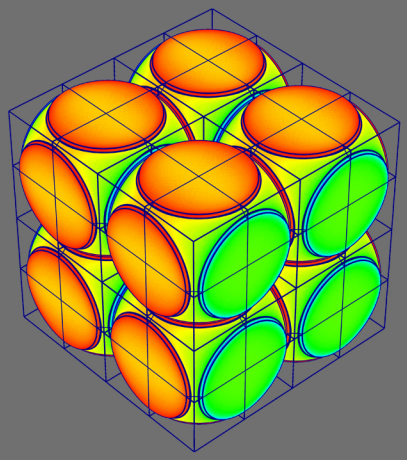
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Белов В.Ф., Гаврюшин С.С., Маркова Ю.Н., Занкин А.И.
Моделирование среды предприятия с использованием дискретных вычислительных алгоритмов.Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 1, с. 109–128

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/273/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.135
11.03.2026 10:24:01

УДК 004.942 DOI: 10.18698/2309-3684-2022-1-109128

Моделирование среды предприятия с использованием дискретных вычислительных алгоритмов

© В.Ф. Белов[1,3], С.С. Гаврюшин[2], Ю.Н. Маркова[3], А.И. Занкин[1]

[1]МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, 430005, Россия
[2]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[3]АУ «Технопарк–Мордовия», Саранск, 430034, Россия

В настоящее время наибольшую известность получили методы моделирования и анализа изменений экономических характеристик инновационного процесса на основе уравнений диффузии вещества в среде с заданными параметрами. Результаты анализа в этом случае существенно зависят от обеспечения точности измерения параметров среды, что не всегда достижимо на практике. Представляется целесообразным переход от парадигмы диффузии к парадигме реализации инновации, т.е. к последовательному моделированию состояний инновации, переменные и характеристики которых соответствуют принятым на практике методам измерения и контроля. При таком подходе динамика экономических состояний опытно-конструкторских работ, производства и реализации инновации представляется системами обыкновенных дифференциальных уравнений, начальные условия и коэффициенты которых зависят от параметров внутренней и внешней сред предприятия. Разработанные в статье две дискретные математические модели позволяют контролировать эти параметры с использованием практических методов измерения. Первая дискретная модель представляет собой функционал, обеспечивающий пересчёт реальных параметров внутренней среды предприятия на момент начала масштабирования инновации в коэффициенты дифференциальных уравнений и начальные условия, отражающие результаты подготовки производства. Исходная информация содержится в базе данных ERP предприятия. Вторая дискретная модель реализуется как клеточный автомат. Автоматная модель внешней среды производства может использовать данные, поддающиеся практическому измерению с помощью хорошо отработанных методов маркетинга. Полученные результаты вычислительных экспериментов подтверждают обоснованность гипотезы перехода от парадигмы модели диффузии к парадигме последовательного моделирования экономических состояний инновации.

Ключевые слова: *инновационный процесс, динамика экономических состояний, математическая модель, дискретная модель, среда предприятия, начальные условия, клеточный автомат*

Введение. В международной практике инновационный процесс определяется как деятельность, в которой изобретение или предпринимательская идея получают экономическое содержание, т.е. это совокупность экономических состояний инновации, сменяющих друг друга в процессе преобразования начального состояния в конечное [1].

Математические модели инновационных процессов, в том числе процессов движения финансовых средств, характеризующих экономические состояния инновации, часто используют классические представления в форме дифференциальных уравнений [2-7].

Во всех случаях нововведение играет роль короткого импульса, вносящего возмущение в систему, воздействие которого распространяется в соответствие с коммуникационной моделью, отражающей связи элементов в системе. При этом независимо от формы дифференциальной модели имеется общая проблема, состоящая в определении и задании в начале моделирования на достаточно точном количественном уровне параметров элементов среды, проводящей информацию о состоянии инновации, а также соответствующих им начальных и краевых условий. Вопросы влияния параметров среды на распространение инновации остаются недостаточно изученными [8]. Эта проблема трудноразрешима в рамках доминирующей сегодня парадигмы диффузии инновации, которой соответствуют теоретические модели, плохо приспособленные для практических расчётов. Представляется целесообразным переход к парадигме реализации инновации, т.е. к последовательному моделированию состояний инновации, переменные и характеристики которых соответствуют принятым на практике методам измерения и контроля. Корректное задание характеристик среды предприятия особенно важно при моделировании и анализе начальной стадии производства инновационного продукта. Целью работы является теоретическое и экспериментальное подтверждение обоснованности гипотезы перехода от парадигмы модели диффузии к парадигме последовательного моделирования состояний инновации.

Среду предприятия принято делить на две части - внутреннюю и внешнюю [9]. Внутренняя среда предприятия определяет технические и организационные условия его работы и является результатом управленческих решений. При запуске в производство инновационного продукта процесс формирование этой среды во многом совпадает с задачами подготовки производства. Современное планирование ресурсов организации осуществляется, как правило, в системах ERP [10]. Применение информации из базы данных ERP предприятия, значительно упрощает решение задачи параметрического представления его внутренней среды на момент начала моделирования. Однако при этом необходим инструмент, обеспечивающий перерасчёт данных из ERP в данные для математической модели.

Внешняя среда предприятия включает в себя факторы внешнего окружения, оказывающие влияние на его производственную деятельность. К основным характеристикам внешней среды

предприятия относятся главным образом географические, социальные и психологические особенности покупателей инновационного продукта. Указанные характеристики носят, как правило, вероятностный характер и зависят не только от времени, но и от параметров пространства распространения инновации. Максимально точная фиксация параметров этой среды в момент запуска производства инновационного продукта – одна из самых сложных задач современного маркетинга [11].

Математическая постановка задачи моделирования и принятые допущения. Рассмотрим практическую реализуемость гипотезы о смене парадигмы математического моделирования инновационного процесса. Для этого воспользуемся его представлением в виде совокупности фаз жизненного цикла продуктовой инновации, как это показано и исследовано в [12]. Будем рассматривать фазу производства продуктовой инновации. Математическая модель экономического состояния инновации в этой фазе представляется следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dM}{dt} = W - \dfrac{M}{c} + M_{ex}\delta(t-t_1) - \dfrac{M_{ex}}{c_{cr}} - \dfrac{K}{c_{am}} - \dfrac{P}{c_s}, \\ \dfrac{dP}{dt} = k\dfrac{M}{c} - W, \\ W = Q_m \dfrac{P}{P_{\min} + P}\rho, \end{cases} \qquad (1)$$

здесь M — объём оборотных средств предприятия; P — объём готовых продуктов на складе в денежном выражении; W — объем выручки от реализации; Q_m — максимальное количество продукта, которое может быть реализовано на рынке; ρ — рыночная цена единицы продукта; P_{min} — минимальное количество продукта на складе; M_{ex} — объемы внешних заимствований в моменты времени t_1;

$$\delta(t-t_1) = \begin{cases} \infty, \text{ если } t = t_1; \\ 0, \text{ если } t \neq t_1; \end{cases}$$

где $\delta(t-t_1)$ — смещённая единичная импульсная функция; c — время оборота финансовых средств; $\dfrac{1}{c_{cr}}$ — кредитная ставка; $\dfrac{1}{c_{am}}$ — норма амортизации; $\dfrac{1}{c_s}$ — доля оборотных средств, затрачиваемая на

хранение единицы готовой продукции в единицу времени; $k = \dfrac{\rho}{\rho_n}$, ρ_n — внутренняя цена продукта.

Система (1) нелинейная и неоднородная по определению, является неавтономной и стохастической, поскольку в правой части системы имеется переменная t в явном виде, а функция $Q_m(t)$ отражает случайный процесс [13].

Ограничимся определением следующих ресурсов предприятия, необходимых для начала производства: финансовые возможности, наличие материалов и комплектующих изделий, имеющиеся заделы продукта.

Примем следующие допущения для процесса производства:

1. Период дискретности по времени (сутки, месяц, квартал, год и т. д.) является постоянной величиной.
2. Задержки при переводе денежных средств между получателем и отправителем отсутствуют.
3. Кредитование не производится.
4. Закупка комплектующих и материалов происходит исходя из имеющегося объёма денежных средств.
5. Спрос и цена инновационной продукции являются заданными функциями времени.

Ставится задача в рамках принятых ограничений и допущений разработать упрощённую (дискретную) модель среды производства (внутренней и внешней), дополняющую математическую модель (1) и обеспечивающую задание начальных условий $M(t_0) = M_0$ и $P(t_0) = P_0$ на основе стандартизированного представления данных в ERP системе предприятия и учитывающую динамику изменения рынка продаж инновационного продукта.

Дискретная модель внутренней среды производства. Применим подход, изложенный в [14]. Для этого введём в рассмотрение два вида накопительных терминалов — склад для хранения произведённой продукции и склад для хранения комплектующих и материалов.

С учётом допущений объём произведённой продукции в штуках (единицах — ед.) $x_{вых\,i}$, направляемой на склад готовой продукции на i-ом шаге дискретизации процесса производства, представляется следующей дискретной моделью:

$$x_{вых\,i} = \sum_{m=1}^{i-1} \frac{b x_m}{x_k}, \; b = \begin{cases} 1, \text{ если } m + c = i \\ 0, \text{ если } m + c \neq i \end{cases}, \qquad (2)$$

где x_i — объём запасов, направляемых со склада комплектующих и

материалов; x_k — количество запасов, требуемых для изготовления единицы готовой продукции; c — цикл производства, измеряемый количеством шагов дискретности.

Объём запасов, направляемых со склада комплектующих и материалов на i-ом шаге дискретизации x_i, определяется функцией:

$$x_i = \min\left(\min\left(x_p, G_{\max} - G_{i-1}, v_i\right) \cdot x_{k\,i}, P_{вых\,i} + z_{i-1}\right), \tag{3}$$

где x_p — мощность производства готовой продукции, ед.; $G_{\max}$ — вместимость склада готовой продукции, ед.; G_i — остаток готовой продукции, ед.; v_i — программа выпуска продукции, ед.; $P_{вых\,i}$ — объём запасов, поставляемых поставщиком на склад комплектующих и материалов, ед.; z_i — уровень запаса комплектующих и материалов, ед.;

$$\min\left(x_p, G_{\max} - G_i, v_i\right) \cdot x_{k\,i}$$

— количество комплектующих и материалов для производства продукции в объёмах, ограниченных вместимостью склада готовой продукции и при соблюдении программы выпуска продукции v_i, ед.; $P_{вых\,i} + z_i$ — доступный запас комплектующих и материалов на складе, ед.

Объём запасов $P_{вых\,i}$, поставляемых на склад комплектующих и материалов, вычисляется по формуле:

$$P_{вых\,i} = \begin{cases} \dfrac{\mathrm{Pr}_{n\,i}}{\mathrm{Pr}_{c\,i}}, \text{если } z_{i-1} \le z_{\min\,i}, \\ 0, \text{если } z_{i-1} > z_{\min\,i}, \end{cases} \tag{4}$$

где $Pr_{n\,i}$ — норма денежных средств, направляемых на закупку комплектующих и материалов; $Pr_{c\,i}$ — цена единицы запасов; $z_{\min\,i}$ — минимальный уровень запасов на конец периода, при достижении которого происходит закупка комплектующих и материалов, ед.

На каждом шаге дискретизации уровень запаса комплектующих и материалов z_i определяется по следующей формуле:

$$z_i = z_{i-1} + P_{вых\,i} - x_i. \tag{5}$$

Количество единиц продукции $S_{вх\,i}$ для реализации на рынке представляется следующей функцией:

$$S_{вх\,i} = \min\left(S_{s\,i}, G_{i-1} + x_{вых\,i}\right), \tag{6}$$

где $S_{s\,i}$ — спрос на продукцию в единицу периода.

Остаток готовой продукции на конец периода задается формулой:

$$G_i = G_{i-1} + x_{вых\,i} - S_{вх\,i}\,. \tag{7}$$

Остаток денежных средств на конец периода F_i определяется выражением:

$$F_i = F_{i-1} + S_{вх\,i}\rho - D_{пер\,i}x_{вых} - D_{пост}x_p - Pr_i\,, \tag{8}$$

где $D_{пер\,i}$ — норма переменных затрат на единицу готовой продукции; $D_{пост}$ — норма постоянных затрат на единицу мощности.

Капитальные вложения собственных средств на конец периода:

$$K_i = K_{i-1} - D_{am\,i-1}K_{i-1}\,, \tag{9}$$

где D_{am} — нормы амортизации.

Сопоставляя переменные модели (1) и формулы (2) – (9), получим следующие коэффициенты:

- затраты на хранение готового продукта на складе

$$\frac{P}{c_s} = D_{пер}G\,; \tag{10}$$

- доля оборотных средств, затрачиваемая на хранение единицы готовой продукции в единицу времени

$$\frac{1}{c_s} = \frac{D_{пер}G}{P_0}\,; \tag{11}$$

- объем произведенной продукции в момент времени t

$$k\frac{M}{c} = S_{вх}\rho\,; \tag{12}$$

- соотношение рыночной и внутренней цены продукта

$$k = \frac{S_{вх}\rho c}{M_0}\,. \tag{13}$$

Тогда начальные условия для системы (1) вычисляются с помощью следующих уравнений:

$$P_0 = G\rho\,; \tag{14}$$

$$M_0 = F + zP_c + P_0 . \qquad (15)$$

Дискретная модель внешней среды производства. Для определения объемов продаж Q_m рассмотрим применение техники клеточных автоматов, в основу которой положены базовые правила реализации автомата для моделирования диффузии инноваций [15–17].

Пусть клетками являются потенциальные потребители продукта. Каждая клетка может находиться в одном из двух состояний — клетка *жива*, когда потенциальный потребитель обладает продуктом, и клетка *мертва*, в противном случае. Состояние клетки определяется состояниями соседних клеток и её собственным состоянием, исходя из заранее определённых правил. Окрестность заданной клетки характеризуется их количеством, входящим в окрестность, и определяется числом, означающим позицию максимально удалённой клетки, входящей в окрестность. Это число называется *радиусом* окрестности. Моделирование осуществляется в течение заданного количества шагов. За шаг моделирования принимается промежуток времени, на протяжении которого может произойти передача информации об инновации от одного члена социальной системы другому ее члену.

Обозначим состояние s клетки с координатами (i, j) в момент времени t через $s(i, j, t)$. Заданная функция возвращает 1, если клетка жива и 0 в противном случае.

Зададим функцию, определяющую правило вычисления состояния клетки с координатами (i, j):

$$Func : \{0,1\}_{okr} \to \{0,1\}, \qquad (16)$$

где okr — число, равное количеству клеток, входящих в её окрестность, плюс 1 (сама клетка).

На каждом последующем шаге функция $s(i, j, t+1)$ будет проверять состояния клеток в её окрестности на предыдущем шаге, и в зависимости от правил функции $Func$ и состояния самой клетки с координатами (i, j), придавать ей новое значение. Примем определение окрестности по Муру (окрестность Мура порядка r — множество клеток, расстояние Чебышёва до которых от данной клетки не превышает r).

Клетка может получать информацию о состоянии соседних клеток, находящихся на удалении не большем чем радиусы r_1 по вертикали и r_2 по горизонтали. Это обеспечивает такое свойство клеточного автомата, как *локальность*.

Сформулируем базовые и дополнительные правила, в соответствии с которыми будет реализовываться функция состояния s для клетки с координатами (i, j) в момент времени $t+1$. Эти правила основаны на вероятностных характеристиках рынка, измерение которых является самостоятельной задачей.

Правило 1 (базовое): состояние клетки с координатами (i, j) в момент времени $t+1$ зависит от плотности соседних живых клеток, входящих в окрестность (r_1, r_2) на предыдущем шаге t.

Плотность $\sigma(i, j, t)$ по Муру определяется как:

$$\sigma(i, j, t) = \frac{1}{(2 \cdot r_1 + 1) \cdot (2 \cdot r_2 + 1) - 1} \times \\ \times \left(\sum_{a=i-r_1}^{i+r_1} \sum_{b=j-r_2}^{j+r_2} s(a, b, t-1) - s(i, j, t-1) \right). \tag{17}$$

В итоге получаем, что для клетки, не обладающей продуктом, вероятность приобретения равна $\sigma(i, j, t)$, а вероятность потерять возможность обладания продуктом равна *0*. Тогда обозначим через $H_{a \leftarrow b}$ вероятность изменения состояния клетки с b на a и получим следующую общую матрицу перехода, определяющую состояние клетки:

$$Func = \begin{bmatrix} H_{0 \leftarrow 0} & H_{0 \leftarrow 1} \\ H_{1 \leftarrow 0} & H_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \sigma(i, j, t) & 0 \\ \sigma(i, j, t) & 1 \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Эта функция отражает все случаи изменения состояния клеток и обеспечивает сохранение текущей конфигурации.

Правило 2 (базовое): вероятность обладателя продукта потерять его равняется некоторому заранее заданному числу φ ($\varphi \in [0,1]$), зависящему от вида продукта, текущего состояния потребителя и его окружения. Вероятность же объекта, не обладающего продуктом, приобрести его, пропорциональна плотности окружения соседними клетками, с коэффициентом пропорциональности μ ($\mu \in [0,1]$), и зависит от их текущего состояния.

Тогда:

$$Func = \begin{bmatrix} H_{0 \leftarrow 0} & H_{0 \leftarrow 1} \\ H_{1 \leftarrow 0} & H_{1 \leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \mu * \sigma(i, j, t) & \varphi \\ \mu * \sigma(i, j, t) & 1 - \varphi \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Правило 3: вероятности принятия и отторжения продукта потенциальным потребителем зависят от степени новизны этого продукта.

С течением времени снижается привлекательность продукта и все большее количеством потребителей он отторгается. Введем убывающую функцию $\eta(t)$, характеризующую зависимость новизны продукта от времени t. Будем учитывать, что отторжение не всегда бывает полным. Пусть t' — время начала снижения степени новизны, t'' — время стабилизации отторжения продукта; h — значение степени новизны в момент времени t''. Тогда

$$\eta(t)=\begin{cases} 1,\ t\le t' \\ \frac{1}{2}\left(\cos\left(\pi\frac{t-t'}{t''-t'}\right)+1\right)\cdot(1-h)+h,\ t\in(t',t'') \\ h,\ t>t'' \end{cases}. \qquad (20)$$

По теореме умножения вероятностей независимых событий, для клетки не обладающей продуктом, вероятность его приобретения равна

$$H_{1\leftarrow 0}=\eta(t)\cdot\mu\cdot\sigma(i,j,t).$$

С учётом последнего матрица перехода (19) примет вид:

$$Func=\begin{bmatrix} H_{0\leftarrow 0} & H_{0\leftarrow 1} \\ H_{1\leftarrow 0} & H_{1\leftarrow 1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1-\eta(t)\cdot\mu\cdot\sigma(i,j,t) & (1-\eta(t))\cdot\varphi \\ \eta(t)\cdot\mu\cdot\sigma(i,j,t) & 1-(1-\eta(t))\cdot\varphi \end{bmatrix}. \qquad (21)$$

Данный принцип построения матрицы перехода действует и на остальные правила.

Правило 4: спрос на продукт обратно пропорционален его цене.

Введем функцию $y(t)$ — коэффициент спроса, определяющий цену продукта в момент времени t:

$$y(t)=\begin{cases} \omega, t\le p_1 \\ \omega\Big/\left(1+e^{-2\cdot e\left(1-\frac{2\cdot(t-p_1)}{(p_2-p_1)}\right)}\right),\ t\in(p_1,\ p_2), \\ 0, t\ge p_2 \end{cases} \qquad (22)$$

где p_1 и p_2 — время, когда изменение цены начинается и прекращается соответственно, ω — коэффициент спроса при минимальной цене.

Если цена растет, то $y(t)=\omega-y(t)$. Введем коэффициент β, зависящий от $y(t)$:

$$\beta(t) = \alpha \cdot (\omega - y(t)) + (1 - \alpha), \tag{23}$$

где $\beta(t)$ — коэффициент, характеризующий вероятность приобретения продукта. Чем выше β, тем выше вероятность перехода клетки из состояния 0 в состояние 1. Параметр a задает степень влияния цены на спрос. При $a = 0$ цена никак не будет влиять на вероятность перехода, а при $a = 1$ влияние будет максимальным.

С учётом (21) и (23) получим результирующую матрицу перехода:

$$Func = \begin{bmatrix} H_{0\leftarrow 0} & H_{0\leftarrow 1} \\ H_{1\leftarrow 0} & H_{1\leftarrow 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\eta(t)\cdot\mu\cdot\sigma(i,j,t)\cdot\beta(t) & (1-\eta(t))\cdot\varphi \\ \eta(t)\cdot\mu\cdot\sigma(i,j,t)\cdot\beta(t) & 1-(1-\eta(t))\cdot\varphi \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Переход клетки из одного состояния в другое является случайным событием. Моделирование такого события заключается в определении факта его наступления. Так для моделирования случайного события перехода клетки из неживого состояния в живое $(1 \leftarrow 0)$, наступающего в опыте с вероятностью $H_{1\leftarrow 0}$, достаточно одного случайного (псевдослучайного) числа R, равномерно распределенного на интервале $[0;1]$. В случае попадания R в интервал $[0; H_{1\leftarrow 0}]$, событие $1 \leftarrow 0$ считают наступившим в данном опыте, в противном случае — не наступившим. Чем больше вероятность наступления моделируемого события, тем чаще числа *R*, равномерно распределенные на интервале $[0;1]$, будут попадать в интервал $[0; H_{1\leftarrow 0}]$, что и означает факт наступления события в испытании [13, 14].

Правило 5: потребитель продукта, по истечению заданного периода времени может перестать быть его обладателем.

Добавим для каждого потенциального потребителя параметр $d(i,j,t)$, обозначающий оставшееся количество шагов, в течение которых потребитель будет оставаться обладателем продукта. На каждом шаге моделирования будем уменьшать на единицу эти параметры, значения которых больше нуля. Как только $d(i,j,t)$ станет равным нулю, объект, которому соответствует данный параметр, перестаёт быть обладателем продукта.

На рис. 1 приведён алгоритм работы автомата на каждом шаге расчёта значения $Q_m(t)$ – количества продукта, которое может быть реализовано на рынке

$$Q_m(t) = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} s(i, j, t), \tag{25}$$

где $N_1 \times N_1$ — количество клеток автомата.

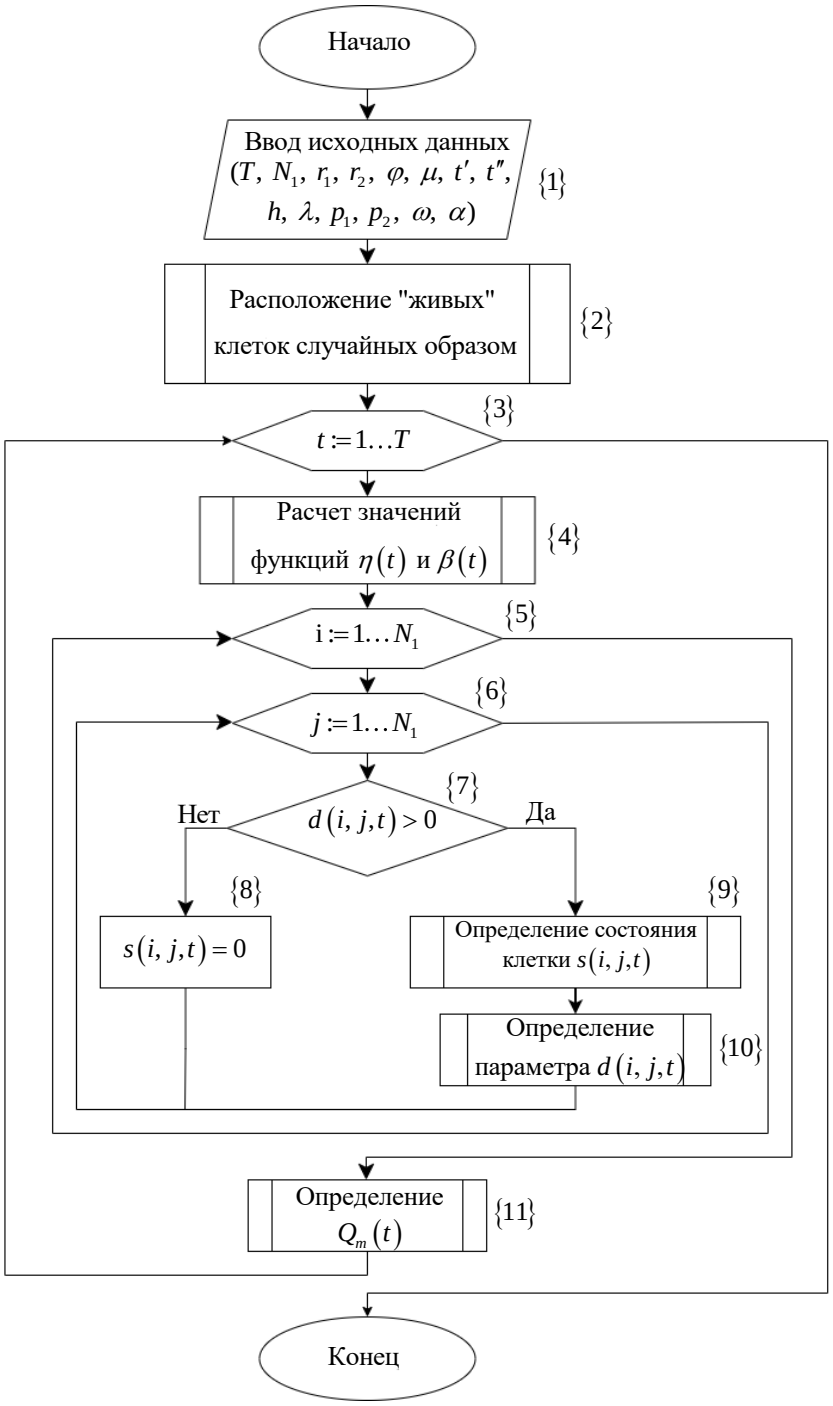


Рис. 1. Блок-схема алгоритма моделирования динамики рынка

Протестируем правила работы автомата при следующих исходных данных: $T = 1000$, $N_1 = 40$, $r_1 = 1$, $r_2 = 1$, $\varphi = 0,2$, $\mu = 0,8$, $t' = 10$, $t'' = 700$, $h = 0,5$, $\lambda = 50$, $p_1 = 50$, $p_2 = 500$, $\omega = 0,4$, $\alpha = 0,4$, задав случайным образом 150 живых клеток на начало моделирования.

Результаты тестирования приведены на рис. 2.

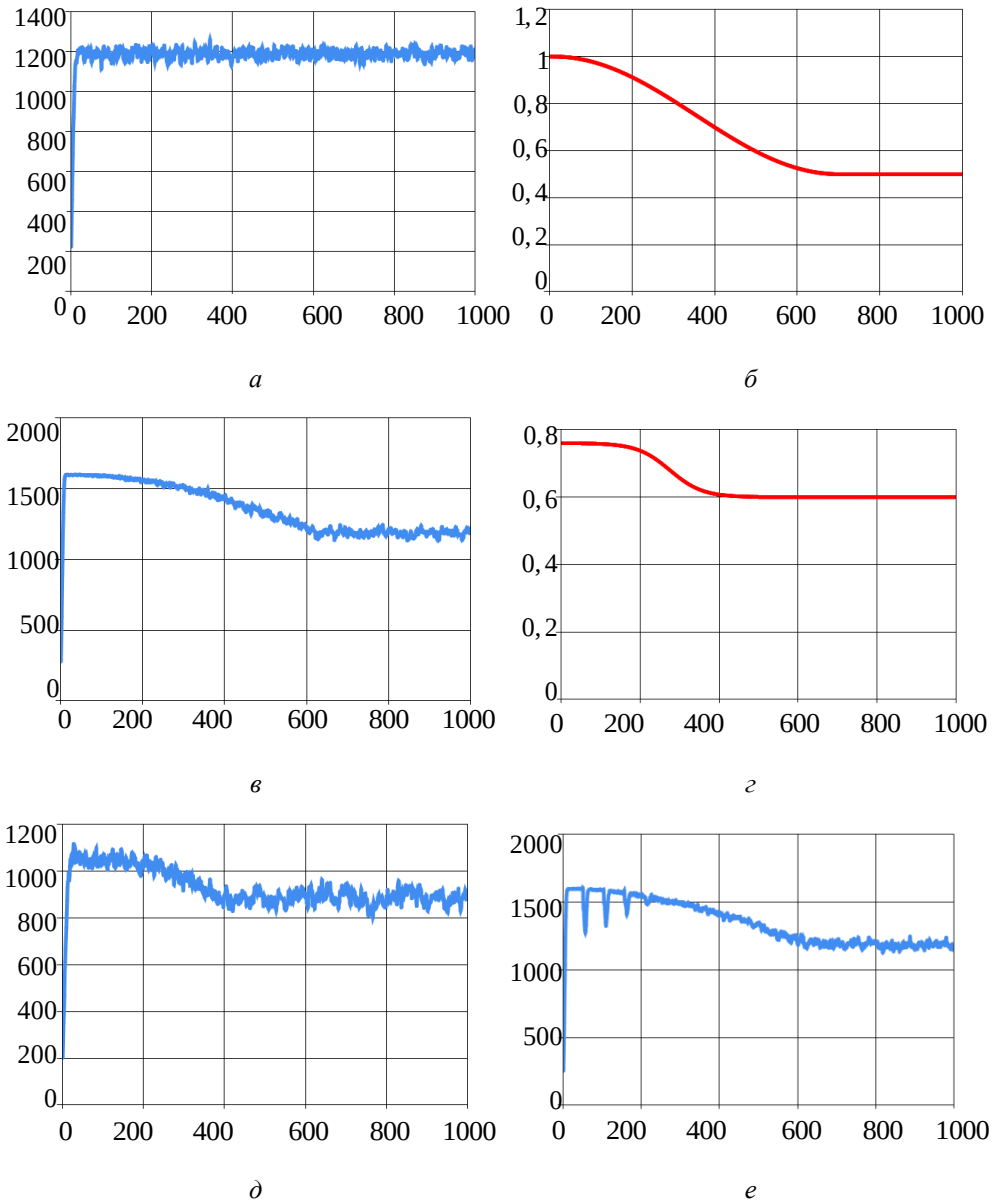


Рис. 2. Графики $Q_m(t)$ для отдельных правил:
а — правила 1, 2; *б*, *в* — правило 3;
г, *д* — правило 4; *е* — правило 5

При реализации базовых правил 1 и 2 на первых этапах моделирования происходит резкое увеличение количества живых клеток в связи с тем, что математическое ожидание случайной величины, отражающей количество клеток, изменивших свое состояние с 0 на 1, превышает аналогичный параметр для перехода с 1 на 0. Когда математические ожидания становятся примерно одинаковыми и если не происходит изменение вероятностей $H_{1\leftarrow 0}$ и $H_{0\leftarrow 1}$, количество живых клеток остается в среднем без изменения.

При тестировании правила 3 красным цветом показан график функции новизны продукта $\eta(t)$. С момента времени $t' = 10$ до момента времени $t'' = 700$ происходит постепенное снижение новизны продукта и, соответственно уменьшается вероятность его приобретения, как это следует из (24). На графике $Q_m(t)$ наблюдается резкое увеличение числа обладателей инновации из-за высокого значения коэффициента новизны. Далее прослеживается постепенное уменьшение количества живых клеток, которое продолжается до момента времени $t'' = 700$ после которого вид графика $Q_m(t)$ определяется постоянством вероятности приобретения продукта.

При тестировании правила 4 красным цветом отмечен график изменения коэффициента $\beta(t)$. С момента времени $p_1 = 50$ до момента времени $p_2 = 500$ происходит постепенное увеличение стоимости продукта и, соответственно уменьшается вероятность его приобретения, как видно из формулы (24) и приведённом графике.

При выполнении правила 5 на шагах итераций кратных величине заданного срока годности продукта $\lambda = 50$ четко прослеживается уменьшение количества обладателей инновации. Однако, при увеличении вероятности досрочной утраты инновации по тем или иным причинам, количество клеток, потерявших инновацию до момента окончания срока годности, растет, поэтому прекращаются резкие спады количества обладателей инновации и график на рис. 2*е* стабилизируется. Реализация этого правила не зависит от состояния матрицы перехода

Одновременную реализацию всех правил работы клеточного автомата на отрезке $T = [0,\ 1000]$ демонстрирует график $Q_m(t)$ приведённый на рис. 3.

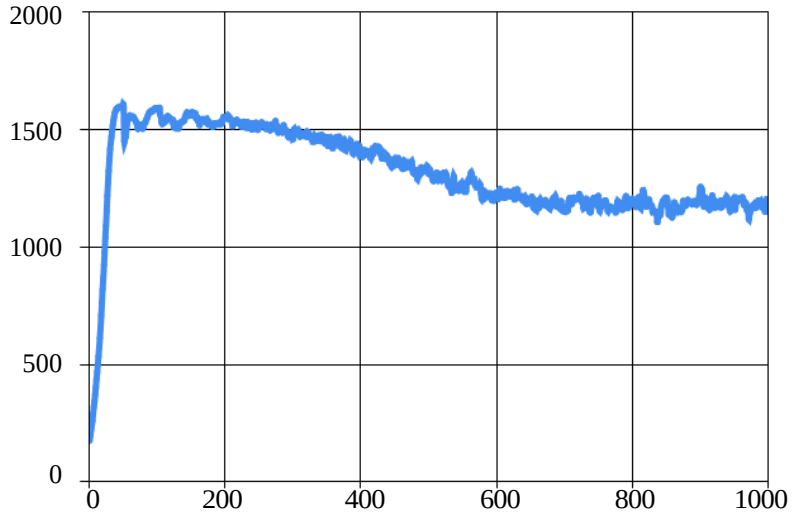


Рис. 3. Графики $Q_m(t)$ для клеточного автомата

Пример численного решения задачи. Рассмотрим пример реализации математической модели (1) с учётом параметров среды предприятия.

На первом этапе произведём расчёт коэффициентов и начальных условий для системы (1) в соответствии с дискретной моделью (2).

В качестве исходных данных примем следующие параметры из ERP предприятия:

$$N = 20,\ x_p = 550,$$

$$\nu = (430,\ 650,\ 550,\ 320,\ 680,\ 500,\ 450,\ 470,\ 560,\ 600,\ 570,\ 540,\ 420,\ 400,\ 360, 400,\ 450,\ 520,\ 420,\ 400,\ 360,\ 400,\ 450,\ 520),$$

$$G_{\max} = 1000,\ G_0 = 50,\ x_k = 2,\ c = 3,\ z_{\min} = 40,\ z_0 = 200,$$

$$Pr_n = (2000,\ 2000,\ 2100,\ 2200,\ 2000,\ 2000,\ 2200,\ 2100,\ 2300,\ 2600, 2100,\ 2200,\ 2200,\ 2100,\ 2300,\ 2600,\ 2100,\ 2200,\ 2200,\ 2100,\ 2200,\ 2300,\ 2000,\ 2000),$$

$$Pr_c = 2,$$

$$S_s = (400,\ 450,\ 440,\ 430,\ 410,\ 400,\ 390,\ 410,\ 440,\ 420,\ 430,\ 420,\ 410,\ 420,\ 450,\ 460,\ 470,\ 490,\ 450,\ 440,\ 460,\ 430,\ 470,\ 450),$$

$$F_0 = 5000,\ \rho = 20,\ D_{пост} = 2,\ K_0 = 80,\ D_{am} = 0,01.$$

Для $i = 1$ получим $P_1^{вых} = 0$, поскольку уровень запасов материалов и комплектующих $z_0 = 200$ на складе больше минимального уровня $z_{\min} = 40$. После реализации алгоритма (3)

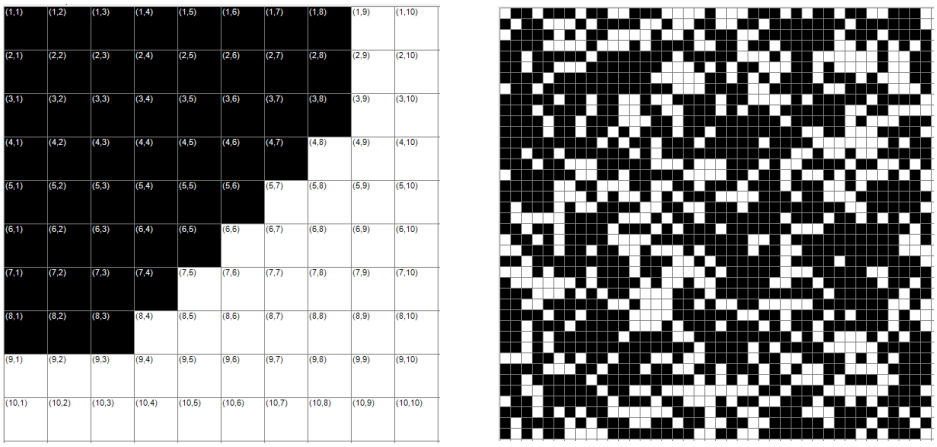
получим $x_1 = 200$. Далее будем иметь $x_{вых1} = 0$, поскольку шаг дискретизации $i = 1$ меньше цикла производства $c = 3$. В результате получим: $z_1 = 0$, $S_{ex1} = 50$, $G_1 = 0$, $F_1 = 2900$, $K_1 = 79,2$.

Расчёты повторяются для всех шагов дискретизации. На выходе имеем необходимые данные и начальные условия для интегрирования системы (1): $c_s = 2,5$, $k = 1,85$, $K = 66,093$, $M_0 = 8900$, $P_0 = 0$.

На втором этапе моделирования определяется исходное значение параметра Q_m. Реализуем алгоритм, приведённый на рис. 1 при следующих исходных данных: $T = 1000$, $N_1 = 40$, $r_1 = 1$, $r_2 = 1$, $\varphi = 0,2$, $\mu = 0,8$, $t' = 10$, $t'' = 70$, $h = 0,5$, $\lambda = 25$, $p_1 = 5$, $p_2 = 70$, $\omega = 0,4$, $\alpha = 0,4$. Для получения достоверного графика $Q_m(t)$ необходимо определить место в расчётной области, откуда начинается распространение инновации.

Будем рассматривать пространство моделирования, представляющее собой квадрат размером 40×40 клеток. Возможны три случая расположения источника инновации – в центре области, в углах и со стороны. Распространение инновации из углов расчётной области в наибольшей мере соответствует стратегии её вывода на рынок предприятиями малого и среднего бизнеса, ориентированных на реализацию одного вида продукта при ограниченных ресурсах в начале производства [17]. Этот вариант расположения источника инновации примем в качестве рабочего.

Вывод продукта на рынок и его распространение иллюстрирует рис. 4.



а *б*

Рис. 4. Вывод продукта на рынок и его распространение:
а — начальное расположение живых клеток;
б — конечное расположение живых клеток

В левом верхнем углу каждой клетки отображаются ее координаты. Рассмотрим пример расчета матрицы перехода для клетки с координатами (6,6). Для $t=1$ по формулам (20), (23) найдем значения $\eta(t)$, $\beta(t)$. Так как $t'=10$, то $\eta(t)=1$. В свою очередь $p_1=5$, следовательно, $\beta(t)=0,6$.

По формуле (17) найдем значение $\sigma(6,6,1)=0,375$.

Учитывая, что $\mu=0,8$ и $\varphi=0,2$, получим следующую матрицу перехода для клетки (6,6):

$$Func=\begin{bmatrix} 1-1\cdot 0,8\cdot 0,375\cdot 0,6 & (1-1)\cdot 0,2 \\ 1\cdot 0,8\cdot 0,375\cdot 0,6 & 1-(1-1)\cdot 0,2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0,82 & 0 \\ 0,18 & 1 \end{bmatrix}.$$

В данном случае событием является переход состояния клетки из состояния $s(6,6,0)=0$ в состояние $s(6,6,1)=1$ с вероятностью $H_{1\leftarrow 0}=0,18$. Сгенерируем псевдослучайное число в диапазоне $[0,1]$. Поскольку это число попало в интервал $[0;0,18]$, случайное событие наступило и клетка (6,6) изменила свое состояние.

Результат выполнения алгоритма для $t=1000$ представлен на рис. 4,b. В соответствии с (25) $Q_m(1000)=1031$.

На третьем этапе реализации стратегии анализа производственной фазы инновационного процесса, полученные коэффициенты, начальные условия и массив значений Q_m используются при решении системы дифференциальных уравнений (1).

Обсуждение полученных результатов. Проанализируем полученные результаты с позиции достижения цели работы.

Последовательное рассмотрение фаз жизненного цикла технологической инновации (ОКР, производство, продажа) создаёт условия для применения дискретных моделей при измерении и контроле параметров среды распространения инновации. Это повышает практическую ценность моделирования и анализа инновационных процессов за счёт применения систем обыкновенных дифференциальных уравнений с корректно заданными коэффициентами и начальными условиями вместо уравнений диффузии с большими погрешностями в задании параметров интегрированной среды распространения инновации. В работе [12] рассмотрена система вида (1) для моделирования этапа ОКР. Установлено, что характеристики среды при этом поддаются измерениям. Исследование, проведённое в данной статье, показало, что эти выводы справедливы и для этапа производства с учётом динамики рынка продаж.

Разработанный метод поэтапного анализа динамики

инновационного процесса может являться базой для создания компактного комплекса программ с удобным интерфейсом, отражающим структуру жизненного цикла инновации, и достоверными источниками данных для анализа, получаемых с помощью дискретных моделей и информации из ERP предприятия.

Таким образом, проблема определения с приемлемой точностью характеристик среды распространения инновации для получения результатов анализа, имеющих практическую ценность, становится решаемой в отличие от подхода, основанного на уравнениях диффузии. Совокупность алгоритмов предварительного расчета модельных коэффициентов, вычисления начальных условий и количества возможных продаж продукта, а также последующее решение дифференциальной системы вида (1), следует рассматривать как метода вариантного анализа условий коммерциализации инновационного проекта на этапах его обоснования и дальнейшего управления реализацией.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Oslo Manual 2018: Guidelines for Collecting, Reporting and Using Data on Innovation, 4th Edition*. Paris/Eurostat, Luxembourg, OECD Publ., 2018, 258 p.

[2] Силкина Г.Ю. Естественнонаучные категории в моделировании диффузии инноваций. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Экономика и менеджмент*, 2013, т. 7, № 2, с. 95–103.

[3] Макаров В.Л. Обзор математических моделей экономики с инновациями. *Экономика и математические методы*, 2009, т. 45, № 1, с. 3–14.

[4] Билаль Наваф Елиан Сулейман. *Математическое моделирование инновационных процессов на основе автономных динамических систем: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук*. Белгородский государственный национальный исследовательский университет. Белгород, 2012, 181 с.

[5] Димитриенко Ю.И., Димитриенко О.Ю. Кластерно-континуальное моделирование экономических процессов. *Доклады академии наук,* 2010, т. 435, №4, с. 466–469.

[6] Димитриенко Ю.И., Димитриенко О.Ю. Континуальное моделирование динамики кластеров экономических данных в условиях внешних кризисных воздействий. *Информационные технологии*, 2012, № 1, с. 55–61.

[7] Димитриенко Ю.И., Димитриенко О.Ю. Модель многомерной деформируемой сплошной среды для прогнозирования динамики больших массивов индивидуальных данных. *Математическое моделирование и численные методы,* 2016, № 1, с. 105–122.

[8] Цветкова Н.А., Туккель И.Л. Модели распространения инноваций: от описания к управлению инновационными процессами. *Инновации,* 2017, № 11 (229), с. 106–111.

[9] Ситников С.Е. Внутренняя и внешняя среда инновационного промышленного производства. *Научный вестник оборонно-промышленного комплекса России*, 2014, № 2, с. 49–61.

[10] Обзор основных ERP систем управления предприятием [Электронный ресурс]. URL: https://www.clouderp.ru/tags/erp_sistemy/ (дата обращения: 01.11.2021).

[11] Мак-Дональд М. *Стратегическое планирование маркетинга*. Санкт-Петербург, Питер, 2000, 276 с.
[12] Белов В.Ф., Гаврюшин С.С., Маркова Ю.Н. Математическая модель распределенного проектирования прототипов в машиностроении. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, № 9, с. 7–19.
[13] Демидович Б.П., Моденов В.П. *Дифференциальные уравнения*. Санкт-Петербург, Лань, 2008, 288 с.
[14] Сазанова Л.А. Дискретная модель управления запасами как задача оптимального управления. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, 2017, № 3, с. 184–187.
[15] Henryk F., Boccara N. Cellular automata models for diffusion of innovations. *Adaptation, Noise, and Self-Organizing Systems*, 1997. DOI: arXiv:adap-org/9704002
[16] Мухин О.И. Моделирование систем. Пермь, Изд-во ПГТУ, 2010. URL: http://stratum.pstu.ac.ru/education/textbooks/modelir/ (Дата обращения: 09.11.2021)
[17] Бухаров Д.Н., Аракелян С.М. Математическое моделирование диффузии инноваций в контексте анализа угроз национальной безопасности Российской Федерации. *Вопросы инновационной экономики,* 2020, т. 10, № 3, с. 1467–1494.

Статья поступила в редакцию 18.11.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Белов В.Ф., Гаврюшин С.С., Маркова Ю.Н., Занкин А.И. Моделирование среды предприятия с использованием дискретных вычислительных алгоритмов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 1, с. 109–128.

Белов Владимир Федорович — д-р. техн. наук, профессор, директор Центра проектирования инноваций АУ «Технопарк–Мордовия»; профессор кафедры «Системы автоматизированного проектирования» МГУ им. Н.П. Огарева. e-mail: belovvf@mail.ru

Гаврюшин Сергей Сергеевич — д-р. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: gss@bmstu.ru

Маркова Юлия Николаевна — директор по развитию Центра проектирования инноваций АУ «Технопарк–Мордовия». e-mail: 1002maps@mail.ru

Занкин Александр Иванович — аспирант кафедры «Системы автоматизированного проектирования», МГУ им. Н.П. Огарева. e-mail: zankin_ai@mail.ru

Modelling of industrial environment with the help of discrete numerical algorithms

© V.F. Belov[1,3], S.S.Gavriushin[2], Y.N.Markova[3], A.I. Zankin[1]

[1]Ogarev Mordovia State University, Saransk, 430005, Russia
[2]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia
[3]AI «Technopark–Mordovia», Saransk, 430034, Russia

Modelling and analysis methods for economic characteristics variation in the innovation process have become a common technique, via employing diffusion equations for a medium with given parameters. The analysis results in this case significantly depend on the measurement accuracy of the industrial environment parameters, which is hard to achieve in practice. It seems, therefore, reasonable to make a transition from the diffusion paradigm to the innovation implementation paradigm, i.e., sequential modelling of the innovation states with variables and characteristics that correspond to the practical measurement and control techniques. Applying the described approach, the economic state dynamics of the innovation development work, manufacturing and implementation can be described by systems of ordinary differential equations, where the initial conditions and coefficients depend on the parameters of the industry's internal and external environments. Two discrete mathematical models developed in this work enable control of the industrial environment parameters, via application of practical measurement methods. The first discrete model is in the form of a functional (mapping), which enables conversion of the actual internal industrial environment parameters in the beginning of the innovation scaling into the coefficients of the differential equations and initial conditions that reflect the results of manufacturing process preparation. The initial data is available from the EPR data base of the industry. The second discrete model is realized as a cellular automaton. An autonomous model of the external industrial environment uses the data that can be measured by the well-developed marketing methods. The results of the computational experiments support the hypothesis of transition from the diffusion model paradigm to the paradigm of the sequential modelling of the innovation economic states.

Keywords: *innovation process, economic state dynamics, mathematical model, discrete model, industrial environment, initial conditions, cellular automaton*

REFERENCES

[1] *Oslo Manual 2018: Guidelines for Collecting, Reporting and Using Data on Innovation, 4th Edition*. Paris/Eurostat, Luxembourg, OECD Publ., 2018, 258 p.

[2] Silkina G.Yu. Natural science categories in modelling the diffusion of innovations. *Bulletin of South Ural State University. Series. Economics and Management*, 2013, vol. 7, no. 2, pp. 95–103.

[3] Makarov V.L. Overview of mathematical models of economy with innovation. *Economics and Mathematical Methods*, 2009, vol. 45, no. 1, pp. 3–14.

[4] Bilal Nawaf Elian Suleiman. *Matematicheskoe modelirovanie innova-cionnyh processov na osnove avtonomnyh dinamicheskih sistem: disser-taciya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata fiziko-matematicheskih nauk* [Mathematical modeling of innovative processes based on autonomous dynamic systems: dissertation for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences]. Belgorod State University. Belgorod, 2012, 181 p.

[5] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko O.Yu. Cluster-continuum Modelling of Economic Processes. *Doklady Mathematics*, 2010, vol.82, no. 3, pp. 982–985.

[6] Dimitrienko Yu. I., Dimitrienko O. Yu. Continual modeling of economic data cluster dynamics in the presence of external crisis influences. *Information technologies*, 2012, no. 1, pp. 55–61.

[7] Dimitrienko Y.I., Dimitrienko O.Y. A model of multidimensional deformable continuum for forecasting the dynamics of large scale array of individual data. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 1, pp. 105–122.

[8] Tsvetkova N.A., Tukkel I.L. Models of innovation dissemination: from description to management of innovation processes. *Innovations*, 2017, no. 11 (229), pp. 106–111.

[9] Sitnikov S.E. Internal and external environment of an innovative industrial production. *Scientific Herald of the military-industrial complex of Russia*, 2014, no. 2, pp. 49–61.
[10] Overview of the main ERP enterprise management systems [Electronic resource]. URL: https://www.clouderp.ru/tags/erp_sistemy/ (accessed: 01.11.2021).
[11] McDonald M. *Strategicheskoe planirovanie marketinga* [Strategic Marketing planning]. St. Petersburg, St. Petersburg, 2000, 276 p.
[12] Belov V.F., Gavryushin S.S., Markova Y.N. A mathematical model of distributed prototype design in mechanical engineering. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2019, no. 9, pp. 7–19.
[13] Demidovich B.P., Modenov V.P. *Differencial'nye uravneniya* [Differential equations]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2008, 288 p.
[14] Sazanova L.A. Discrete model of inventory management as a task of optimal handling. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*. 2017, no. 3, pp. 184–187.
[15] Henryk F., Boccara N. Cellular automata models for diffusion of innovations. *Adaptation, Noise, and Self-Organizing Systems*, 1997. DOI: arXiv:adap-org/9704002
[16] Mukhin O.I. *Modelirovanie sistem* [Modeling of systems]. Perm, PSTU, Publ. 2010. URL: http://stratum.pstu.ac.ru/education/textbooks/modelir / (Accessed: 09.11.2021)
[17] Bukharov D.N., Arakelyan S.M. Mathematical modeling of the diffusion of innovations in the context of the analysis of threats to the national security of the Russian Federation. *Issues of innovative economy*, 2020, vol. 10, no. 3, pp. 1467–1494.

Belov V.F., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Director of the Center for Innovation Design of the AI «Technopark–Mordovia», Professor of the Department of Computer Aided Design Systems, Ogarev Mordovia State University. e-mail: belovvf@mail.ru

Gavriushin S.S., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of Department of Computer Systems of Industrial Automation, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: gss@bmstu.ru

Markova Y.N., Director of the Center for Innovation Design of the AI «Technopark–Mordovia». e-mail: 1002maps@mail.ru

Zankin A. I., Postgraduate, Department of Computer Aided Design Systems, Ogarev Mordovia State University. e-mail: zankin_ai@mail.ru