. эквивалентные математическим функциям, поэтому близость между ними можно оценивать с помощью топологий соответствующих функциональных пространств. Стало быть, в данном случае разговор о непрерывности морфизмов вполне оправдан, поэтому можно рассматривать в том числе и гомеоморфизмы (непрерывные в обе стороны изоморфизмы в категории топологических пространств).

Для объектов более высокого уровня, являющихся комплексами, кроме этого, можно явно моделировать замену компонент, когда заменяющие компоненты вносят свое поведение, отличное от поведения заменяемых. Здесь следует сделать замечание. Выше уже было сказано, что морфизмам подлежат прежде всего множества M и E . Если при заменах компонент нижнего уровня не рассматривать изменений их интерфейсов в комплексах и изменений программ поведения (9), (10), R_9 , окажется, что и в комплексе любого уровня за изменения поведения будут отвечать именно замены действий M и реакций E . Казалось бы, отказ от изучения изменений интерфейсов в комплексах и программ поведения компонент существенно снизит общность рассмотрения. Однако, если обратиться, например, к предметной области социальных систем можно видеть, что там дело обстоит именно так: никто из-за вновь прибывшего работника не будет менять сложившиеся в подразделении способы взаимодействия, наоборот, новичку предложат вписаться в существующие. Так же и с программами поведения (9), (10), R_9 — они определяются должностными обязанностями работников, поэтому, как правило, вместо ушедшего врача на работу будет взят тоже врач, а не повар, вместо летчика — летчик, вместо шофера шофер и т.д., а вот их отдельные действия и реакции в рамках программ их должностных обязанностей вполне могут различаться.

Морфизмы могут за не слишком продолжительное время привести систему к поведению противоположному исходному, а если они еще и непрерывны — такое изменение поведения может быть замечено далеко не сразу, так как изменения могут быть незаметны на малых временах наблюдения, например, в силу их малости из-за непрерывности морфизмов. Примеров постепенного превращения объектов в нечто совсем иное путем морфизмов много в алгебраической топологии, например чашки в бублик, или человечка со сцепленными руками в человечка с расцепленными [12].

Примером из области социальных наук могут быть известные Окна Овертона [13]. Их критика некоторыми социологами часто бывает обусловлена отсутствием в распоряжении последних адекватного языка, различающего индивидуальное, групповое и коллектив-

ное поведение в сложной системе, тогда как на естественном языке эти понятия легко путаются [14]. На наш взгляд Окна Овертона, — это весьма интересная попытка описать на гуманитарном уровне гомеоморфизмы базисных множеств M и E объекта рода структуры M , постепенно изменяющие его поведение, т.е. — самая настоящая математика (искусство называть разные вещи одним именем, по словам А. Пуанкаре).

Желание поддерживать поведение сложной системы в приемлемых рамках поднимает вопрос об инвариантах, ограничивающих все множество возможных морфизмов. Как работают инварианты? Инвариант, являющийся для сложной системы добавочной аксиомой, выделяет из группы морфизмов подгруппу сохраняющих его допустимых морфизмов. Такая аксиома должна быть иной природы, по сравнению с аксиомами рода структуры, так как аксиомы Бурбаковских родов структуры (в том числе, $R_1 - R_{11}$ рода структуры M) переносимы при изоморфизмах базисных множеств [15], и следовательно, никак не могут их ограничивать — род структуры M определен с точностью до изоморфизмов. Такие дополнительные аксиомы-инварианты, ограничивающие преобразования поведения при морфизмах базисных множеств, будем называть идеологическими. По-видимому идеологические аксиомы, в отличие от аксиом рода структуры, должны работать не только с базисными множествами и родовыми константами, но и с отдельными элементами базисных множеств, например, задавая приемлемые диапазоны изменения той или иной характеристики:

$$const_1 \leq x \leq const_2$$

где $x \in \mathbf{x}$ или метода:

$$m \in U_{\alpha_0}(m_0), m_0 \in M,$$

где топология $\{U_\alpha\}$ понимается в смысле функционального пространства, к которому принадлежат методы m и m_0 , в силу гипотезы о замкнутости [1, 8].

В социуме ограничивающими преобразования поведения инвариантами — идеологическими аксиомами — являются религиозные заповеди, моральные и культурные ценности, традиционные, гражданские и производственные нормы поведения, — все, что можно назвать Законом с большой буквы. Этот Закон отчасти зафиксирован письменно в текстах культурных и религиозных памятников, юридических кодексов и нормативных документов; отчасти как предание распространяется устно, например, большинство работников успешно исполняют свои должностные обязанности, хотя мало

кто из них может вспомнить, когда в последний раз читал их текст. Закон программирует поведение агентов социума в смысле рода структуры M , т.е. состава базисных множеств M и E связи событий с действиями (8), R_8 и законченных программ поведения (9), (10), R_9 .

На основании инвариантов — идеологических аксиом — можно пытаться строить классификацию различных культур (понимая здесь под культурой сложной системы ее этологический аспект — способ коллективного поведения) [16].

Сохранение законов. Попробуем понять, что нужно сложной системе, чтобы оставаться самой собой при морфизмах ее базисных множеств. При рассмотрении постараемся учесть три аспекта, материальный, информационный и идейный.

Чтобы оставаться собой, в материальном аспекте сложная система должна поддерживать свой материальный состав в определенных качественных пределах. Как уже говорилось выше, наряду с относительной независимостью структуры от базисных множеств, существует и определенная их зависимость, — не всякие базисные множества пригодны для реализации в них имеющейся структуры (соотношений типизации и аксиом) сложной системы. Вспомним, что открытые системы диссипативны [5], т.е. поддерживают свое устойчивое состояние за счет рассеяния энергии.

Чтобы функционировать, диссипативной системе необходимо тратить часть своей мощности на поддержание процесса ее функционирования, а также на поддержание ее структуры, в том числе и функциональностей, не задействованных в данный момент. Самый простой пример — четырехтактный двигатель внутреннего сгорания. На такте сгорания производится работа и ее должно хватать хотя бы на остальные такты — выхлопа, набора и сжатия смеси, а также на работу топливного насоса, системы охлаждения, смазки и т. д. Равенство произведенной работы и постоянных расходов наступает на холостых оборотах двигателя. Поэтому невозможно заставить его работать с меньшими оборотами — он просто остановится. Чтобы двигатель работал, он должен работать! Это и есть принцип динамического равновесия. Чтобы запустить двигатель, нужно специальное внешнее воздействие стартера — постороннего устройства по отношению к работающему двигателю. Стартер сообщает двигателю потенциал динамического равновесия, имея который, он может устойчиво работать дальше. Отметим, что устойчивую работу двигателя обеспечивает специальная аналоговая система управления, важнейшей составляющей которой является газораспределительный механизм (ГРМ). В последние годы появляются также цифровые версии ГРМ.

Сложнее обстоит дело с диссипативными системами в социальной области. Так же, как двигатель, такая система для того, чтобы работать, должна работать. Ее равновесие тоже динамическое. Оно поддерживается множеством нормативных актов и поведенческих традиций и как правило, система управления в физическом мире имеет множество агентов-носителей управляющих программ, не имея такого ярко выраженного физического механизма управления, как ГРМ двигателя внутреннего сгорания. Потенциалом динамического равновесия будет сумма затрат в единицу времени на поддержание структуры сложной системы. Например, если мы говорим о предприятии — нужно платить зарплату сотрудникам, в том числе и подразделениям, не имеющим прямого отношения к функциональности организации, таким как бухгалтерия, охрана, хозяйственные службы и т. д. Нужно оплачивать кредиты, аренду помещений и оборудования, услуги связи, отопление, электричество, поддерживать в «боевом» состоянии производственные мощности, подверженные амортизации. Выше упомянуты затраты на поддержание материальной составляющей структуры сложной системы. Кроме нее имеются составляющие, относящиеся к мирам информации и идей — это поддержание корпоративной культуры отношений и производства (в первую очередь это как раз сохранение инвариантов организации при морфизмах поведения персонала, самый распространенный из которых — текучесть кадров), сохранение и расширение сети клиентов, обучение персонала, связи с учебными заведениями, поставляющими кадры, и многое другое. Хотя эта часть структуры нематериальна, затраты на ее сохранение — вполне материальны и входят в потенциал динамического равновесия.

Чтобы предприятие заработало — нужно сообщить ему потенциал динамического равновесия, для чего существуют специальные механизмы, подобно стартеру, не имеющие непосредственного отношения к работе предприятия, например, привлечение инвесторов, кредит, или эмиссия акций.

Если на достаточно длительном времени доходы предприятия упадут ниже потенциала динамического равновесия, оно начнет приходить в упадок, станет банкротом, остановится и перестанет существовать в прежнем своем качестве. Скорее всего при этом его базисные множества (активы и персонал) за бесценок достанутся более успешным конкурентам.

Подводя итог, скажем, что потенциал динамического равновесия — это цена, которую сложная система платит в единицу времени за то, чтобы оставаться самой собой, за сохранение и поддержание своей структуры и поведения. За эту цену она получает постоянство законов, по которым живет. Поэтому можно сказать, что

в открытой сложной системе в отличие от простой замкнутой, вместо законов сохранения (которые, конечно, тоже имеют место), решающую роль для ее существования играет сохранение законов. Сложная система стремится сохранить условия своего существования пока живет, и живет пока ей это удается.

Программирование поведения, как способ сохранения инвариантов и поддержание структуры. Остановимся теперь подробнее на информационной и идеологической составляющих системы управления, обеспечивающей устойчивое развитие открытой сложной системы.

В более простом случае технической системы с компьютерным управлением — это будет система регламентных работ по проверке аппаратного и программного обеспечения. В социальных системах подобные регламентные работы также имеют место (заметим, что первым универсальным программируемым устройством был человек), но они несколько отличаются по форме и названию. Систему периодических мероприятий, направленную на поддержание инвариантов и форм поведения, можно уподобить культуре, а отдельные ее мероприятия — ритуалам или обрядам культа. При этом в контексте данной статьи важна приверженность к аксиоматике рассматриваемой открытой сложной системы. Как считают антропологи (например, М. Дуглас [17]), для сохранения инвариантов поведения достаточно периодически программировать «приверженность определенным символическим системам» Культ должен программировать общественное поведение на сохранение инвариантов и заострять внимание на положительных результатах их сохранения. Как считал русский математик, священник, философ и поэт П.А. Флоренский (например, [18]), культ — основа культуры. В данной работе под культурой понимается исключительно способ коллективного поведения, а метод поддержания коллективного поведения в заданных пределах — система периодического программирования желательного поведения агентов.

Например, в СССР существовала разветвленная система партийных, комсомольских, пионерских и даже октябрятских организаций всех уровней, с регулярными собраниями первичных организаций, заседаниями комитетов и бюро всех уровней, а также различными иными церемониями и ритуалами — элементами культа. Главной задачей этого культа было поддержание инвариантов и структуры советского общества. Как видим, с этой задачей он не справился.

Роль «культа» весьма велика в жизни армии, особенно все, что связано со строевой подготовкой. Казалось бы, эта часть военной подготовки совершенно не связана с основной задачей армии, тем не менее — это одна из важнейших составляющих армейского культа,

без которого невозможно сохранить структуру и инварианты армии и, следовательно, ее поведение.

Хотя научному сообществу строевая подготовка обычно кажется довольно странным занятием, и в жизни этого сообщества тоже есть место культуре. Это заседания Ученых советов, защиты дипломов, диссертаций, подготовка к этим защитам, процедура оппонирования, система ученых степеней и ученых званий, проведение научных конференций, симпозиумов и конгрессов (где достаточно часто регламент предлагает за 10 минут рассказать о работе, проделанной за 10 лет) — все это различные ритуалы научного культа, поддерживающие структуру и инварианты науки, как сложной системы.

Суммируя затраты на культ с затратами на поддержание потенциала динамического равновесия, можно сказать, что сложная система, чтобы продолжать свое существование постоянно должна жертвовать в плане материальном часть своей мощности, чтобы в более высоких планах, информационном и идейном, сохранять свою структуру и инварианты — законы своего существования. Таким образом, основной закон существования сложной системы — это закон «жертвы». Без «жертвы» сложная система не сможет оставаться собой, — она начнет распадаться и ее базисные множества (материальные активы) будут утилизированы более успешными сложными системами.

Структурная теория, как язык формализации, пример. Как говорилось в первой части этой работы [1], дискурс в некоторых описательных науках, имеющих дело со сложными агентными системами, можно формализовать, транслируя гуманитарные высказывания на описания родом структуры M , как на формальный математический язык низкого уровня (по отношению к языку высокого уровня — утверждениям естественного языка, касающимся сложных агентных систем).

Предположим, что мы моделируем открытую сложную систему, например, социум, существующую достаточно долгое время с поведением, позволяющим считать ее «той же самой» все рассматриваемое время. Это означает, что в рамках самой сложной системы должна существовать система управления, во-первых, поддерживающая соотношения типизации и аксиомы рода структуры M , описывающего рассматриваемую систему и, во-вторых, поддерживающая систему идеологических аксиом, препятствующую изменениям поведения сложной системы в результате морфизмов ее базисных множеств. Все упомянутые соотношения необходимо поддерживать, так как наша система диссипативна, затрачивая на это поддержание определенную мощность — некоторую энергию в каждую единицу времени.

Как можно было бы организовать систему управления, обеспечивающую его устойчивое развитие, т.е. сохранение приемлемого качества базисных множеств структуры M , описывающей наш социум, а также ее соотношений типизации и аксиом? В нашем распоряжении для этого есть программы поведения агентов, описываемых родом структуры M , которые могут складываться в коллективные программы поведения комплексов агентов, которые также описываются этим родом структуры.

Напомним, что такие программы поведения объектов рода структуры M , задаются набором умений M , (3), R_3 ; событий E , (4), R_4 — ситуаций на которые система умеет реагировать; собственно программой поведения (8)–(10), R_8 , R_9 , т.е. выбора действий, в зависимости от происходящих событий. Л.В. Кругловым доказана в работе [20] алгоритмическая полнота такого способа задания программ поведения. Стало быть, все, что принципиально можно реализовать на компьютере, можно и запрограммировать в поведении любого отдельного агента или социального слоя, как комплекса агентов.

Это можно сказать то, что мы имеем в распоряжении, для конструирования управляющей динамическим равновесием системы. Основа управляющей системы — выбор системы идеологических аксиом, ограничивающих выбор новых базисных множеств при морфизмах. Мы не будем здесь конкретизировать набор аксиом, так как пытаемся найти общие принципы построения управляющей системы пригодные для любого их набора. Скажем только, что из истории известны как совсем простые системы идеологических аксиом, например, либертарианская, требующая от агентов лишь нахождения в общем правовом поле, так и трудновыполнимые, а иногда и совсем экзотические, как, например, законы Ликурга.

Если идеологические аксиомы выбраны, как можно добиться их выполнения? Тотальный контроль возможен лишь в эпоху цифровизации и искусственного интеллекта. В докомпьютерном мире контроль, конечно же нужен и присутствует, но полностью проблему утверждения аксиом решить не может. Гораздо большую роль здесь играют обучение и воспитание (первичное программирование поведения) и культ с его ритуалами (периодические мероприятия по программированию желательного поведения агентов).

Можно выделить агентов, занятых в указанных мероприятиях в отдельный социальный слой (комплекс), который можно назвать идеологическим. Отдельные агенты этого социального слоя могут иметь весьма различающиеся программы поведения, но все они, так или иначе, направлены на поддержание идеологических аксиом, и из них складывается коллективная программа поведения «идеологов»,

как социального строя, которая и поддерживает систему этих аксиом. Таким образом, изучение условий, необходимых для поддержания идеологических аксиом, приводит нас к необходимости существования социального слоя «идеологов», запрограммированного на такую работу. Как он запрограммирован на такую деятельность нам не известно, — в целом, процесс этот еще не формализован (хотя отдельные нормативные акты на эту тему существуют, существуют и успешные исторические примеры подобной деятельности), можно лишь видеть, что одни цивилизации устойчиво живут тысячи лет, другие — сотни, третьи — только десятки. Тем не менее, мы знаем [20], что если подобная программа реализуема на компьютере, — ее можно реализовать и в системе управления рода структуры M , определенным выбором базисных множеств M и E , соотношений типизации (3), (4), (8)–(10) и аксиом (рода структуры M , — не идеологических) R_3, R_4, R_8, R_9 .

Следующая задача системы управления — сохранение собственно структуры социума, т.е. соотношений типизации и аксиом рода структуры M . В терминах социума — это поддержание установленного родом структуры M порядка, способов взаимодействия базисных множеств. Здесь имеется определенная разница между определением рода структуры M и реальным устройством сложной системы. Коль скоро мы задали соотношения типизации (1)–(10) и аксиомы $R_1 - R_{11}$, считается, что этим структура задана. В реальной сложной системе, поскольку она диссипативна, эти соотношения и аксиомы необходимо поддерживать, регулярно тратя на это поддержание определенную энергию в единицу времени. Этим должны заниматься агенты, объединенные в социальный слой «политиков» в самом широком смысле, куда входят работники органов государственного и местного управления, представители силовых и правоохранительных структур, дипломаты, работники судебной и пенитенциарной систем. У них достаточно разные программы, но все эти программы направлены на сохранение соотношений типизации и аксиом рода структуры M и из этих программ складывается коллективная программа поведения социального слоя «политиков», поддерживающая соотношения типизации и систему аксиом социума, описываемые родом структуры M . По содержанию этих программ можно найти множество нормативных актов, должностных обязанностей как в письменном виде, так и передающиеся устно.

Теперь из миров идей и информатики спустимся в материальный мир. Здесь необходимо поддерживать определенное качество базисных множеств при их морфизмах, а также обеспечивать агентам возможность поддерживать свой потенциал динамического равнове-

сия (поскольку они — тоже открытые сложные системы и жизненно в этом нуждаются). Грубо говоря, все должны быть накормлены (не обязательно буквально, чаще создается структура, в которой есть возможность заработать нуждающимся в этом агентам, — например, рабочие места), и все счета должны быть оплачены. Этим должен заниматься социальный слой «экономистов». Это агенты, занимающиеся устойчивым развитием сложной системы (поддержанием ее структуры) в материальном мире. Этот слой также очень широк и неоднороден. Например, в традиционном обществе, да и еще лет сто с небольшим назад, большинство представителей этого слоя составляли мелкие сельхозпроизводители, ведущие почти натуральное хозяйство. Также в этот слой входят крупные землевладельцы, предприниматели, финансисты.

Перечисленные выше три социальных слоя — «идеологи», «политики», «экономисты» обеспечивают поддержание структуры социума посредством выполнения своих индивидуальных и складывающихся из них коллективных программ поведения соответствующих социальных слоев (это снова базисные множества M и E , соотношения типизации (3), (4), (8)–(10) и аксиомы R_3 , R_4 , R_8 , R_9).

Возникает вопрос, а чем занимаются остальные агенты? В отличие от перечисленных выше, над ними нет коллективной программы их социального слоя. Они участвуют в экономической, политической и идеологической жизни социума, не выполняя собственную программу, а соглашаясь выполнять заданную им извне программу, получая взамен энергию для поддержания своего потенциала динамического равновесия, собственно, в этом и состоит их программа поведения. Их можно назвать обобщенным «пролетариатом», и принадлежность к этому слою с точки зрения информатики определяется не отсутствием у них средств производства и не продажей своей рабочей силы (хотя сильная корреляция здесь есть), а отсутствием у них собственной, присущей их слою программы поведения и готовностью продавать свою способность быть универсальным программируемым устройством (иногда при этом никакая работа, которую можно было бы измерить в джоулях, килограммометрах или калориях не выполняется, определенная же программа выполняется всегда).

Итак, исходя из необходимости поддержания соотношений типизации и аксиом рода структуры M , мы получили разбиение социума, на четыре социальные группы, и обосновывается это разбиение не тем, что «идеологи» произошли из головы Брахмы, «политики» — из рук, «экономисты» — из чрева, а «пролетариат» — из ступней (хотя нельзя отказать этой аналогии в остроумии и даже поэтичности, особенно, учитывая древнее время ее создания), а

необходимостью самоподдерживающегося развития сложной системы. Статически разбиение социума на указанные четыре группы выглядит обоснованно необходимостью выполняемых ими функций. В динамике же очень трудно поддерживать равновесие между ними. Из истории опять же мы знаем, что сначала главными были «идеологи», затем ими захотели стать «политики», затем «экономисты», а потом и «пролетарии», и самое интересное, что на какое-то время у них всех это получилось.

Возникает потребность в системе управления системой управления, которая могла бы обеспечить гармоничное взаимодействие четырех выделенных социальных групп. Возможно, что социальные лифты, при положительном отборе поднимающихся ими, могли бы сыграть

Выводы. Структурная теория предлагает единый способ описания предметных областей широкого класса сложных систем, реализуя в этом описании принцип "Одно во всем и все в Одном". На основании этого строится близкая методам САПР сквозная технология описания, синтеза и программной реализации моделей сложных крупномасштабных систем — модельный синтез и модельно-ориентированное программирование.

Изучая морфизмы базисных множеств построенной с помощью модельного синтеза системы, и инварианты, ограничивающие такие морфизмы, мы получаем математический язык исследования сложных открытых (меняющих свой состав) систем. Выводами, полученными с помощью этого языка, является, например, то, что устойчивое развитие есть *modus vivendi* сложной открытой системы и что в сложных открытых системах, в отличие от замкнутых физических систем, ведущую роль играет сохранение законов (система жертвует мощностью на поддержание своих аксиом и структуры), а не только законы сохранения [21, 22] (которые, конечно же, имеют место). Интересные приложения данная теория имеет к социальным системам.

Геометрическая теория дает математическую языковую среду для дискурса в предметной области моделирования поведения сложных систем, т.е. возможность выявлять достаточно тонкие различия рассматриваемых сущностей, которые обычно теряются, смешиваются при их гуманитарном обсуждении на естественном языке.

С помощью языка геометрической теории показано, что для поддержания заданного поведения, недостаточно одних лишь действий по поддержанию материального состава сложной системы. Нужна идейно-информационная система, программирующая сохранение инвариантов, обеспечивающих желательное поведение. В работе она названа «культуром». «Культ» наряду с поддержанием

потенциала динамического равновесия обеспечивают сохранение законов функционирования сложной системы. Феномен сохранения законов существования сложной системы при ее динамическом равновесии подтверждает мнение П.А. Флоренского, что в основе культуры, как системы общественного поведения, лежит культ [18], как система программирования желательного поведения меняющихся агентов.

Предлагаемая в [1] теория имеет также практическое применение в области разработки, описания и реализации больших программных систем. Предлагается новая парадигма программирования — модельно-ориентированное программирование, являющееся полной реализацией технологий САПР в области программирования. В реализации программной системы удастся оставаться в рамках декларативного программирования, избегая императивного, что существенно упрощает ее последующую отладку. Об этом пойдет речь в третьей части данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бродский Ю.И. Структурная теория сложных систем. Модельный синтез. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 3, с. 98–123.
- [2] Платон. *Диалоги*. Москва, Мысль, 1986, 607 с.
- [3] Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. *Математическая логика*. Москва, Наука, 1987, 336 с.
- [4] Бор Н. *Атомная физика и человеческое познание*. Москва, Издательство иностранной литературы, 1961, 151 с.
- [5] Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. Москва, Мир, 1979, 512 с.
- [6] Сайт С.П. Курдюмова "Синергетика" [Электронный ресурс], 2003. URL: <https://spkurdyumov.ru/> (дата обращения: 29.05.2022)
- [7] Павловский Ю.Н. О сохранении структуры вооруженных сил в процессе вооруженной борьбы. *Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2*, 1998, т. 5, № 1, с. 40–55.
- [8] Бродский Ю.И. *Модельный синтез и модельно-ориентированное программирование*. Москва, ВЦ РАН, 2013, 142 с.
- [9] Коротяев А.В., Малинецкий Г.Г. *Проблемы математической истории: историческая реконструкция, прогнозирование, методология*. Москва, URSS, 2016, 248 с.
- [10] Налимов В.В. *Вероятностная модель языка*. Москва, Наука, 1979, 303 с.
- [11] Норден А.П. *Об основаниях геометрии: сборник классич. работ по геометрии Лобачевского и развитию ее идей*. Москва, Гостехиздат, 1956, 527 с.
- [12] Мищенко А.С., Фоменко А.Т. *Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии*. Москва, Физматлит, 2004, 304 с.
- [13] The Overton Window — Mackinac Center [Электронный ресурс], 2019. URL: <https://www.mackinac.org/> (дата обращения: 29.05.2022)
- [14] Бродский Ю.И. Модельный синтез, как подход к геометрической теории поведения. *Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов*, 2019, т. 34, № 1 (34), с. 43–71.

- [15] Бурбаки Н. *Теория множеств*. Москва, Мир, 1965, 456 с.
- [16] Бродский Ю.И. Попытка геометрической классификации этнокультурного поведения. *Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов*, 2019, т. 34, № 1 (34), с. 72–84.
- [17] Douglas M. *How institutions think*. New York, Syracuse University Press, 1986, 158 p.
- [18] Флоренский П.А. *Столп и утверждение истины: опыт православной теодицеи*. Москва, АСТ, 2003, 635 с.
- [19] Краснощеков П.С. Простейшая математическая модель поведения. Психология конформизма. *Математическое моделирование*, 1998, т. 10, № 7, с. 76–92.
- [20] Kruglov L.V., Brodsky Yu.I. Model-oriented programming. *Proceedings of CBU in Natural Sciences and ICT*, 2021, vol. 2, pp. 63–67. DOI: 10.12955/pns.v2.154
- [21] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.
- [22] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko O.Yu. Application of continuum mechanics methods for economy. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1141, art no. 012019. DOI: 10.1088/1742-6596/1141/1/012019

Статья поступила в редакцию 18.08.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бродский Ю.И. Структурная теория сложных систем. Геометрическая теория и гуманитарные аспекты моделирования. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 4, с. 93–113.

Бродский Юрий Игоревич — д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник ФИЦ ИУ РАН. e-mail: yury_brodsky@mail.ru

Structural theory of complex systems. Geometric theory and humanitarian aspects of modeling

© Yu.I. Brodsky

FRC CSC RAS, Moscow, 119333, Russia

We propose a formal definition of the complex system computer model, as a species of structure in the sense of N. Bourbaki — the M (Model) species of structure. The class of mathematical objects defined by the M species of structure has the following two properties: a complex created by combining mathematical objects of the M species of structure, according to the certain rules, is itself a mathematical object of the same M species of structure. The computation organization process is same for all the mathematical objects of the M species of structure and therefore can be implemented by a single universal program for the simulation calculations organization. The presence of these two properties of the M species of structure representatives allows us to build an end-to-end technology for the description, synthesis and software implementation of the complex systems models — Model Synthesis and Model-Oriented Programming. By studying the morphisms of the M species of structure base sets of the model constructed with the model synthesis help, and the invariants limiting such morphisms, we obtain a formal mathematical language for the study of complex open (changing their composition) systems. By conducting a traditional humanitarian discourse, one can always correlate it

with the corresponding object of the M species of structure — translating the higher-level language of humanitarian concepts into mathematical language. The conclusions obtained using this language are, for example, that sustainable development is the *modus vivendi* of a complex open system and that in complex open systems, unlike closed physical systems, the conservation of laws plays a leading role (the system sacrifices power to maintain its axioms and structure), but not the conservation laws (which of course take a place).

Keywords: complex systems, structural theory, model synthesis, geometric theory of behavior, formalization of social sciences

REFERENCES

- [1] Brodsky Yu.I. Structural theory of complex systems. Model synthesis. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2022, no. 3, pp. 98–123.
- [2] Plato. *Dialogi* [Dialogues]. Moscow, Mysl Publ., 1986, 607 p.
- [3] Ershov Yu.L., Palyutin E.A. *Matematicheskaya logika* [Mathematical logic]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 336 p.
- [4] Bohr N. *Atomic physics and human knowledge*. John Wiley & Sons Publ., 1958, 101 p.
- [5] Nicolis G., Prigogine I. *Self-organization in nonequilibrium systems*. New York, Wiley & Sons, 1977, 491 p.
- [6] Site of Sergei P. Kurdyumov "Synergetics" [Electronic resource], 2003. URL: <https://spkurdyumov.ru/> (accessed: 29.05.2022)
- [7] Pavlovsky Yu.N. *O sohranenii struktury voozruzhennykh sil v processe voozruzhennoj bor'by* [On the preservation of the structure of the armed forces in the process of armed struggle]. *Diskretnyj analiz i issledovanie operacij. Seriya 2* [Discrete analysis and operations research. Series 2], 1998, vol. 5, no. 1, pp. 40–55.
- [8] Brodsky Yu.I. *Model'nyj sintez i model'no-orientirovannoe programmirovaniye* [Model synthesis and model-oriented programming]. Moscow, CC of RAS Publ., 2013, 142 p.
- [9] Korotaev A.V., Malinetsky G.G. *Problemy matematicheskoy istorii: istoricheskaya rekonstrukciya, prognozirovaniye, metodologiya* [Problems of mathematical history: historical reconstruction, forecasting, methodology]. Moscow, URSS, 2016, p. 248.
- [10] Nalimov V.V. *Veroyatnostnaya model' yazyka* [Probabilistic model of language]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 303 p.
- [11] Norden A.P. *Ob osnovaniyakh geometrii: sbornik klassicheskikh rabot po geometrii Lobachevskogo i razvitiyu ee idej* [On the foundations of geometry: a collection of classical works on Lobachevsky's geometry and the development of its ideas]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1956, 527 p.
- [12] Mishchenko A.S., Fomenko A.T. *Kratkij kurs differencial'noj geometrii i topologii* [A short course in differential geometry and topology]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 304 p.
- [13] The Overton Window — Mackinac Center [Electronic resource], 2019. URL: <https://www.mackinac.org/> (accessed: 29.05.2022)
- [14] Brodsky Yu.I. Model'nyj sintez, kak podhod k geometricheskoy teorii povedeniya [Model synthesis as an approach to the geometric theory of behavior]. *Modelirovaniye, dekompoziciya i optimizaciya slozhnykh dinamicheskikh processov* [Modeling, decomposition and optimization of complex dynamic processes], 2019, vol. 34, no. 1 (34), pp. 43–71.
- [15] Burbaki N. *Teoriya mnozhestv* [Set theory]. Moscow, Mir Publ., 1965, 456 p.

- [16] Brodsky Yu.I. Popytka geometricheskoj klassifikacii etnokul'turnogo povedeniya [An attempt at geometric classification of ethno-cultural behavior]. *Modelirovanie, dekompoziciya i optimizaciya slozhnyh dinamicheskikh processov* [Modeling, decomposition and optimization of complex dynamic processes], 2019, vol. 34, no. 1 (34), pp. 72–84.
- [17] Douglas M. *How institutions think*. New York, Syracuse University Press, 1986, 158 p.
- [18] Florensky P.A. *Stolp i utverzhdenie istiny: opyt pravoslavnoj teodicei* [The pillar and the affirmation of truth: the experience of orthodox theodicy]. Moscow, AST Publ., 2003, 635 p.
- [19] Krasnoshchekov P.S. Prostejshaya matematicheskaya model' povedeniya. Psihologiya konformizma [The simplest mathematical model of behavior. Psychology of conformity]. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 1998, vol. 10, no. 7, pp. 76–92.
- [20] Kruglov L.V., Brodsky Yu.I. Model-oriented programming. *Proceedings of CBU in Natural Sciences and ICT*, 2021, vol. 2, pp. 63–67. DOI: 10.12955/pns.v2.154
- [21] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoj sredy. Tom 2. Universal'nye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoj sredy* [Continuum Mechanics. Vol. 2. Universal laws of continuum mechanics and electrodynamics]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 560 p.
- [22] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko O.Yu. Application of continuum mechanics methods for economy. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1141, art no. 012019. DOI: 10.1088/1742-6596/1141/1/012019

Brodsky Yu.I., Dr. Sci. (Phys. — Math.), leading researcher of the FRC CSC RAS.
e-mail: yury_brodsky@mail.ru