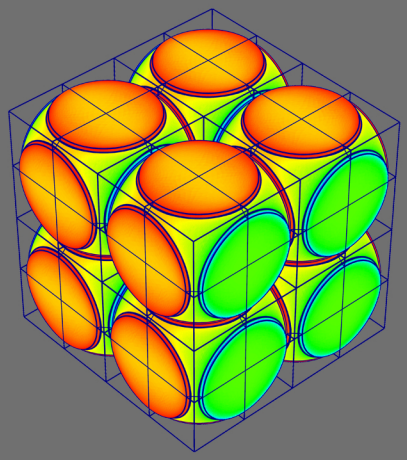
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Щебнева А.А. Моделирование трехмерного течения совершенного газа в ла-минарном пограничном слое на боковой поверхности кругового затупленного ко-нуса малого удлинения. Математическое моделирование и численные методы, 2020, № 4, с. 73–83.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/237/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.22
18.11.2026 12:59:45

УДК 533.6:532.526 DOI: 10.18698/2309-3684-2020-4-7383

Моделирование трехмерного течения совершенного газа в ламинарном пограничном слое на боковой поверхности кругового затупленного конуса малого удлинения

© А.А. Щебнева

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В работе приведен анализ теплообмена на поверхности затупленного конуса малого удлинения, обтекаемого под углом атаки, который базируется на проведении систематических численных решений уравнений трехмерного ламинарного пограничного слоя. Основное внимание в работе уделено изучению влияния, оказываемого на интенсивность теплообмена числами Маха и Рейнольдса, а также температурой поверхности конуса. Указывается на отсутствие в последние годы литературных публикаций, посвященных решению трехмерных уравнений пограничного слоя, что связано с появлением возможности решения задач такого рода в рамках уравнений Навь –Стокса. При этом отмечается обоснованность проведения исследований теплообмена в рамках трехмерных уравнений пограничного слоя для случая обтекания тел простой геометрической формы.

Ключевые слова: *теплообмен, пограничный слой, уравнения Навье–Стокса, численные методы*

Введение. Вопросами численного моделирования течения газа в трехмерных пограничных слоях уже в течение длительного времени практически не уделяется внимания в литературных источниках. Наиболее значимые публикации по этому вопросу опубликованы до 1980 года, например, работы [1–6].

Одна из основных причин, обусловивших снижение интереса к проведению исследований такого рода, заключается в том, что за последние 40 лет появилась возможность моделирования трехмерных задач вязкого течения газа в рамках интегрирования уравнений Навье–Стокса [7–9]. Обзор по этому вопросу приводится в частности в работе [10]. Определенное значение имеет также развитие инженерных методов, посвященных рассматриваемой теме [11], которые основаны на использовании метода эффективной длины [12].

Применению уравнений Навье–Стокса для моделирования теплообмена и трения на телах сложной формы действительно не существует альтернативы. Однако при решении задач теплообмена и трения на телах простой геометрической формы, перспективным является применение численных методов решения именно уравнений пограничного слоя, так как это позволяет:

- качественно снизить трудовые и временные затраты, связанные

с получением решения задачи;

- во многих случаях повысить точность получаемых результатов численного моделирования.

В данной работе рассматривается применение для моделирования теплообмена на одном из тел простой формы трехмерных уравнений пограничного слоя. При этом объектом исследования является сферически затупленный конус с углом полураствора θ, равным 9° под углом атаки α, равным 5°.

Математическая модель. Ниже приведенные результаты расчетно-теоретических исследований получены путем численного интегрирования дифференциальных уравнений ламинарного пограничного слоя.

Общепринятая в литературе формулировка физико–математической постановки рассматриваемой задачи, включающая в себя уравнение неразрывности, тангенциальную и окружную проекции уравнения сохранения количества движения, а также уравнение сохранения энергии, имеет вид [6, 11]:

$$\left(\rho u r\right)_s + \left(\rho v r\right)_y + \left(\rho w\right)_\varphi = 0, \tag{1}$$

$$u u_s + v u_y + w u_\varphi / r + w^2 \frac{r_s}{r} = -\frac{1}{\rho} p_s + \frac{1}{\rho}\left(\mu u_y\right)_y, \tag{2}$$

$$u w_s + v w_y + w w_\varphi / r - u w \frac{r_s}{r} = -\frac{1}{\rho r} p_\varphi + \frac{1}{\rho}\left(\mu w_y\right)_y, \tag{3}$$

$$u h_{0,s} + v h_{0,y} + \frac{w}{r} h_{0,\varphi} =$$

$$= \frac{1}{\rho}\left\{\left(\frac{\mu}{\mathrm{Pr}} h_{0,y}\right)_y + \left[\mu\left(1 - \frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)\left(\frac{u^2 + w^2}{2}\right)_y\right]_y\right\}, \tag{4}$$

$$h_0 = h + \left(u^2 + w^2\right)/2, \tag{5}$$

при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$:

$$w\left(s, y\right) = u_\varphi\left(s, y\right) = h_{0,\varphi}\left(s, y\right) = 0, \tag{6}$$

при $y = 0$:

$$u\left(s, \varphi\right) = v\left(s, \varphi\right) = 0,\ h_0\left(s, \varphi\right) = h_{\mathrm{w}}, \tag{7}$$

при $y = y_e$:

$$u\left(s, \varphi\right) = u_{\mathrm{e}}\left(s, \varphi\right),\ u\left(s, \varphi\right) = u_{\mathrm{e}}\left(s, \varphi\right),\ h_0\left(s, \varphi\right) = h_{00}. \tag{8}$$

Здесь $\{s, y, \varphi\}$ — криволинейная система координат, в которой:

- ось s отсчитывается вдоль образующей конуса от точки O пересечения его поверхности вектором $\boldsymbol{X}$, направленным вдоль его оси в сторону заднего торца;
- ось y отсчитывается от поверхности конуса в направлении внешней нормали, восстановленной к ней на образующей конуса;
- φ — угол, отсчитываемый от нижней вертикальной полуплоскости против часовой стрелки при взгляде с конца вектора $\boldsymbol{X}: \varphi \in (0, \pi)$.

Также введены следующие обозначения: r — коэффициент Ламе H_3, равный удалению поверхности конуса от его оси, м; u, v, w — проекции вектора скорости на оси правой системы координат, образованной s, y и нормалью к полуплоскости, проходящей через образующую тела и его ось симметрии, м/с; ρ — плотность, кг/м; μ — коэффициент динамической вязкости, кг/(м·с); h — статическая энтальпия, Дж/кг; Pr — число Прандтля; h_0 — полная энтальпия, Дж/кг; h_{00} — энтальпия торможения газового потока, натекающего на конус, Дж/кг; $p(s, \varphi)$ — давление в пограничном слое, в качестве которого рассматривается давление на поверхности конуса, полученное в рамках решения уравнений Эйлера, Па.

Для обозначения поверхности тела ниже используются термин «стенка» и индекс w. В свою очередь индекс e относится к условной внешней границе пограничного слоя, а индексы s, y и φ означают частные производные функций по соответствующим координатам, измеряемым в метрах или радианах.

Вектор скорости газового потока, натекающего на конус, характеризующийся углом полураствора θ, с углом атаки α, параллелен плоскости, проходящей через его «наветренную» и «подветренную» образующие, которым соответствуют значения координаты φ, равные 0 и π.

Методика численного решения задачи. Решение данной трехмерной задачи будем проводить в области изменения координаты $s(s_{\text{in}}, s_{\text{end}}]$, $s_{\text{in}} = \pi/2 - \theta - 2\alpha$, так как в области $s \le s_{\text{in}}$ значения искомых функций могут быть определены путем решения двумерной задачи обтекания полусферы, выполненного с повышенной точностью.

При этом узлу на поверхности конуса с координатами s_{in}, φ соответствует равная

$$\arccos\left(\cos\left(s_{\text{in}}\right)\cos\left(\alpha\right)+\sin\left(s_{\text{in}}\right)\sin\left(\alpha\right)\cos\left(\varphi\right)\right). \qquad (9)$$

Координата s_2 в двумерной задаче обтекания полусферы. В свою очередь, связь между тангенциальной проекцией u_2 вектора скорости в этой задаче с компонентами вектора скорости u и w в этом сечении имеет вид:

$$\begin{aligned} u\left(s_{\text{in}}, y, \varphi\right) &= u_2\left(s_2, y\right)\cos\left(\varphi\right), \\ w\left(s_{\text{in}}, y, \varphi\right) &= u_2\left(s_2, y\right)\sin\left(\varphi\right). \end{aligned} \qquad (10)$$

Решение уравнений пограничного слоя производится в 2 этапа. С этой целью область определения искомых функций по криволинейной координате s, отсчитываемой от точки пересечения оси конуса с затуплением вдоль его образующей, подразделяется на две подобласти. В первой из них, ограниченной сверху принадлежащим сферической части конуса значением этой координаты s^*, решение искомой задачи находится в рамках двумерных уравнений пограничного слоя в соответствии с алгоритмом, изложенным в монографии [13].

Естественно, что использование такого приема допустимо только в том случае, если на течение газа в этой подобласти не оказывает влияние коническая часть тела, а это положение имеет место только в том случае, если выполняется условие вида

$$s^* \le \left(90-\theta-2\alpha\right)\pi/180. \qquad (11)$$

В свою очередь, во второй подобласти поиск решения задачи производится в рамках численного интегрирования дифференциальных уравнений трехмерного пограничного слоя.

Описание численного алгоритма решения. Решение уравнений (1)–(5) находится маршевым методом в области $\left(0,\pi\right)$ определения по окружной координате φ, отсчитываемой в плоскости, перпендикулярной оси конуса. При этом наветренной образующей конуса ставится в соответствие нулевое значение этой координаты, а граничные условия для уравнений пограничного слоя при значениях аргумента φ, равных 0 и π, задаются в виде нулевых значений окружной координаты и частных производных по φ остальных искомых функций.

В свою очередь, граничные условия в сечении $s = s^*$ формируются на базе решения двумерных уравнений пограничного слоя, соответствующего значению его координаты s_2, равного длине дуги, соединяющей точку торможения газового потока с текущим углом, расположенным на поверхности конуса в этом сечении. При этом

определенное таким образом значение скорости разлагается на окружную и продольную проекцию в соответствии с текущим отношением этих проекций скоростей, рассчитанным в рамках трехмерных уравнений Эйлера.

На каждом шаге интегрирования по продольной координате решение уравнений пограничного слоя находится методом скалярной прогонки [14] для каждого значения окружной координаты по тому же алгоритму, что и для двумерного пограничного слоя, а значения производных искомых функций по окружной координате уточняются с использованием метода итераций.

Результаты расчетных исследований. По изложенному алгоритму было проведено систематическое математическое моделирование обтекания указанного выше тела в широком диапазоне изменения параметров натекающего на него газового потока, который характеризуется числом Маха M_∞ и давлением торможения p_0 , а также энтальпийного фактора, равного отношению энтальпии газа при температуре стенки к энтальпии торможения этого потока.

В таблице 1 приведены конкретные значения всех этих определяющих факторов, при которых были выполнены расчетные исследования.

Таблица 1

Значения определяющих факторов задачи

N	M_∞	p_0	R_h	N	M_∞	p_0	R_h
1	25	10,000	0,0119	31	10	10,000	0,0560
2	25	10,000	0,1000	32	10	10,000	0,4000
3	25	1,000	0,0119	33	10	1,000	0,0560
4	25	1,000	0,1000	34	10	1,000	0,4000
5	25	0,100	0,0119	35	10	0,100	0,0560
6	25	0,100	0,1000	36	10	0,100	0,4000
7	25	0,010	0,0119	37	10	0,010	0,0560
8	25	0,010	0,1000	38	10	0,010	0,4000
9	25	0,001	0,0119	39	10	0,001	0,0560
10	25	0,001	0,1000	40	10	0,001	0,4000
11	20	10,000	0,0170	41	8	1,000	0,0826
12	20	10,000	0,2000	42	8	1,000	0,4000
13	20	1,000	0,0170	43	8	0,100	0,0826
14	20	1,000	0,2000	44	8	0,100	0,4000
15	20	0,100	0,0170	45	8	0,010	0,0826
16	20	0,100	0,2000	46	8	0,010	0,4000
17	20	0,010	0,0170	47	8	0,001	0,0826
18	20	0,010	0,2000	48	8	0,001	0,4000
19	20	0,001	0,0170	49	6	1,000	0,1348
20	20	0,001	0,2000	50	6	1,000	0,4000
21	15	10,000	0,0280	51	6	0,100	0,1348

Продолжение таблицы 1

N	M_∞	p_0	R_h	N	M_∞	p_0	R_h
22	15	10,000	0,3000	52	6	0,100	0,4000
23	15	1,000	0,0280	53	6	0,010	0,1348
24	15	1,000	0,300	54	6	0,010	0,4000
25	15	0,100	0,0280	55	6	0,001	0,1348
26	15	0,100	0,3000	56	6	0,001	0,4000
37	15	0,010	0,0280	57	4	1,000	0,2690
28	15	0,010	0,3000	58	4	1,000	0,4000
29	15	0,001	0,0280	59	4	0,100	0,2690
30	15	0,001	0,3000	60	4	0,100	0,4000
61	4	0,010	0,2690	63	4	0,001	0,2690
62	4	0,010	0,4000	64	4	0,001	0,4000

Здесь N — номер варианта расчета, а давление торможения приведено в МПа. Цель настоящих исследований состояла в проведении анализа, связанного с влиянием на интенсивность теплообмена всех определяющих факторов. При этом интенсивность теплообмена, как это и принято в литературе (см., например, работу [11]) будем характеризовать критерием вида

$$\Omega = St\sqrt{\mathrm{Re}_{\infty,R}},$$

$$St = q_w / \left[\left(h_{00} - h_w\right)\rho_\infty V_\infty\right],$$

$$\mathrm{Re}_{\infty,R} = \rho_\infty V_\infty R / \mu_\infty.$$

Здесь: St — число Стантона; q_w — удельный тепловой поток, подводимый к стенке, Вт/м^2; h_{00} — энтальпия торможения набегающего потока, Дж/кг; h_w — энтальпия газа при температуре стенки, Дж/кг; V_∞ — скорость в набегающем газовом потоке, м/с; ρ_∞ — плотность в набегающем газовом потоке, кг/м^3; μ_∞ — коэффициент динамической вязкости газа в набегающем потоке, Па/(м·с); R — радиус сферического затупления тела, м; $\mathrm{Re}_{\infty,R}$ — число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам газа в набегающем потоке и радиусу сферического затупления тела.

На базе проведенного систематического численного моделирования ламинарного теплообмена в трехмерном пограничном слое, на рис. 1–3 изображено влияние различных факторов на критерий теплообмена.

На рис. 1 приведено распределение критерия теплообмена на холодной стенке по продольной координате, измеренной в калибрах от радиуса сферического затупления тела, изображенное при различных значениях числа Маха и фиксированной величине давления

торможения, равной 0,100 МПа. С целью наглядности здесь используется цветная маркировки данных (синий, красный и зеленый цвета относятся соответственно к значениям, равным 20, 15 и 6). В свою очередь, тип кривых характеризует месторасположение образующей на поверхности тела: сплошные кривые относятся к наветренной образующей тела, а точки — к подветренной образующей.

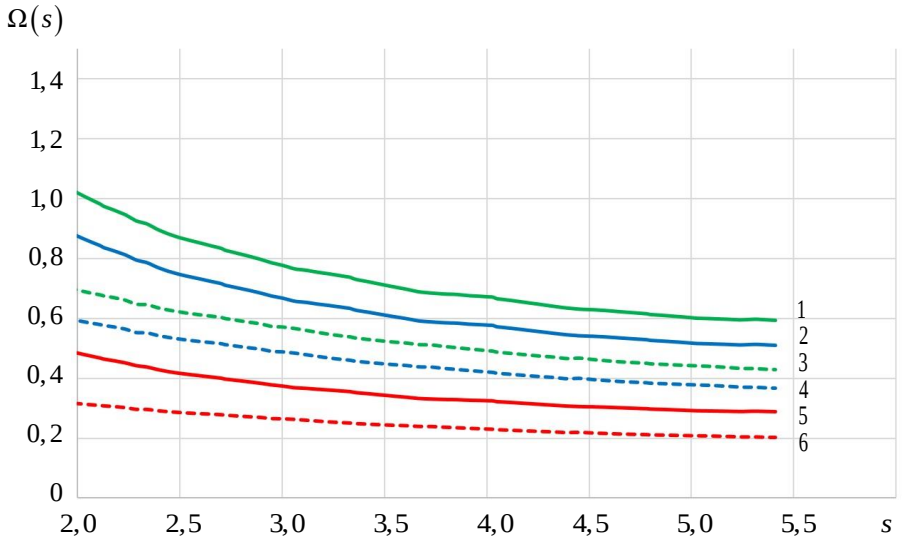


Рис. 1. Влияние числа Маха на зависимость критерия теплообмена $\Omega(s)$ от координаты s:
1 — $M = 20$, наветренная образующая; 2 — $M = 15$, наветренная образующая, 3 — $M = 20$, подветренная образующая; 4 — $M = 15$, подветренная образующая; 5 — $M = 6$, наветренная образующая; 6 — $M = 6$, подветренная образующая

На рис. 2 приведено распределение критерия теплообмена на холодной стенке по продольной координате, изображенное при различных значениях давления торможения и фиксированной величине числа Маха, равном 20. С целью наглядности здесь используется цветная маркировки данных (синий, красный и зеленый цвета относятся соответственно к значениям, равным 10,000 0,100 и 0,001 МПа). В свою очередь, тип кривых опять-таки характеризует месторасположение образующей на поверхности тела: сплошные кривые относятся к наветренной образующей тела, а точки — к подветренной образующей.

На рис. 3 приведено распределение критерия теплообмена по угловой координате, изображенное при различных значениях энтальпийного фактора и фиксированных величинах числа Маха ($M = 15$) и давления торможения, равным 15,0 и 0,1 МПа. С целью наглядности здесь также используется цветная маркировка данных (синий и красный цвета относятся соответственно к горячей и холодной стенкам). В свою очередь, тип кривых характеризует значение продольной координаты: сплошные

кривые и точки относятся к ее значениям, равным 2 и 5.

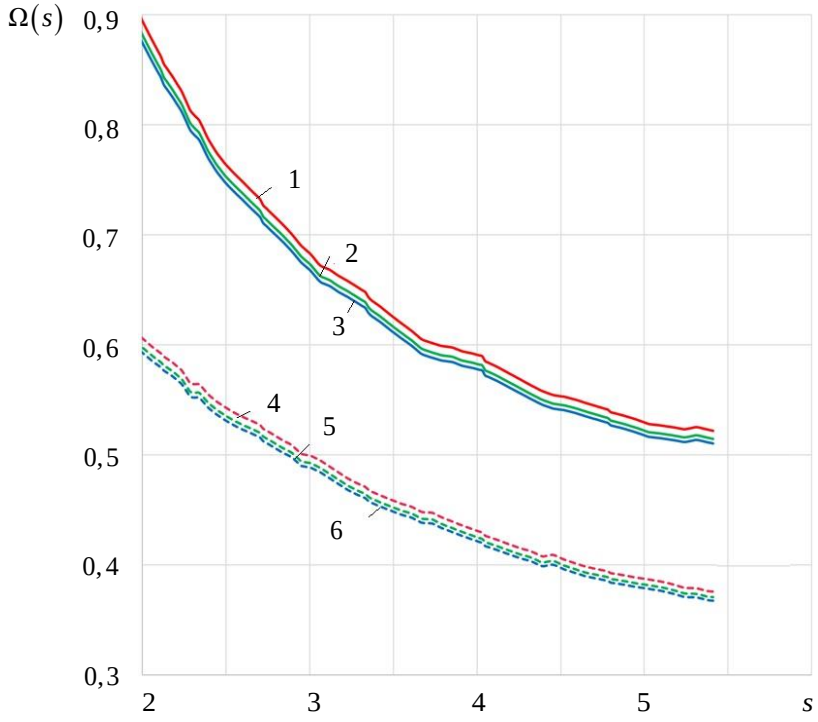


Рис. 2. Влияние давления торможения p_0 на зависимость критерия теплообмена $\Omega(s)$ от координаты s, для случая, когда давление p_0 задано на наветренной стороне (1 — 0,001 атм, 2 — 10,000 атм, 3 — 0,100 атм) и подветренной стороне (4 — 0,001 атм, 5 — 10,000 атм, 6 — 0,100 атм)

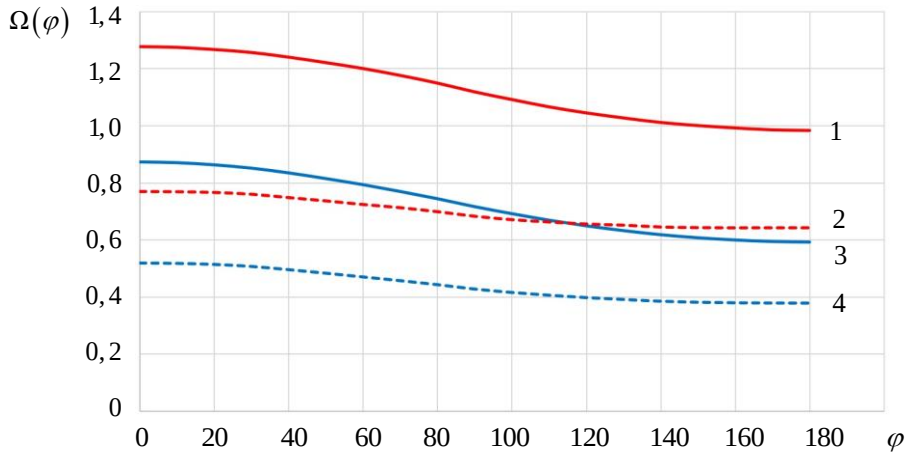


Рис. 3. Влияние энтальпийного фактора на зависимость критерия теплообмена $\Omega(\varphi)$ от угловой координаты φ:

1 — наветренная образующая для горячей стенки; 2 — подветренная образующая для горячей стенки; 3 — наветренная образующая для холодной стенки; 4 — подветренная образующая для холодной стенки

Как следует из анализа приведенной информации, в целом характер сохраняется характер влияния определяющих факторов на теплообмен при переходе от двухмерного к трехмерному течению газа в ламинарном пограничном слое. В первую очередь, это касается возможности учета влияния числа Рейнольдса на интенсивность теплообмена путем перехода от числа Стантона к критерию теплообмена.

Столь же существенным сохраняется и влияние на критерий теплообмена и числа Маха.

В то же время, роль энтальпийного фактора при переходе от двумерного к трехмерному течению газа в ламинарном пограничном слое существенно возрастает (в двумерном случае это влияние столь незначительно, что им можно пренебречь).

Выводы. На базе проведения систематических исследований установлено влияние определяющих факторов на интенсивность теплообмена на затупленном конусе малого удлинения.

Показано, что характер влияния чисел Маха и Рейнольдса на интенсивность теплообмена в целом сохраняется при переходе от двумерного к трехмерному режиму течения газа в пограничном слое.

Установлено существенное влияние энтальпийного фактора на интенсивность теплообмена.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Vaglio-Laurin R. Laminar heat transfer on three-dimensional blunt nosed bodies in hypersonic flow. *ARS Journal*, 1959, vol. 29, iss. 1, pp. 123–129.

[2] Авдуевский В.С. Расчет трехмерного ламинарного пограничного слоя на линиях растекания. *Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук. Механика и машиностроение*, 1962, № 1, с. 123–130.

[3] Башкин В.А. Расчетные соотношения и программы для численного интегрирования уравнений пространственного пограничного слоя на конических телах. *Труды ЦАГИ,* 1968, вып. 106, с. 97–118.

[4] Дородницын А.А. Об одном методе решения уравнений ламинарного пограничного слоя. *Прикладная механика и техническая физика*, 1960, № 3, с. 111–118.

[5] Башкин В.А., Колина Н.П. Расчет сопротивления трения и теплового потока на сферически затупленных круговых конусах в сверхзвуковых потоках. Труды ЦАГИ, 1968, вып. 106, с. 119–181.

[6] Шевелев Ю.Д. *Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя*. Москва, Наука, 1977, 224 с.

[7] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К. Моделирование сопряженных процессов аэрогазодинамики и теплообмена на поверхности теплозащиты перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2014, № 3, с. 23–34.

[8] Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. *Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике*. Москва, Физматлит, 2011, 280 с.

[9] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н, Захаров А.А. Применение метода RKDG для численного решения трехмерных уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4, с. 75–91.

[10] Алексин В.А. Моделирование турбулентных сжимаемых турбулентных течений. *Гиперзвуковая аэродинамика и тепломассообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов*, Москва, 2011, с. 433–462.
[11] Землянский Б.А., Лунев В.В., Власов В.И., Горшков А.Б., Залогин Г.Н. *Конвективный теплообмен летательных аппаратов*. Москва, Физматлит, 2014, 377 с.
[12] Авдуевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. *Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике*. Москва, Машиностроение, 1975, 623 с.
[13] Горский В.В. *Теоретические основы расчета абляционной тепловой защиты*. Москва, Научный мир, 2015, 688 с.
[14] Самарский А.А. *Введение в теорию разностных схем*. Москва, Наука, 1971, 522 с.

Статья поступила в редакцию 15.11.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Щебнева А.А. Моделирование трехмерного течения совершенного газа в ламинарном пограничном слое на боковой поверхности кругового затупленного конуса малого удлинения. *Математическое моделирование и численные методы*, 2020, № 4, с. 73–83.

Щебнева Александра Алексеевна — студент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: ALEXROSET1305@gmail.com

Simulation of a three-dimensional flow of a perfect gas in a laminar boundary layer on the lateral surface of a circular blunt cone of small elongation

© A.A. Shchebneva

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The paper presents an analysis of heat transfer on the surface of a blunt cone of low elongation, streamlined at an angle of attack, which is based on systematic numerical solutions of the equations of a three-dimensional laminar boundary layer. The main attention in the work is paid to the study of the influence exerted on the intensity of heat exchange by the Mach and Reynolds numbers, as well as by the temperature of the cone surface. It is pointed out that in recent years there have been no literary publications devoted to the solution of three-dimensional equations of the boundary layer, which is associated with the emergence of the possibility of solving problems of this kind within the framework of the Navier–Stokes equations. At the same time, the validity of carrying out studies of heat transfer within the framework of three-dimensional equations of the boundary layer for the case of flow around bodies of a simple geometric shape is noted.

Keywords: *heat transfer, boundary layer, Navier–Stokes equations, numerical methods*

REFERENCES

[1] Vaglio-Laurin R. Laminar heat transfer on three-dimensional blunt nosed bodies in hypersonic flow. *ARS Journal*, 1959, vol. 29, iss. 1, pp. 123–129.

[2] Avduevsky V.S. Raschet trekhmernogo laminarnogo pogranichnogo sloya na liniyah rastekaniya [Calculation of a three-dimensional laminar boundary layer on spreading lines]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Otdelenie tekhniche-skih nauk. Mekhanika i mashinostroenie* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Department of Technical Sciences. Mechanics and Mechanical Engineering], 1962, no. 1, pp. 123–130.

[3] Bashkin V.A.Raschetnye sootnosheniya i programmy dlya chislennogo integrirovaniya uravnenii prostranstvennogo pogranichnogo sloya na konicheskih telah [Calculation relations and programs for numerical integration of spatial boundary layer equations on conic bodies]. *Trudy TsAGI* [Proceedings of TsAGI], 1968, iss. 106, pp. 97–118.

[4] Dorodnicyn A.A. Ob odnom metode resheniya uravnenii laminarnogo pogranichnogo sloya [On a method for solving the equations of a laminar boundary layer]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1960, no. 3, pp. 111–118.

[5] Bashkin V.A., Kolina N.P. Raschet soprotivleniya treniya i teplovogo poto-ka na sfericheski zatuplennyh krugovyh konusah v sverhzvukovyh potokah [Calculation of friction resistance and heat flow on spherically blunted circular cones in supersonic flows]. *Trudy TsAGI* [Proceedings of TsAGI], 1968, iss. 106, pp. 119–181.

[6] Shevelev Yu.D. *Trekhmernye zadachi teorii laminarnogo pogranichnogo sloya* [Three-dimensional problems of the theory of a laminar boundary layer]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 224 p.

[7] Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A., Koryakov M.N., Syzdykov E.K. Modeling of coupled aerogasdynamics and heat transfer processes on the thermal protection surface of a future hypersonic aircraft. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2014, no. 3, pp. 23–34.

[8] Dimitrienko Yu.I., Kotenev V.P., Zakharov A.A. *Metod lentochnyh adaptivnyh setok dlya chislennogo modelirovaniya v gazovoi dinamike* [The method of ribbon adaptive grids for numerical modeling in gas dynamics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 280 p.

[9] Dimitrienko Y.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. Application of RKDG method for computational solution of three-dimensional gasdynamic equations with non-structured grids. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2015, no. 4, pp. 75–91.

[10] Aleksin V.A. Modelirovanie turbulentnyh szhimaemyh turbulentnyh techenii [Modeling of turbulent compressible turbulent flows]. *Giperzvukovaya aerodinamika i teplomassoobmen spuskaemyh kosmicheskih apparatov i planetnyh zond*ov [Hypersonic aerodynamics and heat and mass transfer of descent spacecraft and planetary probes], Moscow, 2011, pp. 433–462.

[11] Zemlyansky B.A., Lunev V.V., Vlasov V.I., Gorshkov A.B., Zalogin G.N. *Konvektivnyi teploobmen letatel'nyh apparatov* [Convective heat exchange of aircraft]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014, 377 p.

[12] Avduevsky V.S., Galitseysky B.M., Glebov G.A., etc. *Osnovy teploperedachi v aviacionnoi i raketno-kosmicheskoi tekhnike* [Fundamentals of heat transfer in aviation and rocket and space technology]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 623 p.

[13] Gorsky V.V. *Teoreticheskie osnovy rascheta ablyacionnoi teplovoi zashchity* [Theoretical bases of calculation of ablative thermal protection]. Moscow, Nauchnyi mir Publ., 2015, 688 p.

[14] Samarskiy A.A. *Vvedenie v teoriyu raznostnyh skhem* [Introduction to the theory of difference schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 522 p.

Shchebneva A.A., Student of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: ALEXROSET1305@gmail.com