



Математическое моделирование и численные методы

Белотелов Н.В., Бровко А.В. Агентная модель двух конкурирующих популяций с учетом их структурности. Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 3, с. 71–83.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/288/>

Агентная модель двух конкурирующих популяций с учетом структурности

© Н.В. Белотелов¹, А.В. Бровко²

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН
Москва, 119333, Россия

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В статье описывается агентная имитационная модель двух популяций, конкурирующих за один ресурс. В модели считается, что особь погибает, если её масса-энергия становится неположительной. Предполагается, что особи каждой из рассматриваемых популяций могут образовывать стаи, это позволяет популяциям повышать свою конкурентоспособность. В модели это формализуется посредством возможности организовывать сети, связывающие особей одного вида. При этом особи могут образовывать лишь определенное количество связей с соседями. В модели для описания этого вводится понятие «валентности». Предполагается, что внутри каждой сети происходит мгновенное перераспределение ресурса по всем членам сети, имеющегося у каждого члена стаи. В статье помимо модели описана структура программы, с помощью которой проводились имитационные эксперименты. В результате проведенных имитационных экспериментов было получено следующее. Если ресурс высокопродуктивный, то в процессе конкурентного взаимодействия побеждает популяция, агенты, которой имеют большую «валентность». А в случае низкопродуктивного ресурса победу в конкурентном взаимодействии одерживают особи популяции, обладающей меньшей «валентностью». Это связано с тем, что более сложные структуры требуют большей энергии поддержания стаи.

Ключевые слова: популяция, конкуренция, агентная имитационная модель, структура стаи

Введение. Задача исследования конкурентных взаимодействий в популяционной экологии не потеряла своей актуальности, несмотря на то, что этой задаче уже почти сто лет. Известно фундаментальное положение популяционной экологии, называемое принципом конкурентного исключения Гаузе, который заключается в утверждении: «Два вида организмов не могут устойчиво сосуществовать в ограниченном пространстве, если рост численности обоих лимитирован одним жизненно важным ресурсом, количество и/или доступность которого ограничены» [1]. Это положение было получено с использованием математических моделей вольтерровского типа, основанных на языке обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследованию моделей такого типа посвящено большое количество работ [2–5]. Построение и исследование агентных имитационных моделей с помощью вычислительной техники позволило учесть эколого-физиологические характеристики особей популяций более детально, чем моделирование на базе обыкновенных дифференциальных урав-

нений, так как последние не позволяют учесть важные особенности жизненного цикла особей. К сожалению, аналитический анализ таких моделей чрезвычайно сложен. В качестве примера таких работ можно привести работы [6–13]. В последнее десятилетие особое внимание уделяется моделированию и анализу сетевых структур, формируемых особями различных популяций [14]. Настоящая работа пытается учесть особенности сетевой структуры популяций при конкуренции за ресурс. В ней рассматривается агентная имитационная модель конкуренции двух популяций за ресурс, агенты которых могут формировать стаи, в рамках которых организуется внутривидовое кооперативное взаимодействие. Оказывается, что структура стаи и продуктивность ресурса существенно влияет на исход конкурентной борьбы.

Описание модели. Рассматривались две конкурирующие популяции. Каждая популяция состоит из совокупности особей — агентов. Каждая особь характеризуется своей массой, которую мы трактуем расширенно, а именно: мы считаем, что она тождественна энергии и тратится при различных физиологических процессах, таких как движение, размножение и т.п. В модели учитываются: энергетические затраты на перемещение, рождение и выкармливание потомства, учитывается изменение «энергоэффективности» функционирования при старении особи, на поддержание межагентных связей в стае а также затраты при конкурентных взаимодействиях с особями другой популяции и получении дополнительной энергии от особей, входящих в стаю, к которой принадлежит рассматриваемая особь.

Считается, что ареал обитания двух моделируемых популяций (индекс $l=1,2$), на котором произрастает ресурс, является прямоугольной целочисленной решёткой ($i=1,\dots,L, j=1,\dots,F$). Было принято, что количество ресурса в каждой точке ареала ограничено предельным значением H . При уменьшении количества ресурса за счет потребления особями он с постоянной скоростью K за такт восстанавливается до предельного значения. Уравнения роста ресурса имеют вид:

$$m_{t+1}^{i,j} = \min \begin{cases} m_t^{i,j} + K^{i,j} - \tilde{\theta}_{t,l}^{i,j} \\ H - \tilde{\theta}_{t,l}^{i,j} \end{cases}$$

где $m_t^{i,j}$ количество ресурса в точке (i, j) в момент времени t , а $\tilde{\theta}_{t,l}^{i,j}$ — доля изъятия ресурса, если в точке (i, j) в данный момент есть особи l — ой популяции ($l=1,2$).

В ареале находится некоторое множество подвижных особей. Каждая особь описывается следующим вектором состояния в момент

времени t : координатами в ареале (i, j) , возрастом τ , массой $n_{t,\tau}$. Особи каждой популяции также характеризуются радиусом индивидуальной подвижности R_l (максимальное расстояние, преодолеваемое особью l — ой популяции за один такт), а также радиусом обзора r_l — параметром, учитывающим максимальное расстояние, на котором особь-агент может обнаружить пищу или другую особь (радиус слышимости). В модели считается, что радиус индивидуальной подвижности и радиус обзора постоянны для всех особей и не зависят от возраста.

Учитываются следующие процессы, меняющие состояние особи: рождение, старение, потребление ресурса, перемещение по ареалу, присоединение к стае и конкуренция с особями другой популяции. Рассмотрим, как изменяется состояние особи в результате вышеизложенных процессов.

Процесс старения увеличивает возраст особи в каждом такте на единицу. Процесс потребления ресурса $(\tilde{\theta}_{t,l}^{i,j})$ зависит от возраста. В модели считается, что с возрастом потребление ресурса уменьшается в соответствии с выражением:

$$\tilde{\theta}_{t,l}^{i,j} = C_1 \left(1 - \frac{\tau}{T} \right)$$

где C_1, T — некоторые постоянные, характеризующие физиологию рассматриваемых животных, соответствующих популяций (C_1 — коэффициент, учитывающий энергетическую ценность ресурса, T — предельный возраст).

Гибель особи происходит при критическом недостатке «энергии» (ресурса), либо при достижении ею предельного возраста ($n_{t,\tau} < 0$), ($\tau \geq T$). Процесс рождения особей в модели описан следующим образом. При достижении определенного размера особь за каждый такт в соответствии с распределением Бернулли со средним значением ζ случайным образом порождает другую особь нулевого возраста, фиксированной массы, при этом материнская особь теряет фиксированную часть от текущей, которая тратится на выкармливание потомства. Перемещение особи S за один временной такт ограничивается радиусом индивидуальной активности ($S < R_l$). При перемещении теряется часть «энергии» $C_2 n_{t,\tau} s$, имеющейся у особи.

Перейдем к описанию алгоритма перемещения особей. В модели предполагается, что существует два фактора, влияющих на движение. Это пищевая активность и активность, связанная с взаимодействием с другими особями, т.е. с социальным поведением.

Алгоритм пищевой активности заключается в следующем. На каждом такте работы модели особь определяет ближайший к ней участок, на котором находится ресурс. Причем «анализируемая» территория вписывается в круг радиусом обзора r_i . Особь переходит на найденный участок, если он ближе радиуса индивидуальной активности, иначе сдвигается на R_i в его направлении (считается, что всегда справедливо неравенство $R_i < r_i$). Если ресурса поблизости нет, выбирается случайное направление.

Социальное перемещение особи возможно, если её масса превышает некоторую фиксированную величину (достаточный уровень), то есть особь не истощена голодом.

Рассмотрим поведение агента, значение массы которого превышает достаточный уровень. В качестве параметра введем расстояние слышимости — то расстояние, на котором агенты одного вида могут обмениваться информацией r_i . Если рассматриваемый агент (далее — агент А) услышал агента своего вида (далее — агент Б), он начинает двигаться по направлению к нему. Как только агент А приблизился к агенту Б, если уровень энергии последнего тоже превышает достаточный уровень, эта пара агентов образует стаю: между ними формируется соединение. Если агент Б уже является частью стаи, агент А присоединяется к ней, причем в данном случае соединения также могут образоваться между агентом А и другими агентами рассматриваемой стаи, если они оказались достаточно близко.

В модели вводится параметр, который будем называть «валентностью» агента определенной популяции. Он определяет максимальное количество соединений, которое может образовать агент в рамках своей стаи. При изменении данного параметра будет меняться и возможное структурное устройство стаи. Так, например, для валентности, равной двум, единственными возможными структурами графа стаи станут замкнутые и незамкнутые ломаные линии. Также отметим, что в модели связи между агентами всегда одно валентные, то есть не рассматриваются соединения между агентами двух и более валентностей.

В модели принято, что на поддержание соединений агент каждый такт тратит некоторое количество энергии Δe_p^i . В проведенных экспериментах считалось, что количество затраченной за такт энергии пропорционально количеству образованных агентом соединений.

Движение агента в стае определяется максимальным и минимальным расстояниями от данного агента до агентов своей стаи. Если максимальное расстояние от данного агента до агентов своей стаи, с которыми установлено соединение, оказывается больше, чем некоторый параметр, агент начинает двигаться ближе к центру стаи. В то же

время, если минимальное расстояние от данного агента до агентов своей стаи, с которыми установлено соединение, оказывается меньше, чем некоторый параметр комфортного расстояния, агент начинает двигаться дальше от центра стаи.

Кроме того, при определении направления движения агента учитывается также расстояние от данного агента до какой-либо другой стаи того же вида. Если это расстояние становится малым, агент выбирает направление движения от центра другой стаи.

Если же все рассмотренные расстояния имеют допустимые значения, агент продолжает двигаться в направлении, определяемым алгоритмом пищевой активности.

Конкуренция агентов популяций в модели описывается следующим образом. Если два агента разных видов находятся достаточно близко друг от друга, то за такт их энергия уменьшается на величину Δe_c^i причем количество теряемой энергии обратно пропорционально размеру соответствующих стай или количеству соединений данных агентов с агентами из их стай N_f^i (f — индекс (номер) стаи). В модели считается, что

$$\Delta e_c^i = \left(\frac{e_c}{N_f^i + 1} \right), \Gamma$$

где e_c — некоторая постоянная.

Каждая особь, входящая в стаю, за каждый такт тратит часть энергии на поддержание целостности сети Δe_p , но также получает энергию в процессе ее перераспределения по всем членам сети ресурса.

Уравнение баланса «энергии» свободной особи — агента записывается следующим образом:

$$n_{t+1,\tau+1}^{k,m} = n_{t,\tau}^{i,j} + \tilde{\theta}_t^{i,j} - C_2 n_{t,\tau}^{i,j} S - \lambda(\zeta) \frac{n_{t,\tau}^{i,j}}{2} - \Delta e_c^i - \Delta e_p^i,$$

где

$$\lambda(\zeta) \frac{n_{t,\tau}^{i,j}}{2}$$

— затраты на рождение ($\lambda(\zeta) = 1$ — происходит рождение в момент времени $t = \zeta$ в противном случае ($\lambda(\zeta) = 0$). Члены Δe_c^i , Δe_p^i учитывают затраты энергии на конкуренцию и затраты на поддержание целостности стаи (сети).

Однако, если агент является частью стаи, то в конце каждого такта после расчета энергий агентов по формуле баланса энергии для всех агентов, которые состоят в стае, энергия приравнивается к среднему арифметическому энергий всех агентов соответствующей стаи, то есть происходит моментальное перераспределение энергии.

Численная реализация модели. Для написания программы, реализующей рассматриваемую модель, был использован язык программирования Java и интегрированная среда разработки программного обеспечения Processing. Данная среда включает в себя графические библиотеки, позволяющие реализовывать алгоритмы покадровой отрисовки анимации с сопутствующими вычислениями. Программа разработана с использованием методов объектно-ориентированного программирования. Рассматриваемая модель подразумевает введение следующей классовой иерархии:

- ResourceNet — класс, описывающий структуру и алгоритмы объекта целочисленной сетки пищевого ресурса;
- Agent — класс, описывающий структуру и алгоритмы объекта особи;
- Pack — класс, описывающий структуру и алгоритмы объекта стаи;
- AviaryRivalry — основной агрегирующий класс, описывающий структуру модели в целом и определяющий алгоритмы взаимодействия модельных объектов.

Объект класса ResourceNet содержит в себе поля, описывающие состояние целочисленной решетки пищевого ресурса, и определяет методы изъятия и восстановления ресурса в ее ячейках.

Объекты класса Agent хранят информацию об отдельной особи-агенте, описывают алгоритмы изменения свойств агента, их зависимость друг от друга, методы изменения значений данных свойств, а также алгоритмы элементарного поведения отдельного агента. Элементарным считается такое поведение, которое не зависит от взаимного расположения агента с другими объектами модели, например, перемещение агента в заданном направлении на радиус индивидуальной активности в ареале обитания.

Объекты класса Pack содержат поля, описывающие состав и структуру стаи, и определяет методы корректного добавления и удаления агентов из нее, перераспределения и убывания энергий агентов стаи.

Объект класса AviaryRivalry в качестве полей хранит списки объектов всей модели и описывает алгоритмы их взаимодействия. В нем содержатся список всех агентов, список всех сформированных стай, а также один объект класса ресурсной сетки. Частью данного класса также являются алгоритмы, определяющие выбор направления

пищевого и социального перемещений агентов, описывающие формирование новых стай, условия вхождения и исключения агентов из стай и удаление пустых или состоящих из одного агента стай, задающие определенные моделью процессы рождения, гибели и конкуренции особей.

Рассмотрим алгоритмическую реализацию описанной математической модели. В рамках процесса подготовки кадра анимации последовательно выполняется ряд вычислений.

Первым действием при подготовке кадра анимации происходит восполнение ресурса в узлах решетки пищевого ресурса в соответствии с вышеописанными уравнениями. Далее оставшиеся агенты повышают значения своих энергий споглощая пищевой ресурс. На следующем шаге происходит перемещение агентов по полю в соответствии с алгоритмами пищевой и социальной активностей, формируются или удаляются соединения и рассчитываются затраты энергии агентов, состоящих в стаях, на поддержание установленных соединений. Затем для каждого агента запускается алгоритм, связанный с процессом рождения особей.

По результатам изменений энергий агентов, связанных с вышеописанным алгоритмом, проводится перераспределение энергий в рамках сформированных стай. Далее происходит процесс конкуренции агентов разных популяций. Последним шагом проводится проверка значения энергии каждого агента модели на критический недостаток и производится удаление соответствующих агентов из системы.

Результаты численного моделирования. По результатам выполнения расчетов свойств всех объектов модели по данному алгоритму на каждом такте формируется их графическое представление (рис. 1).

На рисунке 1 изображен ареал обитания, в котором определена ресурсная решетка размерности 100×100 (цвет морской волны). Значения количества ресурса в каждом узле решетки иллюстрируются оттенком цвета: узлы, в которых количество ресурса меньше предельного значения H отображаются более темными. В ареале находится несколько агентов двух популяций (точки красного и зеленого цветов), некоторые из которых сформировали стаи (множества точек, соединенные линиями). Два из представленных агентов конкурируют между собой (красная и зеленая точки, соединенные фиолетовой линией).

Был проведен ряд симуляций с целью определения зависимости значения стабильной популяции одного вида агентов от валентности и предельного значения H количества ресурса в каждой точке ареала. Результаты имитаций представлены в табл. 1–4.

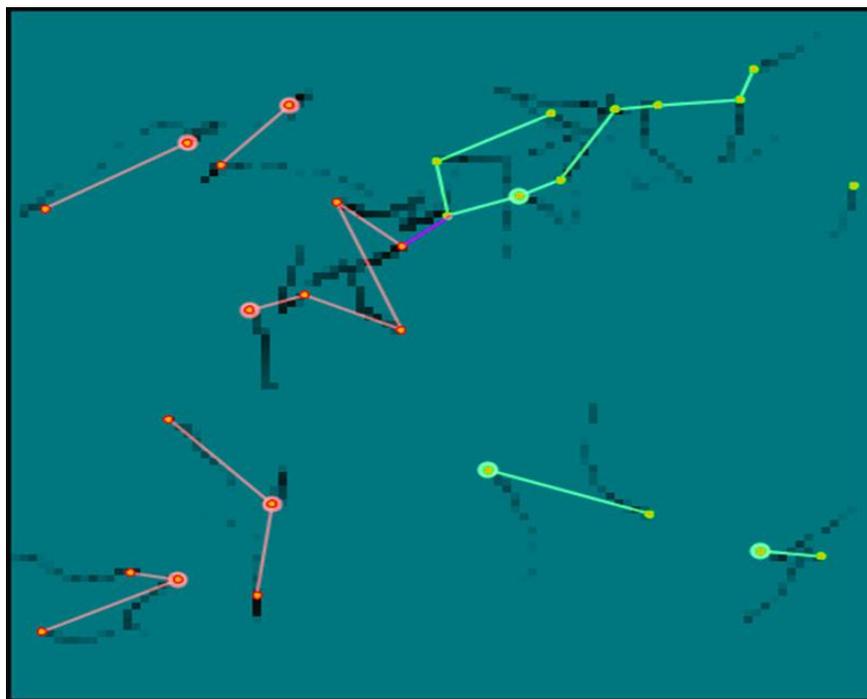


Рис. 1. Графическое представление объектов модели

По табл. 1 можно сделать вывод, что значение стабильной численности популяции вида агентов обратно пропорционально валентности агентов данного вида. Кроме того, существует зависимость стабильной численности популяции агентов от предельного значения H количества ресурса в каждой точке ареала, которая для данной модели близка к линейной.

Далее был проведен ряд симуляций с целью определения доминирующего вида агентов из двух видов различной валентности для некоторых предельных значений H количества ресурса в каждой точке ареала.

Таблица 1

Стабильные популяции агентов одного вида в зависимости от их валентности и предельного значения H количества ресурса в каждой точке ареала

Валентность	Предельное значение H количества ресурса в каждом узле решетки пищевого ресурса							
	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,10	1,50
	Стабильная популяция агентов							
0	325	400	540	650	780	870	1200	1980
2	15	45	90	180	250	310	500	1040
4	3	10	50	100	130	200	330	820

Таблица 2

Результаты симуляций конкуренции популяций агентов валентностей 0 и 2

	Базовое значение пищевого ресурса BASERES									
	0,700		0,720		0,750		0,775		0,800	
	Валентность		Валентность		Валентность		Валентность		Валентность	
	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2
Кол-во выигрышных симуляций	10	0	8	2	4	6	1	9	0	10
Средняя остаточная популяция	18	–	16	10	19	12	27	18	–	28
Среднее остаточное количество стай	–	–	–	2	–	4	–	5	–	6

Таблица 3

Результаты симуляций конкуренции популяций агентов валентностей 0 и 4

	Базовое значение пищевого ресурса BASERES							
	0,70		0,75		0,80		0,90	
	Валентность		Валентность		Валентность		Валентность	
	0	4	0	4	0	4	0	4
Кол-во выигрышных симуляций	10	0	5	5	3	7	0	10
Средняя остаточная популяция	20	–	13	10	17	12	–	40
Среднее остаточное количество стай	–	–	–	3	–	3	–	9

Таблица 4

Результаты симуляций конкуренции популяций агентов валентностей 2 и 4

	Базовое значение пищевого ресурса BASERES									
	0,90		0,95		1,10		1,50		2,00	
	Валентность		Валентность		Валентность		Валентность		Валентность	
	2	4	2	4	2	4	2	4	2	4
Кол-во выигрышных симуляций	10	0	10	0	8	2	6	4	0	10
Средняя остаточная популяция	86	–	109	–	140	36	300	246	–	312
Среднее остаточное количество стай	10	–	12	–	12	4	19	15	–	18

Заключение. По результатам симуляций, приведенным в табл. 2-4 можно сделать вывод, что доминантность вида зависит и от степени структурированности популяции, и от продуктивности пищевого ресурса. Если ресурс высокопродуктивный, то в процессе конкурентного взаимодействия побеждает популяция, агенты, которой имеют большую «валентность». А в случае низко продуктивного ресурса победу в конкурентном взаимодействии одерживают особи популяции, обладающей меньшей «валентностью». Это связано с тем, что более сложные структуры требуют большей энергии поддержания стаи.

Популяцию, имеющую большую «валентность» мы называем более структурированной по сравнению с популяцией с меньшей «валентностью». В каждом из экспериментов, в полном соответствии с принципом Гаузе, происходило вытеснение одной из популяций. Однако, если в эксперименте ресурс был высокопродуктивный, то в процессе конкурентного взаимодействия побеждала более структурированная популяция. А в случае низко продуктивного ресурса в конкурентном взаимодействии выигрывали особи популяции, обладающей меньшей «валентностью».

Таким образом, в случаях, когда ресурса достаточно для активного размножения и поддержания соединений в больших стаях, высокая структуризация популяции является определяющим преимуществом при конкурентном взаимодействии. Однако в средах с низко продуктивным ресурсом это свойство популяции оказывается недостатком вследствие высоких затрат «энергии» на поддержание большого количества соединений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гаузе Г.Ф. *Борьба за существование*. Москва, Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2002, 159 с.
- [2] Аброров Н.С., Ковров Б.Г., Черепанов О.А. *Экологические механизмы сосуществования и видовой регуляции*. Новосибирск, Наука: Сибирское отделение, 1982, 301 с.
- [3] Базыкин А.Д. *Нелинейная динамика взаимодействующих популяций*. Москва, Ижевск, Институт компьютерных исследований, 2003, 368 с.
- [4] Вольтерра В. *Математическая теория борьбы за существование*. Москва, Наука, 1976, 286 с.
- [5] Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. *Устойчивость биологических сообществ*. Москва, Мир, 1983, 319 с.
- [6] Белотелов Н.В., Коноваленко И.А. Моделирование влияния подвижности особей на пространственно-временную динамику популяции на основе компьютерной модели. *Компьютерные исследования и моделирование*, 2016, т. 8, № 2, с. 297–305.
- [7] Белотелов Н.В., Коноваленко И.А., Назарова В.М., Зайцев В.А. Некоторые особенности групповой динамики в агентной модели "ресурс-потребитель". *Компьютерные исследования и моделирование*, 2018, т. 10, № 6, с. 833–850.

- [8] Белотелов Н.В, Павлов С.А. Агентная модель культурных взаимодействий на неметризуемых хаусдорфовых пространствах. *Математическое моделирование и численные методы*, 2021, № 3, с. 105–119.
- [9] Димитриенко Ю. И., Димитриенко О.Ю. Модель многомерной деформируемой сплошной среды для прогнозирования динамики больших массивов индивидуальных данных. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 1, с. 105–122.
- [10] Белотелов Н.В. Имитационная модель процессов миграции в странах с учетом уровня образования. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 4, с. 91–99.
- [11] Mac Nally R. Modelling confinement experiments in community ecology: Differential mobility among competitors. *Ecological Modelling*, 2000, vol. 129, iss. 1, pp. 65–85.
- [12] Gallegos A., Mazzag B., Mogilner A. Two continuum models for the spreading of myxobacteria swarms. *Bulletin of Mathematical Biology*, 2006, vol. 68, iss. 4, pp. 837–861.
- [13] Lee C.T., Hoopes M.F., Diehl J., Gilliland W., Huxel G., Leaver E.V., Mccann K., Umbanhowar J., Mogilner A. Non-local concepts and models in biology. *Journal of Theoretical Biology*, 2001, vol. 320, iss. 2, pp. 201–219.
- [14] Эбелинг В., Энгель А., Файстель Р. *Физика процессов эволюции*. Москва, УРСС, 2001, 326 с.

Статья поступила в редакцию 09.06.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Белотелов Н.В., Бровко А.В. Агентная модель двух конкурирующих популяций с учетом их структурности. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 3, с. 71–83.

Белотелов Николай Вадимович — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына РАН Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН. e-mail: belotel@mail.ru

Бровко Александр Викторович — студент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: bsaxa@mail.ru

Agent model of two competing populations taking into account their structurality

© N.V. Belotelov¹, A.V. Brovko²

¹Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Moscow, 119333, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article describes an agent simulation model of two populations competing for one resource. In the model, it is assumed that an individual dies if its mass-energy becomes non-positive. It is assumed that individuals of each of the populations under consideration can form flocks, this allows populations to increase their competitiveness. In the model, this is formalized through the ability to organize networks connecting individuals of the same species. At the same time, individuals can form only a certain number of

connections with neighbors. The concept of "valence" is introduced in the model to describe this. It is assumed that within each network there is an instantaneous redistribution of the resource available to all members of the network by each member of the pack. In addition to the model, the article describes the structure of the program with which simulation experiments were carried out. As a result of the simulation experiments, the following was obtained. If the resource is highly productive, then in the process of competitive interaction, the population wins, the agents of which have a large "valence". And in the case of a low-productive resource, individuals of a population with a lower "valence" win in competitive interaction. This is due to the fact that more complex structures require more energy to maintain the flock.

Keywords: population, competition, agent simulation model, flock structure

REFERENCES

- [1] Gause G.F. *Bor'ba za sushchestvovanie* [Struggle for existence]. Moscow, Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2002, 159 p.
- [2] Abrosov N.S., Kovrov B.G., Cherepanov O.A. *Ekologicheskie mekhanizmy sosushchestvovaniya i vidovoj regulyacii* [Ecological mechanisms of coexistence and species regulation]. Novosibirsk, Nauka: Siberian Branch Publ., 1982, 301 p.
- [3] Bazykin A.D. *Nelinejnaya dinamika vzaimodejstvuyushchih populyacij* [Nonlinear dynamics of interacting populations]. Moscow, Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2003, 368 p.
- [4] Volterra V. *Matematicheskaya teoriya bor'by za sushchestvovanie* [Mathematical theory of the struggle for existence]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 286 p.
- [5] Svirezhev Yu.M., Logofet D.O. *Ustojchivost' biologicheskikh soobshchestv* [Stability of biological communities]. Moscow, Mir Publ., 1983, 319 p.
- [6] Belotelov N.V., Konovalenko I.A. Modeling the impact of mobility of individuals on space-time dynamics of a population by means of a computer model. *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 2, pp. 297–305.
- [7] Belotelov N.V., Konovalenko I.A., Nazarova V.M., Zaitsev V.A. Some features of group dynamics in the resource-consumer agent model. *Computer Research and Modeling*, 2018, vol. 10, no. 6, pp. 833–850.
- [8] Belotelov N.V., Pavlov S.A. Agent-based model of cultural interactions on non-metrizable hausdorff spaces. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2021, no. 3, pp. 105–119.
- [9] Dimitrienko Y.I., Dimitrienko O.Y. A model of multidimensional deformable continuum for forecasting the dynamics of large scale array of individual data. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 1, pp. 105–122.
- [10] Belotelov N.V. Simulation model of migration processes in countries taking into account the level of education. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2019, no. 4, pp. 91–99.
- [11] Mac Nally R. Modelling confinement experiments in community ecology: Differential mobility among competitors. *Ecological Modelling*, 2000, vol. 129, iss. 1, pp. 65–85.
- [12] Gallegos A., Mazzag B., Mogilner A. Two continuum models for the spreading of myxobacteria swarms. *Bulletin of Mathematical Biology*, 2006, vol. 68, iss. 4, pp. 837–861.
- [13] Lee C.T., Hoopes M.F., Diehl J., Gilliland W., Huxel G., Leaver E.V., Mccann K., Umbanhowar J., Mogilner A. Non-local concepts and models in biology. *Journal of Theoretical Biology*, 2001, vol. 320, iss. 2, pp. 201–219.

- [14] Ebeling V., Engel A., Feistel R. *Fizika processov evolyucii* [Physics of evolution processes]. Moscow, URSS Publ., 2001, 326 p.

Belotelov N.V., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of RAS. e-mail: belotel@mail.ru

Brovko A.V., Student of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: bsaxa@mail.ru