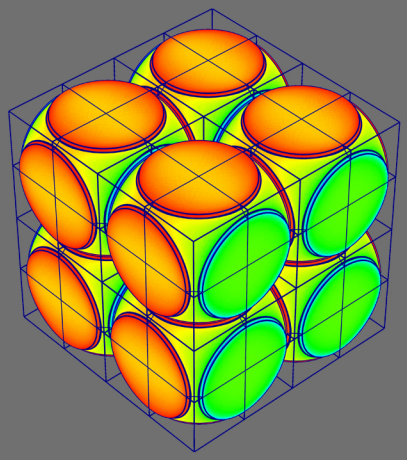
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Трутаев С.Ю. О построении адекватных и экономичных математических моделей в задачах постоянного мониторинга особо опасных и технически сложных объектов. Математическое моделирование и численные методы, 2021, № 1, с. 31–48.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/241/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 14:51:25

УДК 517:519.6 DOI: 10.18698/2309-3684-2021-1-3148

О построении адекватных и экономичных математических моделей в задачах постоянного мониторинга особо опасных и технически сложных объектов

© С.Ю. Трутаев

АО «ИркутскНИИхиммаш», Иркутск, 664074, Россия

Обсуждается возможность построения адекватных и экономичных математических моделей особо опасных и технически сложных объектов при решении задач мониторинга их динамического напряженно-деформированного состояния с использованием метода конечных элементов. Желаемый результат достигается на основе применения разработанных объемных конечных элементов со смешанной степенью интерполяции, как геометрии, так и перемещений для всех ребер. При этом реализована возможность сочетания, как субпараметрического, так и изопараметрического подходов при варьировании степенью интерполирующих полиномов от одного до трех в пределах каждого элемента. Представлены результаты оценки эффективности предлагаемого подхода на примере решения модельной задачи, о свободных колебаниях трубопровода. Предложенное семейство объемных конечных элементов реализовано в конечно-элементном пакете COMPASS, а также в специализированном программном комплексе MStruct, предназначенном для постоянного мониторинга промышленного оборудования, а также зданий и сооружений в режиме реального времени. Представлен пример практического применения разработанного программного обеспечения для мониторинга динамического напряженно-деформированного состояния оборудования опасного производственного объекта.

Ключевые слова: *напряженно–деформированное состояние, метод конечных элементов, опасный производственный объект, особо опасный и технически сложный объект, постоянный мониторинг*

Введение. Ключевой особенностью внедрения и эксплуатации структурированных систем мониторинга [1] на особо опасных и технически сложных объектах (ООТСО), перечень которых регламентирован градостроительным кодексом РФ [2], является разработка и применение в их составе корректных математических моделей ООТСО, позволяющих, на основе применения эффективных алгоритмов оценки фактической нагруженности и идентификации критических параметров, своевременно принимать соответствующие организационно–технические решения по управлению их техническим состоянием.

Как показывает практика, такие математические модели должны удовлетворять достаточно противоречивым требованиям. С одной стороны модель должна удовлетворять критерию адекватности, подразумевающему такой уровень ее детализации, который позволял

бы с приемлемой точностью отражать техническое/напряженно-деформированное состояние объекта в условиях многофакторного нагружения, в т.ч. при действии нагрузок, не предусмотренных на этапе его проектирования. С другой стороны, размерность модели не должна препятствовать возможности ее применения в системах мониторинга, используемых для оценки технического состояния объектов в режиме реального времени. Последнее особенно актуально для объектов, работающих при динамических нагрузках, когда требуемая частота вычисления контролируемых расчетных параметров технического состояния объекта, колеблется в диапазоне от 1 до 50 Гц.

На практике, отмеченные выше, критерии адекватности и экономичности в рамках одной модели могут быть достигнуты путем использования для построения математических моделей современных численных методов, таких как метод конечных элементов [3, 4]. Как правило, при исследовании объемного напряженно–деформированного состояния объектов в статической постановке это достигается за счет использования для аппроксимации геометрии достаточно грубой конечно–элементной сетки, с локальным увеличением плотности разбивки в наиболее проблемных зонах. При этом удается получать удовлетворительные результаты расчета при относительно небольшой размерности системы разрешающих уравнений. Для динамических задач, когда критерием адекватности получаемой модели выступает точность вычисления спектра собственных частот объекта, отмеченный подход уже становится непригодным, так как при грубой конечно–элементной сетке с достаточной точностью удается получить лишь первые несколько собственных частот и форм колебаний, что соответственно не обеспечивает точного вычисления динамической реакции системы, особенно при наличии в спектре динамического возбуждения высоких частот.

Другим, более оптимальным, решением данной задачи, является подход, основанный не на локальном сгущении конечно–элементной сетки, а на использовании конечных элементов более высокого порядка. Так, например, в коммерческом конечно–элементном пакете ANSYS [5] для задач расчета объемного напряженно–деформированного состояния применяются изопараметрические конечные элементы в виде тетраэдров, гексаэдров, пирамид и призм без промежуточных и с одним промежуточным узлом на ребрах (рис. 1), что соответствует линейной и квадратичной интерполяции координат и перемещений в пределах каждого элемента.

В ANSYS существует также и субпараметрический вариант реализации указанных элементов, когда, геометрия элемента интерполируется полиномами более низкой степени, чем перемещения [3].

Такой подход позволяет сэкономить машинное время при формировании матриц жесткости элементов, в силу того, что отсутствует необходимость вычисления элементов матриц Якоби и производных функций форм в промежуточных узлах элемента [4]. При этом следует отметить, что применение полиномов, интерполирующих перемещения со степенью интерполяции выше 2-й, реализовано в виде отдельного класса, так называемых, p–элементов [7], допускающих выбор любой степени интерполирующего полинома, в том числе в адаптивном режиме. Между тем практическое применение этих элементов оправдано только на достаточно грубых конечно–элементных сетках, когда увеличение степени интерполирующих полиномов позволяет получить качественную картину напряженно–деформированного состояния объекта при приемлемых затратах вычислительных ресурсов. Однако при этом возникает проблема качественной аппроксимации геометрии объекта грубой сеткой, что соответственно может также приводить к некорректным результатам расчета, особенно в динамических, идентификационных и нелинейных задачах. В этой связи разработчиками ПО существенно ограничивается класс задач, в которых могут быть использованы конечные элементы высших порядков, а вопросы выбора произвольного направления и степени интерполирующих полиномов, как для описания геометрии, так и перемещений в пределах отдельно взятых элементов не являются доступными для инженера. Так в программе ANSYS p–элементы используются только при решении задач статики [6]. В программе MSC NASTRAN p–элементы допускается использовать в задачах статики и модального анализа[8], однако при этом имеется ряд ограничений по выбору направлений интерполяции.

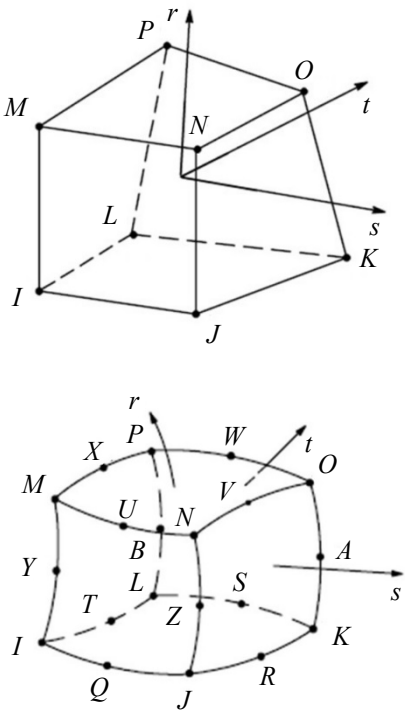


Рис. 1. Пример линейного (слева) и квадратичного (справа) гексаэдральных конечных элементов, используемых в пакете ANSYS (заимствовано из [6])

Принимая во внимание ограниченность представленных в настоящее время на рынке конечно-элементных коммерческих программных продуктов, а также невозможность их прямого применения для

постоянного мониторинга особо опасных и технически сложных объектов, актуальной является проблема разработки и внедрения специализированного ПО, ориентированного на решение задач такого класса. При этом в качестве основных требований к такому ПО, следует рассматривать, прежде всего, возможность создания на его базе адекватных и экономичных математических моделей объектов, обеспечивающих проведение корректных оценок их объемного напряженно–деформированного состояния в т.ч. в режиме реального времени.

Подходы к мониторингу напряженно–деформированного состояния динамически нагруженных объектов. В рамках проведения работ по обеспечению безопасной эксплуатации динамически нагруженного оборудования опасных производственных объектов РФ разработан и внедрен специализированный программный продукт MStruct [9], реализующий возможность постоянного мониторинга распределенных параметров напряженно–деформированного состояния промышленного оборудования, а также зданий и сооружений по ограниченному числу измеряемых дискретных параметров. Процедура мониторинга реализована на основе метода конечных элементов с применением авторской расчетно–экспериментальной методологии [10, 11].

Основная идея методологии базируется на возможности аппроксимации динамической реакции линейной упругой колебательной системы параметрами, соответствующими формам ее свободных колебаний [12].

Предположим, что для построенной и верифицированной математической модели исследуемого объекта на основе решения обобщенной проблемы собственных значений, найдены m_Φ форм свободных колебаний. Обозначим вектор расчетных динамических перемещений, соответствующих k – ой форме колебаний объекта как $\{\Phi_k\}$, а набор m_Φ векторов $\{\Phi_k\}$, участвующих в процедуре идентификации системы, как матрицу $[\Phi]$, размерностью $n \times m_\Phi$, где n — число динамических степеней свободы системы. Наряду с динамическими перемещениями $\{\Phi_k\}$, k – ой форме колебаний объекта будут соответствовать векторы иных динамических параметров, характеризующих реакцию системы при колебаниях на k – ой частоте недемпфированных колебаний ω_k: векторы компонент тензора напряжений (σ_x, σ_y,...) тензора деформаций (ε_x, ε_y,...), внутренних силовых факторов (N, Q,...) и т.д., совокупность которых образует соответствующие матрицы этих параметров: $[\Phi^\sigma]$, $[\Phi^\varepsilon]$, $[\Phi^N]$, $[\Phi^Q]$,... .

Пусть в результате периодического/постоянного мониторинга в m точках исследуемого объекта инструментально синхронно зарегистрированы динамические параметры $\left\{\mathrm{D}^{*}\left(t\right)\right\}$, характеризующие его динамическую реакцию на внешнее динамическое воздействие. В общем случае в качестве таковых могут выступать динамические перемещения, ускорения, скорости, деформации, силовые факторы и другие параметры.

Принимая во внимание тип измеренного динамического параметра в $i-$ ой точке объекта, а также учитывая их количество m, сформируем пространство для идентификации состояния объекта размерностью $m \times m_{\Phi}$ путем выбора из матриц динамических параметров $\left[\Phi\right]$, $\left[\Phi^{\sigma}\right]$, $\left[\Phi^{\varepsilon}\right]$, $\left[\Phi^{N}\right]$, $\left[\Phi^{Q}\right]$,... строк, соответствующих степеням свободы системы, для которых выполнены замеры $\mathrm{D}_{i}^{*}\left(t\right)$, $i=1,2,...,m$. В результате получим смешанную матрицу размерностью $m \times m_{\Phi}$:

$$\left[\overline{\Phi}\right]=\begin{bmatrix} \overline{\Phi}_{1,1} & \cdots & \overline{\Phi}_{1,m_{\Phi}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\Phi}_{n,1} & \cdots & \overline{\Phi}_{n,m_{\Phi}} \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где $\overline{\Phi}_{i,k}$ — расчётный динамический параметр в $i-$ ой точке объекта, соответствующий $k-$ой форме свободных колебаний.

Далее для каждого момента времени t введем m_{Φ} весовых коэффициентов (обобщенных координат) $\mathrm{d}_{k}\left(t\right)$, $k=1,2,...,m_{\Phi}$, образующих вектор $\left\{\mathrm{d}\left(t\right)\right\}$ размерностью m_{Φ} и определяющих вклад каждой формы колебаний в общую динамическую реакцию $\left\{\mathrm{D}\left(t\right)\right\}$ объекта. При этом сама динамическая реакция объекта, вычисляемая по идентификационной модели в момент времени t будет определяться выражением:

$$\left\{D\left(t\right)\right\}=\left[\overline{\Phi}\right]\left\{\mathrm{d}\left(t\right)\right\}=\left\{\overline{\Phi}_{1}\right\}\mathrm{d}_{1}\left(t\right)+\left\{\overline{\Phi}_{2}\right\}\mathrm{d}_{2}\left(t\right)+...+\left\{\overline{\Phi}_{k}\right\}\mathrm{d}_{k}\left(t\right), \quad k=1,2,...,m_{\Phi}. \tag{2}$$

С учетом идеологии принятой в теории идентификации [13], идентификацию параметров такой системы можно выполнить на основе сравнения векторов расчетных и экспериментально измеренных параметров состояния системы путем минимизации функционала квадратичной ошибки. Для рассматриваемого случая данное выражение может быть записано в виде:

$$^2\mathrm{W}(t)=\sum_{i=1}^{m}\left(\mathrm{D}_i^*(t)-\mathrm{D}_i(t)\right)^2\to\min, \tag{3}$$

или же в матричном виде

$$^2\mathrm{W}(t)=\left\{\mathrm{R}(t)\right\}^T\left\{\mathrm{R}(t)\right\}\to\min, \tag{4}$$

где $\{\mathrm{R}\}$ — представляет собой вектор невязки между вектором расчетных $\{\mathrm{D}(t)\}$ и измеренных $\{\mathrm{D}^*(t)\}$ динамических параметров состояния объекта, определяемый с учетом (2), как:

$$\left\{\mathrm{R}(t)\right\}=\left\{\mathrm{D}^*(t)\right\}-\left\{\mathrm{D}(t)\right\}=\left\{\mathrm{D}^*(t)\right\}-\left[\bar{\Phi}\right]\left\{\mathrm{d}(t)\right\}. \tag{5}$$

Минимизация функции квадратичной ошибки (3) может быть выполнена с использованием любого численного метода, обеспечивающего поиск экстремума функции многих переменных [14]. Однако даже при использовании эффективных численных процедур поиск вектора $\{\mathrm{d}(t)\}$, доставляющего минимум функции $^2\mathrm{W}(t)$, будет занимать достаточно большое количество машинного времени. В этой связи, а также с учетом необходимости применения рассматриваемой вычислительной процедуры в системах постоянного мониторинга, в т. ч. при реализации вычислений в режиме реального времени, более целесообразным является вычисление вектора $\{\mathrm{d}(t)\}$ в явном виде.

Для достижения указанной цели продифференцируем выражение (4) по $\mathrm{d}_k(t)$, $k=1,2,...,m_\Phi$ и приравняем его к нулю:

$$\left\{\frac{\partial^2\mathrm{W}(t)}{\partial\mathrm{d}(t)}\right\}=-2\left[\bar{\Phi}\right]^T\left\{\mathrm{D}^*(t)\right\}+2\left[\bar{\Phi}\right]^T\left[\bar{\Phi}\right]\left\{\mathrm{d}(t)\right\}=0. \tag{6}$$

Решая систему уравнений (6) относительно $\mathrm{d}_k(t)$, $k=1,2,...,m_\Phi$ для каждого момента времени t получим искомый вектор весовых коэффициентов (обобщенных координат), определяющих вклад каждой формы колебаний в общую динамическую реакцию (2):

$$\left\{\mathrm{d}(t)\right\}=\left[\left[\bar{\Phi}\right]^T\left[\bar{\Phi}\right]\right]^{-1}\left[\bar{\Phi}\right]^T\left\{\mathrm{D}^*(t)\right\}. \tag{7}$$

Результирующая, рассчитанная по идентификационной модели, динамическая реакция в m точках объекта с учетом (2) и (7) будет определяться как:

$$\left\{\mathrm{D}(t)\right\}=\left[\bar{\Phi}\right]\left[\left[\bar{\Phi}\right]^T\left[\bar{\Phi}\right]\right]^{-1}\left[\bar{\Phi}\right]^T\left\{\mathrm{D}^*(t)\right\}. \tag{8}$$

Аналогичным образом может быть получена динамическая реакция для всего объекта, т.е. для всех n динамических степеней свободы. Для этого в выражении (8) смешанная матрица $\left[\bar{\Phi}\right]$ размерностью $m \times m_{\Phi}$ заменяется матрицей интересующего динамического параметра из ряда $\left[\Phi\right]$, $\left[\Phi^{\sigma}\right]$, $\left[\Phi^{\varepsilon}\right]$, $\left[\Phi^{N}\right]$, $\left[\Phi^{Q}\right]$,... . Так, например, использование в выражении (8) матрицы амплитуд $\left[\Phi\right]$ размерностью $m \times m_{\Phi}$, позволяет вычислить вектор узловых перемещений системы в момент времени t:

$$\left\{\delta(t)\right\} = \left[\Phi\right]\left\{\mathrm{d}(t)\right\}, \tag{9}$$

а использование матрицы нормальных напряжений $\left[\Phi^{\sigma}\right]$ — соответствующий вектор напряжений:

$$\left\{\sigma(t)\right\} = \left[\Phi^{\sigma}\right]\left\{\mathrm{d}(t)\right\}. \tag{10}$$

Таким образом, рассмотренный подход, позволяет на основе данных экспериментальных наблюдений/мониторинга за динамической реакцией объекта в m дискретных точках, получить достоверную информацию о распределённых параметрах напряженно–деформированного состояния для всего объекта в целом.

Как уже отмечалось выше, рассмотренная методология реализована в программном продукте MStruct [9]. Архитектура системы MStruct построена следующим образом. Имеется препроцессор, основной функцией которого является загрузка расчетной конечно–элементной модели объекта и задание исходных данных для мониторинга (подключение к базе данных мониторинга, конфигурирование измерительных каналов, ассоциирование точек модели с точками натурных измерений и т.д.).

Помимо препроцессора в системе MStruct имеются также постпроцессор, совмещенный с процессором. Основная задача процессора — вычислительные операции с загруженными в оперативную память матрицами, характеризующими конструктивное исполнение объекта, а также выполнение идентификационных расчетов напряженно-деформированного состояния с периодичностью определенной на этапе препроцессинга, согласно методологии [10, 11].

Постпроцессор программы отвечает за отображение в реальном режиме времени текущего состояния объекта по выбранным пользователем позициям (отображение деформаций, усилий, напряжений, запасов прочности и т.д.), а также документирования (протоколирования) процесса мониторинга по историческим данным и информирование оператора о внештатных ситуациях.

Так как препроцессор программы MStruct не имеет собственного редактора геометрии и инструментов для создания конечно–элементных моделей, то данные операции необходимо выполнять с использованием других программных продуктов. В общем случае расчетная конечно–элементная модель контролируемого объекта может быть построена с использованием любого конечно–элементного программного пакета, позволяющего осуществлять экспортирование сеточных моделей. Так, например, для этих целей могут быть успешно применены уже упомянутые выше коммерческие программные пакеты ANSYS [5], MSC NASTRAN [8]. При этом для построения моделей может быть задействован весь спектр объемных изопараметрических и субпараметрических конечных элементов, как с линейной, так и с квадратичной интерполяцией геометрии и перемещений.

Семейство объемных конечных элементов со смешанной степенью интерполяции. Для получения адекватных и экономичных математических моделей контролируемых объектов для рассматриваемого класса задач автором предложено использовать специализированный конечно–элементный пакет COMPASS [15, 16]. В данном пакете с участием автора реализована концепция предполагающая использование объемных конечных элементов со смешанной степенью интерполяции, как геометрии, так и перемещений для всех ребер элементов. При этом реализована возможность сочетания, как субпараметрического, так и изопараметрического подхода при варьировании степенью интерполирующих полиномов от 1 до 3. Отмеченный подход реализован с участием автора для целого семейства элементов, показанных на рис. 2. Этапы разработки и верификации различных изопараметрических элементов с переменным числом узлов на ребрах и с использованием функций форм в явном виде, показано в работах [17–23].

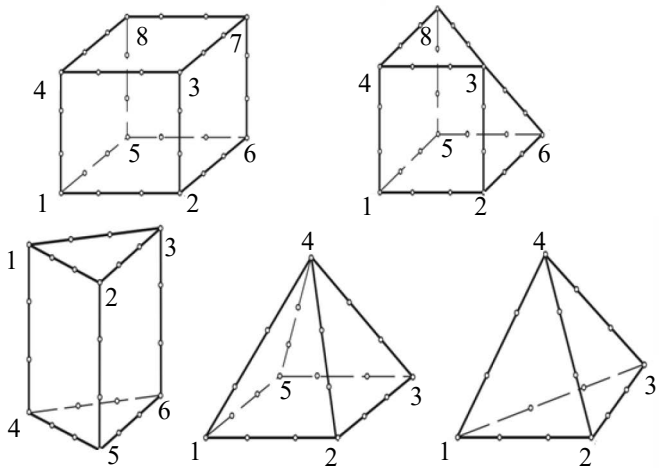


Рис. 2. Семейство объемных изопараметрических и субпараметрических конечных элементов ПО COMPASS с переменным числом узлов на ребрах

Помимо изложенного в программе также реализован поход, основанный на получении объемных конечных элементов посредством последовательного «схлопывания» узлов объемного гексаэдрального элемента, по аналогии с [4].

Численные расчеты и обсуждение. Как уже было отмечено выше, каждый из рассмотренных на рис. 2 объемных конечных элементов может иметь переменную степень интерполяции геометрии и перемещений в различных направлениях, т.е. для любого ребра элемента может быть назначена линейная, квадратичная или кубическая интерполяция и при этом геометрия может быть интерполирована полиномом той же или меньшей степени, чем перемещения. Варьирование степенью интерполирующих полиномов в случае применения изопараметрических объемных конечных элементов, продемонстрировано на рис. 3 на примере решения задачи, о свободных колебаниях защемленного по одному краю трубопровода высокого давления 25×7 длиной 1000 мм.

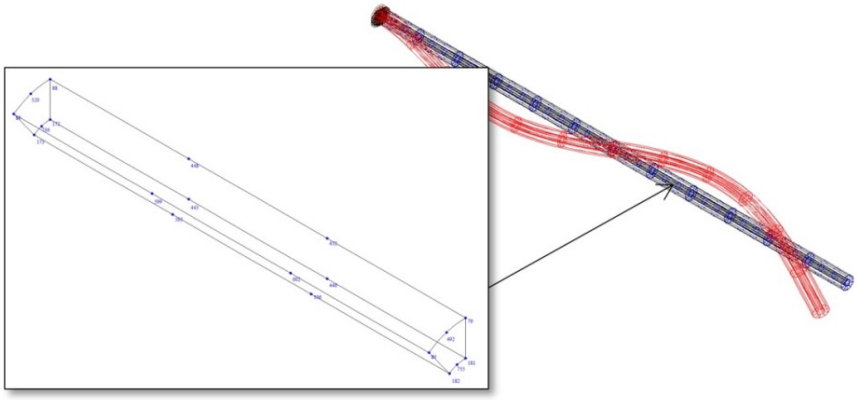


Рис. 3. Задача о свободных колебаниях защемленного по одному краю трубопровода высокого давления

Как следует из диаграммы сходимости решения данной задачи по критерию приближения к точным значениям первых трех частот спектра [23] (рис. 4), использование кубической интерполяции геометрии и перемещений в осевом, квадратичной — в окружном и линейной — в радиальном направлениях, обеспечивает достижение требуемой точности вычислений при наименьшем числе степеней свободы и, следовательно, при наименьших затратах машинного времени.

Необходимо отметить, что наибольшая эффективность применяемого подхода достигается для более высоких частот спектра, т.к. более высокая степень интерполирующего полинома вдоль оси трубопровода позволяет более точно аппроксимировать деформированную форму колебаний трубопровода по высшим балочным формам.

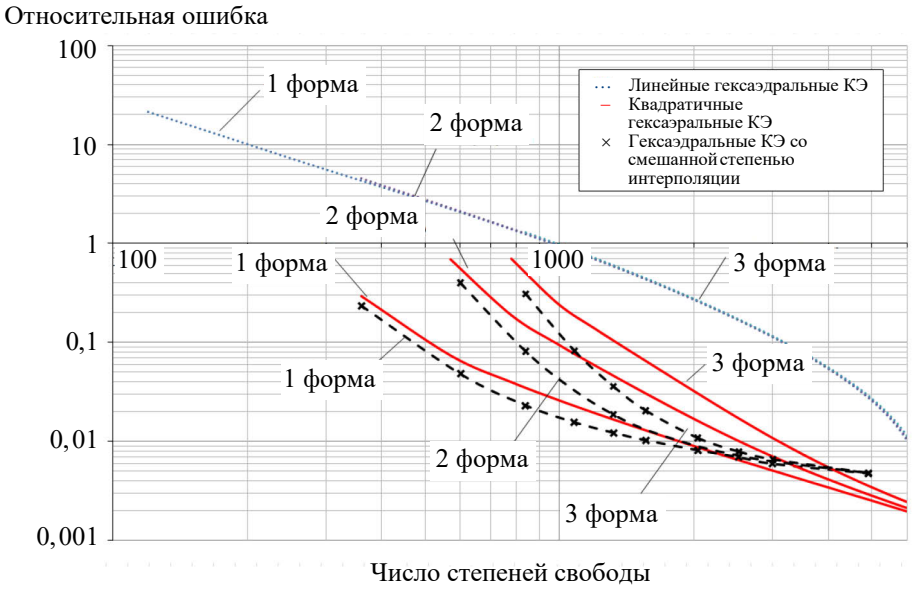


Рис. 4. Диаграмма сходимости решения задачи к точному[23]

Также анализ диаграммы указывает на монотонное снижение эффективности по мере увеличения числа степеней свободы, а с определенного их числа — на рост преимущества использования полностью квадратичных гексаэдральных КЭ (графики сходимости пересекаются). Это объясняется тем, что чувствительность собственных характеристик трубопровода к числу степеней свободы в осевом направлении становится существенно меньше их чувствительности к изменению числа степеней свободы в радиальном направлении. Если отмеченный фактор исключить из рассмотрения, сохранив для рассматриваемого расчетного случая квадратичную интерполяцию в радиальном направлении, то эффективность подхода станет более очевидна (рис. 5). В этом случае использование кубической интерполяции в осевом направлении позволяет получать более точные результаты при меньшем числе степеней свободы на всем диапазоне сходимости к точному решению (т.е. графики сходимости не пересекаются).

Пример практической реализации. В качестве примера использования программного обеспечения MStruct [9] для оценки напряженно–деформированного состояния ООТСО в режиме реального времени рассмотрим реализованный с участием автора проект системы постоянного мониторинга опасного производственного объекта вакуумной колонны К11 установки ЭЛОУ+АВТ-6 цеха 18 нефтеперерабатывающего завода АО «Ангарская нефтехимическая компания» (рис. 6).

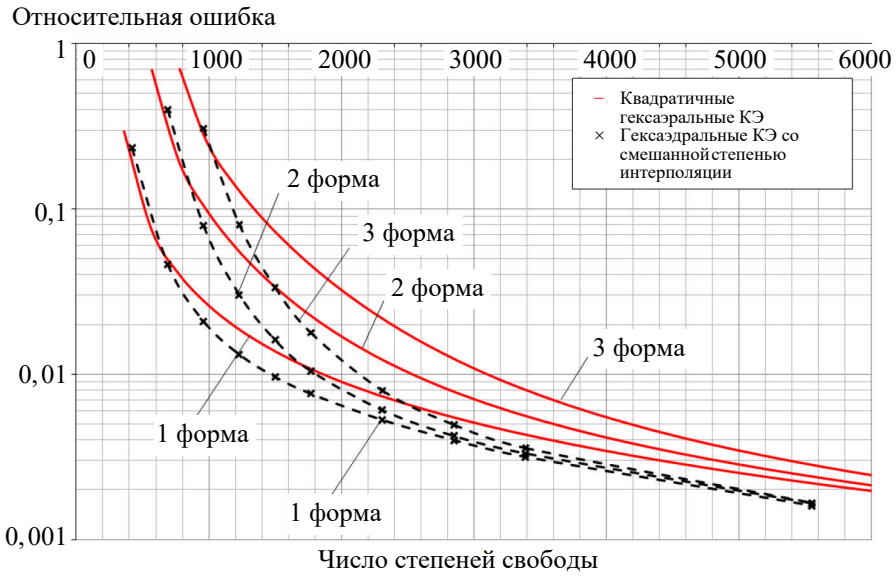


Рис. 5. Диаграмма сходимости решения задачи к точному [23] для различных вариантов квадратичной и смешанной интерполяции

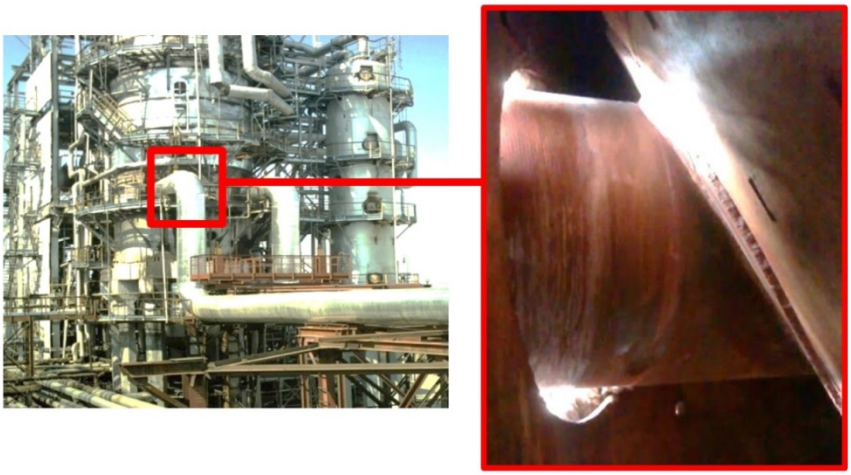


Рис. 6. Вакуумная колонна К11 установки ЭЛОУ+АВТ-6 цеха 18 нефтеперерабатывающего завода АО «Ангарская нефтехимическая компания» (зона примыкания трансферного трубопровода к коническому днищу)

Необходимость постоянного мониторинга рассматриваемого объекта была обусловлена сложным напряженно–деформированным состоянием штуцерных узлов, посредством которых осуществляется примыкание трансферных трубопроводов к колонне.

С одной стороны на рабочем режиме установки, когда температура трубопроводов в зоне примыкания к колонне составляет 350 °С, напряженно–деформированное состояние штуцерных узлов

обусловлено температурными удлинениями трубопроводов. В сочетании с предварительным натяжением трубопроводов на фланцы штуцеров это приводит к возникновению, в зоне вварки штуцеров в колонну, статических напряжений сопоставимых с пределом текучести материала штуцеров (≈ 300 МПа).

С другой стороны на переходных режимах, т.е. при подъеме или снижении температуры с одновременным нарушением предусмотренных регламентом скоростей изменения температур ($75\ ^{\circ}$C/час), в диапазоне температур $100-200\ ^{\circ}$C возникают существенные вибрации трубопроводов с амплитудой до 250 мм, что также приводит к появлению в зоне вварки штуцеров в колонну, напряжений сопоставимых с пределом текучести материала, но уже динамического характера. Появление вибраций трансферных трубопроводов во время эксплуатации обуславливается особенностями истечения двухфазных газожидкостных потоков [24], а именно пробковым режимом течения, а также критическим режимом течения двухфазного потока в местных гидравлических сопротивлениях.

В целях обеспечения безопасной эксплуатации рассматриваемого объекта была разработана специализированая система мониторинга, обеспечивающая в режиме реального времени оценку распределённых показателей напряженно-деформированного состояния объекта по ограниченному набору измеряемых пространственных перемещений. В качестве метода контроля напряженно-деформированного состояния объекта, был использован вышеописанный метод расчетно–экспериментальной оценки [10, 11], а в качестве экспертной системы контроля — пакет MStruct [9].

Для измерения перемещений были применены потенциометрические датчики перемещений, производства компании Novotechnik (Германия). Всего было назначено 4 точки контроля (по 2 точки на каждый трубопровод). При этом в каждой точке контролировались перемещения в трех взаимно перпендикулярных направлениях. На рис. 7 продемонстрирована одна из контрольных точек с размещенными в ней датчиками перемещений.

Для построения конечно–элементной модели объекта с целью дальнейшего ее использования в системе MStruct применялась разработанная с участием автора программная система COMPASS [15, 16].

Принимая во внимание технически сложное конструктивное исполнение узлов примыкания трансферных трубопроводов к колонному аппарату, представляющее собой несоосное пересечение цилиндрических патрубков с коническим днищем аппарата, построение модели объекта осуществлялось на основе применения объемных конечных элементов со смешанной степенью интерполирующих полиномов. Непосредственно тело трансферных трубопроводов и колонного аппарата моделировалось, по аналогии с рассмотренным выше примером (рис. 3), на основе применения гексаэдральных конечных элементов с

кубической интерполяцией геометрии и перемещений в осевом, квадратичной — в окружном и линейной — в радиальном направлениях. Для моделирования зоны пересечения трубопроводов с аппаратом применялось все семейство объемных конечных элементов со смешанной степенью интерполяции.

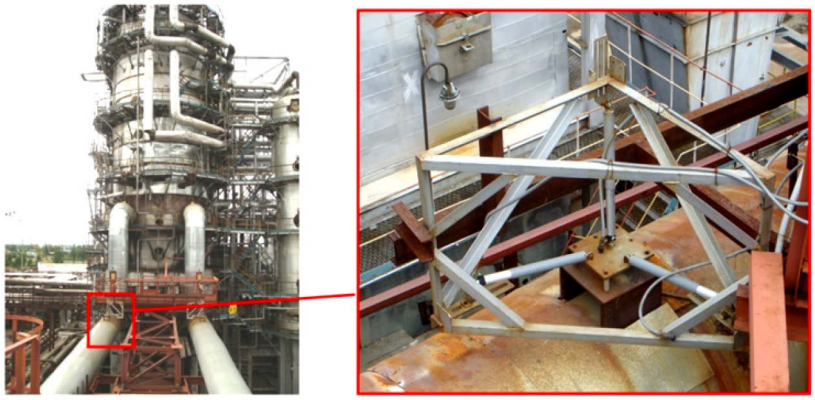


Рис. 7. Пространственная ориентация датчиков перемещений в точке контроля

Пример отображения результатов мониторинга в ПО MStruct параметров напряженно-деформированного состояния в зоне врезки патрубков в колонный аппарат продемонстрирован на рис. 8.

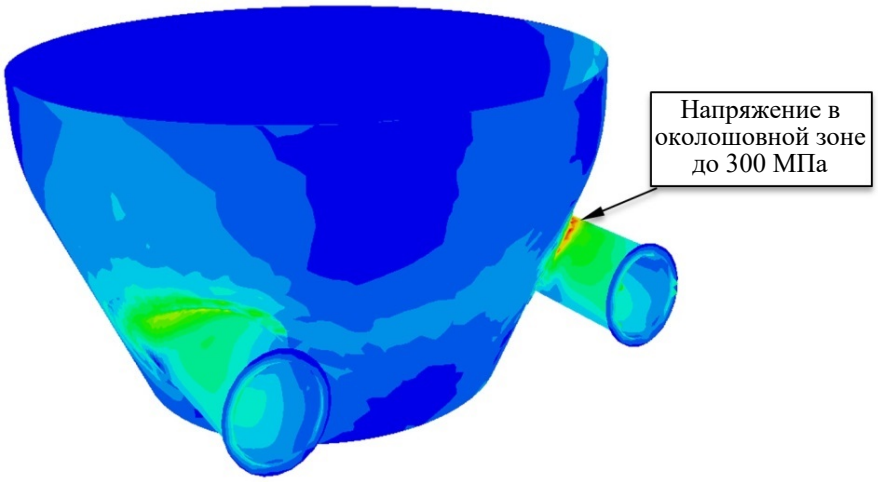


Рис. 8. Поля эквивалентных напряжений в зоне врезки патрубков в колонный аппарат К11 установки ЭЛОУ+АВТ-6 цеха 18 нефтеперерабатывающего завода АО «Ангарская нефтехимическая компания»

Верификация результатов вычисления напряженно–деформированного состояния объекта выполнялась на основе их сравнения с результатами натурной тензометрии. Для этого в наиболее проблемных зонах объекта были смонтированы высокотемпературные

капсулированные полумостовые тензорезисторы типа КСН, производства компании Kyowa (Япония). Как показал анализ результатов оценки напряженно-деформированного состояния в отмеченных зонах, разброс напряжений, полученный методом натурной тензометрии и методом расчетно-экспериментальной оценки [10, 11], не превысил 7%. Это свидетельствует о том, что принятая для расчета математическая модель объекта является адекватной, а используемых четырех точек контроля перемещений достаточно для приемлемой аппроксимации его деформированной формы при различных режимах нагружения.

Оценка эффективности используемой математической модели показала, что при одной и той же точности расчетов адресное применение объемных конечных элементов ПО COMPASS [15, 16] со смешанной степенью интерполяции позволяет добиться ускорения процесса вычислений не менее чем на 20% по сравнению с применением альтернативных моделей, получаемых, например, в ПО ANSYS [5] на основе полностью квадратичных конечных элементов.

Выводы. В рамках развития подходов к оценке напряженно–деформированного состояния ООТСО в режиме реального времени разработаны и внедрены алгоритмы и программы для построения адекватных и экономичных математических моделей таких объектов.

В основу предлагаемой идеологии положен метод конечных элементов и авторская гостированная методика расчетно–экспериментальной оценки состояния оборудования [10, 11]. При этом отмеченные модели предложено синтезировать на основе применения объемных конечных элементов со смешанной степенью интерполяции, как геометрии, так и перемещений для всех ребер с возможностью сочетания в одном элементе как субпараметрического так и изопараметрического подходов. Для этого с участием автора разработано и внедрено семейство из пяти объемных конечных элементов, представленное гексаэдром с числом узлов от 8 до 32, элементом гибридной формы с числом узлов от 7 до 29, призмой с числом узлов от 6 до 24, пирамидой с четырехугольным основанием с числом узлов от 5 до 21 и тетраэдром с числом узлов от 4 до 16. Данное семейство объемных конечных элементов программно реализовано и применяется для решения прикладных задач в конечно–элементном пакете COMPASS и в специализированном программном комплексе MStruct, предназначенном для постоянного мониторинга ООТСО в режиме реального времени.

ЛИТЕРАТУРА

[1] ГОСТ Р 22.1.12–2005. *Безопасность в чрезвычайных ситуациях. Структурированная система мониторинга и управления инженерными системами зданий и сооружений. Общие требования.* Введ. 2005-09-15. Москва, Стандартинформ, 2005, 13 с.

[2] *Градостроительный кодекс Российской Федерации*: Федеральный закон от 29 дек. 2004 г. № 190–ФЗ: принят Государственной Думой 22 дек. 2004 г.: одобрен Советом Федерации 24 дек. 2004 г.: [ред. от 31 июля 2020 г.]. Собрание законодательства Российской Федерации, 2004.

[3] Зенкевич О.К. *Метод конечных элементов в технике*. Москва, Мир, 1975, 541 с.

[4] Bathe K.J. *Finite Element Procedures*. New Jersey, Prentice Hall Publ., 2014, 1043 p.

[5] Saeed M. *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. London, Pearson Publ., 2014, 936 p.

[6] Kohnke P. *ANSYS, Inc. Theory. Release 5.7*. Canonsburg, ANSYS, Inc., 2001, 1266 p.

[7] Stein E. *Error — controlled adaptive finite elements in solid mechanics*. Chichester, Wiley Publ., 2003, 410 p.

[8] *MSC.Nastran 2004. Reference Manual*. USA, MSC.Software Corporation, 2003, 1008 p.

[9] Свидетельство № 2014619601 *Программа структурного мониторинга технологического оборудования, зданий и сооружений (MStruct)*: свидетельство об офиц. регистрации программы для ЭВМ / С.Ю. Трутаев, В.В. Трутаева; заявитель и правообладатель ОАО «ИркутскНИИхиммаш» — № 2014617158; заявл. 20.07.2004; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 20.10.2004. — [1].

[10] ГОСТ Р 55431–2013. *Системы трубопроводные. Расчетно–экспериментальный метод оценки динамического напряженно–деформированного состояния*. Введ. 2013-12-01 Москва, Стандартинформ, 2014, 14 с.

[11] Пат. 2626391 Российская Федерация, МПК G01M 7/00 (2006.01). Способ мониторинга напряженно–деформированного состояния объектов повышенной опасности / С.Ю. Трутаев, К.А. Кузнецов. — № 2016135360; заявл. 30.08.2016; опубл. 26.07.2017, Бюл. № 21. — 7 с.

[12] Бате К., Вилсон Е. *Численные методы анализа и метод конечных элементов*. Москва, Стройиздат, 1982, 448 с.

[13] Гроп Д. *Методы идентификации систем*. Москва, Мир, 1979, 302 с.

[14] Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. *Практическая оптимизация*. Москва, Мир, 1985, 509 с.

[15] Трутаева В.В., Погодин В.К., Безделев В.В. Применение программной системы COMPASS для расчета машиностроительных деталей и конструкций. *Материалы III международной конференции «Проблемы механики современных машин»*, Улан-Удэ, 2006, т. 3, с. 82–86.

[16] Безделев В.В., Буклемишев А.В. *Программная система COMPASS: Руководство пользователя: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению «Строительство»*. Иркутск, Изд-во ИГТУ, 2000, 120 с.

[17] Преженцева В.В. Иерархия объемных конечных элементов с переменным числом узлов на ребрах. *Вестник Иркутского государственного технического университета*, 2004, № 4 (20), с. 179–180.

[18] Безделев В.В., Преженцева В.В. Функции формы тетраэдрального конечного элемента с переменным числом промежуточных узлов на ребрах. *Вестник Иркутского государственного технического университета*, 2007, № 2–1 (30), с. 91–98.

[19] Преженцева В.В., Безделев В.В. Иерархия двумерных и трехмерных конечных элементов с переменным числом узлов в программной системе COMPASS. *Вестник НГАСУ*, 2005, т. 8, № 2, с. 71–78.

[20] Преженцева В.В., Безделев В.В. Доказательство совместимости конечных элементов различных топологических типов. *Новые технологии в инвестиционно–строительной сфере и ЖКХ*, 2005, т. 1, № 2, с. 15–19.

[21] Трутаева В.В., Безделев В.В. Топологическая совместимость объемных конечных элементов с переменным числом узлов на ребрах. *Материалы III международной конференции «Проблемы механики современных машин»*, Улан-Удэ, 2006, т. 1, с. 246–249.

[22] Трутаев С.Ю., Трутаева В.В. Разработка иерархии конечных элементов с переменным числом узлов на ребрах для исследования напряженно–деформированного состояния объектов машиностроения. *Системы. Методы. Технологии*, 2014, № 3 (23), с. 90–94.

[23] Работнов Ю.Н. *Сопротивление материалов*. Москва, Физматгиз, 1963, 456 с.

[24] Кузнецова Т.В., Краснокутский А.Н. Опыт расчета и проектирования трансферных трубопроводов. *Технологии нефти и газа*, 2012, № 3 (80), с. 54–55.

Статья поступила в редакцию 29.07.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Трутаев С.Ю. О построении адекватных и экономичных математических моделей в задачах постоянного мониторинга особо опасных и технически сложных объектов. *Математическое моделирование и численные методы,* 2021, № 1, с. 31–48.

Трутаев Станислав Юрьевич — канд. техн. наук, заместитель генерального директора по исследования и разработкам АО «ИркутскНИИхиммаш». e-mail: st@hm.irk.ru

On the construction of adequate and economical mathematical models in the tasks of continuous monitoring of especially dangerous and technically complex objects

© S.Yu. Trutaev

JSC “IrkutskNIIhimmash”, Irkutsk, 664074, Russia

The possibility of constructing adequate and economical mathematical models of especially dangerous and technically complex objects when solving problems of monitoring their dynamic stress-strain state using the finite element method is discussed. The desired result is achieved on the basis of the application of the developed volumetric finite elements with a mixed degree of interpolation, both geometry and displacements for all edges. At the same time, it is possible to combine both subparametric and isoparametric approaches by varying the degree of interpolating polynomials from one to three within each element. The results of evaluating the effectiveness of the proposed approach are presented on the example of solving a model problem on free oscillations of a pipeline. The proposed family of volumetric finite elements is implemented in the COMPASS finite element package, as well as in the specialized software package MStruct, designed for continuous monitoring of industrial equipment, as well as buildings and structures in real time. An example of the practical application of the developed software for monitoring the dynamic stress-strain state of equipment at a hazardous production facility is presented.

***Keywords**: stress–strain state, finite element method, hazardous production facility, especially dangerous and technically complicated object, continuous monitoring*

REFERENCES

[1] GOST R 22.1.12–2005. *Safety in emergencies. Structured system for monitoring and control of building / construction engineering equipment. General requirements*. Introduction. 2005-09-15. Moscow, Standartinform Publ., 2005, 13 p.

[2] *Gradostroitel'nyj kodeks Rossijskoj Federacii* [Urban Planning Code of the Russian Federation]: Federal Law of 29 Dec. 2004 No. 190-FZ: adopted by the State Duma on 22 Dec. 2004: Approved by the Federation Council on 24 Dec. 2004: [ed. dated July 31, 2020]. Collection of Legislation of the Russian Federation, 2004.

[3] Zenkevich O.K. *Metod konechnyh elementov v tekhnike* [Finite element method in engineering]. Moscow, Mir Publ., 1975, 541 p.

[4] Bathe K.J. *Finite Element Procedures*. New Jersey, Prentice Hall Publ., 2014, 1043 p.

[5] Saeed M. *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. London, Pearson Publ., 2014, 936 p.

[6] Kohnke P. *ANSYS, Inc. Theory. Release 5.7*. Canonsburg, ANSYS, Inc., 2001, 1266 p.

[7] Stein E. *Error — controlled adaptive finite elements in solid mechanics*. Chichester, Wiley Publ., 2003, 410 p.

[8] *MSC.Nastran 2004. Reference Manual*. USA, MSC.Software Corporation, 2003, 1008 p.

[9] Certificate no. 2014619601 *Programma strukturnogo monitoringa tekhnologicheskogo oborudovaniya, zdanij i sooruzhenij (MStruct): svidetel'stvo ob ofic. registracii programmy dlya EVM* [Program of structural monitoring of technological equipment, buildings and structures (MStruct)]: certificate of ofic. registration of a computer program / S.Y. Trutaev, V.V. Trutaeva; applicant and copyright holder: JSC “IrkutskNIIhimmash” — no. 2014617158; application 20.07.2004; registered in the register of computer programs 20.10.2004 — [1].

[10] GOST R 55431–2013. *Piping systems. Calculated and experimental method for estimating the dynamic stress–strain state*. Introduction. 2013-12-01. Moscow, Standartinform Publ., 2014, 14 p.

[11] Pat. 2626391 Russian Federation, IPC G01M 7/00 (2006.01). *Sposob monitoringa napryazhenno–deformirovannogo sostoyaniya ob"ektov povyshennoj opasnosti* [A method for monitoring the stress–strain state of high–risk objects] / S.Y. Trutaev, K.A. Kuznetsov. — no. 2016135360; application 30.08.2016; publ. 26.07.2017, Bul. no. 21— 7 p.

[12] Bate K., Wilson E. *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. New Jersey, Prentice Hall, 1976, 544 p.

[13] Graupe D. *Identification of system*. New York, Krieger Publ., 1976, 276 p.

[14] Jill Ph., Murray W., Wright M. *Practical optimization*. London, Academic Press, 1981, 418 p.

[15] Trutaeva V.V., Pogodin V.K., Bezdelev V.V. Primenenie programmnoj sistemy COMPASS dlya rascheta mashinostroitel'nyh detalej i konstrukcij [Application of the COMPASS software system for calculating machine-building parts and structures]. *Materialy III mezhdunarodnoj konferencii «Problemy mekhaniki sovremennyh mashin»* [Proceedings of the III International Conference "Problems of Mechanics of modern machines"], Ulan-Ude, 2006, vol. 3, pp. 82–86.

[16] Bezdelev V.V., Buklemishev A.V. *Programmnaya sistema COMPASS: Rukovodstvo pol'zovatelya: uchebnoe posobie dlya studentov, obuchayushchihsya*

po napravleniyu «Stroitel'stvo» [COMPASS software system: User's Guide: a textbook for students studying in the direction of «Construction»]. Irkutsk, ISU Publ., 2000, 120 p.

[17] Prezhenceva V.V. *Ierarhiya ob"emnyh konechnyh elementov s peremennym chislom uzlov na rebrah* [Hierarchy of volumetric finite elements with a variable number of nodes on the edges] *Proceedings of Irkutsk State Technical University*, 2004, no. 4 (20), pp. 179–180.

[18] Bezdelev V.V., Prezhentseva V.V. *Funkcii formy tetraedral'nogo konechnogo elementa s peremennym chislom promezhutochnyh uzlov na rebrah* [Shape functions of a tetrahedral finite element with a variable number of intermediate nodes on the edges].*Proceedings of Irkutsk State Technical University*, 2007, no. 2–1 (30), pp. 91–98.

[19] Prezhentseva V.V., Bezdelev V.V. Ierarhiya dvumernyh i trekhmernyh konechnyh elementov s peremennym chislom uzlov v programmnoj sisteme COMPASS [Hierarchy of two-dimensional and three-dimensional finite elements with a variable number of nodes in the COMPASS software system]. Vestnik NGASU [Bulletin of NGASU], 2005, vol. 8, no. 2, pp. 71–78.

[20] Prezhentseva V.V., Bezdelev V.V. Dokazatel'stvo sovmestimosti konechnyh elementov razlichnyh topologicheskih tipov [Proof of compatibility of finite elements of various topological types]. *Novye tekhnologii v investicionno–stroitel'noj sfere i ZHKKH* [New technologies in the investment and construction sector and housing], 2005, vol. 1, no. 2, pp. 15–19.

[21] Trutaeva V.V., Bezdelev V.V. Topologicheskaya sovmestimost' ob"emnyh konechnyh elementov s peremennym chislom uzlov na rebrah [Topological compatibility of volumetric finite elements with a variable number of nodes on edges]. *Materialy III mezhdunarodnoj konferencii «Problemy mekhaniki sovremennyh mashin»* [Proceedings of the III International Conference "Problems of Mechanics of modern machines"], Ulan-Ude, 2006, vol. 1, pp. 246–249.

[22] Trutaev S.Yu., Trutaeva V.V. Development of a hierarchy of finite elements with variable number of nodes on the edge to investigate stress–strain state of engineering equipment. *Systems. Methods. Technologies*, 2014, no. 3 (23), pp. 90–94.

[23] Rabotnov Yu.N. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963, 456 p.

[24] Kuznetsova T.V., Krasnokutsky A.N. Experience of transfer line analysis and designs. *Oil and Gas Technologies*, 2012, no. 3 (80), pp. 54–55.

Trutaev S.Yu., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Deputy General Director for Research and Development of JSC “IrkutskNIIhimmash”. e-mail: st@hm.irk.ru