



# Математическое моделирование и численные методы

Одинокое В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Потянихин Д.А., Квашнин А.Е. Математическое моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле с измененным приводом боковых бойков. Математическое моделирование и численные методы, 2021, № 3, с. 3–23.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/254/>

## Математическое моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле с измененным приводом боковых бойков

© В.И. Одинокоев, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев,  
Д.А. Потянихин, А.Е. **Квашин**

ФГБОУ ВО «КНАГУ», Хабаровский край,  
г. Комсомольск-на-Амуре, 681013, Россия

*В работе представлена математическая постановка и приведены результаты расчетов в задаче о деформировании металла на литейно-ковочном модуле с измененным приводом боковых бойков. Рассматривается сложная пространственная задача по определению напряженно-деформированного состояния области течения при нагружении внешней нагрузкой, изменяющейся с течением времени. Определяющие соотношения задачи основаны на теории течения. При решении задачи используется апробированный численный метод, а также численные схемы и комплекс программ, использованные ранее при решении подобных задач. В комплексе программ реализован шаговый алгоритм нагружения с учетом истории процесса и изменяющейся геометрии области течения. Малый временной шаг ассоциируется с поворотом эксцентричного вала на угол  $10^\circ$ . Область деформации разбивается на элементы ортогональной системой поверхностей (элементы имеют ортогональную форму). Для каждого элемента записывается в разностном виде сформулированная система уравнений, которая решается по разработанным численным схемам и алгоритмам с учетом начальных и граничных условий. Результатом решения являются поля напряжений и скорости перемещений по пространственной области. Приводится анализ полученных результатов. Делается сравнение с результатами решения действующей конструкции. В качестве деформируемого материала взят свинец, физические свойства которого аппроксимированы аналитической зависимостью по имеющимся экспериментальным данным. Физическая нелинейность системы уравнений реализуется при решении итерационным методом. Проведены локальные расчеты решения задачи на трех вариантах разбиения области на элементы. Обоснован выбор плотности сетки, накладываемой на рассматриваемую область деформации. Результаты решения представлены в графическом виде. Показана эффективность процесса деформации по усовершенствованному способу на новой конструкции литейно-ковочного модуля.*

**Ключевые слова:** моделирование, кристаллизующийся металл, деформация заготовки, литейно-ковочный модуль, математическая модель, программный комплекс

**Введение.** Теоретические и экспериментальные исследования процесса разлива с последующей деформацией закристаллизовавшегося металла в заданный профиль на литейно-ковочном модуле (ЛКМ) широко представлены в диссертационных работах [1–8], освещены в монографиях [9, 10]. В их основу легли изобретения [11, 12] в которых предложены схемы разлива и деформации затвердевшего металла.

Это — ЛКМ вертикального типа [9, 11] и ЛКМ горизонтального типа [10, 12], в которых предложены схемы разлива. Подобными исследованиями занимаются и за рубежом [13–19].

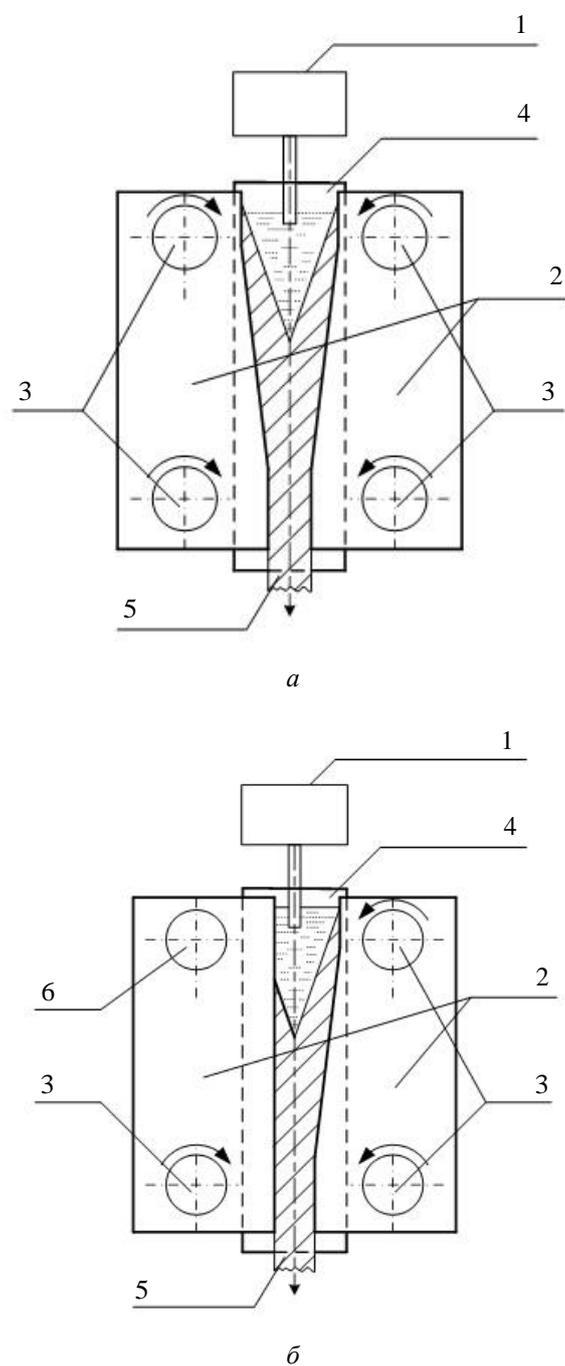
В данной работе теоретически исследуется процесс деформации металла на модифицированной конструкции ЛКМ [20] и дается оценка её использования в сравнении с ЛКМ [9, 11].

На рис. 1 представлены рассматриваемые схемы ЛКМ [20]. По схеме (рис. 1, а) жидкий металл подается из ковша 1 в сборный охлаждаемый кристаллизатор, состоящий из пары бойков 2, вращающихся на эксцентриковых валах 3 и пары бойковых плит 4, плотно прилегающих к бойкам 2 и совершающих перемещение в вертикальной плоскости от эксцентриков, находящихся на нижних приводных валах. При этом эксцентрики, приводящие в движение вертикальные плиты, повернуты относительно эксцентриков, приводящих боковые бойки, на  $90^\circ$ . Тогда, при сближении боковых бойков, деформирующего закристаллизовавшийся металл, вертикальные плиты поднимаются вверх, проскальзывая по сдавливаемому боковыми бойками металлу; когда боковые бойки расходятся, вертикальные плиты подают заготовки вниз.

Схема устройства [20] (рис. 1, б) отличается от схемы [11] (рис. 1, а) тем, что левый боковой боек неподвижен и имеет прямую вертикальную поверхность. Боковые плиты 4 так же, как и в первой схеме (рис. 1, а), приводятся в движение эксцентриковыми втулками, сидящими на нижних приводных валах. Левый боковой боек установлен на цилиндрических втулках на валах 3, 6.

При этом кинематика схемы деформации металла в обоих случаях значительно отличается. В первой схеме (рис. 1, а) закристаллизовавшийся металл подхватывается боковыми бойками с двух сторон и симметрично обжимает движущимися по круговой траектории навстречу друг другу. По второй схеме (рис. 1, б) правый боек деформирует закристаллизовавшийся металл, двигаясь по круговой траектории. При этом металл, деформируясь правым бойком, скользит по вертикальному прямому бойку. Этому скольжению препятствуют силы трения, создающие подпор движению, а значит увеличивающие величины сдвиговых деформаций. Это должно положительно влиять на структуру получаемой заготовки и способствовать более интенсивному залечиванию имеющихся в литом металле пузырей, раковин, трещин.

**Математическая постановка задачи.** На рис. 2, а представлена расчетная схема процесса (рис. 1, б) с учетом симметрии в плоскости  $x_3 = 0$ . При этом будем рассматривать деформацию сплошной заготовки. Примем деформируемый материал несжимаемым, изотропно упрочняющимся, массовыми и инерционными силами будем пренебрегать.



**Рис. 1.** Схемы конструкций литейно-ковочного модуля:  
*a* — двухсторонняя деформация металла при симметричном обжиме по круговой траектории; *б* — односторонняя деформация металла при круговой траектории

Каждая материальная точка проходит область деформации за несколько оборотов бокового бойка, число которых зависит от

величины угла  $\gamma$  и величины эксцентрика  $e_2$  (рис. 2), определяющего ход вертикальных боковых плит.

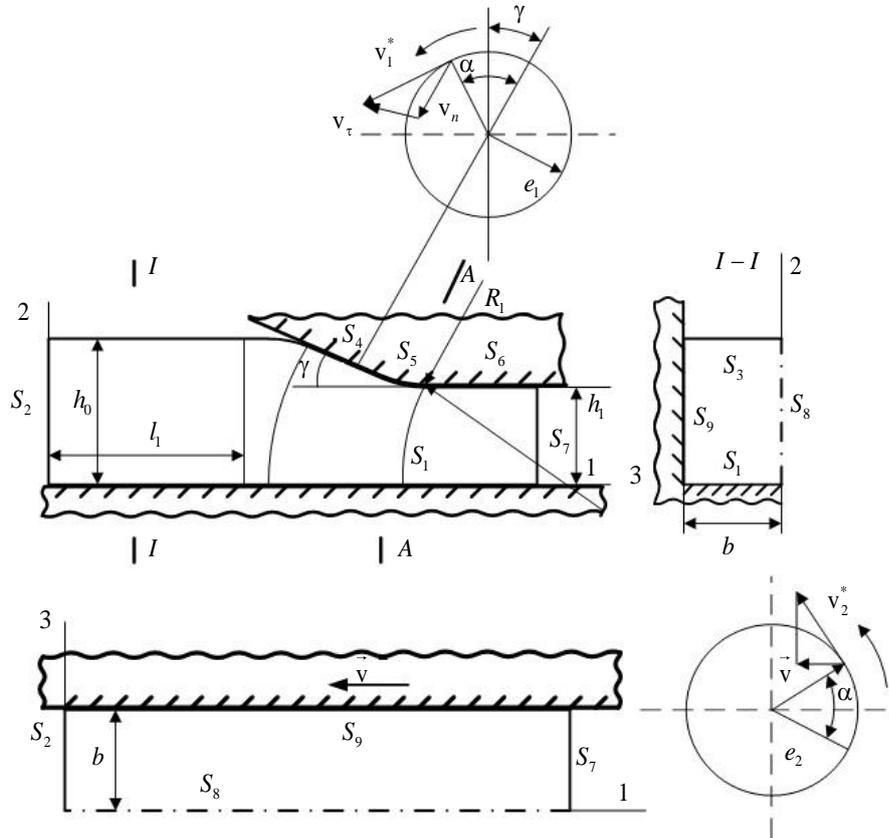


Рис. 2. Расчетная схема процесса деформирования с учетом симметрии в плоскости  $x_3 = 0$

Рассмотрим процесс деформации заготовки с неподвижным боковым бойком при повороте эксцентрикового вала на  $180^\circ$ . Тогда весь процесс движения бойков разобьем на малые временные шаги  $\Delta\tau_m$ . Будем пренебрегать упругими деформациями, примем среду вязкопластичной [21]. Используя теорию течения [22] и декартову систему координат, запишем определяющую систему уравнений на временном шаге  $\Delta\tau_m$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} = 0, \quad \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2\lambda^*\xi_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \\ \xi_{ii} = 0, \quad \sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}, \quad \xi_{ij} = 0,5(v_{i,j} - v_{j,i}), \\ \lambda^* = \frac{T}{H}, \quad T = T(H, E, \theta), \quad H = (2\xi_{ij}\xi_{ij})^{1/2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $i, j = 1, 2, 3$  (суммирование по повторяющимся индексам  $i, j$ );  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжения;  $\xi_{ij}$  — компоненты тензора скоростей пластических деформаций;  $v_i$  — проекция скоростей перемещения по координатным осям  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ );  $\theta$  — температура; функция  $T = T(H, E, \theta)$  определяется из эксперимента;  $H$  — интенсивность скоростей деформаций сдвига;  $E$  — степень деформации.

*Начальные условия.*  $\tau = 0 \Rightarrow \alpha = \alpha_0$ ;  $E = E_0$ , где  $\alpha$  — текущий угол поворота эксцентрикового вала;  $E_0$  — начальная степень деформации металла.

*Граничные условия* (рис. 2). Полагаем, что граница исследуемой области описывается системой ортогональных поверхностей, тогда с учетом плоскости симметрии имеем

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_t} = \sigma_{12}|_{S_t} = \sigma_{13}|_{S_t} = 0, \quad t = 2, 7; \quad \sigma_{22}|_{S_3} = \sigma_{21}|_{S_3} = \sigma_{23}|_{S_3} = 0; \\ \sigma_{23}|_{S_t} = 0, \quad t = 1, 4, 5, 6; \quad \sigma_{23}|_{S_t} = \\ = -\psi_t \tau_s \frac{(v_{CK})_t}{v} \cos(n_t^i, x_i), \quad t = 1, 4, 5, 6; \quad (2) \\ \sigma_{31}|_{S_8} = \sigma_{32}|_{S_8} = 0; \quad \sigma_{32}|_{S_9} = 0; \quad \sigma_{31}|_{S_9} = -\psi_9 \tau_s \frac{(v_{CK})_9}{v}; \\ v_2|_{S_1} = 0; \quad v_2|_{S_t} = -(v_n)_t, \quad t = 4, 5, 6; \quad v_3|_{S_t} = 0, \quad t = 8, 9. \end{aligned}$$

Здесь  $\tau_s$  — предел текучести материала при сдвиге;  $v$  — нормирующая скорость,  $(v_{CK})_t = (v_M - v_H)_t$  — скорость скольжения металла  $v_M$  относительно скорости инструмента деформации  $v_H$  на  $t$ -й поверхности контакта;  $(v_n)_t$  — скорость перемещения инструмента по нормали на  $t$ -й поверхности контакта;  $n_t^i$  — компоненты нормали к поверхности контакта инструмента  $S_t$ ;  $\psi_t$  — коэффициенты трения на поверхностях  $S_t$ ; скорость перемещения инструмента  $(v_n)_t$  ( $t = 4, 5, 6$ ) определяется кинематикой движения бойков.

Так как рассматривается сплошная заготовка, то на поверхности  $S_1$  в локальных местах могут быть случаи отставания металла от поверхности бойка. Тогда следует переназначение граничных условий

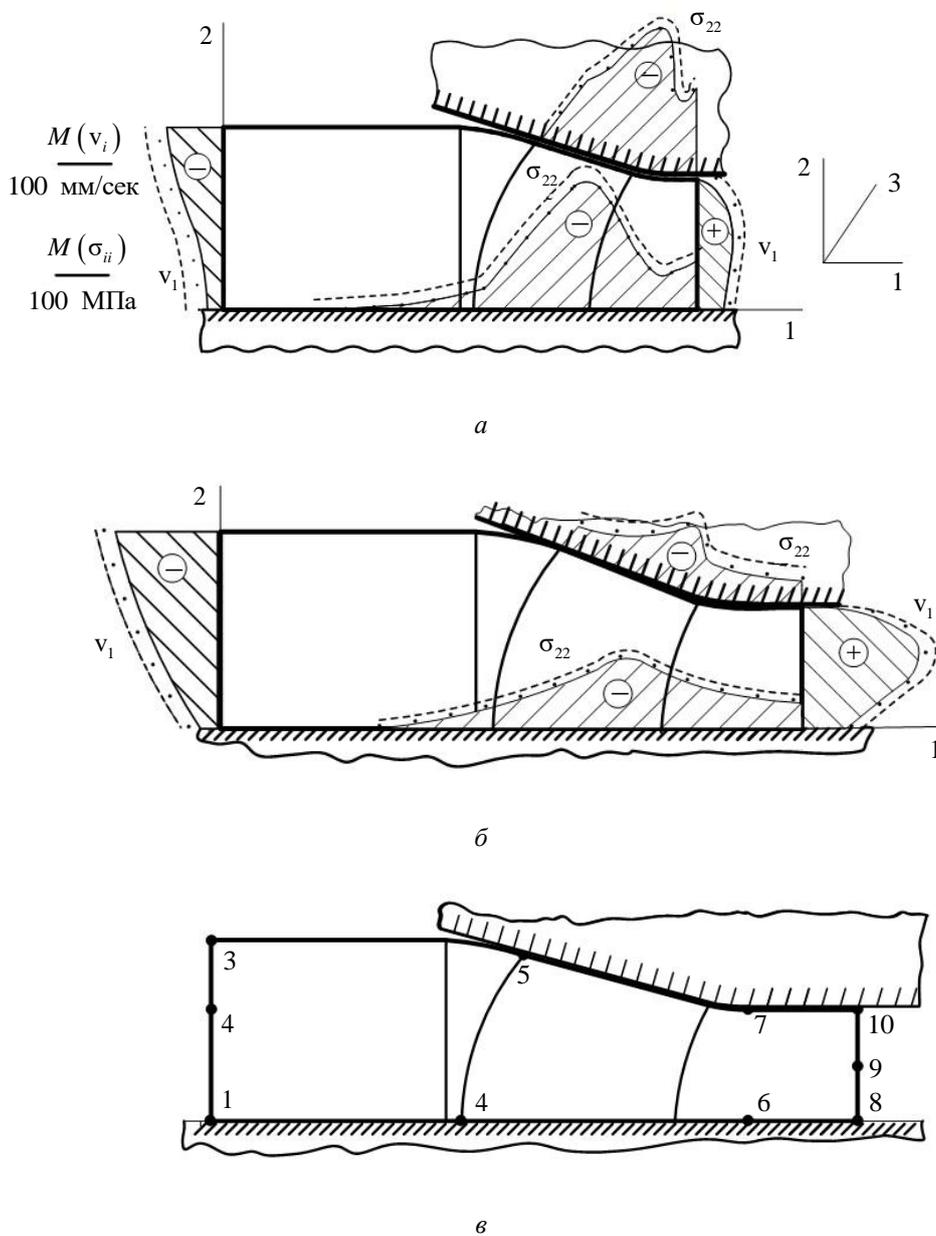
$$\begin{aligned} \text{если } \sigma_{22}^k|_{S_1} > 0, \text{ то } \Rightarrow \sigma_{22}^k|_{S_1} = 0, \quad \sigma_{21}^k|_{S_1} = 0, \\ \text{если } v_2^k|_{S_1} < 0, \text{ то } \Rightarrow v_2^k|_{S_1} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma_{21}^k|_{S_1}$  — граничные условия (2),  $k$  — номер локальной площадки  $S_k$  на  $S_1$ .

Таким образом решается контактная задача. Для решения системы уравнений (1) при наличии граничных условий (2) использовался численный метод, описанный в работе [23], суть которого состоит в том, что исследуемая область разбивается на ортогональные криволинейные элементы. Для каждого элемента в общем виде записываются в разностной форме уравнения (1), через значения длин дуг, напряжений и скорости перемещений по центральным граням, которые решаются по разработанным численным схемам при наличии начальных и граничных условий (2). Результатом решения являются поля напряжений, скоростей перемещений в исследуемой области на каждом временном шаге. При решении задачи использовался программный комплекс «Одиссей» [24].

**Выбор плотности сетки.** Точность решения задачи зависит от выбора плотности сетки, накладываемой на рассматриваемую область деформации. Были проведены локальные просчеты решения задачи на трех вариантах разбиения области на элементы: вариант *I* —  $N_1 \times N_2 \times N_3 = 11 \times 5 \times 4 = 220$  (элементов); вариант *II* —  $14 \times 7 \times 6 = 588$  (элементов); вариант *III* —  $19 \times 13 \times 9 = 2223$  (элемента);  $N_i$  — количество элементов по координате  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Решается физически линейная задача: в системе (1) принималась  $\lambda = 9,81$  (МПа·сек). Расчет производился локально для двух значений  $\alpha = 30^\circ$  и  $\alpha = 60^\circ$ . Начальные геометрические параметры (при  $\alpha_0 = 0^\circ$ )  $h_0 = 30$  мм,  $h_1 = 8$  мм,  $R_1 = 50$  мм,  $e_1 = 3$  мм,  $e_2 = 10$  мм,  $l_1 = 45$  мм. Текущие геометрические параметры рассматриваемой области вычислялись из геометрических построений. На рис. 3 приведены некоторые результаты решения. На рис. 3 *а, б* изображены эпюры скорости  $v_1$  и напряжения  $\sigma_{22}$  в локальных поверхностях области в плоскости симметрии  $x_3 = 0$ . Пунктирными линиями изображены эпюры по схеме разбиения *I*, точками — эпюры по схеме *II*, сплошными линиями — эпюры по схеме *III*.

Видно, что эпюры по разным сеткам очень близки друг к другу. Сближаются в основном от больших по абсолютной величине к меньшим по мере изменения (увеличения) сетки. Полнее проследить насыщение решения можно по таблице 1, в которой даны численные значения  $v_1$ ,  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  по различным сеткам (*I*, *II*, *III*) в точках, общих для различных сеток, обозначенных на рис. 3, *в* в сечении  $x_3 = 0$  точками 1, ..., 10, при  $\alpha = 60^\circ$ . Итак, за исходную сетку при решении задачи принята сетка *III*.



**Рис. 3.** Сравнение результатов решения по скорости  $v_1$  и напряжению  $\sigma_{22}$  в зависимости от плотности сетки:

- $a$  — эпюры скорости  $v_1$  и напряжения  $\sigma_{22}$  в локальных поверхностях области в плоскости симметрии  $x_3 = 0$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ;
- $b$  — эпюры скорости  $v_1$  и напряжения  $\sigma_{22}$  в локальных поверхностях области в плоскости симметрии  $x_3 = 0$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ;
- $v$  — общие точки для различных сеток в сечении  $x_3 = 0$ ;
- — эпюры по схеме разбиения  $I$ ;  $\cdots$  — эпюры по схеме разбиения  $II$ ;
- - - — эпюры по схеме разбиения  $III$ ;

**Численные значения  $v_1$ ,  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  по различным сеткам (I, II, III) в точках 1,..., 10 (рис. 3, в) при  $\alpha=60^\circ$**

Физическая величина	Номер сетки	Элементы, совпадающие при различном разбиении области									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v_1$ , мм/с	III	-11,3	-54,9	-92,9			21,1	4,1	40,6	104	27,4
	II	-11,6	-60,0	-94,8			28,6	16,2	52,9	100	41,5
	I	-9,6	-68,9	-99,2			45,4	37,6	63,8	106	58,4
$\sigma_{11}$ , МПа	III						-47,1	-47,1			
	II						-49,1	-51,0			
	I						-54,0	-57,9			
$\sigma_{22}$ , МПа	III					-17,7	-33,3				
	II					-25,5	-37,3				
	I					-45,1	-53,0				

**Алгоритм численного решения задачи.**

1. Задаются начальные геометрические размеры расчетной области.

2. Весь процесс деформации разбивается по времени  $\tau$  на  $p$  шагов  $\tau^* = \sum_p \tau_p$ .

3. Задается временной шаг  $\Delta\tau_p$ .

4. Исследуемая область разбивается системой ортогональных поверхностей на конечные элементы.

5. Принимается  $\lambda^* = \text{const}$ , тогда система (1) становится линейной.

6. Задаются граничные условия (2).

7. Определяется матрица длин дуг ортогональных элементов, и записываются в общей форме в разностном виде уравнения (1) по каждому элементу, в соответствии с работой [23].

8. Производится свертка исходной системы разностных уравнений в эквивалентную систему с меньшим количеством неизвестных ( $\approx 10$  раз), описанная в [23].

9. Осуществляется решение линейной системы уравнений по стандартной программе.

10. По найденному решению находятся  $v_i$  и  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) по каждому элементу.

11. Производится переназначение граничных условий (если они есть) по формулам (3).

12. В соответствии с принятой моделью деформируемой среды уточняется по каждому элементу  $\lambda_k^*$  ( $k=1, \dots, N$ ), где  $N$  — общее количество элементов.

13. Если  $|(\lambda_k^*)_n - (\lambda_k^*)_{n-1}| \leq \varepsilon$ , следует операция 14, если нет, то следует операция 8;  $n$  — номер итерации на временном шаге  $\Delta\tau_p$ .

14. Производится шаг по времени и насчитывается текущий угол поворота  $\alpha$ .

15. Если  $\tau < \tau^*$ , выполняется операция 16. Если  $\tau = \tau^*$ , вычисления завершаются.

16. По углу  $\alpha$  высчитывается геометрия новой области.

17. Выполняется операция 6.

**Результаты численного моделирования.** Рассмотрена задача по холодной деформации свинцового образца. Задавались геометрические и кинематические параметры (рис. 2):  $h_0 = 15$  мм;  $h_1 = 4$  мм;  $b = 30$  мм;  $l_1 = 45$  мм;  $R_1 = 50$  мм;  $e_1 = 3$  мм;  $e_2 = 10$  мм;  $\gamma = 8^\circ$ ;  $n_0 = 100$  об/мин — скорость вращения приводного вала;  $\psi_1 = 1,75$ ;  $\psi_t = 0,7$ ;  $t = 4, 5, 6$ ;  $\psi_g = 0,1$ .

При теоретических расчетах принималась модель деформируемой среды  $T = T(H, E, \theta)$  в системе (1) в виде (гипотеза единой кривой)

$$T = 16,873 \cdot \Gamma^{0,36} \cdot H^{0,09} \text{ (МПа)}. \quad (4)$$

Формула (4) построена по экспериментальным данным [25] с учетом  $T = \sigma_s / \sqrt{3}$ ,  $H = \xi / \sqrt{3}$ ,  $\Gamma = E / \sqrt{3}$ . Коэффициенты в (4) найдены методом наименьших квадратов. Погрешность аппроксимации не превышает 5%. Примем временной шаг  $\Delta\tau = 0,955$  сек, что соответствует повороту приводного вала на  $10^\circ$ . Для малых деформаций справедливо  $\xi_{ij} = \partial \varepsilon_{ij} / \partial \tau$  [22], где  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора малых деформаций, тогда

$$H = \partial \Gamma_k / \partial \tau \Rightarrow \Gamma_k = \int H \partial \tau \approx \sum_p H_p^k \Delta\tau,$$

где  $H_p^k$  — значение  $H$  в  $k$ -м элементе на  $p$  шаге нагружения.

Прослеживалась траектория каждого элемента при переходе на другой временной шаг. Некоторые результаты расчета представлены на рис. 4, 5, 6.

На рис. 4 приведены эпюры скоростей течения металла в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для некоторых значений угла поворота  $\alpha$

приводного вала. Как и следовало ожидать, металл течет (скорость  $v_1$ ) в основном в сторону, обратную выходу заготовки, увеличиваясь по абсолютной величине с возрастанием  $\alpha$  ( $0 \div 120^\circ$ ). Скорость  $v_2$  (на поверхности подвижного бойка) сначала увеличивается (до  $\alpha = 90^\circ$ ) на наклонной его части, а затем уменьшается (по абсолютной величине). На свободной части заготовки наблюдается по скорости  $v_2$  вспучивание верхней поверхности.

На рис. 4,  $\delta$  показана эпюра касательного напряжения  $\sigma_{12}$  на неподвижном бойке при  $x_3 = 0$ .

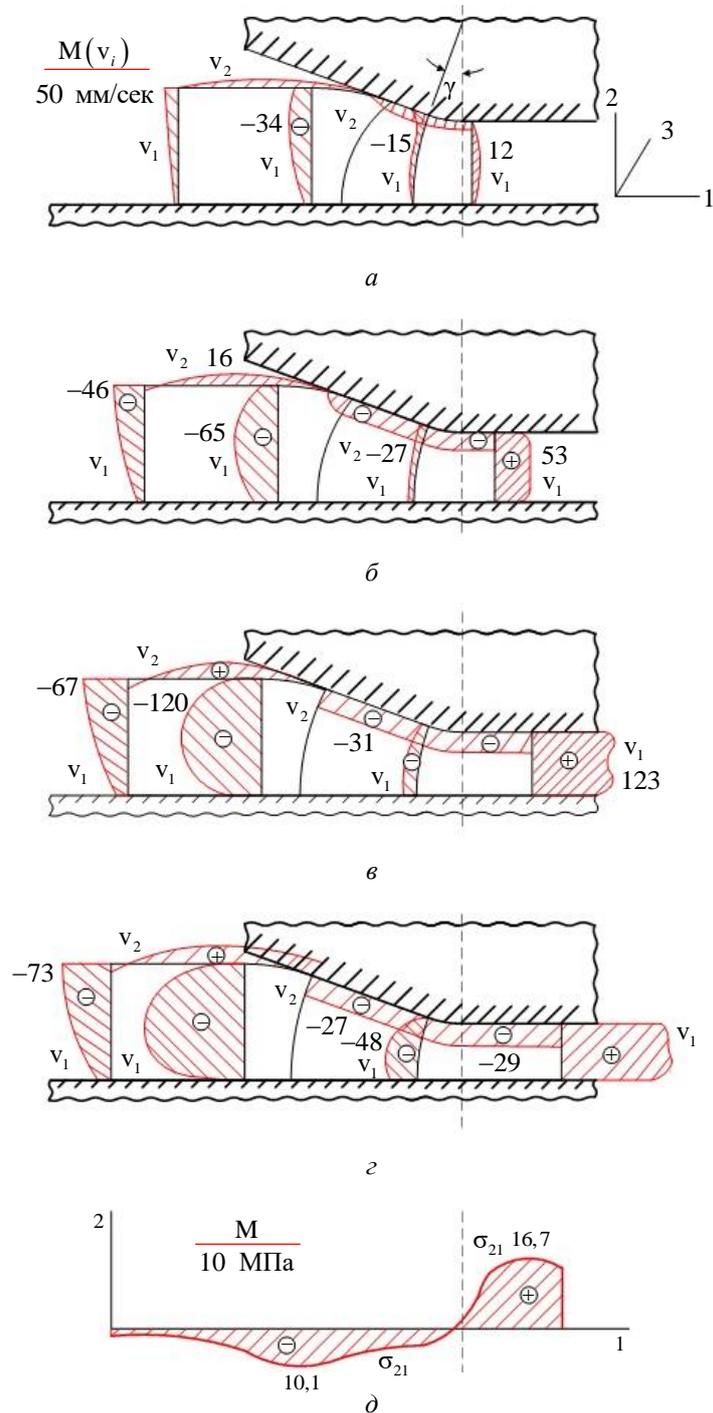
На рис. 5 приведены в том же сечении эпюры напряжений  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$ . Напряжения сжимающие, примерно одного порядка, что указывает на всестороннее сжатие металла при деформации. Это подтверждают эпюры  $\sigma_{33}$  (рис. 6, *а, б, в*).

Пунктирными линиями (рис. 5, *г* и рис. 6, *б, в*) изображены эпюры напряжений  $\sigma_{ii}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) при  $\psi_1 = 0$ , т.е. при отсутствии трения на неподвижном бойке. Видим резкое уменьшение численных значений  $\sigma_{ii}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), а значит уменьшение внутреннего давления и снижение эффективности к залечиванию внутренних дефектов (раковин, трещин и т. д.).

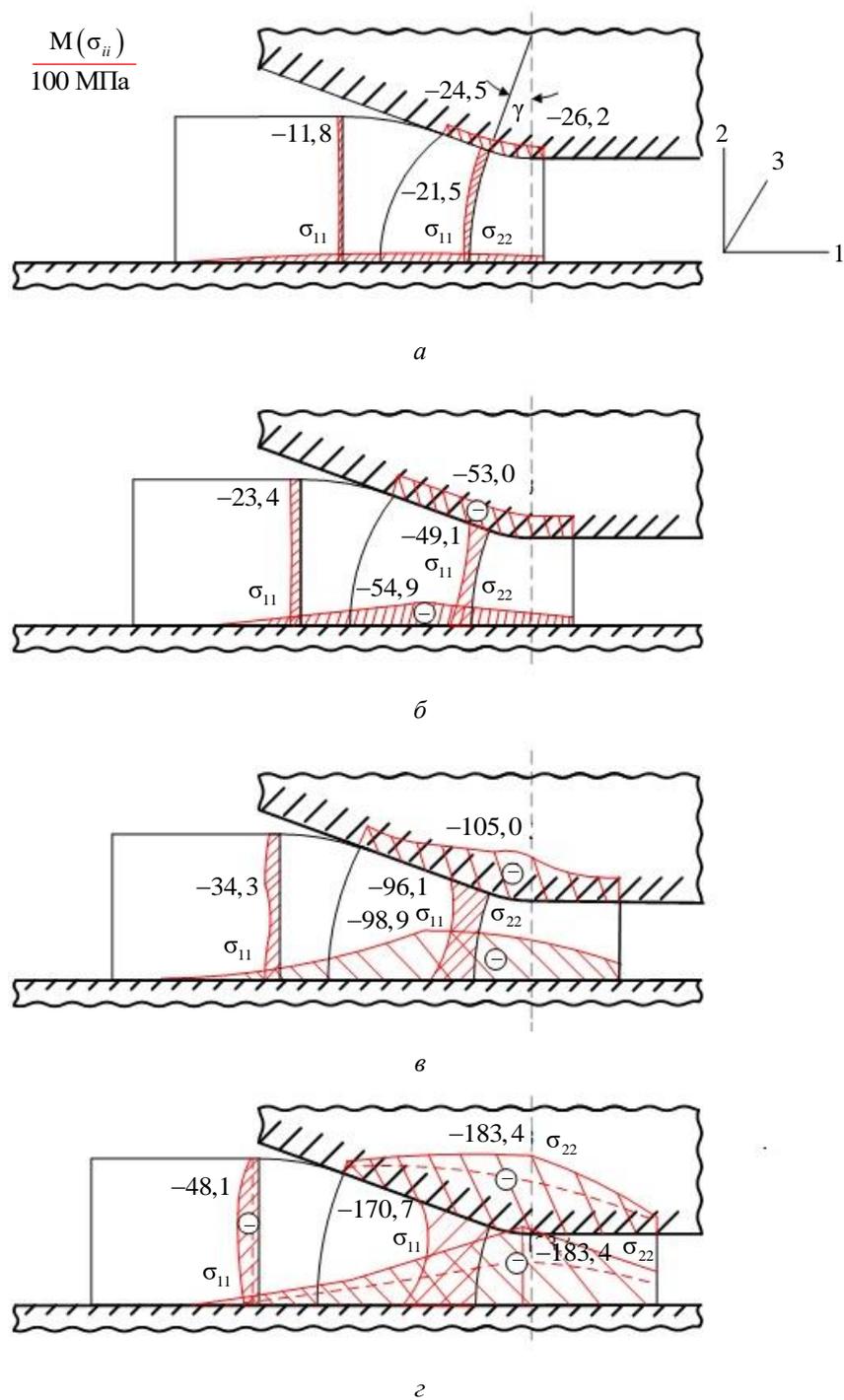
На рис. 6, *г* приведен график давлений металла на боковой боек 2 и подвижные стенки 4 при повороте приводного вала. Пунктирными линиями показаны кривые при  $\psi_1 = 0$

На рис. 7, 8, 9 приведены результаты решения задачи при геометрических параметрах  $h_0 = 30$  мм,  $h_1 = 8$  мм. Поведение течения металла (скорости  $v_1$  и  $v_2$ ) при повороте приводного вала показаны на рис. 7. Сравнивая кинематику течения металла с предыдущими (рис. 4), видим, что скорости  $v_1$  в передней части заготовки раньше начинают изменять свое направление (уже при  $\alpha = 30^\circ$ ). В периферийной части заготовки характер течения (скорости  $v_1$ ) не изменился.

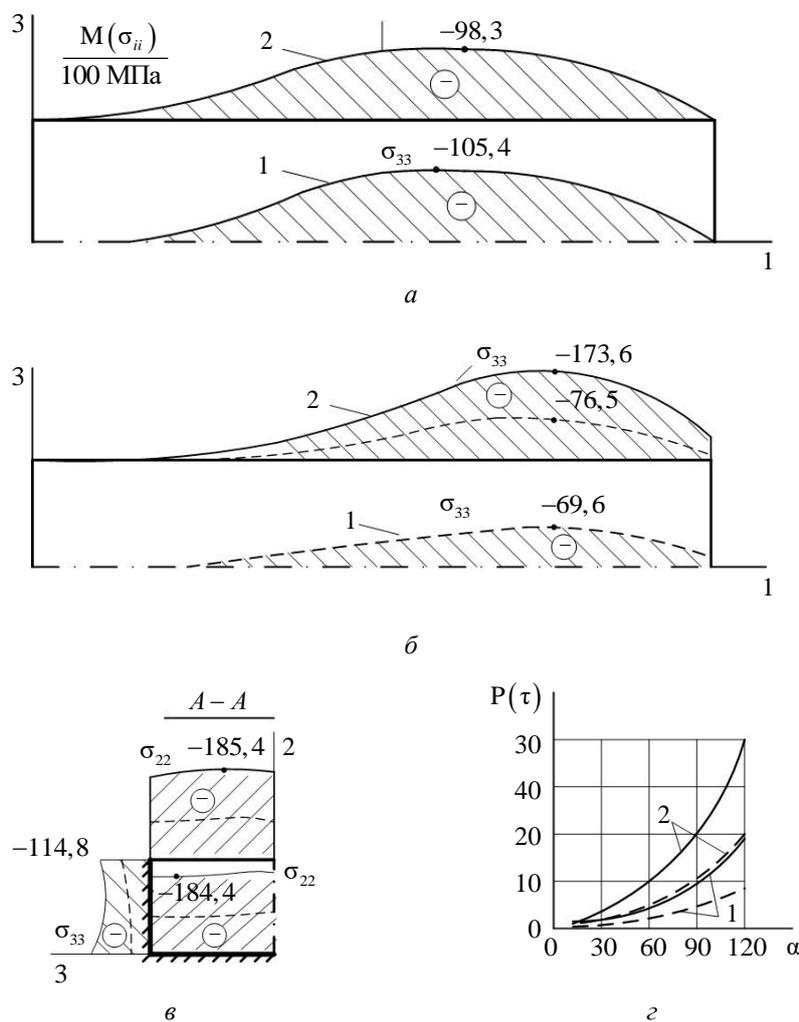
На рис. 8 изображены эпюры напряжений  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$ . Сравнивая это решение с предыдущим решением ( $h_0 = 15$  мм,  $h_1 = 4$  мм), видим, что характер поведения напряжений не изменился, а изменились только количественные значения (меньше по абсолютной величине). На рис. 8, *г* пунктирными линиями нанесены эпюры  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  при способе деформации, показанном на рис. 1, *а*. При этом принималось  $h_0 = 15$  мм,  $h_1 = 4$  мм, так как плоскость  $x_2 = 0$  является плоскостью симметрии, на которой  $\sigma_{21}|_{S_1} = 0$ .



**Рис. 4.** Эпюры скоростей металла  $v_1, v_2$  и эпюра касательного напряжения  $\sigma_{21}$  на неподвижном бойке при  $h_0 = 15 \text{ мм}$ ,  $h_1 = 4 \text{ мм}$  в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для угла поворота приводного вала:  $a - \alpha = 30^\circ$ ;  $б - \alpha = 60^\circ$ ;  $в - \alpha = 90^\circ$ ;  $г - \alpha = 120^\circ$ ;  $д - \alpha = 120^\circ$



**Рис. 5.** Эпюры напряжений  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  при  $h_0 = 15$  мм,  $h_1 = 4$  мм в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для угла поворота приводного вала:  $a$  —  $\alpha = 30^\circ$ ;  $б$  —  $\alpha = 60^\circ$ ;  $в$  —  $\alpha = 90^\circ$ ;  $г$  —  $\alpha = 120^\circ$ ;  $---$  — постановка задачи при отсутствии трения на неподвижном бойке



**Рис. 6.** Эпюры напряжений  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  и давление металла  $P(\tau)$ :

*a* — эпюры напряжений  $\sigma_{33}$  при  $h_0 = 15$  мм,  $h_1 = 4$  мм

в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для угла поворота приводного вала  $\alpha = 90^\circ$ ;

*б* — эпюры напряжений  $\sigma_{33}$  при  $h_0 = 15$  мм,  $h_1 = 4$  мм

в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для угла поворота приводного вала  $\alpha = 120^\circ$ ;

*в* — эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  при  $h_1 = 4$  мм в сечении А-А для угла поворота

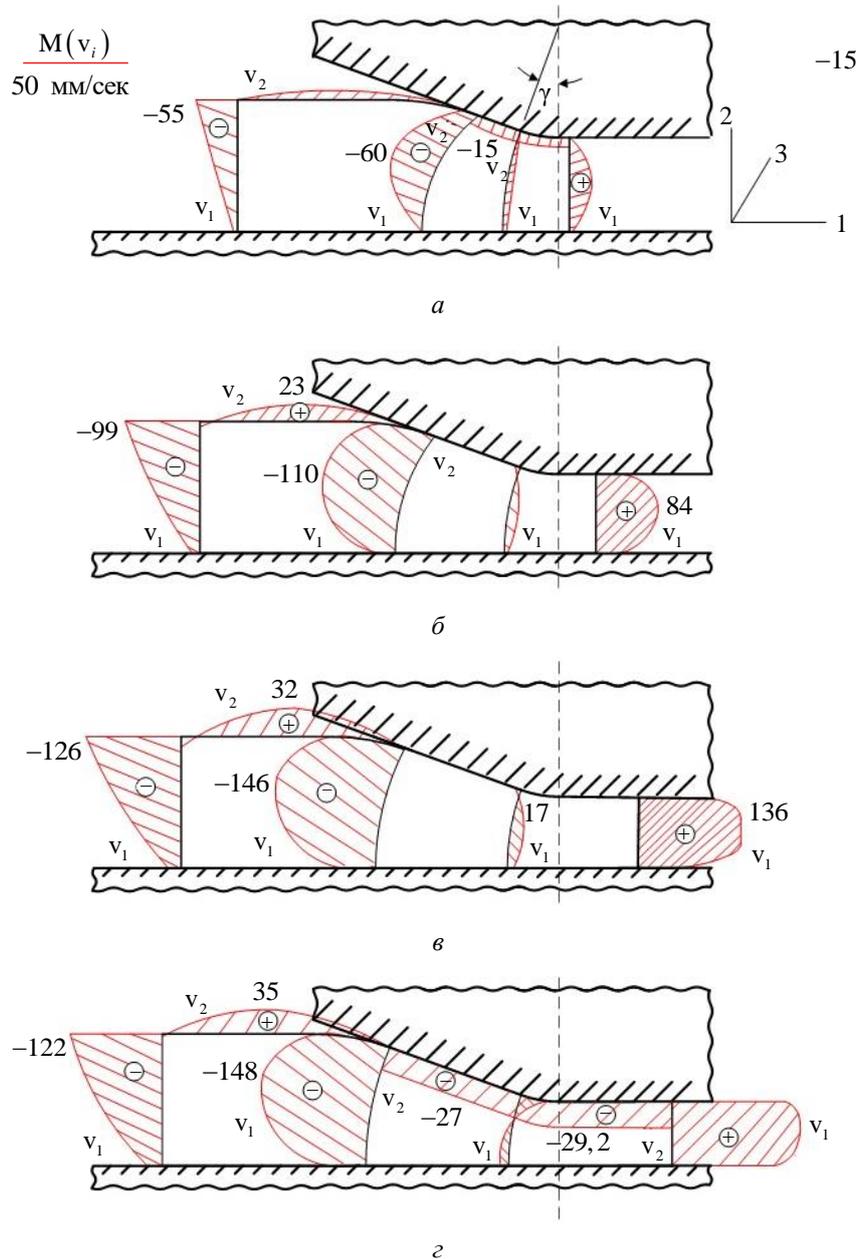
приводного вала  $\alpha = 120^\circ$ ; *з* — давление металла  $P(\tau)$  на боковой боек 2 и

подвижные стенки 4 при повороте приводного вала

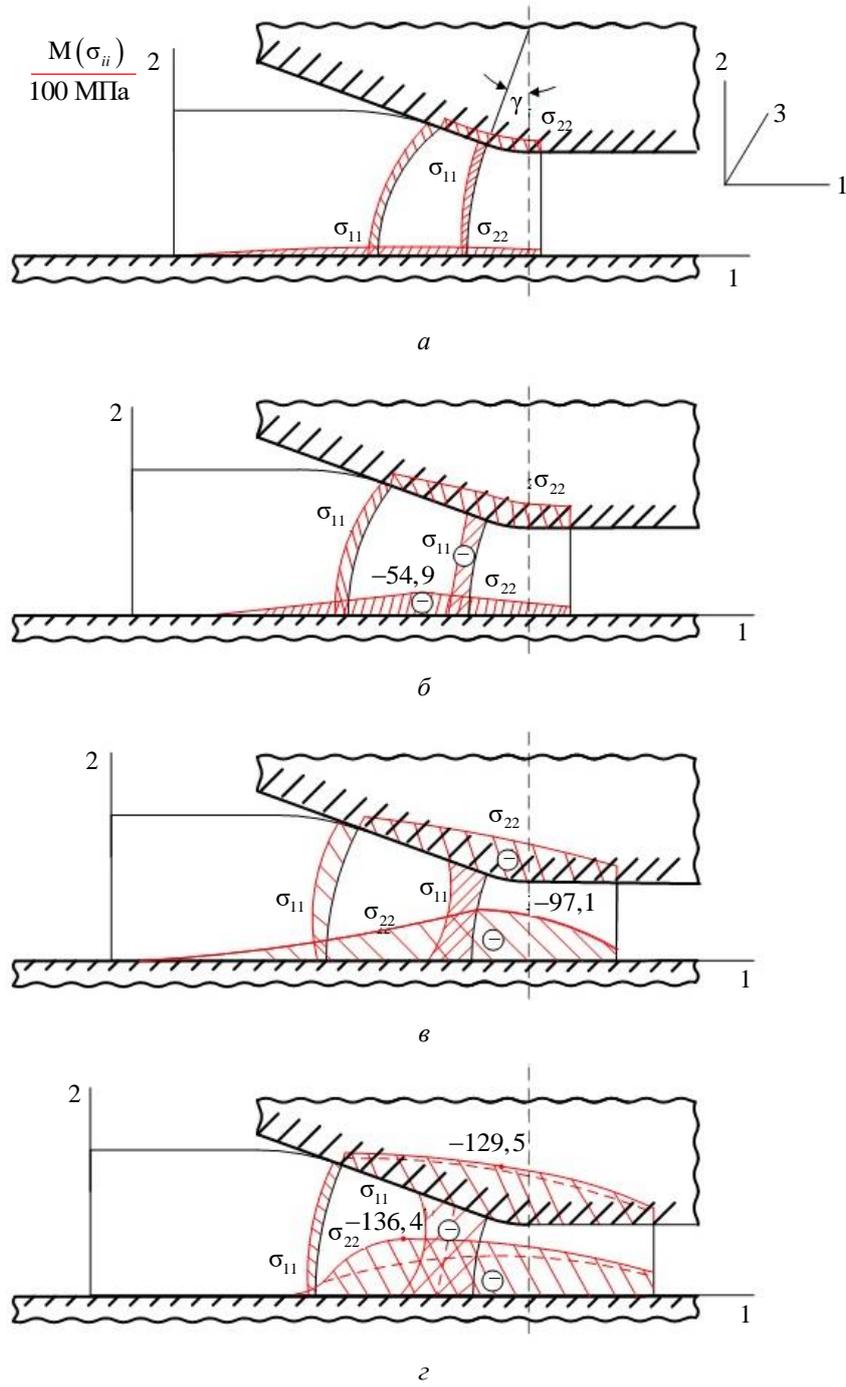
--- — постановка задачи при отсутствии трения на неподвижном бойке

На рис. 9, *a*, *б* приведены эпюры  $\sigma_{33}$ . Цифрой 1 обозначены эпюры  $\sigma_{33}$  при  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ ; цифрой 2 — эпюры  $\sigma_{33}$  при  $x_2 = h_{\text{П}}$ ,  $x_3 = b$ , где  $h_{\text{П}}$  — текущая высота полосы вдоль  $x_1$ . Сплошными линиями изображены эпюры по способу деформации на рис. 1, *б*, пунктирными —

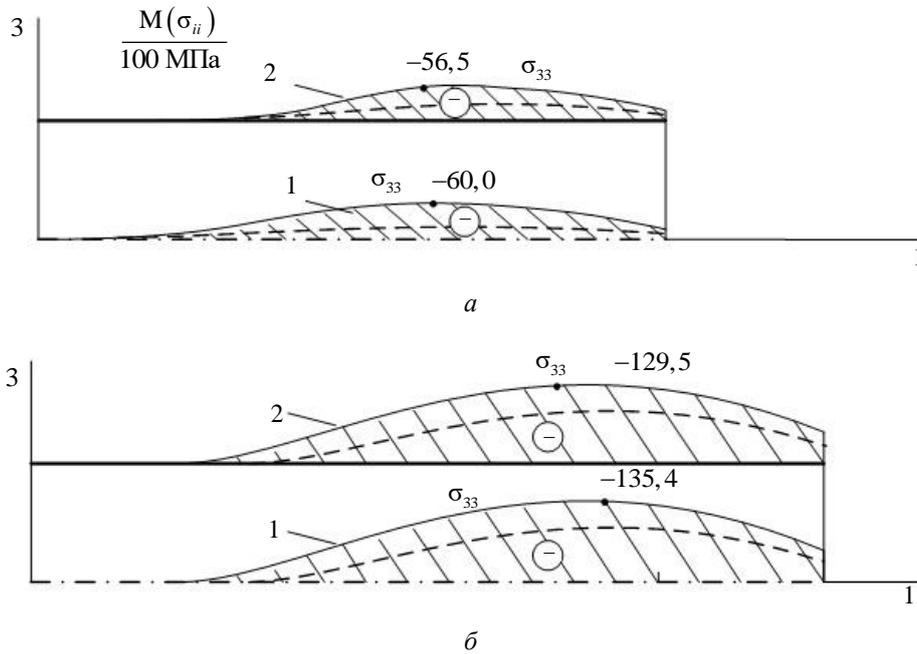
эпюры по способу деформации на рис. 1, а. На рис. 10 приведены эпюры  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  по способу на рис. 1, б в поперечном сечении А–А (рис. 2). Сплошные линии соответствуют  $\alpha = 30^\circ$ , пунктирные —  $\alpha = 60^\circ$ .



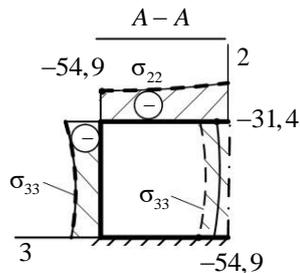
**Рис. 7.** Эпюры скоростей металла  $v_1$  и  $v_2$  при  $h_0 = 30 \text{ мм}$ ,  $h_1 = 8 \text{ мм}$  в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для угла поворота приводного вала: а —  $\alpha = 30^\circ$ ; б —  $\alpha = 60^\circ$ ; в —  $\alpha = 90^\circ$ ; г —  $\alpha = 120^\circ$ ; д —  $\alpha = 120^\circ$



**Рис. 8.** Эпюры напряжений  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  при  $h_0 = 30$  мм,  $h_1 = 8$  мм в плоскости симметрии  $x_3 = 0$  для угла поворота приводного вала: а —  $\alpha = 30^\circ$ ; б —  $\alpha = 60^\circ$ ; в —  $\alpha = 90^\circ$ ; г —  $\alpha = 120^\circ$  — способу деформации на рис. 1, а при котором принималось  $h_0 = 15$  мм,  $h_1 = 4$  мм



**Рис. 9.** Эпюры напряжений  $\sigma_{33}$  при  $h_0 = 30$  мм,  $h_1 = 8$  мм для угла поворота приводного вала:  
 $a$  —  $\alpha = 60^\circ$ ;  $b$  —  $\alpha = 120^\circ$ ;  
 1 — при  $x_2 = 0, x_3 = 0$ ; 2 — при  $x_2 = h_{11}, x_3 = b$ ,  
 где  $h_{11}$  — текущая высота полосы вдоль  $x_1$ ;  
 - - - — эпюры по способу деформации на рис. 1,  $a$ ;  
 - — эпюры по способу деформации на рис. 1,  $b$



**Рис. 10.** Эпюры напряжений  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  по способу на рис. 1,  $b$  в поперечном сечении  $A-A$  для угла поворота приводного вала:  
 - - -  $\alpha = 30^\circ$ ; - - -  $\alpha = 60^\circ$

Проведенный анализ показывает, что деформация металла по способу на рис. 1,  $b$  предпочтительней, так как величина сжимающих напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  значительно выше, чем по способу на рис. 1,  $a$ .

**Выводы.** 1. Продемонстрирован способ деформации металла на литейно-ковочном модуле новой конструкции. 2. Анализ проведенных

теоретических исследований показал эффективность нового способа деформации на ЛКМ по сравнению с известным ранее способом. 3. Построенная математическая модель и программный комплекс будут использованы в технологическом процессе по получению непрерывно-литой деформированной заготовки по способу (рис. 1, б).

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Стулов В.В. *Исследование и разработка технологического процесса получения непрерывнолитых деформированных заготовок*. Автореферат дисс. докт. техн. наук. Владивосток, 1998, 35 с.
- [2] Бахматов П.В. *Исследование технологического процесса получения непрерывнолитых деформированных полых заготовок*. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2003, 24 с.
- [3] Войнов А.Р. *Исследование тепловых режимов кристаллизатора при литье цветных сплавов и разработка технологического процесса получения непрерывнолитых деформированных профильных заготовок с применением литейно-ковочного модуля*. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2003, 20 с.
- [4] Зайцев А.В. *Исследование процесса получения непрерывнолитых деформированных заготовок на литейно-ковочном модуле*. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2004, 24 с.
- [5] Ловизин Н.С. *Математическое моделирование некоторых процессов получения элементов планера летательного аппарата*. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Владивосток, 2004, 24 с.
- [6] Черномас В.В. *Разработка конструкции и исследование процесса получения непрерывнолитых деформированных заготовок на литейно-ковочном модуле*. Автореферат дисс. докт. техн. наук. Владивосток, 2007, 24 с.
- [7] Скляр С.Ю. *Математическое моделирование тепловых и деформационных процессов на литейно-ковочном модуле вертикального типа*. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2011, 16 с.
- [8] Соснин А.А. *Теоретическое и экспериментальное исследование совмещенного процесса литья и деформации металла*. Автореферат дисс. канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2012, 20 с.
- [9] Одинокое В.И., Стулов В.В. *Литейно-ковочный модуль. Литье и деформация*. Владивосток, Дальнаука, 1998, 150 с.
- [10] Одинокое В.И., Проскураков Б.И., Черномас В.В. *Непрерывный процесс кристаллизации металла при одновременном его деформировании*. Москва, Наука, 2006, 111 с.
- [11] Пат. 2041011 Российская Федерация, МПК В22D 11/051. *Устройство для непрерывного литья заготовок* / В.И. Одинокое. – № 92007791/02 ; заявл. 24.11.1992 ; опубл. 09.08.1995, 8 с.
- [12] Пат. 2073586 Российская Федерация, МПК В22D 11/051. *Устройство для непрерывного литья и деформации металла* / В.И. Одинокое. – № 93052089/02 ; заявл. 17.11.1993 ; опубл. 20.02.1997, 8 с.
- [13] Zhang Q., Cao M., Zhang D., Zhang S., Sun J. Research on integrated casting and forging process of aluminum automobile wheel. *Advances in Mechanical Engineering*, 2014, vol. 6, 870182. DOI:10.1155/2014/870182.
- [14] Zhenglong L., Qi Z. Simulation and experiment research on squeeze casting combined with forging of automobile control arm. *Proceedings of the ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2018, vol. 2, 144113. DOI:10.1115/IMECE2018-86006

- [15] Chang F.-C., Hwang W.-S., Lee C.-H., Wu C.-F., Yang, J.-B. Forging condition for removing porosities in the hybrid casting and forging process of 7075 aluminum alloy casting. *Materials Transactions*, 2004, vol. 45(6), pp. 1886-1890. DOI: 10.2320/matertrans.45.1886
- [16] Dedov S., Lehmann G., Kawalla R. Application of combined casting-forging process for production of durable lightweight aluminum parts. *Key Engineering Materials*, 2013, vol. 554-557, pp. 264-273. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.554-557.264
- [17] Krüger L., Jentsch E., Brunke L., Keßler A., Wolf G., Lehnert T., Schubert N., Wagner A., Landgrebe D. Development of an innovative lightweight piston through process combination “casting – forging”. *Procedia Manufacturing*, 2019, vol. 27, pp. 172-176. DOI: 10.1016/j.promfg.2018.12.061
- [18] Perrier, F., Bouvier, V., & Duperray, L. A new wheel design for reducing weight. *Materials Science Forum*, 2014, vol. 794-796, pp. 578-583. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.794-796.578
- [19] Böhmichen, U., Schubert, N., Lehnert, T., Sterzing, A., & Mauermann, R. From casting to forging – The combined simulation for a steel component. *Engineering Reports*, 2021, art no. e12400. DOI: 10.1002/eng2.12400
- [20] Пат. 2225773 Российская Федерация, МПК В22D 11/051. *Устройство для непрерывного литья и деформации металла* / В.И. Одинокоев, В.В. Черномас, Б.И. Проскуряков. – № 2002122689/02; заявл. 22.08.2002; опубл. 20.03.2004, 7 с.
- [21] Ильющин А.А. *Пластичность. Основы общей математической теории*. Москва, Изд-во АН СССР, 1963, 270 с.
- [22] Качанов Л. М. *Основы теории пластичности*. Москва, Наука, 1969, 420 с.
- [23] Одинокоев В.И., Каплунов Б.Г., Песков А.В., Баков А.А. *Математическое моделирование сложных технологических процессов*. Москва, Наука, 2008, 177 с.
- [24] Свидетельство № 2012661389 *Одиссей: свидетельство об офици. регистрации программы для ЭВМ* / В.И. Одинокоев, А.Н. Прокудин, А.М. Сергеева; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 13.12.2012.
- [25] Кроха В. А. *Упрочнение металлов при холодной пластической деформации*. Справочник. Москва, Машиностроение, 1980, 160 с.

Статья поступила в редакцию 25.09.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Одинокоев В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Потянихин Д.А., Квашин А.Е. Математическое моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле с измененным приводом боковых бойков. *Математическое моделирование и численные методы*, 2021, № 3, с. 3-23.

**Одинокоев Валерий Иванович** — д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник ФГБОУ ВО «КНАГУ».

**Дмитриев Эдуард Анатольевич** — д-р техн. наук, профессор, доцент, ректор ФГБОУ ВО «КНАГУ».

**Евстигнеев Алексей Иванович** — д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник ФГБОУ ВО «КНАГУ».

**Потянихин Дмитрий Андреевич** — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Авиастроение», ФГБОУ ВО «КНАГУ». e-mail: potyanikhin@mail.ru

**Квашин Александр Евгеньевич** — аспирант ФГБОУ ВО «КНАГУ».

## Mathematical modeling of the metal deformation process on a casting and forging module with a modified drive of the side strikers

© V.I. Odinokov, E.A. Dmitriev, A.I. Evstigneev,  
D.A. Potianikhin, A.E. Kvashnin

Komsomolsk-na-Amure State University, Khabarovsk Territory,  
Komsomolsk-on-Amur, 681013, Russia

*This paper presents the mathematical formulation and the results of calculations of the problem of metal deformation on a casting-forging module with modified side strikers' drive. A complex spatial problem of determination the stress-strain state of the flow region under loading with an external load that changes over time is considered. The fundamental equations are based on flow theory. At solving the problem, a proven numerical method is used, as well as numerical schemes and the software package used earlier at solving similar problems. The software package implements a step-by-step loading algorithm considering the history of the process and the changing geometry of the flow region. A small time step is associated with a 10° rotation of the eccentric shaft. The deformation area is divided into elements by an orthogonal system of surfaces (elements have an orthogonal shape). For each element, the formulated system of equations is written in a difference form, which is solved according to the developed numerical schemes and algorithms, that consider the initial and boundary conditions. The result of the solution is the fields of stresses and velocities of displacements in the spatial area. The analysis of the obtained results is given. A comparison with the results of the current structure module solving has been made. Lead is taken as a deformed material, the physical properties of which are approximated by an analytical dependence according to the available experimental data. The physical nonlinearity of the system of equations is realized during solving by the iterative method. Local calculations of the solution of the problem were carried out on three variants of division of the area into elements. The choice of the mesh density imposed on the considered deformation region is substantiated. The solution results are presented graphically. The efficiency of the de-formation process according to the improved method on a new design of the casting and forging module is shown.*

**Keywords:** modeling, crystallizing metal, workpiece deformation, casting and forging module, mathematical model, software package

### REFERENCES

- [1] Stulov V.V. *Issledovanie i razrabotka tekhnologicheskogo processa polucheniya nepreryvnolityh deformirovannyh zagotovok* [Research and development of the technological process for obtaining continuously cast deformed blanks]. Abstract of the diss. Dr. (Eng.) Sc. Vladivostok, 1998, 35 p.
- [2] Bakhmatov P.V. *Issledovanie tekhnologicheskogo processa polucheniya nepreryvnolityh deformirovannyh polyh zagotovok* [Investigation of the technological process of obtaining continuously cast deformed hollow blanks]. Abstract of the diss. Cand. (Eng.) Sc. Komsomolsk-on-Amur, 2003, 24 p.
- [3] Voynov A.R. *Issledovanie teplovyh rezhimov kristallizatora pri lit'e cvetnyh splavov i razrabotka tekhnologicheskogo processa polucheniya nepreryvnolityh deformirovannyh profil'nyh zagotovok s primeneniem litejno-kovochnogo modulya* [Investigation of the thermal conditions of the mold during casting of non-ferrous alloys and development of the technological process for obtaining

- continuously cast deformed profile blanks using a casting and forging module]. Abstract of the diss. Cand. (Eng.) Sc. Komsomolsk-on-Amur, 2003, 20 p.
- [4] Zaitsev A.V. *Issledovanie processa polucheniya nepreryvnykh deformirovannykh zagotovok na litejno-kovochnom module* [Investigation of the process of obtaining continuously cast deformed blanks on a casting and forging module]. Abstract of the diss. Cand. (Eng.) Sc. Komsomolsk-on-Amur, 2004, 24 p.
- [5] Lovizin N.S. *Matematicheskoe modelirovanie nekotorykh processov polucheniya elementov planera letatel'nogo apparata* [Mathematical modeling of some processes of obtaining elements of an aircraft airframe]. Abstract of the diss. Cand. (Eng.) Sc. Vladivostok, 2004, 24 p.
- [6] Chernomas V.V. *Razrabotka konstrukcii i issledovanie processa polucheniya nepreryvnykh deformirovannykh zagotovok na litejno-kovochnom module* [Design development and study of the process of obtaining continuously cast deformed blanks on a casting and forging module]. Abstract of the diss. Dr. (Eng.) Sc. Vladivostok, 2007, 24 p.
- [7] Sklyar S.Y. *Matematicheskoe modelirovanie teplovykh i deformacionnykh processov na litejno-kovochnom module vertikal'nogo tipa* [Mathematical modeling of thermal and deformation processes on a vertical type casting and forging module]. Abstract of the diss. Cand. (Eng.) Sc. Komsomolsk-on-Amur, 2011, 16 p.
- [8] Sosnin A.A. *Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie sovmeshchennogo processa lit'ya i deformacii metalla* [Theoretical and experimental study of the combined casting process and metal deformation]. Abstract of the diss. Cand. (Eng.) Sc. Komsomolsk-on-Amur, 2012, 20 p.
- [9] Odiokov V.I., Stulov V.V. *Litejno-kovochnyj modul'. Lit'e i deformaciya* [Foundry-forging module. Casting and deformation]. Vladivostok, Dalnauka Publ., 1998, 150 p.
- [10] Odiokov V.I., Proskuryakov B.I., Chernomas V.V. *Nepreryvnyj process kristallizacii metalla pri odnovremennom ego deformirovanii* [Continuous process of metal crystallization with simultaneous deformation]. Moscow, Nauka Publ., 2006, 111 p.
- [11] Pat. 2041011 Russian Federation. Int. Cl. B22D 11/051. *Device for continuous casting of workpieces* / V.I. Odiokov. – № 92007791/02 ; appl. 24.11.1992 ; publ. 09.08.1995, 8 p.
- [12] Pat. 2073586 Russian Federation. Int. Cl. B22D 11/051. *Metal continuous casting and deformation apparatus* / V.I. Odiokov. – № 93052089/02 ; appl. 17.11.1993; publ. 20.02.1997, 8 p.
- [13] Zhang Q., Cao M., Zhang D., Zhang S., Sun J. Research on integrated casting and forging process of aluminum automobile wheel. *Advances in Mechanical Engineering*, 2014, vol. 6, 870182. DOI:10.1155/2014/870182
- [14] Zhenglong L., Qi Z. Simulation and experiment research on squeeze casting combined with forging of automobile control arm. *Proceedings of the ASME 2018 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2018, vol. 2, 144113. DOI:10.1115/IMECE2018-86006
- [15] Chang F.-C., Hwang W.-S., Lee C.-H., Wu C.-F., Yang, J.-B. Forging condition for removing porosities in the hybrid casting and forging process of 7075 aluminum alloy casting. *Materials Transactions*, 2004, vol. 45(6), pp. 1886-1890. DOI: 10.2320/matertrans.45.1886
- [16] Dedov S., Lehmann G., Kawalla R. Application of combined casting-forging process for production of durable lightweight aluminum parts. *Key Engineering Materials*, 2013, vol. 554-557, pp. 264-273. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.554-557.264

- [17] Krüger L., Jentsch E., Brunke L., Keßler A., Wolf G., Lehnert T., Schubert N., Wagner A., Landgrebe D. Development of an innovative lightweight piston through process combination “casting – forging”. *Procedia Manufacturing*, 2019, vol. 27, pp. 172–176. DOI: 10.1016/j.promfg.2018.12.061
- [18] Perrier, F., Bouvier, V., & Duperray, L. A new wheel design for reducing weight. *Materials Science Forum*, 2014, vol. 794–796, pp. 578–583. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.794-796.578
- [19] Böhmichen, U., Schubert, N., Lehnert, T., Sterzing, A., & Mauermann, R. From casting to forging – The combined simulation for a steel component. *Engineering Reports*, 2021, art no. e12400. DOI: 10.1002/eng2.12400
- [20] Pat. 2225773 Russian Federation. Int. Cl. B22D11/051. *Apparatus for metal continuous casting and deforming* / V.I. Odinokov, V.V. Chernomas, B.I. Proskurjakov. – № 2002122689/02 ; appl. 22.08.2002; publ. 20.03.2004, 7 p.
- [21] Ilyushin A.A. *Neprieryvnyj process kristallizacii metalla pri odnoremennom ego deformirovanii* [Plasticity. Fundamentals of general mathematical theory]. Moscow, USSR Academy of Sciences Publ., 1963, 270 p.
- [22] Kachanov L.M. *Osnovy teorii plastichnosti* [Fundamentals of the theory of plasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1969, 420 p.
- [23] Odinokov V.I. Kaplunov B.G., Peskov A.V., Bakov A.A. *Matematicheskoe modelirovanie slozhnyh tekhnologicheskikh processov* [Mathematical modeling of complex technological processes]. Moscow, Nauka Publ., 2008, 177 p.
- [24] Certificate no. 2012661389 *Odissej: svidetel'stvo ob ofic. registracii programmy dlya EVM* [Odysseus: certificate of ofic. registration of a computer program] V.I. Odinokov, A.N.Prokudin, A.M. Sergeeva; registered in the register of computer programs 13.12.2012.
- [25] Kroha V.A. *Uprochnenie metallov pri holodnoj plasticheskoj deformacii. Spravochnik* [Hardening of metals during cold plastic deformation. Guide]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980, 160 p.

**Odinokov V.I.**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Komsomolsk-na-Amure State University.

**Dmitriev E.A.**, Dr. Sci. (Eng.), Assoc. Professor, Rector of Komsomolsk-na-Amure State University.

**Evstigneev A.I.**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Komsomolsk-na-Amure State University.

**Potianikhin D.A.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Aircraft Construction, Komsomolsk-na-Amure State University. e-mail: potyanikhin@mail.ru

**Kvashnin A.E.**, Postgraduate student, Komsomolsk-na-Amure State University.