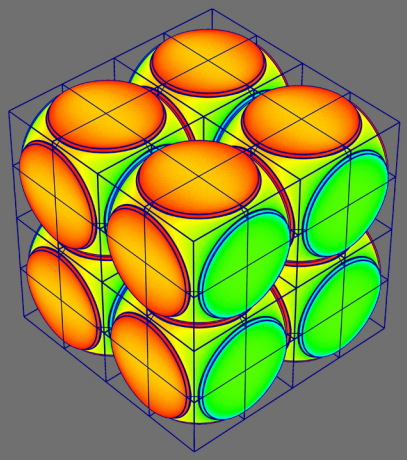
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Рузиев З.Дж., Собиров О.И., Корабоев К.А., Сапаев У.К. Численное моделирование генерации второй гармоники ультракоротких лазерных импульсов в нелинейных фотонных кристаллах. Математическое моделирование и численные методы, 2022, № 1, с. 3–14.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/268/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 10:16:47

УДК 535:530.182 DOI: 10.18698/2309-3684-2022-1-314

Численное моделирование генерации второй гармоники ультракоротких лазерных импульсов в нелинейных фотонных кристаллах

© З.Дж. Рузиев, О.И. Собиров, К.А. Корабоев, У.К. Сапаев

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова, Ташкент, 100095, Узбекистан

Проведено численное моделирование процессов генерации второй гармоники ультракоротких лазерных импульсов в нелинейных фотонных кристаллах. Примененные численные методы основаны на приближении медленно-меняющихся амплитуд и однонаправленном приближении, применимом для упрощения волнового уравнения с нелинейной поляризацией в диспергирующей среде. При одинаковых условиях эксперимента проведено сравнение результатов этих приближений. Сравнительный анализ показывает, что вплоть до 10 фс длительности основного импульса оба приближенных метода описывают этот процесс преобразования частоты практически одинаково, но ниже 10 фс наблюдается расхождение результатов. Сравнение проводилось, главным образом по формированию временного профиля импульса второй гармоники и её эффективности. Педставлена также методика получения временных профилей импульса второй гармоники при использовании однонаправленного приближения, где падающее поле используется целиком, как в спектральной, так и во временной области расчета. При использовании приближения медленно-меняющихся амплитуд учтено влияние дисперсии до третьего порядка малости.

Ключевые слова: *уравнения Максвелла, нелинейная оптика, приближение медленно-меняющихся амплитуд, однонаправленное приближения, генерация второй гармоники, ниобат лития*

Введение. Известно, что в лазерной технике исследователи всегда стремятся сокращать длительности лазерных импульсов, и, соответственно их мощности. Если в начальном этапе развития лазеров когерентные импульсы от них имели всего лишь нано-пикосекундные диапазоны, то, в настоящее время, благодаря усовершенствованию самой лазерной системы и системы усиления и генерации т.н. «чирпированных» лазерных импульсов, получение мощных фемтосекундных (фс) импульсов практически не вызывает трудности [1].

Известно, что короткие и ультракороткие лазерные импульсы широко используются для решения различных фундаментальных и прикладных задач взаимодействия лазерного излучения с веществом. Например, фс импульсы широко применяются в исследованиях различных быстропротекающих явлений, в изучениях фундаментальных свойств веществ при сверхвысоких температурах, а также в различных областях медицины и диагностики т.п. [2,3].

Интерес к различным процессам преобразования частоты, в том числе, к генерации второй гармоники (ГВГ) обусловлен, в частности, получением когерентного излучения в коротковолновом диапазоне спектра, где излучение прямого лазерного излучения могут быть малоэффективным или, совсем отсутствует. Для решения этой задачи успешно принимаются нелинейно-оптические кристаллы с квадратичной нелинейностью. Из них самый распространённый — кристаллы с регулярной доменной структурой или их другая терминология «нелинейные фотонные кристаллы» [4]. Поскольку они имеют ряд преимуществ по сравнению с другими нелинейно-оптическими кристаллами; они не требуют выполнение условия фазового синхронизма, а оно реализуется с помощью изменения знака нелинейной восприимчивости второго порядка от слоя к слою при этом размер домена должно быть равен когерентной длине взаимодействия [5,6]. Более того их можно ориентировать на падающего излучения таким образом, чтобы наиболее большое значение нелинейности второго порядка дал вклад в процессе преобразования частоты, обеспечивая эффективный энергообмен между оптическими волнами. Для эффективной реализации ГВГ также необходимо высокоинтенсивные лазерные источники, которые обычно можно достичь с помощью фс лазерных импульсов.

Применение коротких и ультракоротких лазерных импульсов в процессах преобразования частоты в нелинейных фотонных кристаллах вызывает ряд трудности, которые сильно ограничивают их эффективность. К таким эффектам при ГВГ можно отнести, например, расстройкой групповых скоростей основного излучения и второй гармоники, дисперсией групповых скоростей, а также третьим более высоким порядками дисперсии [7]. Эти нежеланные эффекты также приводит к быстрому увеличению длительности импульса второй гармоники.

В вышеуказанном случае для теоретического анализа ГВГ обычно принимаются т.н., укороченные уравнения Максвелла в приближении медленно-меняющихся амплитуд (ММА) с учетом нелинейной поляризации среды [7–9]. Применимость этого приближения к анализам ГВГ ограничивается только длительностью падающего импульса (обычно приблизительно до ~10 фс). Интересно отметить, что относительно недавно был развит другой метод — так называемое однонаправленное приближение волнового уравнения в диспергирующей среде [10–12]. Как показывают авторы этих работ, данный метод применим для анализа распространения и взаимодействия оптических волн в диспергирующих средах вплоть до одного светового колебания. Отсюда вытекает, что это приближение не ограничивается длительностью падающих импульсов, в отличие от приближения ММА, которое применимо приблизительно вплоть до ~10 фс длительности основного импульса [7].

Таким образом, целью данной работой является сравение результатов расчетов по приближенияю ММА и однонаправленному приближению волнового уравнения при одинаковых начальных условиях, с тем, чтобы определить границу применимости этих приближений при использовании ультракоротких лазерных импульсов. Для этого был выбран процесс ГВГ коротких и ультракоротких лазерных импульсов в периодически поляризованном кристалле ниобата лития ($LiNbO_3$). Данный кристалл широко применяется в качестве нелинейного фотонного кристалла и его линейные и нелинейные оптические характеристики хорошо изучены. Проанализированы результаты этих приближения на примере ГВГ в нестационарном режиме при взаимодействии типа *EE-E* [8].

Математическая модель генерации второй гармоники в нелинейных фотонных кристаллах. Процесс ГВГ с учетом дисперсии до третьего порядка малости в движущейся системе координат в приближении ММА описывается следующей системой дифференциальных уравнений в частных производных [7,8]:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial A_1}{\partial z} - i\frac{g_1}{2}\frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + \frac{h_1}{6}\frac{\partial^3 A_1}{\partial t^3} = -i\gamma_1\sigma(z)A_1^* A_2 e^{i\Delta kz}, \\ &\frac{\partial A_2}{\partial z} + \nu\frac{\partial A_2}{\partial t} - i\frac{g_2}{2}\frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} + \frac{h_2}{6}\frac{\partial^3 A_2}{\partial t^3} = -i\gamma_2\sigma(z)A^2 e^{-i\Delta kz}, \end{aligned} \tag{1}$$

здесь, A_1 и A_2 комплексные амплитуды основной и второй гармоники, соответственно; $\nu = 1/V_1 - 1/V_2$, где V_1 и V_2 — групповые скорости основной и второй гармоники, соответственно;

$$\begin{aligned} g_1 &= \left.\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right|_{\omega=\omega_o}, \quad g_2 = \left.\frac{\partial^2 k}{\partial\omega^2}\right|_{\omega=2\omega_o}, \\ h_1 &= \left.\frac{1}{2k_o}\frac{\partial^3 k^2}{\partial\omega^3}\right|_{\omega=\omega_o}, \quad h_2 = \left.\frac{1}{4k_o}\frac{\partial^3 k^2}{\partial\omega^3}\right|_{\omega=2\omega_o}, \end{aligned} \tag{2}$$

где g_i и h_i — коэффициенты учитывающие дисперсию групповых скоростей второго и третьего порядков, соответственно (где $i = 1,2$);

$$k_o = 2\pi/\lambda_o, \ \omega_o = \mathrm{c}/\lambda_o, \tag{3}$$

λ_o — длина волны падающего излучения в центре его спектра;

$$\Delta k = 2k(\omega_o) - k(2\omega_o) \tag{4}$$

- волновая расстройка, определяемая по разнице волновых чисел взаимодействующих оптических гармоник [7],

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\pi d_{eff}}{n\lambda_o}, \tag{5}$$

где γ_i — коэффициенты нелинейной связи, (где $i = 1, 2$);

$$d_{eff} = \chi^{(2)} / 2 \tag{6}$$

- эффективный коэффициент нелинейной восприимчивости второго порядка ($\chi^{(2)}$ — нелинейная восприимчивость второго порядка) [9]; $\sigma(z)$ — знако-переменная функция с периодом $d_o = \pi / |\Delta k|$.

Алгоритм численного решения. Для численного решения системы уравнений (1), (2) был использован метод Рунге–Кутта для нелинейной части, а для линейной — быстрое преобразование Фурье с применением симметричной схемой по шагу z [13,14].

Рассмотрим теперь методику однонаправленного приближения волнового уравнения с учётом нелинейной поляризации второго порядка [10–12]. В этом случае уравнение ГВГ в спектральной области и в скалярном виде можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial E(\omega, z)}{\partial z} = ik(\omega) E(\omega, z) + \frac{i\omega^2}{2\epsilon_0 c^2 k(\omega)} P_{NL}(\omega, z), \tag{7}$$

где

$$P_{NL}(t, z) = \chi^{(2)} E^2(t). \tag{8}$$

Используя для поля представление

$$E(\omega, z) = A(\omega, z) \exp(ik(\omega) z), \tag{9}$$

можно получить следующее уравнение для его амплитуды:

$$\frac{\partial A(\omega, z)}{\partial z} = i \frac{\mu_0 \omega^2}{2k(\omega)} e^{-ik(\omega)z} P_{NL}(\omega, z). \tag{10}$$

Уравнение (7) можно решить с помощью следующего последовательного алгоритма (см., также в [11]):

- переместим амплитуду поля из $z = 0$ в Δz как

$$A(\omega, \Delta z) \to A(\omega) \exp[i(k(\omega) - \omega_o / V_\omega)\Delta z]; \tag{11}$$

- используя обратное преобразование Фурье преобразуем её из спектральной области в временную

$$A(t) = FFT\{A(\omega)\}; \tag{12}$$

- имея амплитуду поля в временной области, вычислим нелинейную поляризованность как

$$P_{NL}(t) = P_{NL}\{E(t)\} = \chi^{(2)}E^2(t); \tag{13}$$

- после вычисления $P_{NL}(t)$, используя обратное преобразование Фурье, преобразуем его обратно в спектральную область

$$P_{NL}(\omega) = FFT^{-1}\{P_{NL}(t)\}; \tag{14}$$

- применим линейный пропагатор, чтобы отменить предыдущий сдвиг по Δz

$$P_{NL}(\omega) \mapsto P_{NL}(\omega)\exp\left[-i\left(k(\omega) - \frac{\omega_o}{V_\omega}\right)\Delta z\right]; \tag{15}$$

- и, наконец, решаем (10) обыкновенное дифференциальное уравнение, используя метод Рунге Кутты 4-го порядка.

Граничные условия для основного импульса в (1), (2) и (7) выбраны следующими:

$$A_1(z=0,t) = A_o\exp\left(-2\ln 2\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right), \qquad A_2(z=0,t) = 0 \tag{16}$$

и

$$E(t, z=0) = (A_o/\sqrt{\pi})\exp\left(-2\ln 2\left(t/\tau\right)^2\right)\cos(\omega_o t) \tag{17}$$

соответственно.

Как отмечено выше, что для численного решения системы уравнений (1) мы использовали численный расчет по симметричной схеме, основанной на методах Рунге-Кутта и быстрого преобразования Фурье. Этот метод имеет следующую последовательность [13–14]: сначала решается линейная часть уравнений по быстрому преобразованию Фурье для шага $dz/2$ от A_n до $A_{n+1/2}$, затем полученные результаты используются как граничные условия как $A_n = A_{n+1/2}$ для решения нелинейной части этих уравнений для шага dz. После этого полученные результаты используются опять как граничные условия как $A_{n+1/2} = A_n$ для dz, и опять решается линейная часть уравнений по быстрому преобразованию Фурье для шага $dz/2$ от $A_{n+1/2}$ до A_n. Схема этого численного метода также показана на рис. 1.

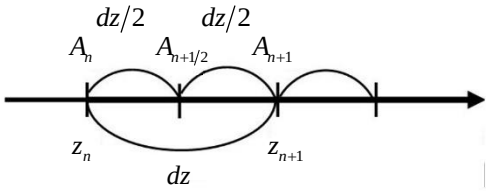


Рис. 1. Эскиз численного расчета по симметричной схеме, основанной на методах Рунге-Кутта и быстрого преобразования Фурье: $A_{n+1/2}$ определяется быстрым преобразованием Фурье для шага $dz/2$, учитывая известный член A_n; затем полагая $A_n = A_{n+1/2}$, A_{n+1} определяется методом Рунге Кутта для шага dz; и наконец, опять полагая $A_{n+1/2} = A_{n+1}$, A_n определяется быстрым преобразованием Фурье для шага $dz/2$

Выбранные условия для численных расчетов. Выше было отмечено, что в качестве кристалла с регулярной доменной структурой выбран ниобата лития. Его область прозрачности лежить от 400 нм до 5500 нм и $\chi^{(2)} = 41\ \text{пм}^2/\text{В}^2$ [15]. Поэтому при решении уравнения (7) учитывали только эту область спектра, остальную часть и отрицательную область спектра обнуляли.

В качестве когерентного источника основного излучения было выбрано излучение от Ti:Sapphire лазера, чья центральная длина волны равна $\lambda_o = 1050$ нм, посколько этот лазер может генерировать ультракороткие лазерные импульсы с высокой интенсивностью в фемтосекундном диапазоне [16]. Для излучения с длиной волны $\lambda_o = 1050$ нм, период нелинейной решетки будет приблизительно равен $d_o = 3,23$ мкм. Длительность импульса выбрана при FWHM. Уравнение Селлмейера для вычисления показателья преломления от длины волны ниобата лития было выбрано из [17]. Для всех расчётов выбрали пиковую интенсивность основного импульса $0,5\ \text{ГВт}/\text{см}^2$. Значение последнего выбрано для того чтобы избегать влияние нелинейности третьего порядка [18].

Результаты численного моделирования. Прежде чем представить результаты сравнительного анализа приближенных методов следует отметить, что оба приближенных метода дали практические одинаковые результаты вплоть до 10 фс, как это ожидалось. Для сравнения выбрали эффективность ГВГ и временной профиль интенсивности второй гармоники на выходе из периодического кристалла. При расчетах однонаправленного приближения временной профиль амплитуды второй гармоники был получен от спектра самого поля от 1,5 до 2,5 нормированного частоты с использованием обратного преобразования Фурье.

На рис. 2 показаны результаты численных расчетов для случая 10 фс, где динамика второй гармоники исследована при прохождении

фотонного кристалла с доменами приблизительно 70 штук: рис. 2*а* — временной профиль самого поля на входе (сплошная кривая) и на выходе (пунктирная кривая) из кристалла; рис. 2*б* — его спектр на входе (сплошная кривая) и на выходе (пунктирная кривая); рис. 2*в* — результаты сравнительного анализа, где показан временной профиль интенсивности второй гармоники при выходе из кристалла. Здесь пунктирная кривая — результаты приближения ММА, а сплошная — однонаправленного приближения; рис. 2*г* — зависимость эффективности ГВГ от числа доменов. Сплошной кривой показан результат приближения ММА, пунктирной — однонаправленного приближения волнового уравнения.

На рис. 2 практически оба приближенных метода дают одинаковые результаты. Наблюдается только незначительное отличие при сравнении временного профиля интенсивности второй гармоники (см. рис. 2*в*). Хотя здесь в двух разных расчетах наблюдается небольшо отклонение профилей второй гармоники друг от друга, но при сравнении эффективности ГВГ они совпадают друг с другом (см. рис. 2*г*).

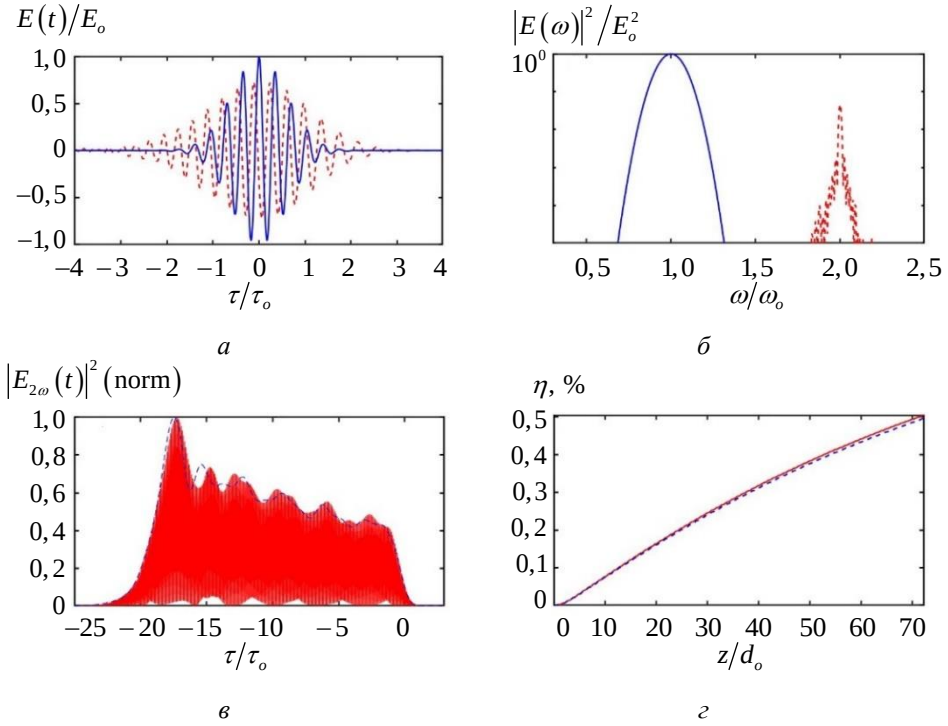
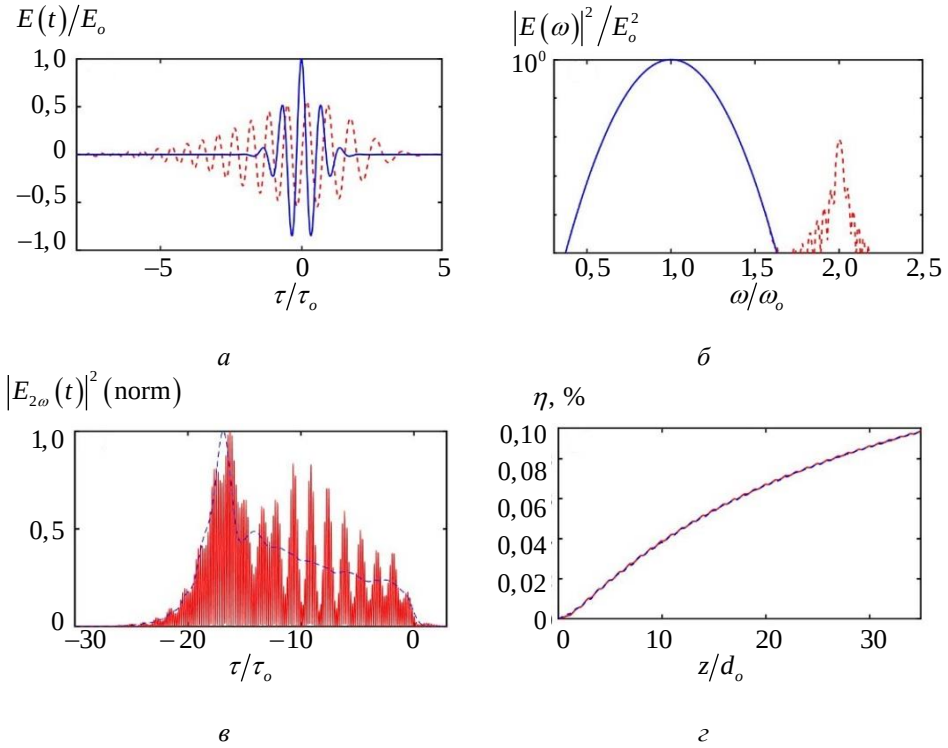


Рис. 2. Результаты численных расчетов для 10 фс:
а — временной профиль поля; *б* — спектр поля; *в* — временной профиль интенсивности второй гармоники при выходе из кристалла; *г* — зависимость эффективности ГВГ от числа доменов

Сравнительные результаты двух приближенных методов для случая 5 фс показаны на рис. 3. Здесь кривые и порядок рисунков расположены также, как и на рис. 2. На рис. 3 наблюдаются заметное отклонение результатов при сравнении временного профиля интенсивности второй гармоники, который показан на части (см. рис. 3*г*). В расчетах по однонаправленному приближению наблюдается разделение импульса второй гармоники на несколько частей, а по приближению ММА — нет. Несмотря на это, результаты по эффективности второй гармоники в обоих расчетах совпадают друг на друга.



а *б*

в *г*

Рис. 3. Результаты численных расчетов для 5 фс:
а — временной профиль поля; *б* — спектр поля; *в* — временной профиль интенсивности второй гармоники при выходе из кристалла; *г* — зависимость эффективности ГВГ от числа доменов

Сравнивая результаты для случаев 5 фс и 10 фс наблюдаем, что результаты при двух приближениях отличаются друг от друга незначительно, если в приближении ММА учитывается дисперсию до третьего порядка малости. Из этого следует, что оба приближения можно использовать в расчётах. Однако, следует отметить, что здесь мы использовали фиксированное значение $\chi^{(2)}$ квадратичной нелинейности поляризации. Однако этот параметр может зависеть от частоты излучения падающей волны. В этом случае, если падающий

импульс на кристалл имеет достаточно широкий спектр, то необходимо учитывать зависимость $\chi^{(2)}$ от ω как $\chi^{(2)}(\omega)$. Именно в этом случае успешно можно применить однонаправленное приближение, в отличие от приближения ММА.

Выводы. ГВГ ультракоротких лазерных импульсов (вплоть до 5 фс) в кристалле регулярной доменной структурой исследована численными методами. В качестве периодически поляризованного кристалла выбран кристалл ниобота лития. Для численных расчетов использовали приближение ММА и однонаправленное приближение волнового уравнения. Учитывая малости дисперсии до третьего порядка при приближении ММА, проведено сравнение результатов этих приближений. Как показывают результаты расчетов, оба приближенных метода дают одинаковые результаты вплоть до 10 фс длительности основного импульса при сравнении временного профиля импульса и эффективности второй гармоники. Но ниже 10 фс наблюдается расхождение результатов.

Показана методика получения временного профиля импульса второй гармоники от поля основного изучения при использовании однонаправленного приближения волнового уравнения. Здесь мы ограничивались только второй гармоникой, но методику можно применить для других гармоник высшего порядка.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов Uzb-Ind-2020-96 и Uzb-Ind-2020-83 Министерства инновационного развития республики Узбекистан и ATLANTIC-823897 (HORIZON-2020).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Morgner U., Kärtner F.X., Cho S.H., Chen Y., Haus H.A., Fujimoto J.G., Ippen E.P. Sub-two-cycle pulses from a Kerr-lens mode-locked Ti:sapphire laser. *Optics Letters*, 1999, vol. 24, no. 6, pp. 411–413.

[2] Daido H., Nishiuchi M., Pirozhkov A.S. Review of laser-driven ion sources and their applications. *Reports on Progress in Physics*, 2012, vol. 75, no. 5, art. no. 056401.

[3] Rizvi N.H. Femtosecond laser micromachining: Current status and applications. *RIKEN Review*, 2003, no. 50, pp. 107–112.

[4] Jankowski M., Langrock C., Desiatov B., Marandi A., Wang C., Zhang M., Phillips C.R., Lončar M., Fejer M.M. Ultrabroadband nonlinear optics in nanophotonic periodically poled lithium niobate waveguides. *Optica*, 2020, vol. 7, no. 1, pp. 40–46.

[5] Tanzilli S., De Riedmatten H., Tittel W., Zbinden H., Baldi P., De Micheli M., Gisin N. Highly efficient photon-pair source using periodically poled lithium niobate waveguide. *Electronics Letters*, 2001, vol. 37, no. 1, pp. 26–28.

[6] Miller G.D., Batchko R.G., Tulloch W.M., Weise D.R., Fejer M.M., Byer R.L. 42%-efficient single-pass cw second-harmonic generation in periodically poled lithium niobate. *Optics letters*, 1997, vol. 22, no. 24, pp. 1834–1836.

[7] Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*. Москва, Наука, 1988, 308 с.

[8] Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика*. Москва, Физматлит, 2004, 512 с.
[9] Boyd R. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 2020, 634 p.
[10] Husakou A.V., Herrmann J. Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers. *Physical Review Letters*, 2001, vol. 87, iss. 20, pp. 203901-1–203901-4.
[11] Couairon A., Brambilla E., Corti T., Majus D., de J. Ramírez-Góngora O., Kolesik M. Practitioner's guide to laser pulse propagation models and simulation. *European Physical Journal: Special Topics*, 2011, vol. 199, iss. 1, pp. 5–76.
[12] Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. Femtosecond pulse propagation in argon: A pressure dependence study. *Physical Review E – Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, 1998, vol. 58, no. 4, pp. 4903–4910.
[13] Olimov A.N., Ruziev Z.J., Yusupov D.B., Sapaev U.K. Frequency Doubling Of Femtosecond Laser Pulses In Nonlinear Photonic Crystals With Account Of High-Order Dispersion. *Journal of Russian Laser Research*, 2019, vol. 40, no. 3, pp. 280–287.
[14] Агравал Г.П., Мамышев П.В., Черников С.В. *Нелинейная волоконная оптика*. Москва, Мир, 1996, 323 с.
[15] Nikogosyan D.N. *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*. New York, Springer New York, 2005, 428 p.
[16] Paschotta R. Titanium–sapphire Lasers. *RP Photonics Encyclopedia*, URL: https://www.rp-photonics.com/titanium_sapphire_lasers.html (дата обращения: 15.07.2021)
[17] Dalgarno A., Kingston A.E. The refractive indices and Verdet constants of the inert gases. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1960, vol. 259, pp. 424–43.
[18] Kulagin I.A., Sapaev U.K., Usmanov T., Uzakov A.A., Yusupov D.B. Nonstationary frequency doubling in periodically-poled nonlinear crystals in the presence of self-action effects. Journal of Russian Laser Research, 2007, vol. 28, no. 3, pp. 279–287.

Статья поступила в редакцию 01.08.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Рузиев З.Дж., Собиров О.И., Корабоев К.А., Сапаев У.К. Численное моделирование генерации второй гармоники ультракоротких лазерных импульсов в нелинейных фотонных кристаллах. *Математическое моделирование и численные методы*, 2022, № 1, с. 3–14.

Рузиев Зухриддин Джамолиддинович — аспирант факультета «Электроники и автоматики», Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова. e-mail: roziyevzj@mail.ru

Сабиров Обид Икрамбаевич — аспирант факультета «Электроники и автоматики», Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова.

Корабоев Камолиддин Абдушукурович — аспирант факультета «Электроники и автоматики», Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова.

Сапаев Усман Каландарович — д-р физ.-мат. наук, профессор, факультет «Электроники и автоматики», Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова. e-mail: usapaev@gmail.com

Approximate methods for studying the second harmonic generation of ultrashort laser pulses in nonlinear photonic crystals

© Z.J. Ruziev, O.I. Sobirov, K.A. Koraboev, U.K. Sapaev

Tashkent state technical university named after Islam Karimov,
Tashkent, 100095, Uzbekistan

Second harmonic generation of ultrashort laser pulses in nonlinear photonic crystals is investigated by numerical methods based on the approximation of slowly varying amplitudes and a unidirectional approximation, applicable to simplify the wave equation with nonlinear polarization in a dispersive medium. Under the same experimental con-ditions, the results of these approximations are compared. Comparative analysis shows that up to 10 fs of the main pulse duration, both approximate methods describe this process of frequency conversion in almost the same way, but below 10 fs, there is a discrepancy between their results. Mainly, the formation of the temporal profile of the second harmonic pulse and its efficiency are compared. A method for obtaining time profiles of the second harmonic pulse using a unidirectional approximation where the incident field is used entirely in both the spectral and time domains of the calculation is also shown. The effect of dispersion up to the third order of smallness is taken into account, during the use of the approximation of slowly varying amplitudes.

Keywords: *Maxwell equations, nonlinear optics, approximation of slowly varying amplitudes, unidirectional approximation, second harmonic generation, lithium niobate*

REFERENCES

[1] Morgner U., Kärtner F.X., Cho S.H., Chen Y., Haus H.A., Fujimoto J.G., Ippen E.P. Sub-two-cycle pulses from a Kerr-lens mode-locked Ti:sapphire laser. *Optics Letters*, 1999, vol. 24, no. 6, pp. 411–413.

[2] Daido H., Nishiuchi M., Pirozhkov A.S. Review of laser-driven ion sources and their applications. *Reports on Progress in Physics*, 2012, vol. 75, no. 5, art. no. 056401.

[3] Rizvi N.H. Femtosecond laser micromachining: Current status and applications. *RIKEN Review*, 2003, no. 50, pp. 107–112.

[4] Jankowski M., Langrock C., Desiatov B., Marandi A., Wang C., Zhang M., Phillips C.R., Lončar M., Fejer M.M. Ultrabroadband nonlinear optics in nanophotonic periodically poled lithium niobate waveguides. *Optica*, 2020, vol. 7, no. 1, pp. 40–46.

[5] Tanzilli S., De Riedmatten H., Tittel W., Zbinden H., Baldi P., De Micheli M., Gisin N. Highly efficient photon-pair source using periodically poled lithium niobate waveguide. *Electronics Letters*, 2001, vol. 37, no. 1, pp. 26–28.

[6] Miller G.D., Batchko R.G., Tulloch W.M., Weise D.R., Fejer M.M., Byer R.L. 42%-efficient single-pass cw second-harmonic generation in periodically poled lithium niobate. *Optics letters*, 1997, vol. 22, no. 24, pp. 1834–1836.

[7] Akhmanov S.A., Vyslukh V.A., Chirkin A.S. *Optika femtosekundnyh lazernyh impul'sov* [Optics of femtosecond laser pulses]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 308 p.

[8] Dmitriev V.G., Tarasov L.V. *Prikladnaya nelinejnaya optika* [Applied nonlinear optics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 512 p.

[9] Boyd R. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 2020, 634 p.

[10] Husakou A.V., Herrmann J. Supercontinuum generation of higher-order solitons by fission in photonic crystal fibers. *Physical Review Letters*, 2001, vol. 87, iss. 20, pp. 203901-1–203901-4.
[11] Couairon A., Brambilla E., Corti T., Majus D., de J. Ramírez-Góngora O., Kolesik M. Practitioner's guide to laser pulse propagation models and simulation. *European Physical Journal: Special Topics*, 2011, vol. 199, iss. 1, pp. 5–76.
[12] Mlejnek M., Wright E.M., Moloney J.V. Femtosecond pulse propagation in argon: A pressure dependence study. *Physical Review E – Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, 1998, vol. 58, no. 4, pp. 4903–4910.
[13] Olimov A.N., Ruziev Z.J., Yusupov D.B., Sapaev U.K. Frequency Doubling Of Femtosecond Laser Pulses In Nonlinear Photonic Crystals With Account Of High-Order Dispersion. *Journal of Russian Laser Research*, 2019, vol. 40, no. 3, pp. 280–287.
[14] Agraval G.P., Mamyshev P.V., Chernikov S.V. *Nelinejnaya volokonnaya optika* [Nonlinear fiber optics]. Moscow, Mir Publ., 1996, 323 p.
[15] Nikogosyan D.N. *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*. New York, Springer New York, 2005, 428 p.
[16] Paschotta R. Titanium–sapphire Lasers. *RP Photonics Encyclopedia*, URL: https://www.rp-photonics.com/titanium_sapphire_lasers.html (date of application: 15.07.2021)
[17] Dalgarno A., Kingston A.E. The refractive indices and Verdet constants of the inert gases. *Proceedings of the Royal Society of London*. *Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1960, vol. 259, pp. 424–43.
[18] Kulagin I.A., Sapaev U.K., Usmanov T., Uzakov A.A., Yusupov D.B. Nonstationary frequency doubling in periodically-poled nonlinear crystals in the presence of self-action effects. Journal of Russian Laser Research, 2007, vol. 28, no. 3, pp. 279–287.

Ruziev Z.J., postgraduate Ph.D. student of Faculty «Electronics and Automation», Tashkent state technical university named after Islam Karimov. e-mail: roziyevzj@mail.ru

Sobirov O.I., postgraduate Ph.D. student of Faculty «Electronics and Automation», Tashkent state technical university named after Islam Karimov.

Koraboev K.A., postgraduate Ph.D. student of Faculty «Electronics and Automation», Tashkent state technical university named after Islam Karimov.

Sapaev U.K., Dr. Sci. (Phys. — Math.), Professor, Faculty «Electronics and Automation», Tashkent state technical university named after Islam Karimov. e-mail: usapaev@gmail.com