



# Математическое моделирование и численные методы

Бушуев А.Ю., Данилов Н.А. Математическое моделирование гидравлической системы синхронизации исполнительных органов на основе дроссельного делителя потока. Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 2, с. 3–15

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/277/>

## Математическое моделирование гидравлической системы синхронизации исполнительных органов на основе дроссельного делителя потока сторон

© А.Ю. Бушуев, Н.А. Данилов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Для решения проектной задачи разработана математическая модель функционирования системы синхронизации исполнительных органов на основе дроссельного делителя потока. Приводится решение задачи оптимизации времени рассогласования относительного перемещения исполнительных органов при наличии внешних знакопеременных силовых воздействий, выполненное с помощью генетического алгоритма и уточненное с помощью метода Нелдера-Мида*

**Ключевые слова:** гидравлическая система синхронизации, делитель потока, математическое моделирование, генетический алгоритм, алгоритм Нелдера-Мида

**Введение.** Системы синхронизации широко применяются для обеспечения одновременного перемещения двух или более исполнительных органов, которые совершают вращательное или поступательное движения. Такими системами могут быть конвейерные механизмы для передвижения изделий, элементы подачи заготовок деталей в узел обработки станкостроительного оборудования, подсистемы раскрытия крыльев летательных аппаратов и панелей солнечных батарей космических аппаратов.

В частности, подобные системы используются для регулирования перемещения рабочих органов станков и технологического оборудования [1], в агрегатах выпуска-уборки шасси самолета [2], в транспортной, дорожной и строительной технике [3].

В общем случае на исполнительные органы могут оказывать воздействие внешние, различные по направлению и модулю, в том числе случайные, силовые воздействия, которые оказывают влияние на динамические характеристики системы синхронизации в целом. В этих условиях задача поддержания одновременного перемещения нескольких исполнительных органов может решаться методами гидравлической синхронизации с использованием различных устройств: стабилизаторов расхода рабочей жидкости, дроссельных шайб, делителей потока [4], [5], [6].

Актуальность работы вызвано не только широким использованием систем синхронизации в технике, но и недостаточно представленным в литературе математическим моделированием таких систем с использованием современных методов оптимального проектирования. Некоторые исследования в этом направлении

приводятся в статьях [7], [8].

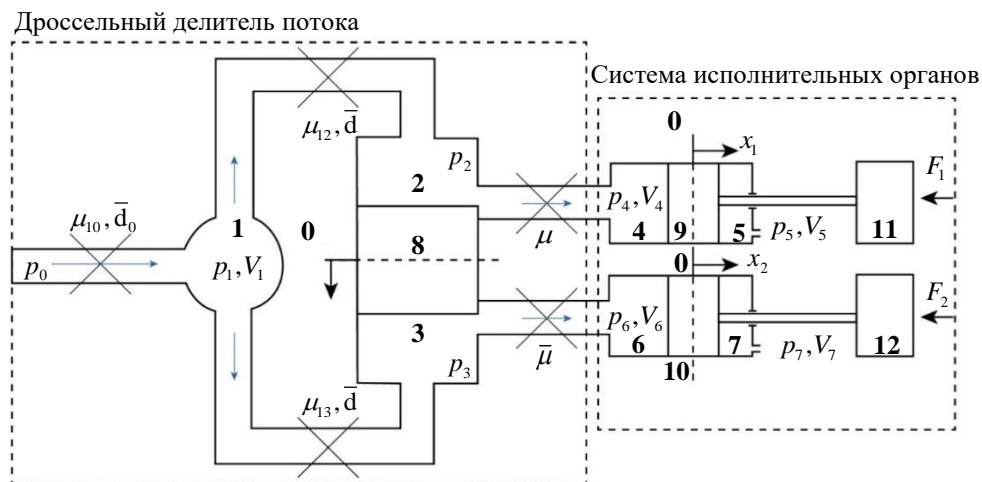
В данной работе предлагается методика решения проектной задачи выбора оптимальных конструктивных параметров гидравлической системы синхронизации исполнительных органов на основе дроссельного делителя потока. Критерием процедуры оптимизации выбрано время рассогласования относительного перемещения исполнительных органов при эксплуатации.

#### Расчетная схема гидравлической системы синхронизации.

Ниже представлена расчётная схема гидравлической системы синхронизации, которая разделена на две части: дроссельный делитель потока изображен на рисунке 1 слева и система исполнительных органов изображен на рисунке 1 справа.

Жидкость поступает в первую полость, затем по каналам поступает во вторую и третью полости, из которых в дальнейшем поступает в силовые цилиндры, воздействующие на исполнительные органы 11, 12. Исполнительные органы также подвержены различным внешним силовым воздействиям.

Граничным значением параметра начального соотношения сил является то его значение, при котором к концу противоборства будут полностью выведены из строя обе противоборствующие группировки. Значения  $\alpha_0$  при различных  $\mu$  и  $\nu$  приведены на рисунке 1. Красные линии соответствуют значению  $\mu = 2$ , синие —  $\mu = 4$ . Верхние линии соответствуют упреждающему воздействию стороны X при  $t_c = 0,5$ , средние — одновременному воздействию обеими сторонами, нижние — упреждающему воздействию стороны Y при  $t_c = 0,5$ .



**Рис. 1** Расчетная схема дроссельного делителя потока и системы исполнительных органов 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 — полости, 8, 9, 10 — плунжеры, 11, 12 — исполнительные органы

### Расчетная схема гидравлической системы синхронизации.

Представленная математическая модель является упрощением исследуемой системы. Принимаются следующие допущения [9], [10], [11]:

- гидравлическая жидкость является несжимаемой;
- температурные эффекты, проявляющиеся при течении жидкости через гидравлические сопротивления, не учитываются;
- не учитывается эффект вязкости рабочей жидкости;
- не учитываются характеристики источника питания;
- внешние силовые воздействия — постоянные.

При решении задачи необходимо также учитывать, что плунжер имеет ограничение по перемещению:  $|x| < x_{\max}$ .

С учетом вышеописанных допущений было получено 11 дифференциальных уравнений, которые описывают математическую модель представленной системы:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1(t)}{dt} = & \frac{a^2}{V_1} [(Sgn(p_2(t) - p_1(t)) \mu_{12} f_{12} \sqrt{2|p_2(t) - p_1(t)| \rho_1(t)} + \\ & + Sgn(p_3(t) - p_1(t)) \mu_{13} f_{13} \sqrt{2|p_3(t) - p_1(t)| \rho_1(t)} + \\ & + Sgn(p_0 - p_1(t)) \mu_{10} f_{10} \sqrt{2|p_0(t) - p_1(t)| \rho_1(t)})], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2(t)}{dt} = & \frac{a^2}{V_2(x)} [-\rho_2(t) \frac{\pi D^2}{4} \frac{dx(t)}{dt} + \\ & + (Sgn(p_1(t) - p_2(t)) \mu_{12} f_{12} \sqrt{2|p_2(t) - p_1(t)| \rho_2(t)} + \\ & + Sgn(p_4 - p_2(t)) \bar{\mu} \bar{f} \sqrt{2|p_2(t) - p_4| \rho_2(t)})], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_3(t)}{dt} = & \frac{a^2}{V_3(x)} [p_3(t) \frac{\pi D^2}{4} \frac{dx(t)}{dt} + \\ & + Sgn(p_1(t) - p_3(t)) \mu_{13} f_{13} \sqrt{2|p_3(t) - p_1(t)| \rho_3(t)} + \\ & + Sgn(p_6 - p_3(t)) \bar{\mu} \bar{f} \sqrt{2|p_3(t) - p_6(t)| \rho_3(t)}], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{m} \left[ p_2(t) - p_3(t) \frac{\pi D^2}{4} - kv(t) \right], \quad (4)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t), \quad (5)$$

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_c} \left[ p_4 \frac{\pi d^2}{4} + p_5 \frac{\pi (d - l_c)^2}{4} - F_{\text{внеш}} \right], \quad (6)$$

$$\frac{dv_2(t)}{dt} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_c} \left[ p_6 \frac{\pi d^2}{4} + p_7 \frac{\pi (d - l_c)^2}{4} - F_{2внеш} \right], \quad (7)$$

$$\frac{dp_4}{dt} = \frac{a^2}{V_4} \left( -p_4 \frac{\pi d^2}{4} \frac{dx_1}{dt} + \bar{\mu} \bar{f} \sqrt{2|p_4 - p_2| \rho_4} \right), \quad (8)$$

$$\frac{dp_6}{dt} = \frac{a^2}{V_6} \left( -p_6 \frac{\pi d^2}{4} \frac{dx_2}{dt} + \bar{\mu} \bar{f} \sqrt{2|p_6 - p_3| \rho_6} \right), \quad (9)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = v_1, \quad (10)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_2, \quad (11)$$

$$v = -v, \quad (12)$$

где  $V_2(x) = (L + x(t)) \frac{\pi D^2}{4}$ ,  $V_3(x) = (L - x(t)) \frac{\pi D^2}{4}$ .

Уравнения (1) – (3), (8), (9) являются следствием закона сохранения масс [12,13, 14, 15], а уравнения (4) – (7), (10), (11) являются следствием уравнения движения, полученного на основе уравнения Лагранжа второго рода. Здесь  $V_1$ ,  $\rho_1(t)$ ,  $p_1(t)$  — объем, плотность и давление гидравлической жидкости в первой полости,  $\rho_{10}$ ,  $p_{10}$  — начальная плотность и давление гидравлической жидкости в первой полости,  $x(t)$  — перемещение плунжера,  $p_4(t)$  — давление от силового цилиндра системы исполнительных органов, который соединен со второй полостью,  $\bar{\mu}$  — коэффициент расхода между второй полостью и соединенным с ней силовым цилиндром,  $\bar{f}(x)$  — площадь поперечного сечения канала между второй полостью и левым силовым цилиндром,  $V_2(x)$ ,  $\rho_2(t)$ ,  $p_2(t)$  — объем, плотность и давление гидравлической жидкости во второй полости,  $\rho_{20}$ ,  $p_{20}$  — начальная плотность и давление гидравлической жидкости во второй полости,  $\bar{\mu}$  — коэффициент расхода между третьей полостью и соединенным с ней силовым цилиндром,  $\bar{f}$  — площадь поперечного сечения канала между третьей полостью и соединенным с ней силовым цилиндром,  $V_3(x)$ ,  $\rho_3(t)$ ,  $p_3(t)$  — объем, плотность и давление гидравлической жидкости в третьей полости,  $m$  — масса плунжера,  $v(t)$  — скорость движения плунжера,  $k$  — коэффициент вязкого трения,  $d$  — диаметр гидроцилиндра,  $L$  — длина силового цилиндра дроссельного

делителя потока от его края до начала плунжера (когда плунжер находится в состоянии покоя) и его диаметр  $D$ ;  $l_c$  — диаметр стержня, который соединяет плунжер и исполнительный орган системы,  $\rho_4(t)$ ,  $p_4(t)$  — плотность и давление гидравлической жидкости в четвертой полости;  $\rho_6(t)$ ,  $p_6(t)$  — плотность и давление гидравлической жидкости в шестой полости;  $\rho_{40}$ ,  $p_{40}$  — начальная плотность и давление гидравлической жидкости в четвертой полости;  $\rho_{60}$ ,  $p_{60}$  — начальная плотность и давление гидравлической жидкости в шестой полости.

**Задача оптимизации.** Основная цель данного исследования — оптимизация времени рассогласования относительного перемещения исполнительных органов гидравлической системы, которая включает в себя дроссельный делитель потока.

Особенность рассматриваемой задачи состоит в том, что целевая функция не явно зависит от решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (1) – (12), описывающих динамическое состояние системы синхронизации. Кроме того, в общем случае, на исполнительные органы могут оказывать влияние внешние случайные силовые воздействия. Заранее предсказать характер экстремума целевой функции затруднительно. Поэтому актуальной задачей является разработка эффективных алгоритмов решения поиска глобального минимума.

В настоящее время в этом направлении предлагаются различные способы решения задач оптимизации [11], эффективные современные программные системы автоматической настройки оптимизационных алгоритмов [12], перспективные методики, использующие теоретический аппарат нечёткой логики и нейронных сетей, а также различные эвристические методы, среди которых широкое распространение получили эволюционные (генетические) алгоритмы оптимизации [13], [14].

Задача оптимизации состоит в поиске экстремума функции:

$$\Phi(d) = [\max\{T_1, T_2\} - \min\{T_1, T_2\}] \rightarrow \min, \quad d \in D_d$$

где

$$d = (d_1, d_2), \quad D_d : \begin{cases} d^- \leq d_1 \leq d^+ \\ d^- \leq d_2 \leq d^+ \end{cases}, \quad d^- = 1,5 \text{ мм}, \quad d^+ = 5 \text{ мм},$$

$T_1$  — конечный момент времени работы 1-ого исполнительного органа,  $T_2$  — конечный момент времени работы 2-ого исполнитель-

ного органа,  $d = (d_1, d_2)$  — вектор конструктивных (управляемых) параметров ( $d_1$  — ширина первого перекрывающего отверстия дроссельного делителя потока,  $d_2$  — ширина второго).

В данной работе предлагается комбинированная стратегия поиска оптимального решения: на первом этапе применяется генетический алгоритм (ГА) с вещественным кодированием, отсеиваются все возможные локальные минимумы, на втором этапе с помощью алгоритма метода деформируемого многогранника находим окончательное решение с заданной точностью.

Целевая функция в ГА эквивалентна природному понятию приспособленности живого организма. При решении задачи используются конечные наборы возможных решений

$$I = \{d^k = (d_1^k, d_2^k), k = \overline{1, m}\} \subset D_d$$

называемые популяциями, где  $d^k$  — особь с номером  $k$ ,  $m$  — размер популяции,  $d_i^k$  — ген с номером  $i$ . Задается начальная популяция, затем ГА исследует допустимое множество  $D_d$  при помощи перехода от одной популяции к другой. При этом используются следующие операции: селекция, скрещивание, мутация. Селекция осуществляет случайный равновероятный отбор особей для последующего скрещивания. Особь участвует в селекции с вероятностью  $\frac{1}{m}$ . Скрещивание позволяет получить новые особи, в данной работе в качестве скрещивания используется плоский кроссовер. Мутация поддерживает разнообразие особей в популяции, используется случайная мутация с вероятностью  $\frac{1}{n}$  [15]. Иными словами, происходит эволюция начальной популяции

$$I_0 = \{d^k = (d_1^k, d_2^k), k = \overline{1, m}\} \subset D_d$$

где размер популяции  $m=5$ , количество популяций равно 14. Условием окончания алгоритма является формирование заданного количества популяций.

Классический генетический алгоритм с вещественным кодированием решает задачу поиска максимума. Поэтому задача поиска минимума целевой функции сводится к задаче поиска максимума путем следующей замены:

$$\Phi(d^*) = \min_{d \in D_d} \Phi(d^*) = -\max_{d \in D_d} (-\Phi(d^*)) \quad (13)$$

На втором этапе используется стандартный метод Нелдера-Мида деформируемого многогранника (ДМ) [16]. Суть метода заключается в последовательном перемещении и деформировании множества точек (являющихся вершинами выпуклого многогранника — симплекса), вокруг точки экстремума. В данной работе количество точек симплекса равно 3.

**Программный комплекс.** С использованием среды разработки Microsoft Visual Studio и пакета прикладных программ MATLAB разработан программный комплекс для компьютерного моделирования физических процессов функционирования дроссельной системы синхронизации, позволяющий получать, сохранять для последующей обработки и визуализации динамические характеристики (линейные перемещения и проекции векторов скоростей плунжеров, давления и плотности рабочей жидкости в СЦ от времени) в процессе выполнения численного эксперимента.

Вычислительное ядро программного продукта, построенное методологией объектно-ориентированного подхода, содержит динамическую математическую модель функционирования указанной системы на основе уравнений (4) – (7), (10), (11) Лагранжа второго рода и уравнений (1) – (3), (8), (9) закона сохранения масс, для решения которой использован классический численный конечно-разностный метод Рунге-Кутты четвертого порядка аппроксимации [17].

**Результаты исследований.** С помощью разработанного программного комплекса решена модельная задача выбора оптимальных размеров отверстий дроссельного делителя потока. В вычислительных экспериментах используются следующие исходные данные (обозначения соответствуют, приведённым в математической модели), представленные в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} p_1(0) &= 3, & v(0) &= 0, & p_4(0) &= 1, \\ p_2(0) &= 2, & x(0) &= 0, & p_6(0) &= 1, \\ p_3(0) &= 2, & v_1(0) &= 0, & x_1(0) &= 0, \\ & & v_2(0) &= 0, & x_2(0) &= 0. \end{aligned}$$

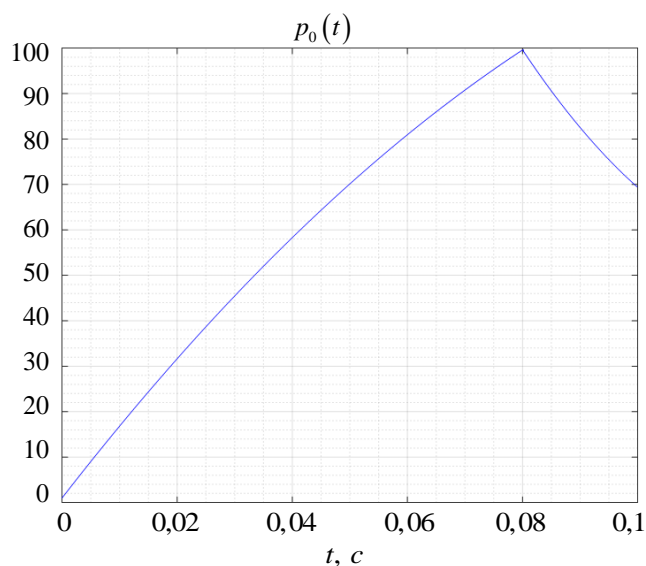
Внешние силовые воздействия на исполнительные органы:  
 $F_1 < 0$ ,  $F_2 > 0$ .

В качестве давления  $p_0$ , изображённого на рисунке 2, используются данные модели газогенератора, заимствованные из работы [18], отражающий характер давления жидкости на входе делителя потока.

В результате вычислительного эксперимента получены данные для скорости плунжера и перемещения плунжера дроссельного делителя потока, давлений в первой полости, второй, третьей полостях,

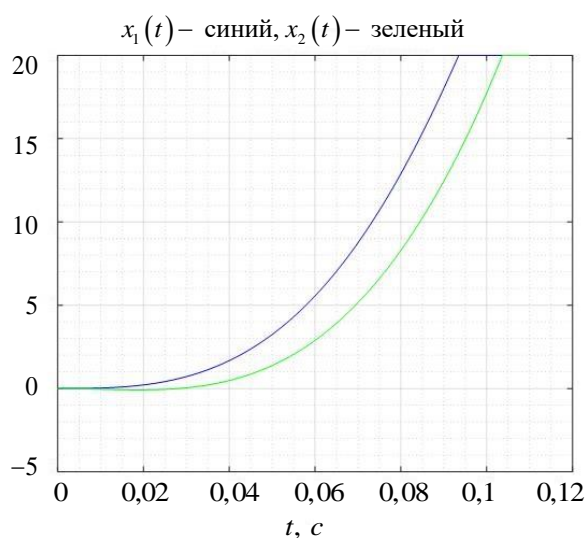


скоростей первого и второго исполнительного органа, давлений в полостях гидроцилиндров первого и второго исполнительного органа, перемещений первого и второго исполнительного органа.



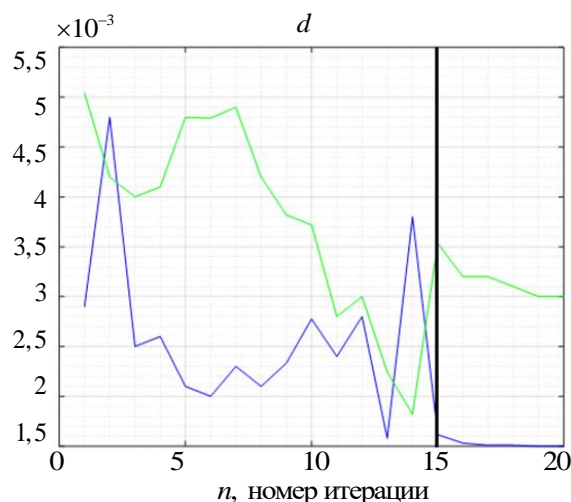
**Рис. 2** График входного безразмерного давления от времени

Наиболее характерными являются графические иллюстрации перемещений первого и второго исполнительного органа в зависимости от времени (рис. 3), а также зависимость ширины первого  $d_1$  и второго  $d_2$  отверстий от номера итерации генетического алгоритма (рис. 4).



**Рис. 3** Графики перемещений первого и второго исполнительного органа от времени

На рис. 4 изображена зависимость ширины первого отверстия от итерации генетического алгоритма синим цветом и зависимость ширины второго отверстия от итерации генетического алгоритма зеленым цветом. Как видно из рисунка, к двадцатой итерации комбинированного алгоритма находится оптимальное решение с заданной точностью.



**Рис. 4.** Зависимость ширины первого отверстия от итерации алгоритма (синий) и зависимость ширины второго отверстия от итерации алгоритма (зеленый).  
До 15 итерации применен ГА, далее ДМ

До применения комбинированного метода было найдено значение времени рассогласования и соответствующие значения конструктивных параметров:

$$\Phi = 0,007 \text{ сек, } d_1 = 2,9 \text{ и } d_2 = 5 \text{ (безразмерные значения).}$$

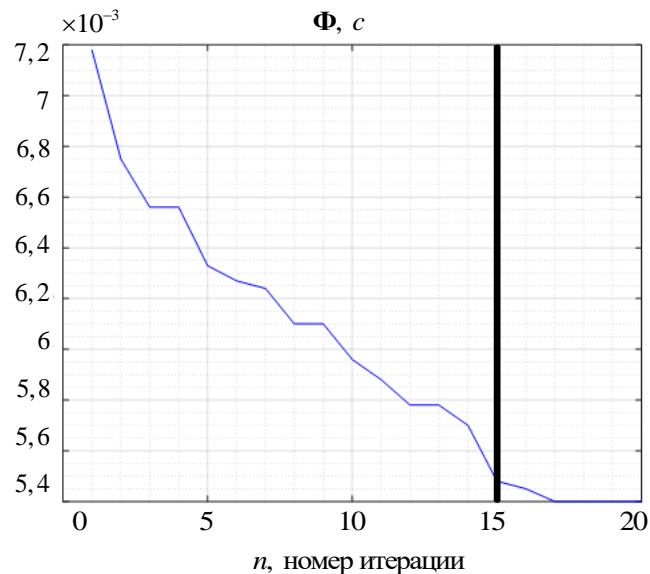
В результате оптимизации на первом этапе, с помощью генетического алгоритма получены значение критерия оптимизации

$$\Phi = 0,00548 \text{ сек с решением } d_1 = 1,6, d_2 = 3,5.$$

На втором этапе локальным методом деформируемого многогранника находим окончательное решение:

$$\Phi = 0,0054 \text{ сек, } d_1 = 1,5, d_2 = 3,3.$$

Для иллюстрации процесса сходимости алгоритма комбинированного метода поиска оптимального решения на рис. 5 представлена зависимость значения критерия оптимизации (времени рассогласования относительного перемещения двух исполнительных органов) от номера итерации.



**Рис. 5.** Зависимость времени рассогласования относительного перемещения двух исполнительных органов от номера итерации комбинированного метода поиска. До 15 итерации применен ГА, далее ДМ.

**Выводы.** Предложена методика оптимального проектирования системы синхронизации исполнительных органов на примере гидравлической схемы двух силовых цилиндров для перемещения исполнительных органов с дроссельными устройствами регулирования. Подход основан на применении разработанного компьютерного программного комплекса, реализующей численное решение задачи анализа процессов в системе и задачи оптимизации, использующей комбинированную стратегию поиска. На первом этапе применяется ГА с вещественным кодированием, отсеиваются все возможные локальные минимумы, на втором этапе локальным методом Нелдера-Мида находится окончательное оптимальное решение с заданной точностью. Подтверждена эффективность данной процедуры оптимизации. Построенный гибридный алгоритм позволяет уменьшить значение целевой функции на 23 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рыбак А.Т. *Моделирование и оптимизация гидромеханических систем мобильных машин и технологического оборудования*. Автореферат дисс. д-р техн. наук. Краснодар, 2008, 41 с.
- [2] Гамынин Н.С., Карев В.И., Потапов А.М., Селиванов А.М. *Гидравлические приводы летательных аппаратов: Учебник для авиационных специальностей вузов*. Москва, Машиностроение, 1992, 368 с.
- [3] Гринчар Н.Г., Зайцева Н.А. *Гидроцилиндры: учебное пособие*. Москва, МГУПС (МИИТ), 2015, 136 с.
- [4] Casey B., Tumarkin M. How to Synchronize Hydraulic Cylinders [Electronic resource], 2006. URL: <https://www.hydraulicsupermarket.com/synchronization.html> (accessed: 30.10.2021)

- [5] Иванов М.Ю., Новиков А.Е., Реш Г.Ф. Особенности проектирования и численного моделирования стабилизаторов расхода в системах синхронизации движения исполнительных органов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2017, № 2, с. 54–65.
- [6] Бекасов В. И., Меланьин А. Н. *Синхронизация параллельно работающих приводов*. Москва, Изд-во МАИ, 1987, 24 с.
- [7] Bushuev A. Yu., Ivanov M. Yu., Korotaev D. V. Minimization of mismatch time of movement of actuators of a throttle synchronization system. *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1141, art. no. 012090. DOI: 10.1088/1742-6596/1141/1/012090
- [8] Бушуев А.Ю., Иванов М.Ю., Коротаев Д.В., Реш Г.Ф. Программная среда dgsSynchCAD для моделирования и автоматизированной эвристической оптимизации дроссельных гидросистем синхронизации. *Математическое моделирование и численные методы*, 2020, № 1, с. 103–117.
- [9] Зарубин В.С. *Математическое моделирование в технике: учеб. для вузов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003, 496 с.
- [10] Попов Д.Н. *Механика гидро- и пневмоприводов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002, 320 с.
- [11] Бушуев А.Ю., Маремшаова А.А. Сравнение модифицированного метода — преобразования и канонического метода роя частиц. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, №3, с. 22–37.
- [12] Agasiev T., Karpenko A. The program system for automated parameter tuning of optimization algorithms. *Procedia Computer Science*, 2007, vol. 103, pp. 347–354.
- [13] Sakharov M., Karpenko A. A new way of decomposing search domain in a global optimization problem. *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 49, iss. 4, pp. 720–730.
- [14] Карпенко А.П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, 446 с.
- [15] Пантелеев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А. *Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы*. Москва, Вузовская книга, 2013, 244 с.
- [16] Химмельблау Д. *Прикладное нелинейное программирование*. Москва, Мир, 1975, 536 с.
- [17] Копченова Н. В., Марон И. А. *Вычислительная математика в примерах и задачах*. Санкт-Петербург, Лань, 2009, 368 с.
- [18] Бушуев А.Ю., Рязов С.С. Оптимизация конструкции твердотопливного модельного газогенератора. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 4, с. 3–14.

Статья поступила в редакцию 16.11.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бушуев А.Ю., Данилов Н.А. Математическое моделирование гидравлической системы синхронизации исполнительных органов на основе дроссельного делителя потока. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 2, с. 3–15.

**Бушуев Александр Юрьевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, e-mail: alex\_bush@bmstu.ru; a.ju.bushuv@yandex.ru

**Данилов Николь Александровна** — студент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: nicole.danilov@yandex.ru

## Mathematical modeling hydraulic systems for synchronous movement of actuators based on a throttle flow divider

© A.Yu. Bushuev, N.A. Danilov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*A mathematical model of functioning of synchronization systems of actuators based on a throttle flow divider was developed to solve design problem. The solution of the optimization problem of a mismatch time of movement of actuators operating under conditions of external alternating-sign force effects is given, performed using the genetic algorithm and refined using the Nelder-Mead algorithm*

**Keywords:** *hydraulic synchronization systems, throttle flow divider, mathematical modeling, genetic algorithm, Nelder-Mead algorithm*

### REFERENCES

- [1] Rybak A.T. *Modelirovanie i optimizaciya gidromekhanicheskikh sistem mobil'nyh mashin i tekhnologicheskogo oborudovaniya* [Modeling and optimization of hydromechanical systems of mobile machines and technological equipment]. Abstract of the diss. Dr. Sc. (Eng.). Krasnodar, 2008, 41 p.
- [2] Gamynin N.S., Karev V.I., Potapov A.M., Selivanov A.M. *Gidravlicheskie privody letatel'nyh apparatov: ucheb. dlya aviac. spec. vuzov* [Hydraulic drives of aircraft: textbook. for aviac. spec. universities]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992, 366 p.
- [3] Grinchar N.G., Zaitseva N.A. *Gidrocilindry: uchebnoe posobie* [Hydraulic cylinders: a textbook]. Moscow, MIIT Publ., 2015, 136 p.
- [4] Casey B., Tumarkin M. *How to Synchronize Hydraulic Cylinders* [Electronic resource], 2006. URL: <https://www.hydraulicsupermarket.com/synchronization.html> (accessed: 30.10.2021).
- [5] Ivanov M.Yu., Novikov A.E. Resh G.F. Features of designing and numerical simulation of flow stabilizers in actuator line synchronization systems. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Mechanical Engineering*, 2017, no. 2, pp. 54–65.
- [6] Bekasov V.I., Melanin A.N. *Sinhronizaciya parallel'no rabotayushchih privodov* [Synchronization of parallel drives]. Moscow, MAI Publ., 1987, 24 p.
- [7] Bushuev A.Yu., Ivanov M.Yu., Korotaev D.V. Minimization of mismatch time of movement of actuators of a throttle synchronization system. *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1141, art. no. 012090. DOI: 10.1088/1742-6596/1141/1/012090
- [8] Bushuev A.Yu., Ivanov M.Yu., Korotaev D.V., Resh G.F. DgsSynhCAD software environment for modeling and automated heuristic optimization of throttle synchronization hydraulic systems. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2020, № 1, pp. 103–117.
- [9] Zarubin V.S. *Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike: ucheb. dlya vuzov* [Mathematical modeling in engineering: textbook for universities]. Moscow, BMSTU Publ., 2003, 496 p.
- [10] Popov D.N. *Mekhanika gidro- i pnevmoprivodov* [Mechanics of hydraulic and pneumatic actuators]. Moscow, BMSTU Publ., 2002, 320 p.
- [11] Bushuev A.Y., Maremsheva A.A.  $\Psi$ -transformation optimization method in comparison with canonical particle swarm optimization method. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2018, № 3, pp. 22–37.

- [12] Agasiev T., Karpenko A. The program system for automated parameter tuning of optimization algorithms. *Procedia Computer Science*, 2007, vol. 103, pp. 347–354.
- [13] Sakharov M., Karpenko A. A new way of decomposing search domain in a global optimization problem. *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 49, iss. 4, pp. 720–730.
- [14] Karpenko A.P. *Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoj: uchebnoe posobie* [Modern search engine optimization algorithms. Algorithms inspired by nature: a textbook]. Moscow, BMSTU Publ., 2014, 446 p.
- [15] Panteleev A.V., Metlitskaya D.V., Alyoshina E.A. *Metody global'noj optimizacii. Metaevristicheskie strategii i algoritmy* [Methods of global optimization. Metaheuristic strategies and algorithms]. Moscow, University Book Publ., 2013, 244 p.
- [16] Himmelblau D. *Applied nonlinear programming*. New York, McGraw-Hill, 1972, 498 p.
- [17] Kopchenova N.V., Maron I.A. *Vychislitel'naya matematika v primerah i zadachah* [Computational mathematics in examples and problems]. Saint Petersburg, Lan Publ., 2009, 368 p.
- [18] Bushuev A.Y., Ryauzov S.S. Optimization of solid fuel model gas generator design. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2019, № 4, pp. 3–14.

**Bushuev A.Yu.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: a.ju.bushuv@yandex.ru; alex\_bush@bmstu.ru

**Danilov N.A.**, Student of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: nicole.danilov@yandex.ru