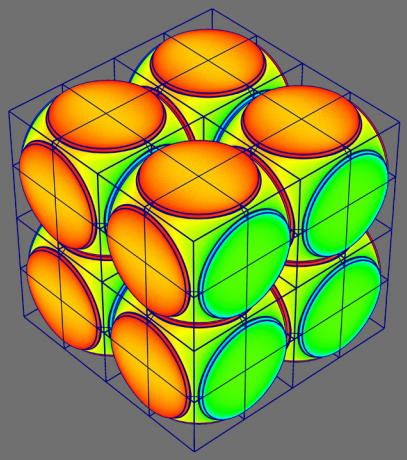
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирования ползучести тонкостенных оболочек при переменных нагружениях. Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 1, с. 97–108.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/272/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.223
10.03.2026 10:39:36

УДК 539.376 DOI: 10.18698/2309-3684-2022-1-97108

Моделирование ползучести тонкостенных оболочек при переменных нагружениях

© Т.А. Бутина, В.М. Дубровин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

При длительном нагружении в процессе эксплуатации конструкции подвержены явлению ползучести, которое может влиять на ее работоспособность. Это влияние зависит от уровня нагрузки, длительности нагружения, условий эксплуатации, конструктивных особенностей, вида материала. Все эти факторы учитываются при проведении испытаний, позволяющих получить кривые ползучести для конкретного материала и различных внешних условий, соответствующих условиям эксплуатации конструкции. В работе рассмотрена задача расчета деформаций ползучести тонкостенных цилиндрических оболочек при совместном действии внутреннего давления и осевой силы. Рассмотрена модель теории течения с упрочнением при переменных нагружениях. Приведен численный пример расчета деформаций ползучести цилиндрической оболочки для алюминиевого сплава.

Ключевые слова: *ползучесть, теории течения с упрочнением, цилиндрическая оболочка, переменные нагружения*

Введение. Все кривые деформирования при ползучести получают, как правило, в опытах на растяжение образцов при фиксированных напряжениях и температуре. Результаты испытаний на ползучесть представляются в виде так называемых кривых ползучести, то есть кривых зависимости полной деформации от времени [1-4]. Меняя температуру, можно для каждого фиксированного значения температуры получить серию таких кривых. При использовании их в теоретических расчетах применяют модели теории течения, упрочнения, старения и т.д. [3-15]. Целью настоящей работы являлась разработка алгоритма решения задач теории ползучести тонкостенных оболочек при осесимметричном нагружении при переменных нагрузках, с использованием модели теории течения с упрочнением.

Модель расчета деформаций ползучести при одноосном нагружении. Пусть в промежутке времени от 0 до t_1 действовало напряжение σ_1, тогда в каждый момент времени от 0 до t_1 можно найти скорость деформации ползучести (рис.1). Если в момент времени t_1 напряжение станет равным σ_2, то не ясно, как далее искать скорость деформации ползучести, потому что кривая ползучести для напряжения σ_2 получена при условии, что весь

промежуток времени от 0 до t_1 действовало напряжение σ_2. Однако, эксперименты показывают, что история изменения напряженно-деформированного состояния существенно влияет на скорость деформации ползучести.

При использовании модели теории течения [4] основным фактором, определяющим скорость деформации ползучести, является время пребывания под нагрузкой при данной температуре, независимо от истории изменения напряжений [6].

Если, например, напряжение σ_2 действует в течение t_1 (рис.1), то кривой начальной ползучести является кривая OB_2. Затем при увеличении напряжения в точке B_2 от σ_2 до σ_3 скорость ползучести увеличится и станет равной скорости ползучести в точке B_3 на кривой σ_3, так что дальнейшее изменение деформации ползучести пойдет по линии B_2B_3'. При уменьшении напряжения от σ_2 до σ_1 скорость ползучести примет значение, соответствующее точке B_1 на кривой σ_1 и пойдет по кривой B_2B_1'. Совершенно аналогично производится перерасчет скорости ползучести при изменении температуры θ. Для внутренних точек σ и θ используется интерполяция.

При использовании модели теории упрочнения [4] предполагается (рис.2), что главным фактором, определяющим скорость ползучести, является деформация, независимо от истории изменения напряжения, вызывающего соответствующую деформацию. Следовательно, в процессе действия ступенчато изменяющегося напряжения от σ_2 до σ_1 соответствующая скорость ползучести в точке B_2 при новом уровне напряжений σ_1 (или σ_3) будет равна скорости ползучести в точке B_1 (или B_3). Точка B_1 (или B_3) получена как точка пересечения горизонтальной линии, проходящей через точку B_2 (постоянная деформация), с кривой σ_1 (или σ_3).

В модели теории течения кривые ползучести можно перестроить в кривые зависимости скорости ползучести от времени, а в модели теории упрочнения - от накопленной деформации ползучести. Скорость ползучести определяется с помощью полученных кривых по напряжению, температуре, и времени (или накопленной деформации ползучести).

Модель теории относительной долговечности является сочетанием модели теории течения и гипотезы упрочнения. Если

напряжение σ_2 меняется в точке B_2 до значения σ_1 (или σ_3), то скорость ползучести в точке B_2 принимается равной скорости ползучести в точке B_1 (или B_3), выбранной из условия, что время, соответствующее достижению точки B_1 (или B_3) составляет ту же часть общей долговечности до разрушения при постоянном напряжении σ_1 (или σ_3), что и время, соответствующее точке B_2 при постоянном напряжении σ_2. Например, если время, соответствующее точке B_2, составляет $1/4$ полного времени испытания при постоянном напряжении σ_2, то точке B_1 (или B_3) соответствует время, составляющее $1/4$ долговечности при напряжении σ_1 (или σ_3), то есть

$$\frac{t_1}{t_{1n}} = \frac{t_2}{t_{2n}} = \frac{t_3}{t_{3n}} = \frac{1}{4}. \tag{1}$$

Модель расчета деформаций ползучести при сложном напряженном состоянии. При сложном напряженном согласно общей теории ползучести типа теории течения с упрочнением, скорости деформаций ползучести определяются по формулам [3,4,7]

$$\dot{e}_{ij}^c = \frac{\dot{e}_u^c}{\sigma_u} s_{ij}, \tag{2}$$

$$\dot{e}_u^c = \Phi\left(\sigma_{ij}, e_{kl}^c\right). \tag{3}$$

где $\dot{e}_{ij}^c$ — девиатор тензора $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$ скоростей деформаций, s_{ij} — девиатор тензора напряжений σ_{ij} [8]

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma\delta_{ij}, \ \ \sigma = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}. \tag{4}$$

$$\dot{e}_{ij}^c = \dot{\varepsilon}_{ij}^c - \frac{1}{3}\dot{\varepsilon}^c\delta_{ij}, \ \ \dot{\varepsilon}^c = \dot{\varepsilon}_{11}^c + \dot{\varepsilon}_{22}^c + \dot{\varepsilon}_{33}^c. \tag{5}$$

а σ_u и $\dot{e}_u^c$ — интенсивности тензора напряжений и скоростей деформаций ползучести [8]

$$\begin{gathered}\sigma_u = \sqrt{s_{ij}s_{ij}} = \frac{1}{\sqrt{3}}((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{22})^2 + \\ +(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2))^{1/2},\end{gathered} \tag{6}$$

$$\dot{e}_u^c = \sqrt{\dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c} = \frac{1}{\sqrt{3}}((\dot{\varepsilon}_{11}^c - \dot{\varepsilon}_{22}^c)^2 + (\dot{\varepsilon}_{11}^c - \dot{\varepsilon}_{33}^c)^2 + \\ +(\dot{\varepsilon}_{33}^c - \dot{\varepsilon}_{22}^c)^2 + 6(\dot{\varepsilon}_{12}^{c2} + \dot{\varepsilon}_{23}^{c2} + \dot{\varepsilon}_{13}^{c2}))^{1/2}. \quad (7)$$

Функция $\Phi\left(\sigma_{ij}, e_{kl}^c\right)$ в общем случае зависит от тензоров напряжений и деформаций ползучести. Ее определение является достаточно сложной задачей. В теории течения эта функция зависит только от σ_u, т.е. имеет место функция

$$\dot{e}_u^c = \Phi\left(\sigma_u\right). \quad (8)$$

При переменных напряжениях эта функция может быть получена графическим способом из кривых одноосной ползучести (рис. 1,2,3) при постоянных σ_u.

В теории упрочнения принимается модель [4]

$$\dot{e}_u^c = \Phi(\sigma_u, e_u^c). \quad (9)$$

При переменных напряжениях эта функция также может быть получена из кривых одноосной ползучести (рис. 1,2,3) с использованием моделей упрочнения как было описано выше.

Объемная ползучесть обычно, предполагается пренебрежимо малой [4]

$$\dot{e}^c = \dot{e}_{11}^c + \dot{e}_{22}^c + \dot{e}_{33}^c = 0. \quad (10)$$

Упругими деформациями по сравнению с деформациями ползучести в рассматриваемых задачах пренебрегают, тогда

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^c, \ \ \varepsilon_{ij}^c = e_{ij}^c. \quad (11)$$

С учетом (10) и (11) соотношения (2), (3)принимают вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{e}_u^c}{\sigma_u} s_{ij}, \ \ \dot{e}_u^c = \Phi(\sigma_u, e_u^c), \ \ \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0. \quad (12)$$

Полагая, что за малый промежуток времени Δt напряжения и скорости деформаций ползучести не меняются, можно записать (12) в виде

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}\Delta t = \frac{s_{ij}}{\sigma_u}\Delta e_u^c. \quad (13)$$

Приращение Δe_u^c можно также получать непосредственно по кривым ползучести при одноосном нагружении, из кривых ползучести (рис. 1,2,3) с использованием гипотез теории течения, упрочнения или относительной долговечности, как было описано выше.

Если, например, от 0 до t_1 действовало напряжение σ_2 (рис. 1,2,3), то приращения деформации ползучести следует определять по кривой AB_2. Если при $t = t_1$ напряжение скачком меняется до значения σ_1 (или σ_3), то приращения деформации ползучести следует определять по кривой σ_1 (или σ_3) от точки B_1 (или B_3) и далее.

При изменяющемся на шаге Δt напряженно-деформированном состоянии для нахождения приращений деформаций ползучести вместо (13) применяется формула, использующая скорости ползучести в начале шага и в конце, причем, для уточнения скорости ползучести в конце шага используются итерации.

Если кривые ползучести (рис. 1,2,3) заменить прямыми, то скорость ползучести $\dot{e}_u^c(\sigma_u, \theta)$ будет зависеть только от напряжения и температуры. Это случай установившейся ползучести. Теория установившейся ползучести позволяет находить предельное распределение напряжений и скоростей деформаций при длительном действии постоянных нагрузок как при равномерном, так и при неравномерном стационарном температурном поле, когда начальное перераспределение напряжений в связи с ползучестью практически завершилось [10]. Эта же теория удовлетворительно описывает кратковременную ползучесть материалов при больших напряжениях [11–13].

Применение теории установившейся ползучести значительно сокращает количество исходных данных и упрощает их использование. Зависимости $\dot{e}_u^c(\sigma_u, \theta)$ обычно представляются в виде диаграмм (рис. 4) или аппроксимируются степенной или показательной функциями.

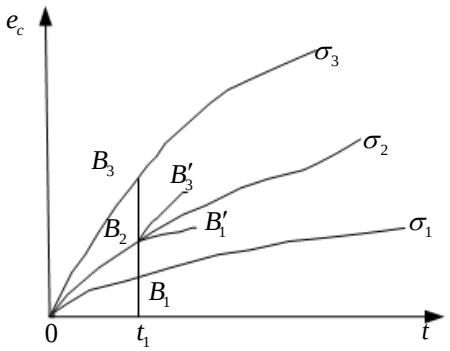


Рис. 1. Кривые ползучести при различных значениях постоянных напряжений согласно теории течения

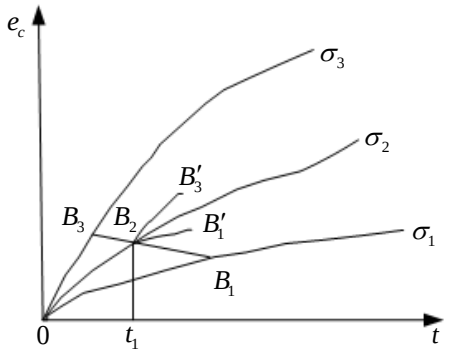


Рис. 2. Кривые ползучести при переменных значениях напряжений согласно теории упрочнения ползучести при различных значениях постоянных напряжений согласно теории течения

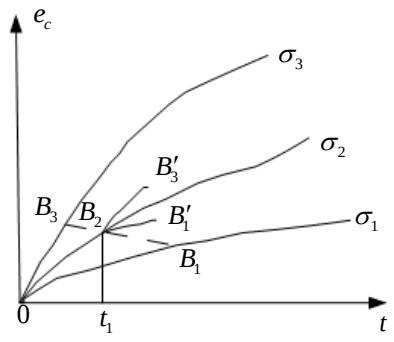


Рис. 3. Кривые ползучести при различных значениях напряжений согласно теории относительной долговечности

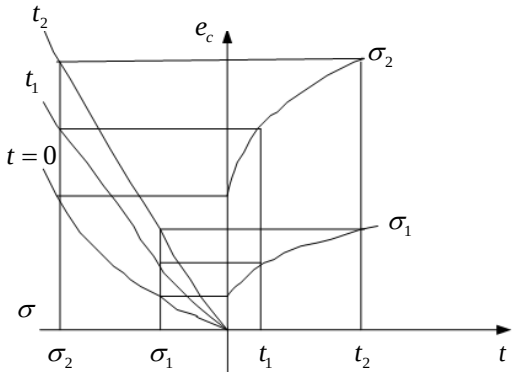


Рис. 4. Зависимость суммарной деформации от напряжений для разных моментов времени

Случай осесимметричного нагружения цилиндрической оболочки. В качестве примера рассмотрим задачу расчета деформации ползучести цилиндрической, нагруженная осевой силой N и осесимметричным внутренним давлением P_H. Обозначим R — начальный радиус оболочки, а h — ее начальную толщину. Значения этих же величин после времени t нахождения под нагрузкой оболочки обозначим как R_t, h_t.

Тогда напряжения в оболочке в момент времени t определяются по формулам теории тонкостенных цилиндрических оболочек [14]

$$\sigma_r = 0\,,\ \ \sigma_\varphi = \frac{P_H R_t}{h_t}\,,\ \sigma_z = \frac{P_H R_t}{2h_t} - \frac{N}{2\pi R_t h_t}\,, \tag{14}$$

где σ_r, σ_φ, σ_z — напряжения в радиальном, кольцевом и осевом направлениях соответственно, а r, φ, z — цилиндрические координаты, которые соответствуют направлениям 1, 2 и 3, соответственно.

Ненулевые компоненты девиатора напряжений в данном случае, согласно (4), имеют вид

$$s_{11} = -\frac{1}{3}\left(\sigma_\varphi + \sigma_z\right),\ \ s_{22} = \frac{1}{3}\left(2\sigma_\varphi - \sigma_z\right),\ s_{33} = \frac{1}{3}\left(2\sigma_z - \sigma_\varphi\right). \tag{15}$$

Согласно определяющим соотношениям (12) ненулевые деформации растяжения-сжатия имеют вид

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_r\,,\ \ \varepsilon_{22} = \varepsilon_\varphi\,,\ \varepsilon_{33} = \varepsilon_z\,. \tag{16}$$

а сами соотношения (12) принимают вид

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{\dot{e}_u^c}{3\sigma_u}\left(2\sigma_\varphi - \sigma_z\right),$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\dot{e}_u^c}{3\sigma_u}\left(2\sigma_z - \sigma_\varphi\right), \qquad (17)$$

$$\dot{\varepsilon}_r = -\left(\dot{\varepsilon}_\varphi + \dot{\varepsilon}_z\right).$$

Интенсивности тензоров напряжений и деформаций в данной задаче имеют вид

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\sigma_\varphi^2 - \sigma_z\sigma_\varphi + \sigma_z^2}\,, \qquad (18)$$

$$\dot{e}_u^c = \frac{1}{\sqrt{3}}\left((\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\varphi)^2 + (\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_\varphi)^2 + (\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_z)^2\right)^{1/2}. \qquad (19)$$

Таким образом, зная напряженно-деформированное состояние в оболочке, в которой реализуется осесимметричное напряженно-деформированное состояние (14), можно по формулам (18) и (3) определить интенсивность скорости деформаций ползучести $\dot{e}_u^c$, а затем по формулам (17) определить деформации ползучести в некоторый момент времени t, используя кривые ползучести или аналитические формулы для получения $\dot{e}_u^c$.

При втором подходе общие кривые ползучести перестраиваются в изохронные кривые, схема перестроения представлена на рис. 4.

Полученные зависимости $\dot{e}_u^c = \Phi\left(\sigma_u, e_u^c\right)$ для фиксированных моментов времени $t_0, t_0, \ldots, t_n$ используются для определения напряженно-деформированного состояния оболочки в некоторый нужный момент времени t. Расчет напряженно-деформированного состояния проводится методами решения задач с физической нелинейностью, в частности, методом переменных параметров упругости [7].

Легко видеть, что здесь главным фактором, определяющим деформацию, является время нахождения под нагрузкой, как в теории старения (часто теорию старения связывают именно с методом изохронных кривых). Напряжение и температура должны быть постоянными или мало меняться.

В данном методе не учитывается перераспределение напряжений из-за изменения формы конструкции в процессе ползучести. При нахождении напряженно-деформированного состояния в некоторый момент времени t предполагается, что в каждой точке оболочки весь

промежуток времени от 0 до t сохранилось свое постоянное напряжение.

Пример численного расчета. В качестве примера оценки деформации цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала рассматривалась оболочка, нагруженная осевой силой $N = 72$ т и осесимметричным внутренним давлением $P_H = 0{,}18$ МПа Геометрические характеристики оболочки: радиус 1 м, толщина оболочки 1,5 мм. Материал оболочки алюминиевый сплав Д16АТ при температуре $\theta = 150$ °С.

Для функции $\dot{e}_u^c = \Phi\left(\sigma_u, e_u^c\right)$ принимается следующая зависимость согласно [4]

$$\Phi\left(\sigma_u, e_u^c\right) = B\sigma_u^m \left(e_u^c\right)^{-\beta}, \tag{20}$$

здесь B, m, β — коэффициенты в степенном законе зависимости скорости деформации ползучести от напряжения.

С учетом (14) и (18) интенсивность напряжений можно записать в виде

$$\sigma_u = K\sigma_\varphi, \tag{21}$$

где $K = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}$, $\alpha = \frac{\sigma_z}{\sigma_\varphi}$.

Тогда из (17) и (21) будем иметь

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{B}{3K}\left(2-\alpha\right)\dot{e}_u^c,\ \dot{\varepsilon}_z = \frac{B}{3K}\left(2\alpha-1\right)\dot{e}_u^c,\ \dot{\varepsilon}_r = -\frac{B}{3K}\left(\alpha+1\right)\dot{e}_u^c. \tag{22}$$

Подставляя формулу (20) в (9), получаем следующее дифференциальное уравнение

$$\dot{e}_u^c = B\sigma_u^m \left(e_u^c\right)^{-\beta}, \tag{23}$$

интегрируя которое, находим интенсивность деформаций ползучести

$$e_u^c = \left(\frac{B}{s}\int_0^t \sigma_u^m dt\right)^s,\ s = \frac{1}{1+\beta}. \tag{24}$$

Для случая постоянных напряжений получаем

$$e_u^c = \left(\frac{B}{s}\right)^s \sigma_u^\mu t^s,\ \ \mu = m/s. \tag{25}$$

Пренебрегая начальными упругими деформациями, после подстановки (24) в (22), находим деформации для случая переменных напряжений

$$\varepsilon_\varphi = \frac{B^{s+1}(2-\alpha)}{3Ks^s}\left(\int_0^t \sigma_u^m dt\right)^s, \ \dot{\varepsilon}_z = \frac{B^{s+1}(2\alpha-1)}{3Ks^s}\left(\int_0^t \sigma_u^m dt\right)^s,$$
$$\dot{\varepsilon}_r = -\frac{B^{s+1}(1+\alpha)}{3K^{1-\mu}s^s}\sigma_\varphi^\mu t^s. \tag{26}$$

Для случая постоянных напряжений имеем

$$\varepsilon_\varphi = \frac{B^{s+1}(2-\alpha)}{3K^{1-\mu}s^s}\sigma_\varphi^\mu t^s, \ \dot{\varepsilon}_z = \frac{B^{s+1}(2\alpha-1)}{3K^{1-\mu}s^s}\sigma_\varphi^\mu t^s. \tag{27}$$

Результаты расчета деформации ползучести представлены на рис. 5.

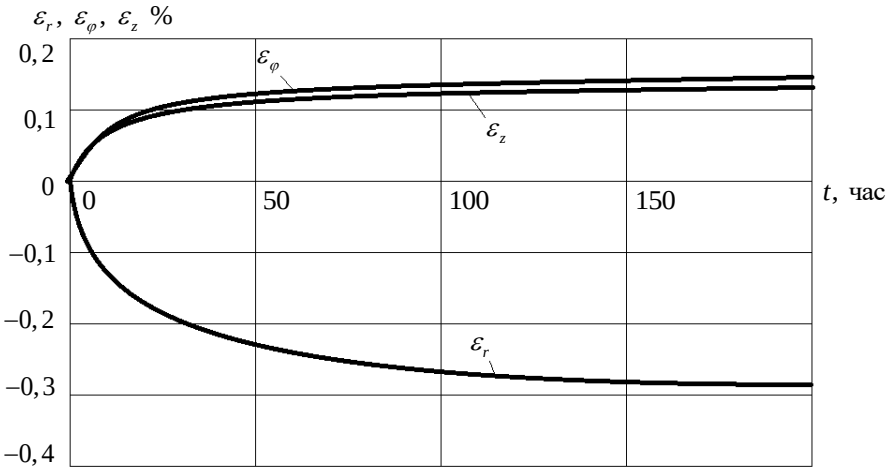


Рис. 5. Кривые деформаций цилиндрической оболочки в условиях ползучести

Выводы. Предложенный алгоритм позволяет проводить расчет напряженно-деформированного состояния элементов конструкций в условиях ползучести тонкостенных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении: при совместном действии внутреннего давления и осевой силы. Алгоритм позволяет проводить расчеты ползучести тонкостенных конструкций как при постоянных нагрузках, так и для случая переменного нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Качанов Л.М. *Теория ползучести*, Москва, Физматгиз, 1960, 389 с.
[2] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 559 с.

[3] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 4. Основы механики твердого тела*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 624 с.
[4] Работнов Ю.Н. *Ползучесть элементов конструкций*. Москва, Наука, 1999, 365 с.
[5] Вольмир А.С. *Устойчивость деформируемых систем*. Москва, Наука, 1989, 325 с.
[6] Биргер И.А., Шорр Б.Ф. *Термопрочность деталей машин*. Москва, Машиностроение, 1995, 297 с.
[7] Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирование упруго-пластического поведения материала при импульсном нагружении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 3. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/solid/1231.html (дата обращения: 01.08.2021)
[8] Димитриенко Ю.И. *Нелинейная механика сплошной среды*. Москва, Физматгиз, 2005, 624 с.
[9] Вольмир А.С., Зыкин П.Г. Устойчивость в большом цилиндрических оболочек при ползучести. *Тепловые напряжения в элементах турбомашин*, 1962, вып. 2.
[10] Милейко С.Т., Работнов Ю.Н. *Кратковременная ползучесть*. Москва, Машиностроение, 1985, 298 с.
[11] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/material/960.html (дата обращения 01.08.2021).
[12] Димитриенко Ю.И., Юрин Ю.В. Конечно-элементное моделирование напряженно-деформированного состояния горных пород с учетом ползучести. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 3, с. 101–118.
[13] Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Юрин Ю.В. Асимптотическая теория термоползучести многослойных тонких пластин. *Математическое моделирование и численные методы,* 2014 , № 4, с. 18–36.
[14] Муштари Х.М., Галимов Г.З. *Нелинейная теория упругих оболочек*. Казань, Таткнигиздат, 1985, 437 с.
[15] Григолюк Э.И., Липовцев Ю.В. Устойчивость оболочек в условиях ползучести. *Прикладная механика и техническая физика*, 1965, № 4, с. 111–116.

Статья поступила в редакцию 10.08.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирования ползучести тонкостенных оболочек при переменных нагружениях. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 1, с. 97–108.

Бутина Татьяна Александровна — к.ф.-м.н., доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: butina_ta@mail.ru

Дубровин Виктор Митрофанович — к.т.н., доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

Simulation of creep in thin-walled shells under variable loads

© T.A. Butina, V.M. Dubrovin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

Under prolonged loading during operation, structures are subject to the phenomenon of creep, which can affect its performance. This influence depends on the load level, loading duration, operating conditions, design features, and type of material. All of these factors are taken into account in testing to obtain creep curves for a specific material and various environmental conditions corresponding to the operating conditions of the structure. The paper considers the problem of calculating the creep deformations of thin-walled cylindrical shells under the combined action of internal pressure and axial force. A model of the theory of flow with hardening under variable loading is considered. A numerical example of calculating the creep deformations of a cylindrical shell for an aluminum alloy is given.

Keywords: *creep, flow theories with hardening, cylindrical shell, variable loading*

REFERENCES

[1] Kachanov L.M. *Teoriya polzuchesti* [Creep theory]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 389 p.

[2] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 2 . Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum Mechanics. Vol. 2 Universal laws of mechanics and electrodynamics of continuous media]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 559 p.

[3] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 4 . Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum Mechanics. Vol. 4 Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p.

[4] Rabotnov Yu.N. *Polzuchest elementov construkziy* [Creep of structural elements]. Moscow, Nauka Publ., 1999, 365 p.

[5] Volmir A.S. *Ustoychivost deformiruemix sistem* [Stability of deformable systems]. Moscow, Nauka Publ., 1989, 325 p.

[6] Birger I.A., Shorr B.F. *Termoprochnost detaley mashin [*Thermal strength of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1995, 297 p.

[7] Butina T.A., Dubrovin V.M. Modelling of material elastoplastic behavior under impact loading. *Science and Education: Electronic Scientific and Technical Journal*, 2014, iss. 3. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/solid/1231.html (date of application: 01.08.2021)

[8] Dimitrienko Yu.I. *Nelineynaya mekhanika sploshnoy sredi* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 2005, 624 p.

[9] Volmir A.S. , Zykin P.G. Ustoychivost obolochek pri polzuchesti [Stability of shells during creep]. *Teplovie napryazheniya v elementakh turbomachine* [Thermal stresses in the elements of turbomachines], 1962, iss. 2.

[10] Mileiko S.T., Rabotnov Yu.N. *Kratkovremennaya polzuchest* [Short-term creep]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985, 298 p.

[11] Dubrovin V.M., Butina T.A. Simulation of creep process structural materials. *Science and Education: Electronic Scientific and Technical Journal*, 2013, iss. 9. URL: http://engjournal.ru/eng/catalog/mathmodel/technic/957.html (date of application: 01.08.2021)

[12] Dimitrienko Yu.I., Юрин Ю.В. Finite element simulation of the rock stress-strain state under creep. *Mathematical Modeling and Computational Metods*, 2015, no. 3, p. 101–118.
[13] Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Yurin Yu.V. Asymptotic theory of thermocreep for multilayer thin plates. *Mathematical Modeling and Computational Metods*, 2014 , no. 4, p. 18–36.
[14] Mushtari Kh.M., Galimov G.Z. *Nelineynata teoriya uprugikh obolochek* [Nonlinear theory of elastic shells]. Kazan, Tatknigizdat Publ., 1985, 437 p.
[15] Grigolyuk E.I., Lipovtsev Yu.V. Stability of shells under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1965, no. 4, p. 111–116.

Butina T.A., Cand. Sc. (Phys. — Math.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: butina_ta@mail.ru

Dubrovin V.M., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru