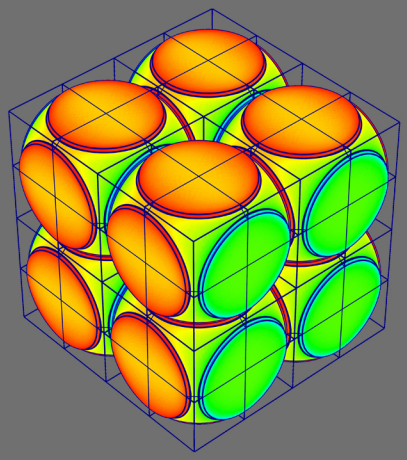
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Чибисова А.В., Шинаков Д.С. Математическое моделирование рекламной кампании. Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 3, с. 84–97.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/289/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.61
08.11.2026 02:31:37

УДК 519.866 DOI: 10.18698/2309-3684-2022-3-8497

Математическое моделирование рекламной кампании

© А.В. Чибисова, Д.С. Шинаков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В данной статье предлагается метод оптимизации динамической политики распределения бюджета для рекламной кампании, размещаемой через встроенный в поисковик рекламный инструмент. Данный метод учитывает уникальные особенности маркетинга в социальных сетях, обеспечивает оптимальную политику распределения бюджета с течением времени для одной рекламной кампании и минимизирует продолжительность кампании, учитывая конкретный бюджет и желаемый уровень охвата каждого маркетингового сегмента. Модель включает в себя общую "функцию эффективности", которая определяет взаимосвязь между стоимостью рекламной ставки в данный момент времени и количеством новых пользователей, показанных в это время. Поставленная цель достигается за счет реализации алгоритма оптимального решения задачи динамического распределения рекламного бюджета при некоторых граничных условиях, а также за счёт анализа данных о рекламной кампании предприятия за июнь 2018 года. В ходе исследования был реализован алгоритм оптимального решения задачи динамического распределения рекламного бюджета при соответствующих граничных условиях, были приведены примеры конкретных случаев функции эффективности и разобраны некоторые модели реальных рекламных кампаний предприятия. Затем, были проанализированы данные, зарегистрированные рекламным агентством конкретного предприятия в отношении рекламной кампании, зарегистрированной с помощью встроенного в поисковик инструмента подсчёта ставок и охвата аудитории в течение 30 дней.

Ключевые слова: *рекламная кампания, рекламный бюджет, граница Парето, таргетированная реклама, оптимальные рекламные стратегии, математическое моделирование в маркетинге*

Введение. Рекламная кампания — это комплекс мероприятий, проводимых с целью привлечения внимания целевой аудитории к товарам, продуктам, услугам производителя, а также с целью продвижения предприятия и решения его проблем. Рекламная кампания, в первую очередь, основывается на исследовании внешней среды, а также анализе информации, полученной в результате исследования.

К действиям рекламной кампании относят как разработку рекламной кампании, так и собственно ее проведение, а также анализ эффективности проведенной рекламной кампании, ее оценка и коррекция. Эффективность рекламной кампании зависит от содержания коммерческого послания, времени проведения и множества других факторов, в том числе и от рекламного бюджета.

Рекламный бюджет — некие средства, выделяемые на раскрутку товара за определенное время. Иначе сказать, рекламный бюджет — одна из самых важных составляющих производства и реализации продукции [1].

Таргетированная реклама, рассматриваемая в данной работе, представляет собой объявления, которые транслируются определенной целевой аудитории на основе общедоступной информации из профилей пользователей. Таким образом, таргетированная реклама — это направленное воздействие на целевую аудиторию, которая с высокой степенью вероятности заинтересуется товаром или услугой.

Рекламодатель во время создания кампании выбирает различное сочетание общедоступных метрик, что обеспечивает точную настройку на аудиторию. Например, нацелиться на жителей определенных улиц или районов города, любителей фитнеса, онлайн-покупок и прочее. Выбор категорий достаточно большой.

В отличие от контекстной рекламы, этот вид рекламы, благодаря большому количеству метрик, позволяет настроить объявления точно под конкретный портрет целевой аудитории. Если контекст показывается только тем, кто вводит определенные запросы в строку поиска, то таргетированная реклама охватывает всю целевую аудиторию, которая подходит под желаемые метрики [2].

Условием эффективности планирования рекламы является использование научных методов размещения рекламы. Использование количественных методик медиапланирования увеличивает эффективность рекламного воздействия. Проблема оценки эффективности рекламы является до настоящего времени полностью не решенной. Эффективность рекламы зависит от двух факторов: творческой концепции рекламного сообщения и оптимизации размещения рекламы в некоторых сервисах. Весьма часто роль второго из этих факторов недооценивается. В этой связи развитие аналитической теории медиапланирования является весьма актуальным. Проблема эффективности рекламы изучается весьма продолжительное время. Наиболее подробно в данной работе мы исследуем вопросы эффективности воздействия рекламных сообщений на аудиторию [3–5].

Ниже рассматривается модель динамического распределения бюджета рекламной кампании, а также оптимизация экономико-математических моделей рекламной кампании предприятий, пребывающих в условиях цифровой трансформации, представляющей собой процесс интеграции цифровых технологий во все аспекты деятельности компании и вносящей коренные изменения в технологические процессы, операции и методы создания новой продукции [6].

Математическая модель. Предприятие хочет запустить одну рекламную кампанию на некоторой онлайн-платформе, ориентированную на несколько разных целевых аудиторий, с общим годовым рекламным бюджетом U.

Для каждой целевой аудитории $s \in S$ её размер, обозначаемый h_s, известен заранее с помощью данных онлайн-платформы. В каждый момент времени *t* предприятие делает ставку (ставка — такое количество денег, которое рекламодатель готов потратить на единицу рекламы) $b_s(t)$ для того, чтобы показать рекламу аудитории. Взаимосвязь между значением ставки $b_s(t)$ в момент времени *t* и количеством новых пользователей из аудитории определяется функцией эффективности, описанной подробно ниже.

Цель рекламодателя состоит в том, чтобы определить минимальную продолжительность кампании *T* и функции ставок $b_s(t)$, $s \in S$, $t \in [0;T]$ таким образом, чтобы:

1) заданное минимальное количество пользователей в каждой аудитории *s*, обозначаемое $p_s, 0 < p_s < 1,$ было подвержено рекламе в течение всего периода времени;

2) сумма ставок за период времени не превышала бюджет кампании *U*.

Изменяя *U*, можно получить границу Парето стратегий торгов, т.е. стратегии, которые минимизируют *T* при заданном *U*, и стратегии, которые минимизируют *U* при заданном *T* [7]. Задача состоит в том, чтобы минимизировать продолжительность кампании *T*, используя дифференциальное уравнение для охвата аудитории при некоторых граничных условиях:

$$\frac{d}{dt}A_s(t) = (1 - A_s(t)) \cdot f(b_s(t), t) \cdot (1 + a_s A_s(t)),$$
$$A_s(0) = q_s,\ A_s(T) = p_s\ \forall s, \tag{1}$$

где s — количество целевых аудиторий; $A_s(t)$ — количество охваченных рекламой пользователей (охват аудитории) до времени *t*; $f(b_s(t), t)$ — влияние ставки в момент времени *t* на количество новых пользователей в аудитории *s*; $b_s(t)$ — значения функции ставок; a_s — коэффициент взаимодействия между вовлечёнными и не вовлечёнными пользователями каждой аудитории *s*; q_s, p_s — начальный и минимальный требуемый охват аудитории; *t* — время, прошедшее с начала кампании [8].

Метод решения задачи. Сформулированная задача имеет каноническую форму оптимального управления. Это частный случай задачи минимального времени, когда мы переводим систему из ее начального состояния в желаемое, чтобы время перехода было как можно короче. Условия оптимальности для задачи выводятся с

использованием принципа максимума, который гласит, что если $b_s(t)$ является оптимальным управлением для сегмента *s* в момент времени *t*, то существуют сопряженные функции $\psi_s(t)$ и $\psi(t)$, и константа ψ_0, которые удовлетворяют следующим условиям (сопряженным уравнениям):

$$\frac{d}{dt}\psi_s(t) = -\frac{\partial H}{\partial A_s} = \psi_s(t)\cdot f(b_s(t),t)\cdot(2a_s A_s(t) - a_s + 1), \qquad (2)$$

$$\frac{d}{dt}\psi(t) = -\frac{\partial H}{\partial z} = 0, \quad z = \int_0^T \sum_{s\in S} b_s(t)dt, \qquad (3)$$

где функционал Гамильтона $H = H(A_s, b_s, z, t, T, \psi_s, \psi, \psi_0)$ определяется как:

$$H = -\psi_0 + \sum_{s\in S}\psi_s(t)\cdot(1-A_s(t))\cdot f(b_s(t),t)\cdot(1+a_s A_s(t)) + \\ +\psi(t)\cdot\frac{d}{dt}z(t) \qquad (4)$$

Условия трансверсальности в данной задаче отсутствуют, поскольку мы исследуем задачу с закрепленными концами фазовой траектории.

Максимизация гамильтониана, требуемая в (4), значительно упрощается в конкретных и практически значимых случаях, когда $f(b_s(t),t)$ дифференцируема, монотонно возрастает и либо вогнутая, либо *S*-образная (сигмоидальная) функция от $b_s(t)$. В таком случае максимизация осуществляется путем приравнивания производной $\frac{\partial H}{\partial b_s}$ к нулю [9]:

$$\frac{\partial H}{\partial b_s} = \psi_s(t)\cdot(1-A_s(t))\cdot(1+a_s A_s(t))\cdot\frac{\partial f(b_s(t),t)}{\partial b_s} + \psi(t) = 0. \qquad (5)$$

Решая поставленную задачу, с учётом всех условий находим её решение в общем виде [10]:

$$A_s(t) = 1 - \frac{(a_s+1)(1-q_s)}{(1+a_s q_s)e^{(1+a_s)\int_0^t f(B_s(\xi),\xi)d\xi} + a_s(1-q_s)}. \qquad (6)$$

Численный алгоритм решения задачи. Алгоритм решения поставленной задачи состоит из нескольких этапов:

1. используя сведения о предыдущих кампаниях, находятся параметры a_s, а также функции бюджетной эффективности $f(b_s(t),t)$ для каждого сегмента *s*, а также задаётся начальный и требуемый охват q_s, p_s;

2. $b_s(t)$ будет оптимальной политикой $(B_s(t))$ в выражении $\frac{\partial f(b_s(t),t)}{\partial b_s}$ при условии $b_s(t) \geq 0$, причём $\frac{\partial f(b_s(t),t)}{\partial b_s}$ постоянна во времени;

3. решается следующая система линейных уравнений и находится зависимость рекламного бюджета от длительности рекламной кампании $U(T)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial f(B_s(t),t)}{\partial B_s} = \beta_s, \\ A_s(T) = p_s, \\ \int_0^T \sum_{s \in S} B_s(t)dt = U. \end{cases} \quad (7)$$

Примеры численного решения задачи. Рассмотренные ниже примеры распределения рекламного бюджета относятся к традиционным маркетинговым каналам. В традиционных рекламных установках, даже в случае, когда возможно измерить реакцию потребителей на интерес (например, продажи, узнаваемость бренда или деловую репутацию предприятия), трудно быть уверенным в том, что любые изменения в этих показателях на самом деле являются результатом расходов на рекламу. Однако в рекламной среде воздействие кампании на пользователей преобразуется в прямое действие (например, клик по объявлению), которое может быть точно измерено для определения рентабельности инвестиций рекламодателя. Именно с этой точки зрения мы и рассмотрим в дальнейшем модель на оптимальность и эффективность.

Предположим, рекламодатель предприятия ведет кампанию в нескольких сегментах рынка и оценивает функцию бюджетной эффективности торгов в нескольких сегментах и приходит к выводу, что она имеет форму квадратного корня $f(b_s(t),t) = k_s\sqrt{b_s(t)}$. Никакого существенного взаимодействия между вовлеченными и не вовлечёнными пользователями не обнаружено, а значит $a_s = 0 \quad \forall s$ (рис. 1).

Рис. 2 представляет оптимальную продолжительность рекламной кампании как функцию бюджета в случае функции корня в качестве функции эффективности.

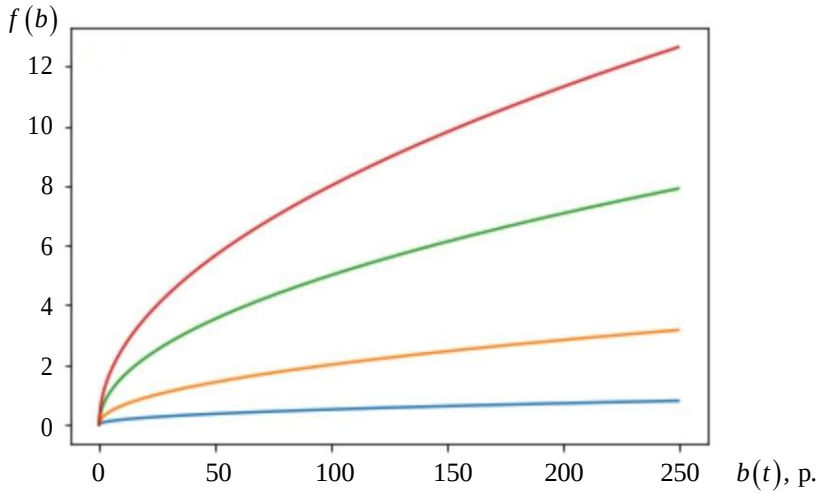


Рис. 1. Функция $f(b_s(t),t)$ для различных k_s в случае стационарной функции эффективности

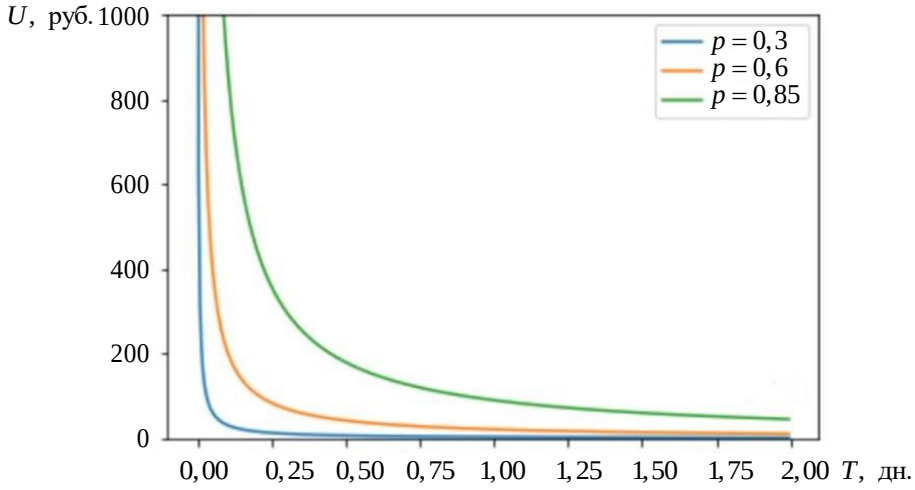


Рис. 2. Граница Парето $U(T)$ для различных значений p_s в случае стационарной функции эффективности

Рассмотрим ещё один пример. Сигмоида — гладкая монотонная возрастающая нелинейная функция, имеющая форму буквы «S», которая часто применяется для «сглаживания» значений некоторой величины [11].

В этом разделе мы исследуем на эффективность именно сигмоидальную функцию, так как она соответствует выпуклой функции для низких уровней ставок, меняясь на вогнутую для высоких ставок. В отличие от чисто вогнутого случая, рассмотренного ранее, уравнение

$$\frac{\partial f(b_s(t),t)}{\partial b_s} = \beta_s$$

имеет два решения по отношению к двум видам: выпуклой и вогнутой функции эффективности. Мы заинтересованы в наилучшем решении из двух, поскольку оно дает максимум гамильтониана, тогда как наименьшее решение не представляет интереса, так как соответствует локальному минимуму. Как и в предыдущем случае, ставки постоянны во времени, $B(t) = B > 0 \quad \forall t$, а бюджет распределяется по всем сегментам на протяжении всей кампании.

Предполагаем, что на этот раз функция эффективности имеет вид сигмоиды

$$f(b(t),t) = \frac{80b(t)^3}{1+10b(t)^3}.$$

График этой функции представлен на рис. 3. Мы опускаем индекс *s*, поскольку на данный момент подразумеваем единую агрегированную аудиторию, коэффициент $a = 1$.

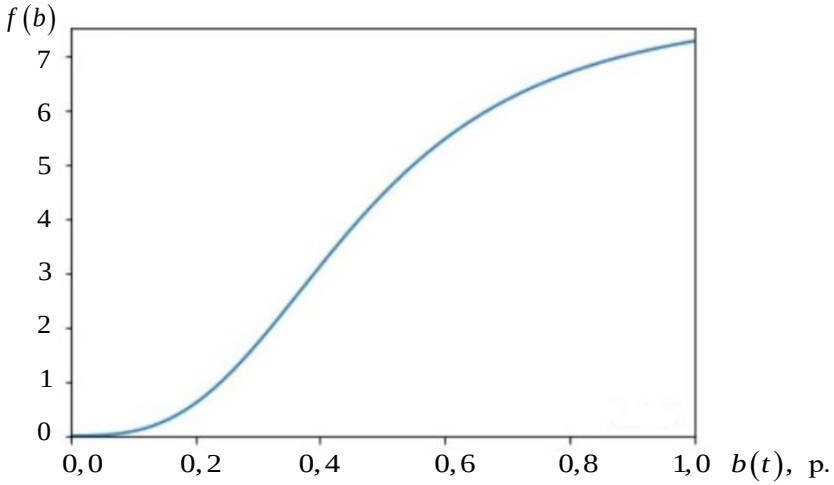


Рис. 3. Функция $f(b_s(t),t)$ — сигмоида

В этом случае граница Парето представлена на рис. 4.

Далее проанализируем данные, зарегистрированные рекламным агентством предприятия Nestle в отношении рекламной кампании, проведенной во встроенном в Яндекс инструменте «Яндекс.Директ» в течение 30 дней в июне 2018 года.

«Яндекс.Директ» — это система, которая используется для того, чтобы размещать контекстную и медийную рекламу на страницах «Яндекса» и его партнеров.

Контекстные объявления, запущенные через этот сервис, транслируются пользователям, которые ищут похожие товары и услуги в интернете, а значит, больше других заинтересованы в покупке. Размещение оплачивается в зависимости от активности аудитории:

само сообщение показывается бесплатно, а деньги со счета списываются за клики по нему.

С помощью этого инструмента можно продвигать товар или бренд, начиная с первых дней существования проекта, поэтому именно его чаще всего используют компании и предприятия.

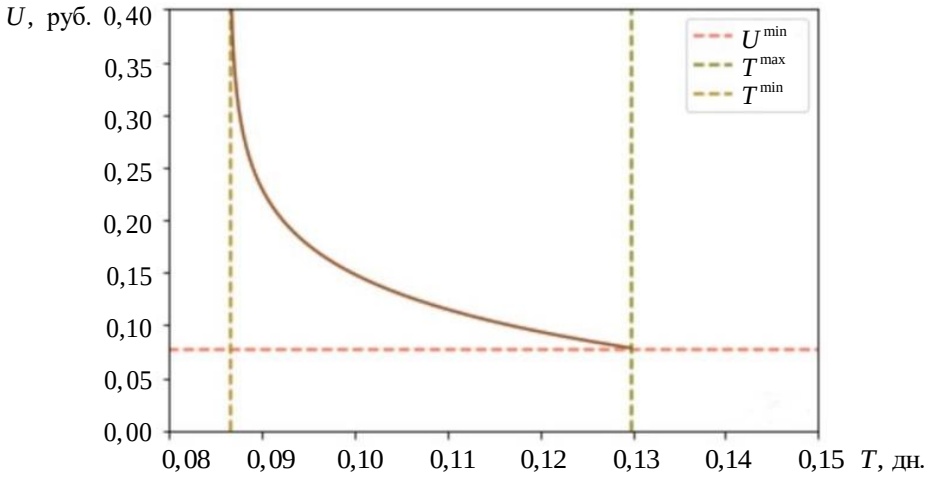


Рис. 4. Граница Парето $U(T)$ для случая сигмоидальной функции и границы $T^{\min}$, $T^{\max}$ и $U^{\min}$

Цель рекламной кампании предприятия Nestle состояла в том, чтобы увеличить число покупателей нового продукта за счет повышения узнаваемости бренда среди потенциальных потребителей — пользователей поисковой системы Яндекс. Данные о показах кампании записывались один раз в день с помощью «Яндекс.Директ». Данные о ставке за показ рекламы и ежедневном охвате приведены в табл. 1.

Таблица 1

Данные рекламной кампании предприятия Nestle в «Яндекс.Директ» за июнь 2018 года

t, день рекламной кампании	Ставка $b(t)$, р.	Охват аудитории $A(t)$, млн чел.	t, день рекламной кампании	Ставка $b(t)$, р.	Охват аудитории $A(t)$, млн чел.
1	30 000	0,07	16	40 000	0,63
2	66 000	0,11	17	28 800	0,66
3	75 500	0,14	18	35 900	0,68
4	105 400	0,18	19	94 100	0,70
5	23 300	0,22	20	69 000	0,72
6	25 600	0,26	21	15 700	0,75
7	39 100	0,30	22	5 200	0,77

Продолжение таблицы 1

8	11 700	0,34	23	37 600	0,79
9	45 000	0,38	24	29 900	0,81
10	123 400	0,40	25	17 300	0,83
11	14 600	0,42	26	57 100	0,84
12	21 900	0,47	27	28 200	0,85
13	6 400	0,51	28	3 400	0,86
14	41 200	0,55	29	33 300	0,87
15	44 300	0,61	30	31 100	0,88

Данные показывают, что в конце кампании охват целевой аудитории достиг уровня $A(T) = p = 0{,}88$, а общий бюджет, вложенный в кампанию в июне, составил $U = 1\,200\,000$. На рис. 5 представлен сплайн ежедневных ставок, предлагаемых рекламным агентством предприятия в течение 30-дневной рекламной кампании (в рублях).

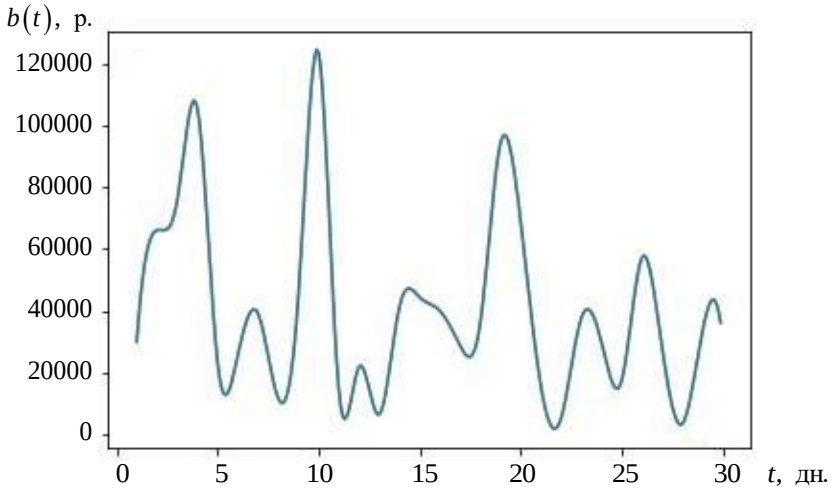


Рис. 5. Сплайн функции ежедневных ставок рекламной кампании

Приведем функцию эффективности и охвата рекламной кампании для данного случая:

$$f(b(t),t) = k(1-e^{-b(t)l}), \tag{8}$$

$$A(t) = 1 - \frac{1+a}{(\frac{1+ap}{1-p})^{\frac{t}{T}} + a}. \tag{9}$$

На рис. 6 можно увидеть сравнение фактических уровней воздействия с течением времени с теоретическими уровнями воздействия, используя ту же стратегию активных торгов.

Учитывая эту функцию эффективности, была рассчитана оптимальная продолжительность кампании для уровня воздействия

p = 0,88 и бюджета U = 1 200 000 (т.е. значения, соответствующие фактической кампании) рассчитывается как T = 25, что на 5 дней короче, чем фактическая продолжительность кампании. Сокращение кампании при достижении тех же целей позволяет рекламодателю начать новую кампанию раньше, следовательно, уменьшает влияние эффекта износа, как обсуждалось ранее. Ежедневная ставка при применении оптимальной политики должна в таком случае быть постоянной, $b(t) = \frac{B}{T} = 48000$. На рис. 7 представлена динамика оптимальной рекламной кампании по сравнению с реальной.

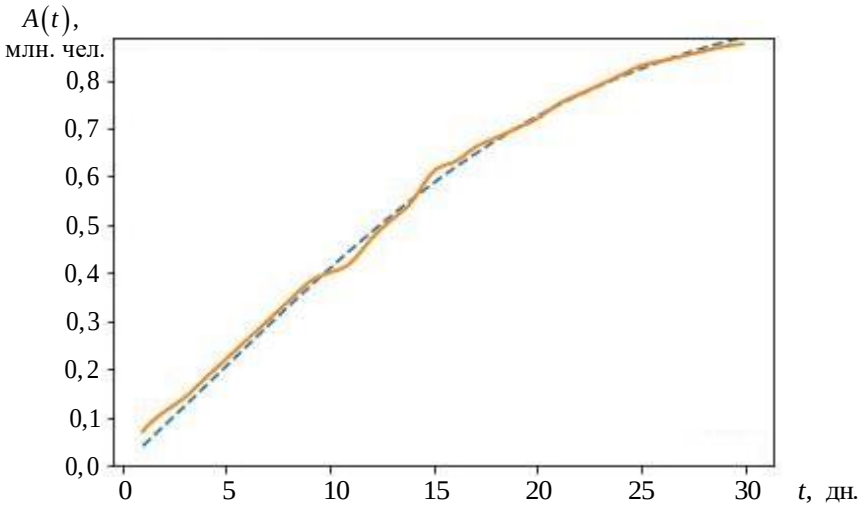


Рис. 6. Динамика взаимодействия фактической кампании с результатами теоретической модели с течением времени (сплошной линией показана фактическая кампания, пунктирной — теоретическая функция кампании)

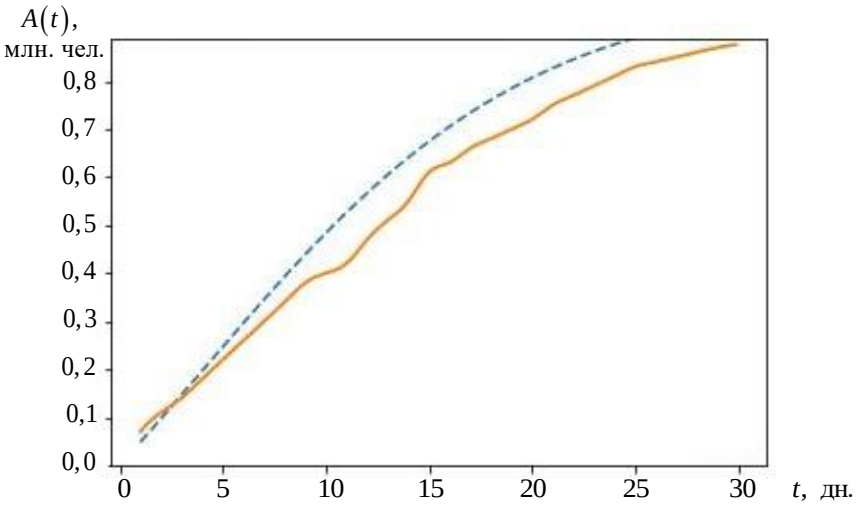


Рис. 7. Динамика воздействия оптимальной кампании по сравнению с реальной кампанией с течением времени (сплошной линией показана фактическая кампания, пунктирной — оптимальная функция кампании)

Также описанный в данной работе метод может служить основой для машинного обучения, поскольку, продолжая теоретическую функцию эффективности рекламной кампании за её пределы, мы можем отследить, как будет меняться функция охвата аудитории, что является основной исследуемой зависимостью в представленной модели, а также, как может «повести» себя реальная рекламная кампания, если продолжать её в течение ещё какого-то определенного времени.

Из рис. 8 можно сделать вывод о том, что при продолжении рекламой кампании её охват аудитории, а вследствие и эффективность растёт всё с меньшей скоростью, а значит, в долгосрочном периоде использовать одну и ту же кампанию неэффективно.

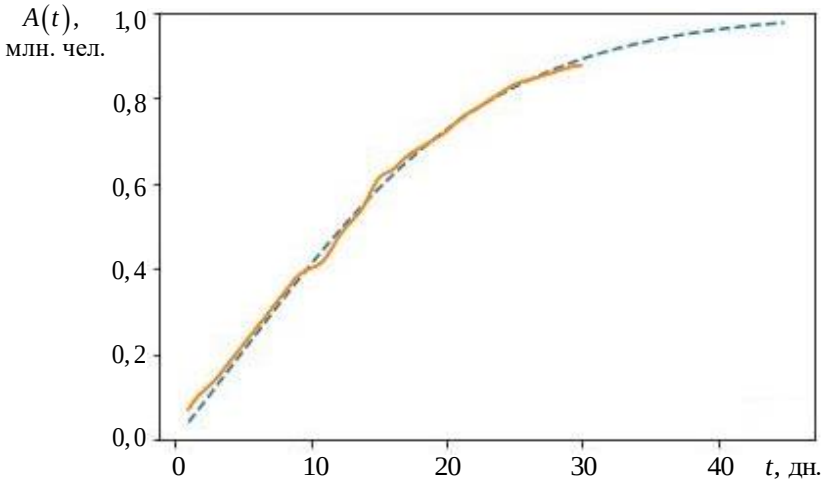


Рис. 8. Прогнозирование динамики воздействия реальной кампании по сравнению с оптимальной кампанией в долгосрочном периоде (сплошной линией показана фактическая функция рекламной кампании, пунктирной — оптимальная функция кампании)

Заключение. В результате выполнения работы были получены следующие результаты:

- эффективность и актуальность модели доказаны на примере реальных данных предприятия Nestle;
- эффективность рекламной кампании с течением времени падает, а значит рекламодателю необходимо обновлять рекламную кампанию в течение определенных временных периодов;
- сокращение кампании для достижения тех же целей позволяет рекламодателю начать новую кампанию раньше, а значит, уменьшает влияние эффекта износа и позволяет оптимизировать рекламный сектор производства.

Таким образом, была сформулирована задача определения оптимальной политики динамического распределения бюджета для рекламной кампании предприятия на онлайн-платформе Яндекс.Директ. Был предложен метод решения, сочетающий оптими-

зацию и обучение. Подход, разобранный в данной работе учитывает уникальные особенности, которые отличают среду социальных сетей, а также таргетированной рекламы от других маркетинговых каналов.

Ключевой особенностью нашей модели является функция эффективности, которая фиксирует взаимосвязь между ставкой и количеством новых пользователей. Было изучено влияние формы и параметров функции эффективности на политику оптимальных торгов. Также было показано, что условия оптимальности, полученные для задачи, позволяют выразить оптимальную политику в закрытой форме для некоторых конкретных практических случаев. Используя данные реальной рекламной кампании, было проанализировано, как процедура аппроксимации кривой помогает найти функцию эффективности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Магомадов Э.М., Муртазалиева А.Х. Использование экономико-математических моделей в условиях цифровой трансформации экономических отношений. *Вопросы экономики и права*, 2020, № 141, с. 43–47.

[2] Пинсон К.Ю. Особенности таргетированной рекламы в социальных сетях. *Инновационные технологии научного развития: Сборник статей Международной научно-практической конференции. Часть 2*, Казань, 2017, с. 40–43.

[3] Семиглазов А.М., Семиглазов В.А., Иванов К.И. Математическое моделирование рекламной кампании. *Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники*, 2010, № 2–1 (22), с. 342–349.

[4] Димитриенко Ю.И., Дмитриенко О.Ю. Модель деформируемых кластеров для анализа динамических данных в экономике. *Информационные технологии*, 2010, № 9, с. 43–50.

[5] Димитриенко Ю.И., Димитриенко О.Ю. Модель многомерной деформируемой сплошной среды для прогнозирования динамики больших массивов индивидуальных данных. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 1, с. 105–122.

[6] Лившин Д.А., Воронова Л.И. Математическое моделирование в маркетинге при построении рекламных кампаний. *Современные наукоемкие технологии*, 2014, № 5–2, с. 207–209.

[7] Подиновский В.В., Ногин В.Д. *Парето-оптимальные решения многокритериальных задач*. Москва, Наука, 1982, 256 с.

[8] Luzon Y., Pinchover R., Khmelnitsky E. Dynamic budget allocation for social media advertising campaigns: optimization and learning. *European Journal of Operational Research*, 2022, vol. 299, iss. 1, pp. 223–234.

[9] Пантелеев А.В. Бортаковский А.С., Летова Т.А. *Оптимальное управление в примерах и задачах*. Москва, Издательство МАИ, 1996, 212 с.

[10] Micchi G., Khah S.S., Turner J. A new optimization layer for real-time bidding advertising campaigns. *Intelligent Data Analysis*, 2020, vol. 24, iss. 1, pp. 199–224.

[11] Han J., Moraga C. The influence of the sigmoid function parameters on the speed of backpropagation learning. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 1995, vol. 930, pp. 195–201.

Статья поступила в редакцию 16.07.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Чибисова А.В., Шинаков Д.С. Математическое моделирование рекламной кампании. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 3, с. 84–97.

Шинаков Дмитрий Сергеевич — студент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: cookie_maker2000@mail.ru

Чибисова Анастасия Владимировна — старший преподаватель кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: anachibisova@bmstu.ru

Mathematical modeling of an advertising campaign

© A.V. Chibisova, D.S. Shinakov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

This article proposes a method for optimizing the dynamic budget allocation policy for an advertising campaign placed through an advertising tool built into the search engine. This method takes into account the unique features of social media marketing, provides an optimal budget allocation policy over time for one advertising campaign and minimizes the duration of the campaign, taking into account the specific budget and the desired level of coverage of each marketing segment. The model includes a general "efficiency function" that determines the relationship between the cost of an advertising bid at a given time and the number of new users shown at that time. This goal is achieved by implementing an algorithm for optimal solution of the problem of dynamic distribution of the advertising budget under certain boundary conditions, as well as by analyzing data on advertising campaign for June 2018. In the course of the study, an algorithm for optimal solution of the problem of dynamic distribution of the advertising budget under appropriate boundary conditions was implemented, examples of specific cases of the efficiency function were given and some models of real advertising campaigns of the enterprise were analyzed. Then, the data registered by the advertising agency of a particular enterprise was analyzed in relation to an advertising campaign registered using a built-in search engine tool for calculating bids and audience coverage for 30 days.

Keywords: *advertising campaign, advertising budget, Pareto boundary, targeted advertising, optimal advertising strategies, mathematical modeling in marketing*

REFERENCES

[1] Magomadov E.M., Murtazalieva A.H. The use of economic and mathematical models in the digital transformation of economic relations. *Economic and Law Issues*, 2020, no. 141, pp. 43–47.

[2] Pinson K.Yu., Osobennosti targetirovannoj reklamy v social'nyh setyah [Features of targeted advertising in social networks]. *Innovative technologies of scientific development: A collection of articles of the International Scientific and Practical Conference. Part 2*, Kazan, 2017, pp. 40-43.

[3] Semiglazov A.M., Semiglazov V.A., Ivanov K.I. Mathematical modeling an advertising campaign. *Proceedings of TUSUR University*, 2010, no. 2–1 (22), pp. 342–349.

[4] Dimitrienko Yu.I., Dimitnenko O.Yu. Nonrigid cluster model for analysis of dynamic data in economics. *Information technologies*, 2010, no. 9, pp. 43–50.

[5] Dimitrienko Y.I., Dimitrienko O.Y. A model of multidimensional deformable continuum for forecasting the dynamics of large scale array of individual data. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 1, pp. 105–122.
[6] Livshin D.A., Voronova L.I. Matematicheskoe modelirovanie v marketinge pri postroenii reklamnyh kampanij [Mathematical modeling in marketing when building advertising campaigns]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii* [Modern High-tech Technologies], 2014, no. 5–2, pp. 207–209.
[7] Podinovsky V.V., Nogin V.D. *Pareto-optimal'nye resheniya mnogo-kriterial'nyh zadach* [Pareto-optimal solutions of multicriteria problems]. Moscow, Nauka Publ., 1982, 256 p.
[8] Luzon Y., Pinchover R., Khmelnitsky E. Dynamic budget allocation for social media advertising campaigns: optimization and learning. *European Journal of Operational Research*, 2022, vol. 299, iss. 1, pp. 223–234.
[9] Panteleev A.V. Bortakovsky A.S., Letova T.A. *Optimal'noe upravlenie v primerah i zadachah* [Optimal control in examples and tasks]. Moscow, MAI Publ., 1996, 212 p.
[10] Micchi G., Khah S.S., Turner J. A new optimization layer for real-time bidding advertising campaigns. *Intelligent Data Analysis*, 2020, vol. 24, iss. 1, pp. 199–224.
[11] Han J., Moraga C. The influence of the sigmoid function parameters on the speed of backpropagation learning. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 1995, vol. 930, pp. 195–201.

Chibisova A.V., senior lecturer of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: anachibisova@bmstu.ru

Shinakov D.S., Student of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: cookie_maker2000@mail.ru