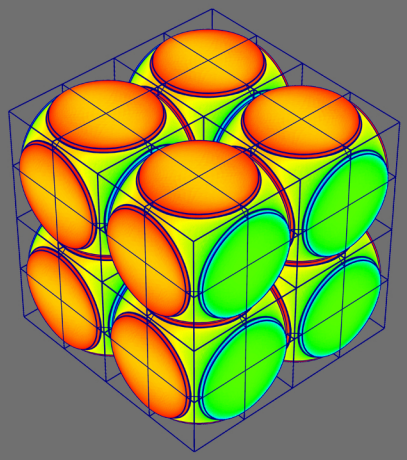
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Харченко Н.А., Носенко Н.А. Численное моделирование обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически-конического тела и двойного конуса. Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 3, с. 33-46.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/286/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.210
01.02.2026 13:55:11

УДК 533.6.011.55 DOI: 10.18698/2309-3684-2022-3346

Численное моделирование обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса

© Н.А. Харченко[1,2], Н.А. Носенко[3]

[1] Московский авиационный институт, Москва, 125993, Россия
[2]МФТИ, Москва, 117303, Россия
[3]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В работе представлена классическая валидационная задача высокоскоростного моделирования о взаимодействии ударной волны с пограничным слоем при ламинарном обтекании воздушным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса. Основной вычислительной сложностью рассматриваемой задачи является подробное разрешение пристеночной области с целью дальнейшего воспроизведения экспериментальных распределений поверхностных характеристик давления и теплового потока. В зависимости от условий невозмущенного потока исследуемого режима обтекания, в задаче имеет место наличие рециркуляционной зоны, представляющей собой вихревое течение, оказывающие существенное влияние на структуру пристеночного потока.

Ключевые слова: *вычислительная аэротермодинамика, высокоскоростные течения, ударные волны, пограничный слой, неструктурированные сетки*

Введение. Целью серии экспериментальных исследований, проводимых в центре исследований аэронавтики CUBRC [1, 2] на установке LENS XX, являлось создание валидационного базиса, используемого для подтверждения возможностей компьютерных кодов вычислительной аэротермодинамики в задачах моделирования высокоскоростного обтекания [3–6]. В результате проведённых экспериментальных исследований [1, 2] были получены распределения поверхностных характеристик давления и теплового потока при обтекании высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса.

В данной работе валидационная задача высокоскоростного моделирования о взаимодействии ударной волны с пограничным слоем при ламинарном обтекании воздушным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса численно решалась в трёхмерной постановке. Основной целью данного исследования является воспроизведение экспериментальных распределений поверхностных характеристик давления и теплового потока.

Математическая постановка задачи. Расчёты обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса проводились с использованием компьютерного кода ГРАТ [7]. Компьютерный код ГРАТ предназначен для суперкомпью-

терного моделирования аэротермогазодинамики высокоскоростных реагирующих течений с сильными ударными волнами [8, 9]. В основе разработанного компьютерного кода лежит численное решение трёхмерной нестационарной системы уравнений движения вязкого, теплопроводного, химически реагирующего газа [7]. Система уравнений Навье–Стокса, выражающая законы сохранения массы, импульсов и полной энергии, записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial t}+\frac{\partial F^x(\mathrm{w})}{\partial x}+\frac{\partial F^y(\mathrm{w})}{\partial y}+\frac{\partial F^z(\mathrm{w})}{\partial z}= =\frac{\partial G^x(\mathrm{w})}{\partial x}+\frac{\partial G^y(\mathrm{w})}{\partial y}+\frac{\partial G^z(\mathrm{w})}{\partial z}, \tag{1}$$

$$\mathrm{w}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ \rho E\end{pmatrix},$$

$$F^x=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ \rho uE+pu\end{pmatrix},\ F^y=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ \rho vE+pv\end{pmatrix},\ F^z=\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ \rho wE+pw\end{pmatrix},$$

$$G^x=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{yx}\\ \tau_{zx}\\ u\tau_{xx}+v\tau_{yx}+w\tau_{zx}-q_x\end{pmatrix},\ G^y=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}\\ \tau_{zy}\\ u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+w\tau_{zy}-q_y\end{pmatrix},$$

$$G^z=\begin{pmatrix}0\\ \tau_{xz}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zz}\\ u\tau_{xz}+v\tau_{yz}+w\tau_{zz}-q_z\end{pmatrix}.$$

где ω — столбец консервативных переменных, F — вектор конвективного потока, G — вектор вязкого потока.

$$\tau_{xx}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial w}{\partial z}\right),\ \tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{yy}=\frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial z}\right),\ \tau_{xz}=\tau_{zx}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right),\ \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right),$$

$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x},\ \ q_y = -\lambda\frac{\partial T}{\partial y},\ q_z = -\lambda\frac{\partial T}{\partial z}.$$

В задачах высокоскоростного моделирования, не требующих учёта физико–химических процессов в газе, решаемая система уравнений замыкается термическим и калорическим уравнениями состояния совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1)\rho e,\ e = C_v T, \tag{2}$$

где $e = E - \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2 + w^2\right)$.

Для расчёта свойств переноса, коэффициентов вязкости и теплопроводности, использовались соотношения:

$$\mu = \mathrm{C}\frac{T^{3/2}}{T + 110.4},\ \mathrm{C} = 1.458\cdot 10^{-6}\ \text{кг}/\left(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К}^{1/2}\right), \tag{3}$$

$$\lambda = \frac{\mu C_p}{\mathrm{Pr}},\ \ C_p = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)}\left(\frac{R}{M}\right),\ \gamma = \frac{C_p}{C_v},$$

где принимаются постоянными: $\mathrm{Pr} = 0,72$, $\gamma = 1,4$, $\left(\frac{R}{M}\right) = 286,7\left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}\right)$.

Численный алгоритм решения задачи. Агентный Система уравнений газовой динамики численно интегрировалась с использованием метода HLLE [10]. Используемый для численного интегрирования метод HLLE является приближенным методом решения задачи о распаде произвольного разрыва. Такой подход относится к типам методов, развивающих идею вычисления потоков через грани конечного объема из решения задачи о распаде произвольного разрыва, предложенного С.К. Годуновым [11]. Предложенный Harten–Lax–van Leer приближенный метод решения задачи о распаде произвольного разрыва HLL основан на рассмотрении упрощённой, двухволновой конфигурации распространения возмущений, без рассмотрения контактного разрыва [12]. Основное отличие метода HLLE (Harten–Lax–van Leer–Einfeldt) заключается в осреднении по плотности скорости звука, предложенном Roe, используемой для нахождения наибольших и наименьших скоростей распространения волновых возмущений [10].

Численный поток методом HLLE определяется из соотношения [13]:

$$F_{HLLE} = \begin{cases} F_L(\mathrm{w}) \quad \text{при} \quad 0 \le S_L \\ \dfrac{S_R F_L(\mathrm{w}) - S_L F_R(\mathrm{w}) + S_L S_R(\mathrm{w}_R - \mathrm{w}_L)}{S_R - S_L} \quad \text{при} \quad S_L \le 0 \le S_R \\ F_R(\mathrm{w}) \quad \text{при} \quad 0 \ge S_R \end{cases}. \quad (4)$$

Оценка скорости распространения левой и правой волн SL и SR проводится из расчета минимальной и максимальной скорости распространения возмущений [13]:

$$S_L = \vec{\mathrm{V}}_L - \mathrm{c}_L, \; S_R = \vec{\mathrm{V}}_R + \mathrm{c}_R, \quad (5)$$

$$\begin{cases} S_L = \min\left(\vec{\mathrm{V}}_\rho - \mathrm{c}_\rho, \vec{\mathrm{V}}_L - \mathrm{c}_L\right) \\ S_R = \max\left(\vec{\mathrm{V}}_\rho + \mathrm{c}_\rho, \vec{\mathrm{V}}_R + \mathrm{c}_R\right) \end{cases},$$

$$\vec{\mathrm{V}}_\rho = \frac{\sqrt{\rho_L}\vec{\mathrm{V}}_L + \sqrt{\rho_R}\vec{\mathrm{V}}_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}},$$

$$H_\rho = \frac{\sqrt{\rho_L}H_L + \sqrt{\rho_R}H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}},$$

$$\mathrm{c}_\rho = \sqrt{(\gamma - 1)\left(H_\rho - \frac{\vec{\mathrm{V}}_\rho^2}{2}\right)},$$

где $\vec{\mathrm{V}}_\rho$ — вектор скорости, H_ρ — полная энтальпия, c_ρ — скорость звука осреднённые по методу Роу.

Для получения более высокого порядка точности численного решения по пространству задается линейное распределение газодинамических параметров внутри ячейки [14]:

$$f_j = f_l + \alpha\left(\frac{\partial f_l}{\partial x}\left(x_j - x_l\right) + \frac{\partial f_l}{\partial y}\left(y_j - y_l\right) + \frac{\partial f_l}{\partial z}\left(z_j - z_l\right)\right). \quad (6)$$

Линейная реконструкция проводится по неконсервативным переменным $f = (u, v, w, p, \rho, e, T)$, а значения газодинамических параметров, используемые для вычисления потоков через грани конечного объема, определяются на каждой грани из задаваемого распределения, что приводит к схеме второго порядка в областях, где решение гладкое. Но при этом для сохранения свойства монотонности численной схемы на газодинамических разрывах необходимо использовать ограничитель задаваемого распределения [14].

Коэффициент ограничения задаваемого распределения вычисляется из соотношения:

$$\alpha_j = \begin{cases} \dfrac{\max\left(f_k, f_l\right) - f_l}{f_j - f_l}, \text{ если } f_j - f_l > 0 \\ \dfrac{\min\left(f_k, f_l\right) - f_l}{f_j - f_l}, \text{ если } f_j - f_l < 0 \\ 1{,}5, \qquad\qquad \text{если } f_j - f_l = 0 \end{cases}, \tag{7}$$

где с индексами «l» и «k» значения функций в центрах расчётной и соседней ячеек, а с индексом «j» значения функций, вычисленные в центре j-ой грани.

Но отсутствие дифференцируемости записанной функции–ограничителя приводит к ухудшению монотонности схемы. Обеспечить монотонность численной схемы позволило использование дополнительной дифференцируемой функции–ограничителя [15]:

$$\alpha = \begin{cases} \min\left(\alpha_j\right) - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\min\left(\alpha_j\right)}{1{,}5}\right)^3, \qquad \text{если } \min\left(\alpha_j\right) < 1{,}5 \\ 1, \text{ иначе.} \end{cases} \tag{8}$$

В итоге расчётные соотношения для численного интегрирования решаемой системы уравнений методом конечного объёма записываются в следующем виде

$$\rho_l^{n+1} = \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(\rho u\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \right.$$
$$+\sum_{j=1}^{N} F\left(\rho v\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} +$$
$$\left. +\sum_{j=1}^{N} F\left(\rho w\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j}\right);$$

$$u_l^{n+1} = \left[u_l^n \rho_l^n - \frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N} F\left(p\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho u^2\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} - \right.\right.$$
$$-\sum_{j=1}^{N} \tau_{xx_{l,j}}^n n_{x_{l,j}} S_{l,j} + \sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uv\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} -$$
$$-\sum_{j=1}^{N} \tau_{yx_{l,j}}^n n_{y_{l,j}} S_{l,j} +$$
$$\left.\left. +\sum_{j=1}^{N} F\left(\rho uw\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{zx_{l,j}}^n n_{z_{l,j}} S_{l,j}\right)\right]\frac{1}{\rho_l^{n+1}};$$

$$v_l^{n+1}=\left[v_l^n\rho_l^n-\frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N}F\left(p\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho uv\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}\right.\right.$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\tau_{xy_{l,j}}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho v^2\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\tau_{yy_{l,j}}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j} \qquad (9)$$
$$\left.\left.+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho vw\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\tau_{zy_{l,j}}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}\right)\right]\frac{1}{\rho_l^{n+1}};$$

$$w_l^{n+1}=\left[w_l^n\rho_l^n-\frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N}F\left(p\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho uw\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}-\right.\right.$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\tau_{xz_{l,j}}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho vw\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\tau_{yz_{l,j}}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}$$
$$\left.\left.+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho w^2\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\tau_{zz_{l,j}}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}\right)\right]\frac{1}{\rho_l^{n+1}};$$

$$E_l^{n+1}=\left[E_l^n\rho_l^n-\frac{\Delta t_l}{V_l}\left(\sum_{j=1}^{N}F\left(pu\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(pv\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}+\right.\right.$$
$$+\sum_{j=1}^{N}F\left(pw\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho uE\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho vE\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}+$$
$$+\sum_{j=1}^{N}F\left(\rho wE\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\left(u\tau_{xx}\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\left(u\tau_{yx}\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}-$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\left(u\tau_{zx}\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}q_{x_{l,j}}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\left(v\tau_{xy}\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}-$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\left(v\tau_{yy}\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\left(v\tau_{zy}\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}+\sum_{j=1}^{N}q_{y_{l,j}}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}-$$
$$-\sum_{j=1}^{N}\left(w\tau_{xz}\right)_{l,j}^n n_{x_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\left(w\tau_{yz}\right)_{l,j}^n n_{y_{l,j}}S_{l,j}-\sum_{j=1}^{N}\left(w\tau_{zz}\right)_{l,j}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}+$$
$$\left.\left.+\sum_{j=1}^{N}q_{z_{l,j}}^n n_{z_{l,j}}S_{l,j}\right)\right]\frac{1}{\rho_l^{n+1}},$$

где N — количество граней в конечном объеме, n – номер временного слоя, а l — номер расчётной ячейки.

Шаг по времени Δt_l определяется формулой, представленной ниже:

$$\Delta t_l=CFL\left(\frac{h_l}{\dfrac{4\left(\mu_l/\rho_l\right)}{h_l}+\left|\vec{V}_l\right|+c_l}\right), \qquad (10)$$

где CFL — число Куранта, c_l — скорость звука, h_l — отношение объёма к сумме площадей граней расчётной ячейки.

Для расчета вязких слагаемых необходимо вычислять производные скорости и температуры по пространству в центрах граней конечного объема. Вычисление производных основывалось на численном интегрирование по конечному объёму, состоящему из двух смежных ячеек, относительно центра общей грани и является решением системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_l}{\partial x}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{X}_j^2 + \dfrac{\partial f_l}{\partial y}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{X}_j \mathrm{Y}_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial z}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{X}_j \mathrm{Z}_j = \sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{X}_j \mathrm{F}_j \\ \dfrac{\partial f_l}{\partial x}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{X}_j \mathrm{Y}_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial y}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{Y}_j^2 + \dfrac{\partial f_l}{\partial z}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{Y}_j \mathrm{Z}_j = \sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{Y}_j \mathrm{F}_j \\ \dfrac{\partial f_l}{\partial x}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{X}_j \mathrm{Z}_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial y}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{Y}_j \mathrm{Z}_j + \dfrac{\partial f_l}{\partial z}\sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{Z}_j^2 = \sum\limits_{j=1}^{N} \mathrm{Z}_j \mathrm{F}_j \end{cases}, \qquad (11)$$

где $\mathrm{X}_j = \left(x_j - x_l\right)$, $\mathrm{Y}_j = \left(y_j - y_l\right)$, $\mathrm{Z}_j = \left(z_j - z_l\right)$, $\mathrm{F}_j = \left(f_j - f_l\right)$.

Изложенный численный метод явный и имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй порядок аппроксимации по пространству. Численное интегрирование системы уравнений газовой динамики проводилось до установления стационарного решения.

Исходные данные для численного моделирования. Для проведения аэротермодинамических расчётов были созданы трёхмерные поверхности цилиндрически–конического тела и двойного конуса. Геометрические размеры исследуемых объектов показаны на рис. 1.

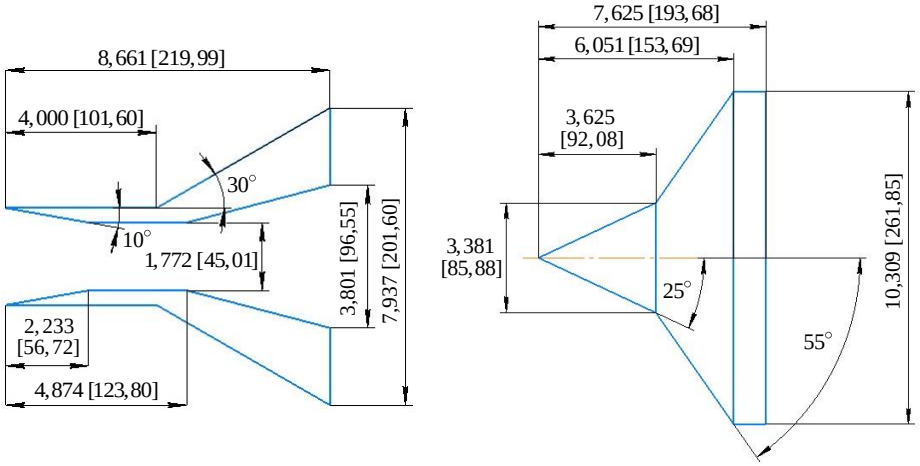


Рис. 1. Геометрические размеры цилинрически–конического тела и двойного конуса

Численное моделирование трёхмерного поля течения проводилось с использованием неструктурированных сеток, важным преимуществом которых является автоматизация построения для сложных геометрических форм [16]. Сгущение расчётной сетки осуществлялось вблизи поверхности исследуемых объектов для более детального описания поля течения в пристеночной области. Трёхмерная сетка состояла из тетраэдральных и призматических элементов, общее количество ячеек которой в расчётной области составило 10 888 786 для цилиндрически–конического тела и 32 896 827 для двойного конуса (рис. 2).

На поверхности обтекаемого тела задавались граничные условия прилипания. Расчёты проводились с постоянной температурой поверхности 300 К, вследствие малой продолжительности рабочего режима в эксперименте.

Исходные данные, используемые для численного моделирования обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела (режим 1) и двойного конуса (режим 2), приведены в табл. 1 [1, 2].

Таблица 1

Параметры невозмущенного потока

Режим	M_∞	V_∞ , км/с	P_∞ , Па	T_∞ , К
1	11,3	3,11	34,4	189
2	12,2	3,25	25,1	175

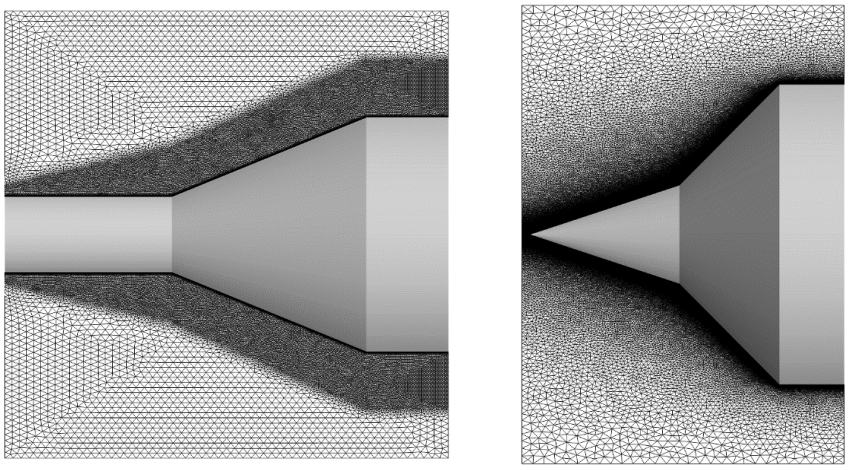


Рис. 2. Объемные сетки цилиндрически–конического тела и двойного конуса

Результаты численного моделирования. На рис. 3 и 4 представлены распределения числа Маха, продольной компоненты скорости, давления и плотности, полученные в результате численного моделирования высокоскоростного обтекания цилиндрически–конического тела.

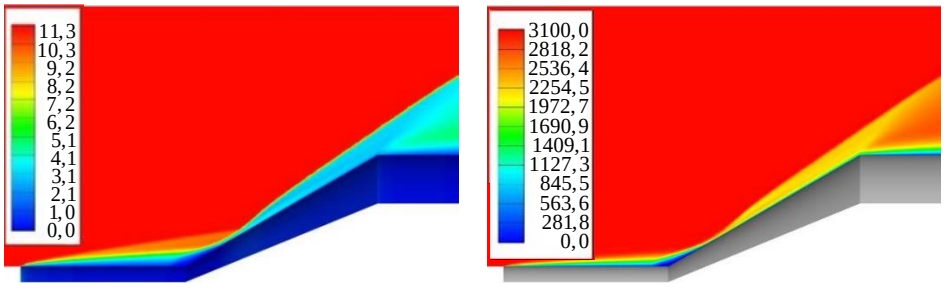


Рис. 3. Распределения числа Маха и продольной компоненты скорости (м/с) при высокоскоростном обтекании цилиндрически–конического тела

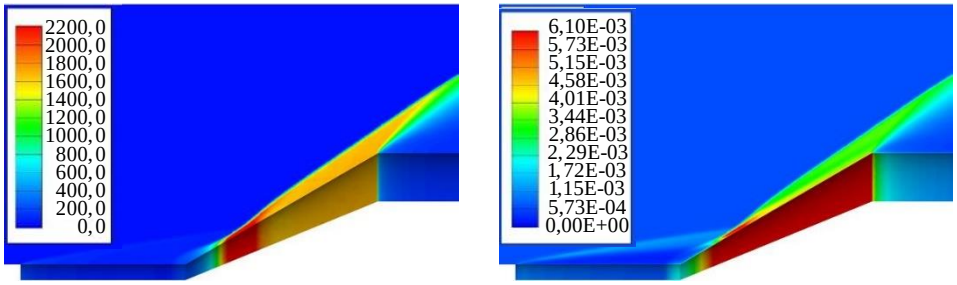


Рис. 4. Распределения давления (Па) и плотности (кг/м3) при высокоскоростном обтекании цилиндрически–конического тела

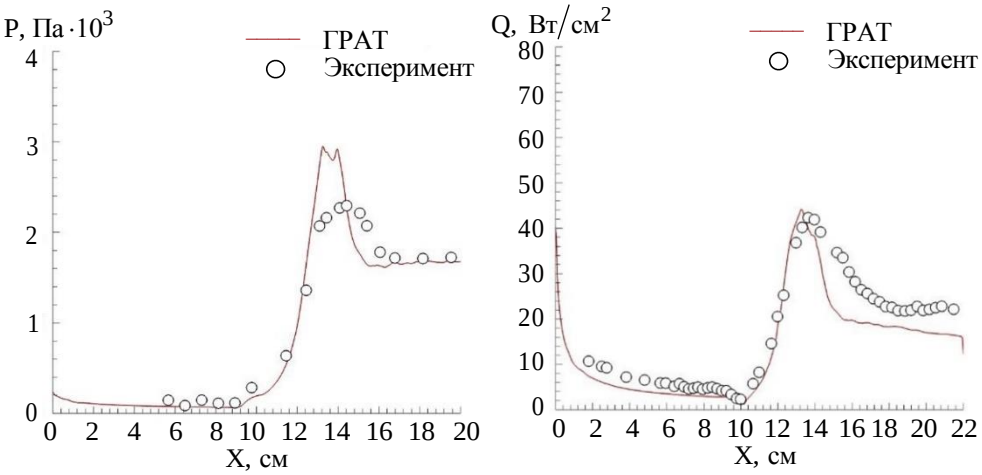


Рис. 5. Поверхностные распределения давления и теплового потока при высокоскоростном обтекании цилиндрически конического тела, точки — эксперимент [1,2]

На распределении плотности показана картина ударно–волнового взаимодействия при высокоскоростном обтекании двойного конуса (рис. 6). Скачок уплотнения, возникающий вследствие отрыва пограничного слоя, взаимодействует с косым скачком уплотнения первого конуса, вследствие чего образуется результирующая ударная волна. Результирующая ударная волна взаимодействует с головным скачком уплотнения второго конуса, формируя на

втором конусе прошедшую ударную волну, которая взаимодействует со скачком уплотнения, возникающим вследствие присоединения потока.

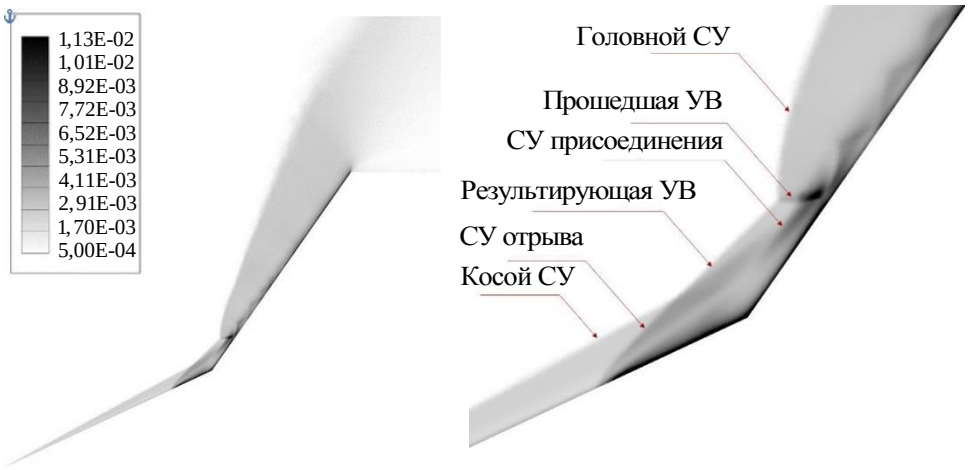


Рис. 6. Ударно–волновое взаимодействие при высокоскоростном обтекании двойного конуса. Распределение плотности (кг/м3)

На распределении продольной компоненты скорости (рис. 7) показана область возвратного течения, возникающая вследствие ударно–волнового взаимодействия при высокоскоростном обтекании двойного конуса.

Как видно на представленных графиках (рис. 5 и 8), полученные в результате численного моделирования распределения поверхностных характеристик давления и теплового потока хорошо соответствуют экспериментальным данным [1, 2].

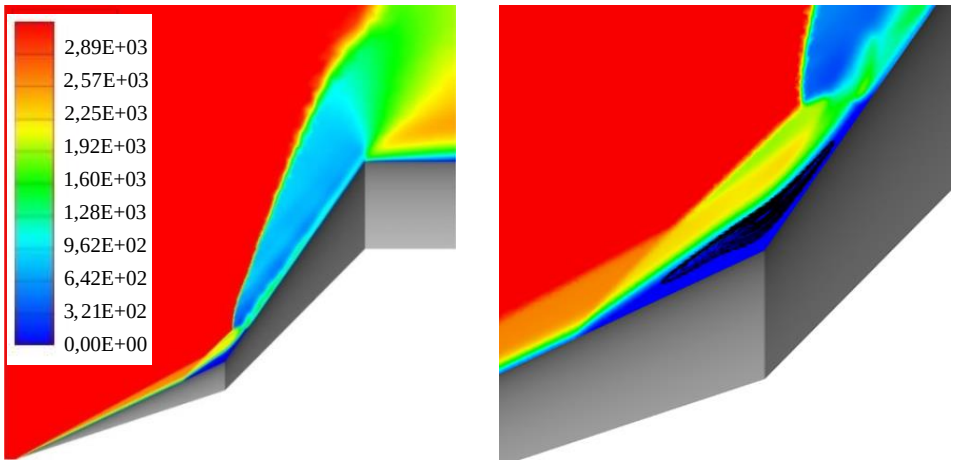


Рис. 7. Распределения продольной компоненты скорости (м/с) при высокоскоростном обтекании двойного конуса

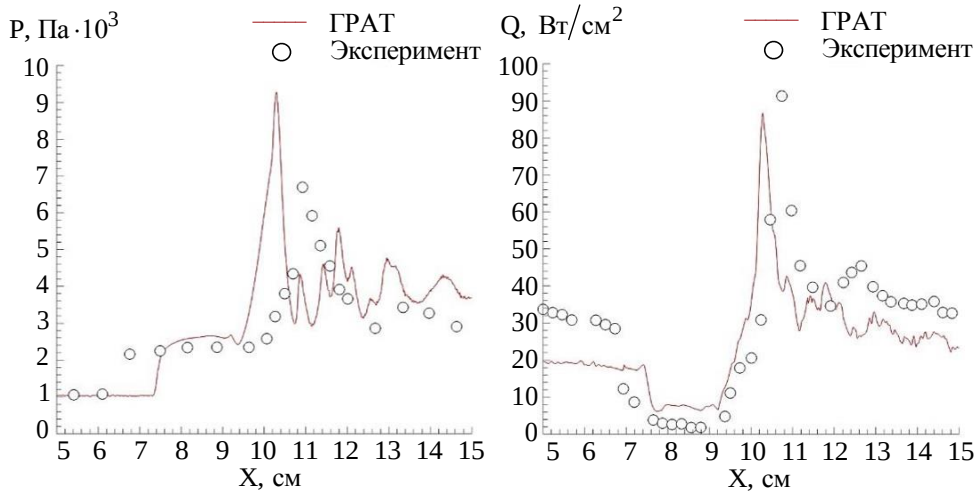


Рис. 8. Поверхностные распределения давления и теплового потока при высокоскоростном обтекании двойного конуса, точки — эксперимент [1,2]

Заключение. Результатом проведённых аэротермодинамических расчётов ламинарного обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса компьютерным кодом ГРАТ [7] стало получение полей газодинамических функций для двух экспериментальных режимов. Основным результатом выполненного исследования стало хорошее согласие полученных распределений поверхностных характеристик давления и теплового потока с экспериментальными данными [1, 2].

ЛИТЕРАТУРА

[1] MacLean M., Holden M.S., Dufrene A. Comparison between CFD and measurements for real-gas effects on laminar shockwave boundary layer interaction. *AIAA Aviation*, 2014, p. 49.

[2] Holden M.S., MacLean M., Wadhams T.P., Dufrene A. Measurements of real gas effects on regions of laminar shock wave/boundary layer interaction in hypervelocity flows for "blind' code validation studies. *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 2013. DOI: 10.2514/6.2013-2837

[3] Kianvashrad N., Knight D. Simulation of hypersonic shock wave laminar boundary layer interaction on hollow cylinder flare. *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2016. DOI: 10.2514/6.2016-0349

[4] Youssefi M.R., Knight D. Assessment of CFD capability for hypersonic shock wave boundary layer interactions, part II. *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2016. DOI: 10.2514/6.2016-0350

[5] Kianvashrad N., Knight D. Simulation of hypersonic shock wave laminar boundary layer interaction on hollow cylinder flare, Part II. *47th AIAA Fluid Dynamics Conference*, 2017. DOI: 10.2514/6.2017-3975

[6] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Юрин Ю.В., Захаров А.А., Сборщиков С.В., Богданов И.О. Сопряженное моделирование высокоскоростной аэротермодинамики и внутреннего тепломассопереноса в композитных аэрокосмических конструкциях. *Математическое моделирование и численные методы*, 2021, № 3, с. 42–61.

[7] Харченко Н.А. *Численное моделирование аэротермодинамики высокоскоростных летательных аппаратов*. Дисс. канд. физ.-мат. наук. Москва, 2021, 112 с.
[8] Бессонов О.А., Харченко Н.А. Программная платформа для суперкомпьютерного моделирования задач аэротермодинамикию. *Программная инженерия*, 2021, т. 12, № 6 с. 302–310.
[9] Kharchenko N.A., Kotov M.A. Aerothermodynamics of the Apollo-4 spacecraft at earth atmosphere conditions with speed more than 10 km/s. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1250, art. no. 012012.
[10] Einfeldt B., Munz C.D., Roe P.L., Sjögreen B. On Godunov-type methods near low densities. *Journal of Computational Physics*, 1991, vol. 92, iss. 2, pp. 273–295.
[11] Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. *Математический сборник*, 1959, т. 47(89), № 3, с. 271–306.
[12] Harten A., Lax P.D., van Leer B. On upstream differencing and Godunov–type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Review*, 1983, vol. 25, no. 1, pp. 35–61.
[13] Toro E.F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer, 2009, 724 p.
[14] Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В. Программный комплекс расчета высокоскоростных течений hySol. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2021, т. 22, № 1. URL: http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/
[15] Michalak K., Ollivier-Gooch C. Limiters for unstructured higher-order accurate solutions of the euler equations. *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008, art no. 2008-0776. DOI: 10.2514/6.2008-776
[16] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Применение метода RKDG для численного решения трехмерных уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4, с. 75–91.

Статья поступила в редакцию 31.08.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Харченко Н.А., Носенко Н.А. Численное моделирование обтекания высокоскоростным потоком цилиндрически–конического тела и двойного конуса. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 3, с. 33–46.

Харченко Николай Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и программирование» Московского авиационного института, доцент кафедры «Физическая механика» МФТИ. e-mail: kharchenko.na@phystech.edu

Носенко Никита Андреевич — студент кафедры «Теплофизика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: nick468@mail.ru

Numerical simulation high-speed flow around a cylindrical–conical body and a double cone

© N.A. Kharchenko[1,2], N.A. Nosenko[3]

[1]Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russia
[2]MIPT, Moscow, 117303, Russia
[3]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The paper presents a classical validation problem of high-speed modeling. This problem is about interaction of a shock wave with a boundary layer in a laminar air flow around a cylindrical–conical body and a double cone. The main computational complexity of this problem is the detailed resolution of the near-wall region in order to further reproduce the experimental distributions of the surface characteristics of pressure and heat flux. Depending on the conditions of the undisturbed flow of the researched flow mode, the problem can have a recirculation zone, which is a vortex flow. This flow has a significant effect on the structure of the near-wall flow.

Keywords: *computational aerothermodynamics, high-speed flow, shock waves, boundary layer, unstructured grids*

REFERENCES

[1] MacLean M., Holden M.S., Dufrene A. Comparison between CFD and measurements for real-gas effects on laminar shockwave boundary layer interaction. *AIAA Aviation*, 2014, p. 49.

[2] Holden M.S., MacLean M., Wadhams T.P., Dufrene A. Measurements of real gas effects on regions of laminar shock wave/boundary layer interaction in hypervelocity flows for "blind' code validation studies. *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 2013. DOI: 10.2514/6.2013-2837

[3] Kianvashrad N., Knight D. Simulation of hypersonic shock wave laminar boundary layer interaction on hollow cylinder flare. *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2016. DOI: 10.2514/6.2016-0349

[4] Youssefi M.R., Knight D. Assessment of CFD capability for hypersonic shock wave boundary layer interactions, part II. *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2016. DOI: 10.2514/6.2016-0350

[5] Kianvashrad N., Knight D. Simulation of hypersonic shock wave laminar boundary layer interaction on hollow cylinder flare, Part II. *47th AIAA Fluid Dynamics Conference*, 2017. DOI: 10.2514/6.2017-3975

[6] Dimitrienko Y.I., Koryakov M.N., Yurin Y.V., Zakharov A.A., Sborschikov S.V., Bogdanov I.O. Coupled modeling of high-speed aerothermodynamics and internal heat and mass transfer in composite aerospace structures. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2021, no. 3, pp. 42–61.

[7] Kharchenko N.A. *Chislennoe modelirovanie aerotermodinamiki vysokoskorostnyh letatel'nyh apparatov* [Numerical simulation of aerothermodynamics of high-speed aircraft]. Diss. Cand. Sci. (Phys. — Math.). Moscow, 2021, 112 p.

[8] Bessonov O.A., Kharchenko N.A. Software platform for supercomputer modeling of aerothermodynamics problems. *Software Engineering*, 2021, vol. 12, no. 6, pp. 302–310.

[9] Kharchenko N.A., Kotov M.A. Aerothermodynamics of the Apollo-4 spacecraft at earth atmosphere conditions with speed more than 10 km/s. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1250, art. no. 012012.

[10] Einfeldt B., Munz C.D., Roe P.L., Sjögreen B. On Godunov-type methods near low densities. *Journal of Computational Physics*, 1991, vol. 92, iss. 2, pp. 273–295.

[11] Godunov S.K. A Finite difference method for the computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics. Sbornik: Mathematics, 1959, vol. 47, no. 8–9, pp. 357–393.

[12] Harten A., Lax P.D., van Leer B. On upstream differencing and Godunov–type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Review*, 1983, vol. 25, no. 1, pp. 35–61.

[13] Toro E.F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer, 2009, 724 p.

[14] Kryukov I.A., Ivanov I.E., Larina E.V. Software package hySol for the numerical simulation of high-speed flows. *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2021, vol. 22, iss. 1. URL: http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/

[15] Michalak K., Ollivier-Gooch C. Limiters for unstructured higher-order accurate solutions of the euler equations. *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2008, art no. 2008-0776. DOI: 10.2514/6.2008-776

[16] Dimitrienko Y.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. Application of RKDG method for computational solution of three-dimensional gas-dynamic equations with non-structured grids. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 4, pp. 75–91.

Kharchenko N.A., Cand. Sc. (Phys. — Math.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Programming, Moscow Aviation Institute (National Research University), Assoc. Professor, Department of Physical Mechanics, MIPT. e-mail: kharchenko.na@phystech.edu

Nosenko N.A., Student of Department of Thermophysics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: nick468@mail.ru