

Некоторые примеры численного моделирования нестационарных газодинамических явлений в обеспечении проектирования летательных аппаратов

© А.В. Плюснин^{1,2}

¹АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская обл., 143966, Россия

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрена задача о неустановившемся перетекании газа между двумя полостями в пространственной и инженерной постановках. Представлено сопоставление двух решений, позволяющее оценивать точность инженерного подхода, обычно используемого при практических расчетах. Рассмотрена также задача об определении неустановившегося силового воздействия на дно пускового контейнера на этапе выхода из него летательного аппарата в процессе газодинамического выброса. Численное моделирование пространственных задач выполнялось в соответствии с классическим методом С.К. Годунова, в том числе, с использованием техники подвижных сеток.

Ключевые слова: течение газа, газодинамический выброс, пусковой контейнер, летательный аппарат, численное моделирование

Введение. Процесс проектирования летательных аппаратов (ЛА) сопровождается расчетами разнообразного характера, целью которых являются, например, выбор оптимальных траекторий движения [1, 2], определение аэродинамических характеристик [3–6] и параметров аэродинамического нагрева [7], теплопрочностные расчеты [8–11], расчеты параметров функционирования силовых установок и других систем ЛА [12–16], расчеты параметров стартовых процессов [17–20].

Довольно часто приходится выполнять расчеты процессов, в которых имеет место перетекание газовой среды из одного объема (полости), с первоначально более высоким давлением, в другую полость или же в окружающую среду. По большей части такие расчеты проводятся на инженерном уровне точности, т.е. в квазистационарной постановке [21, 22]. Для проектных целей интересны максимальные перепады давления на стенках полостей, а также продолжительность процесса. Фактическая точность таких расчетов экспериментально исследуется редко. Классические руководства, в частности, работы [21, 22], в которых приводятся и, тем самым, как бы неявно рекомендуются соответствующие формулы, основанные на предположении об «установившемся адиабатическом обратимом истечении из большого сосуда», не дают подробной информации о допустимости и точности применения этих формул в интересующих нас условиях. Пример же расчета [18], в частности, показывает, что для правильного

определения запаса газа в баллоне высокого давления (в целях получения необходимого конечного давления в наддуваемой полости) следует учитывать, как свойства реального газа, так и отбор тепла газом от стенок баллона. При этом оказывается, что в рамках инженерного подхода мы получили бы примерно тот же конечный результат, если бы процесс истечения газа рассматривали в изотермической постановке, что, по большому счету, совсем не соответствует реальному физическому процессу.

В литературе прикладного характера [14–16] в качестве основного рецепта решения рассматриваемого класса задач, предлагается численно решать соответствующие системы уравнений газовой динамики. Таким образом, чтобы сделать более или менее определенные выводы относительно качества инженерного приближения, целесообразно применить оба подхода и сопоставить полученные результаты.

Подобному сопоставлению посвящен первый раздел данной работы. Численно, классическим методом С.К. Годунова [23], решается задача о перетекании газа между двумя плоскими объемами единичной толщины. Затем при тех же величинах объемов, площади проходного сечения между ними, начальных значениях параметров среды процесс перетекания газа рассчитывается в квазистационарной пространственно–нульмерной постановке, соответствующей инженерному подходу. Сравнение параметров проведено по среднеобъемным значениям. Кроме того, приводятся текущие максимальные и минимальные значения давления и температуры среды в объемах, а также параметры, характеризующие балансы массы и полной энергии.

Во втором разделе данной работы рассмотрена отчасти сходная задача об определении нестационарного силового воздействия на дно пускового контейнера (ПК) в процессе выхода из него кормы ЛА. При этом основными характеристиками процесса, помимо его продолжительности, являются максимальный темп спада силового воздействия, а также максимальная величина отрицательной нагрузки в том случае, если в донной части ПК возникает разрежение.

Модель квазистационарного истечения в данном случае совсем не подходит, в любом случае она не позволяет предсказывать эффект разрежения. В рамках методологии [24] следующей по мере усложнения математического описания является модель одномерного истечения газа. Соответственно, в простейшей постановке, позволяющей, однако, получить оценку величины разрежения в донной части ПК, было выполнено численное моделирование процесса истечения газовой среды из ПК в продолжающую его трубу.

Чтобы приблизиться к воспроизведению реальных физических процессов, необходим, конечно, переход к численному моделированию в пространственной постановке. При этом следует принимать

также во внимание темп ухода ЛА от выходного сечения ПК. Соответствующая задача была рассмотрена в осесимметричной постановке. Расчеты проводились методом С.К. Годунова на подвижной сетке. В расчетах учитывалось различие свойств газовой среды, первоначально заполняющей ПК, и наружной среды. Эффект вторичного догорания [19], однако, не моделировался.

Численное моделирование перетекания газа между двумя полостями. Пусть имеются две прямоугольные полости единичной толщины в направлении оси Oz прямоугольной декартовой системы координат $Oxyz$ (рис. 1, б), заполненные азотом при температуре $T = 290$ К и начальных значениях относительного давления $p = 4$ и $p = 1$, выраженного в безразмерных единицах, соответственно.

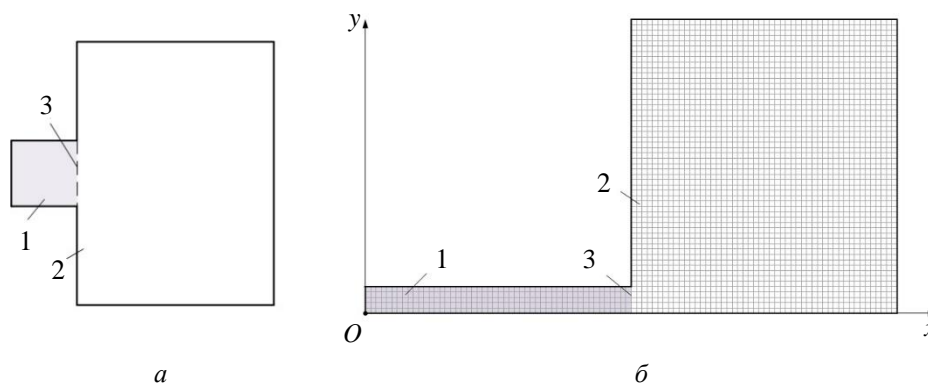
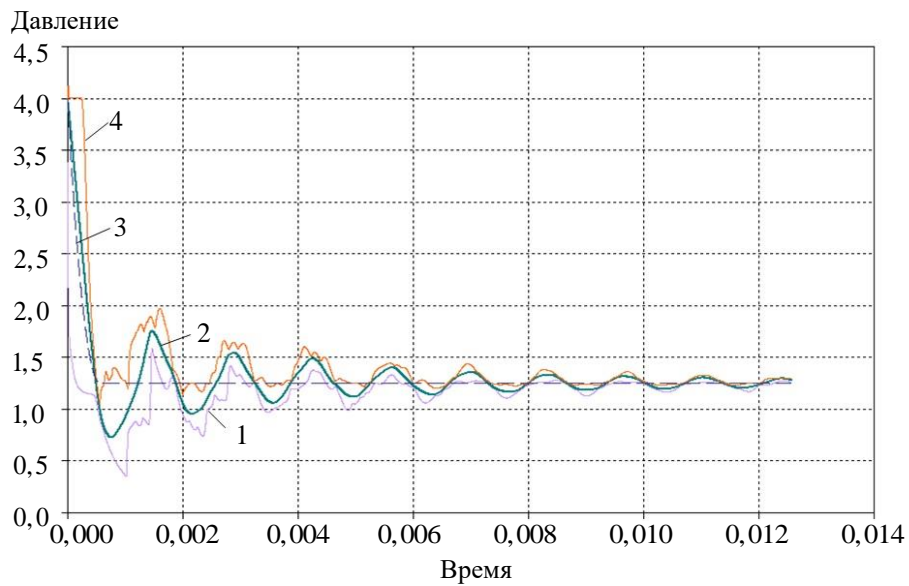


Рис. 1. Схема расчета перетекания газа между полостями:
 1 — полость; 2 — полость; 3 — проходное сечение между полостями
 а — в инженерной постановке; б — в двумерной постановке

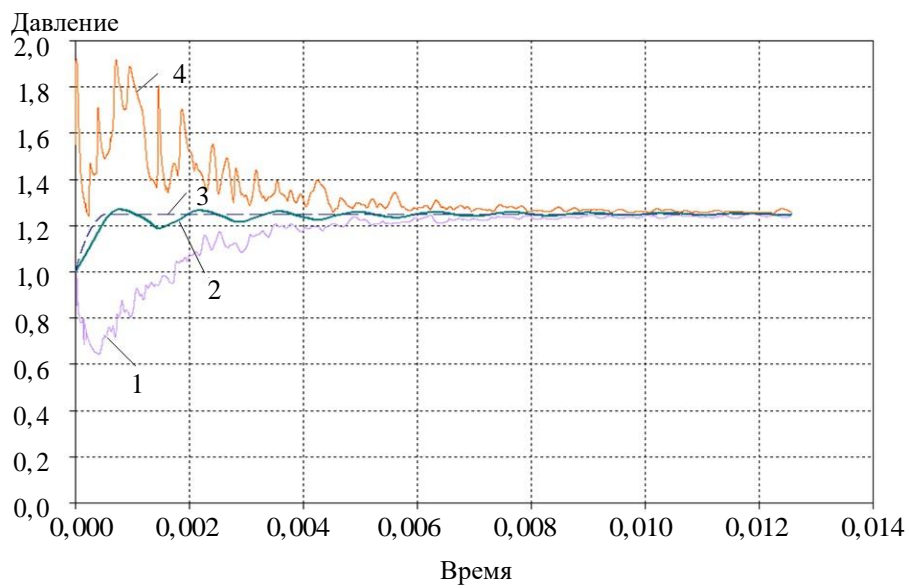
Параметры течения, возникающего в результате разгерметизации полости 1, определялись численным интегрированием уравнений газовой динамики по классической разностной схеме С.К. Годунова [23]. Области 1, 2 разбивались при этом соответственно на 100×10 и 100×110 квадратных ячеек. Результаты вычислений представлены на рис. 2–5.

На рис. 2, 3 приведены зависимости от времени t среднеобъемных по полостям 1, 2 давлений и температур газа. Кроме того, на этих рисунках построены текущие максимальные и минимальные значения этих параметров по соответствующим объемам.

На рис. 4 показаны составляющие общего баланса массы и полной энергии газа. На рис. 5 построена зависимость от времени текущей кинетической энергии газа в объемах 1, 2 и их суммарное значение.

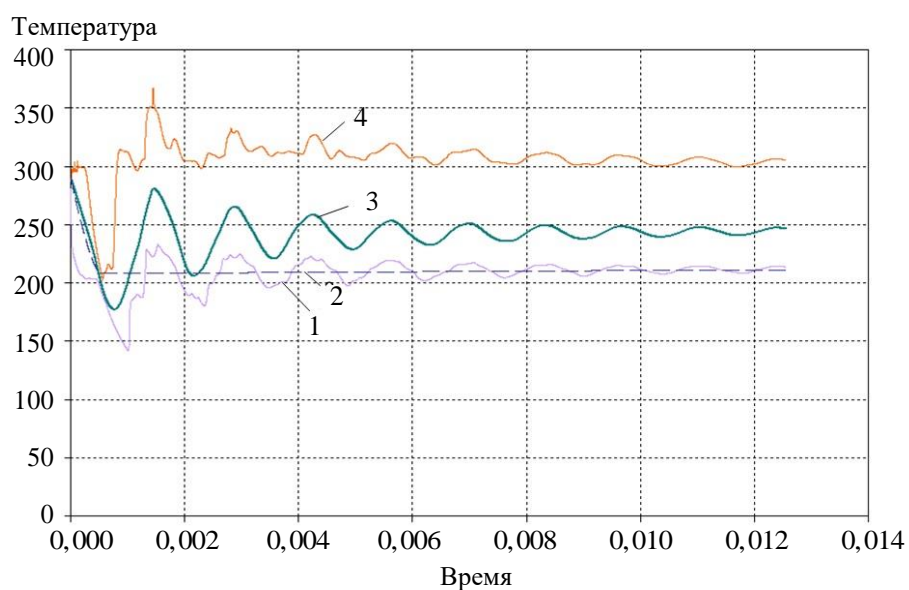


a

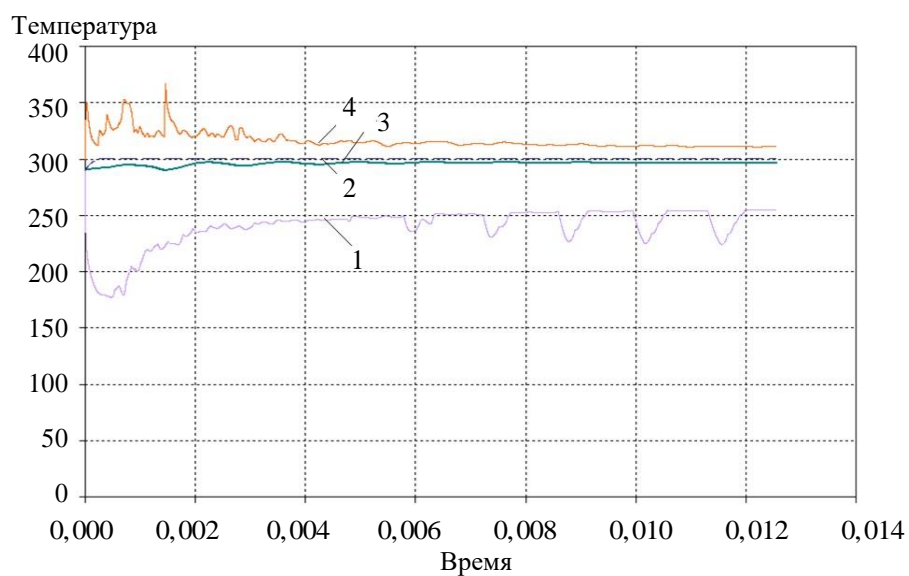


б

Рис. 2. Изменение относительного давления p в полостях 1 (*a*) и 2 (*б*) от относительного времени t :
1 — текущее минимальное значение; 2,3 — текущее среднеобъемное значение;
4 — максимальное значение;
1,2,4 соответствуют пространственному расчету,
3 соответствует инженерному расчету

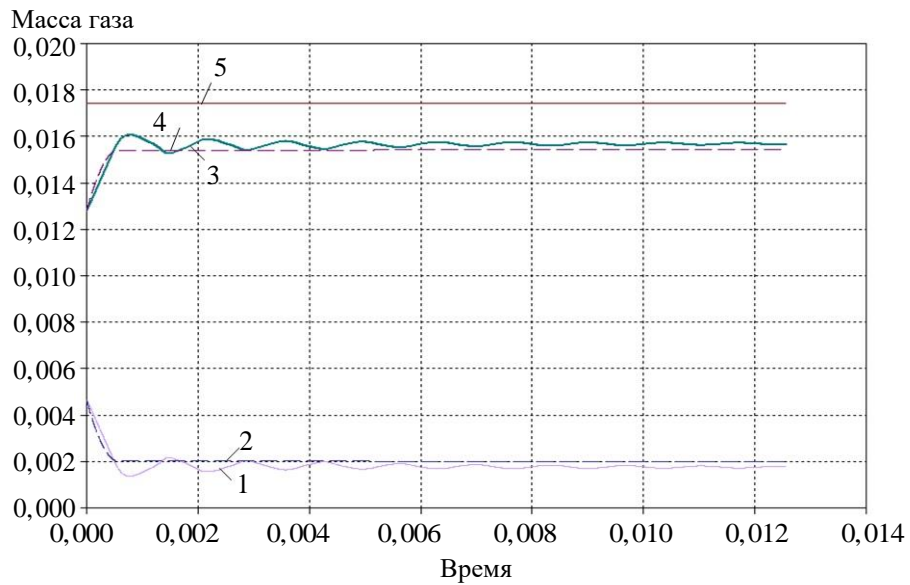


а

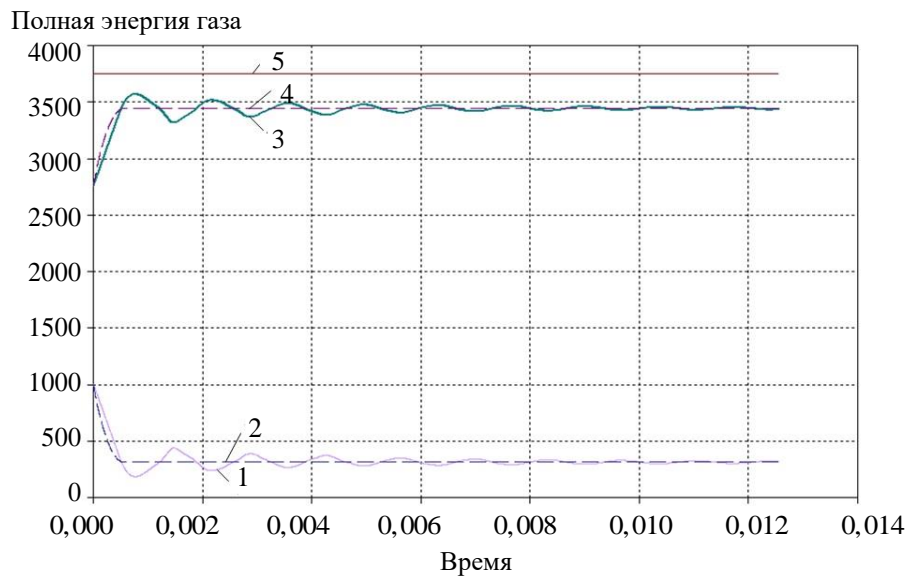


б

Рис. 3. Температура газа (К) в полостях в полостях 1 (а) и 2 (б) в функции относительного времени t :
 1 — текущее минимальное значение; 2,3 — текущее среднеобъемное значение;
 4 — текущее максимальное значение;
 1,3,4 соответствуют пространственному расчету,
 2 соответствует инженерному расчету



а



б

Рис. 4. Зависимость составляющих баланса массы газа (кг) (а) и полной энергии газа (Дж) (б) от относительного времени t :
1,2 — полость 1; 3,4 — полость 2; 5 — суммарное значение;
1,3,5 соответствуют пространственному расчету,
2,4,5 соответствуют инженерному расчету

Кинетическая энергия газа

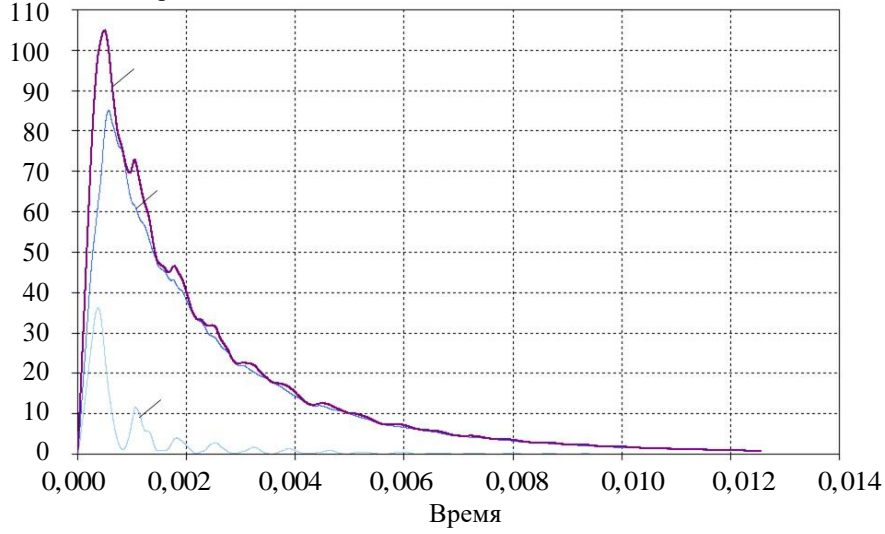


Рис. 5. Изменение кинетической энергии газа (Дж) от относительного времени t :
1,2 — полость 1; 3,4 — полость 2; 5 — суммарное значение

Геометрическая схема расчета в инженерной постановке иллюстрируется на рис. 1, а. Чтобы записать соответствующие этой постановке математические соотношения, введем, в дополнение к ранее использованным обозначениям, следующие: R — газовая постоянная, $C_p, C_v = C_p - R$ — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме, $\gamma = C_p/C_v$ — показатель изоэнтропы газа; m, Ω, E — масса, занимаемый объем, полная энергия газа; Σ — площадь проходного сечения между двумя полостями. Номера полостей будем отмечать индексами 1, 2.

В этих обозначениях система уравнений, описывающих инженерный подход, имеет вид [21, 22, 19]:

$$\begin{aligned} \frac{dm_1}{dt} = -\frac{dm_2}{dt} = -G(t), \quad \frac{dE_1}{dt} = -\frac{dE_2}{dt} = -G(t)C_pT_1, \\ G(t) = \frac{p_1(t)\Sigma}{\sqrt{RT_1}} \begin{cases} B_2\sqrt{\xi^{2/\gamma} - \xi^{(\gamma+1)/\gamma}}, & 1 < \xi^{-1} < K \\ B_1, & \xi^{-1} \geq K, \end{cases} \\ p_j = \frac{m_jRT_j}{\Omega_j}, \quad E_j = m_jC_vT_j, \quad (j=1,2), \end{aligned} \tag{1}$$

$$\xi = \frac{p_2(t)}{p_1(t)}, \quad K = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad B_1 = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}, \quad B_2 = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}.$$

Расчеты по данным соотношениям проводились методом Рунге–Кутты. Результаты расчетов представлены на рис. 2–4.

Как уже отмечалось, основными параметрами, учитываемыми при проектировании ЛА, являются давление газа и длительность процесса перетекания. По результатам, приведенным на рис. 2, можно заключить, что в целом значения этих параметров, полученные в инженерном расчете и методом вычислительной газовой динамики, согласуются удовлетворительно. Выравнивание давления по объему каждой из полостей происходит довольно быстро, быстро устанавливаются также конечные значения массы и полной энергии газа (рис. 4).

По температуре газа такого выравнивания не происходит, что, впрочем, можно наблюдать и в других процессах [25]. Учитывая результаты работы [18], можно утверждать, что прогнозирование температуры в обоих решениях нельзя считать корректным, поскольку и та и другая постановка задачи рассматривает течение газа как адиабатическое и не учитывает теплообмен на стенках полостей. В самом деле, для отсеков и агрегатов ЛА характерны развитые поверхности контакта с заключенной внутри них газовой средой. Поэтому за характерное время процесса истечения газа приращение энергии, связанное с нагревом или охлаждением стенок объема, не является пренебрежимо малым по сравнению с характерным изменением в этом процессе внутренней энергии газа.

Численное моделирование силового воздействия на дно ПК при выходе из него ЛА. Газодинамический выброс ЛА из ПК по минометной схеме осуществляется, главным образом, за счет давления продуктов сгорания стартовых энергоустройств [19,25]. Поэтому в момент, когда корма ЛА покидают ПК, внутри ПК обычно еще сохраняется значительное избыточное давление. Процесс стравливания избыточного давления при раскрытии ПК протекает быстро. В результате при определенных условиях давление в донной части ПК может упасть ниже наружного атмосферного давления, и этот фактор приходится учитывать при проектировании пусковых установок.

Уравнения инженерной математической модели, приведенные в предыдущем разделе, могут быть адаптированы для расчета процесса стравливания газа из ПК в процессе его раскрытия. Однако, как легко видеть из соотношения (1), в момент, когда среднеобъемное давление внутри ПК снижается до значения внешнего давления $p_{атм}$, величина $G(t)$ становится равной нулю, и истечение газа наружу прекращается. Таким образом, как это уже было отмечено во введении, применение инженерного подхода, основанного на квазистационарном приближении, не позволяет ни выявить, ни оценить количественно эффект разрежения в ПК.

Чтобы воспроизвести инерционный эффект, не учитываемый в квазистационарном приближении, воспользуемся методами вычислительной газодинамики. Простейшая вычислительная модель соответствует расчету раскрытия ПК в одномерной постановке (рис. 6). Будем предполагать, что в момент $t=0$ раскрытия ПК его объем заполнен продуктами сгорания, имеющими начальное давление p_0 и температуру T_0 , причем, как правило, $p_0 \gg p_{атм}$, $T_0 \gg T_{атм}$, где $T_{атм}$ — естественная температура окружающей среды вне ПК. В наших расчетах не будет учитываться процесс догорания продуктов сгорания при их контакте с атмосферным воздухом, однако различие термодинамических свойств этих сред учитывается. В том случае, когда в одной и той же расчетной ячейке присутствуют оба газа, термодинамические свойства смеси соответствуют предположению об их идеальном смешении [19]. При расчете в рамках разностного метода С.К. Годунова потоков массы, импульса и энергии между соседними ячейками решение задачи распада разрыва учитывает различие свойств газов, заполняющих эти ячейки.

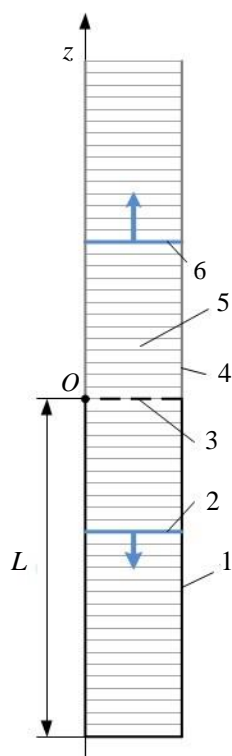


Рис. 6. Раскрытие ПК в одномерной постановке: 1,4 — стенка ПК и ее искусственное продолжение; 2,6 — передние фронты возмущений; 3 — начальная граница раздела сред; 5 — ячейка расчетной сетки

В рамках одномерной модели расчета далее предполагается, что атмосферная среда в момент $t=0$ заполняет область, являющуюся как бы продолжением ПК. В результате численного расчета получаем для различных моментов времени значения в каждой ячейке плотности смеси газов ρ и ее компонент $\rho_{возд}$, $\rho_{пс}$, давления p , температуры T , а также компоненты скорости v_z . Индексы *возд*, *пс* соответствуют воздуху и продуктам сгорания. При этом имеем $\rho = \rho_{возд} + \rho_{пс}$, $c_{возд} = \frac{\rho_{возд}}{\rho}$, $c_{пс} = \frac{\rho_{пс}}{\rho}$, где $c_{возд}$, $c_{пс}$ — массовые концентрации компонент смеси.

Постановка задачи пространственного моделирования показана на рис. 7 для меридионального сечения Orz , проведенного через ось симметрии Oz . В момент $t=0$ корма ЛА, движущегося со скоростью V , отрывается от края ПК, и

заполнявшие его до этого момента продукты сгорания вырываются в окружающее пространство. Расчетная область состояла в этом расчете из двух подобластей. Область $A_0A_1A_2A_6A_7$ ниже кормы ЛА моделировалась набором из 70×700 ячеек с изменяющейся в соответствии с движением ЛА координатой z . Для этой подобласти проводилось сгущение сетки к каждой из границ. Область $A_2A_3A_4A_5A_6$, первоначально заполненная атмосферной средой, моделировалась стационарной сеткой из 250×250 ячеек. Для этой подобласти сгущение сетки проводилось только к границам $A_1A_2A_6A_5$ и A_2A_3 .

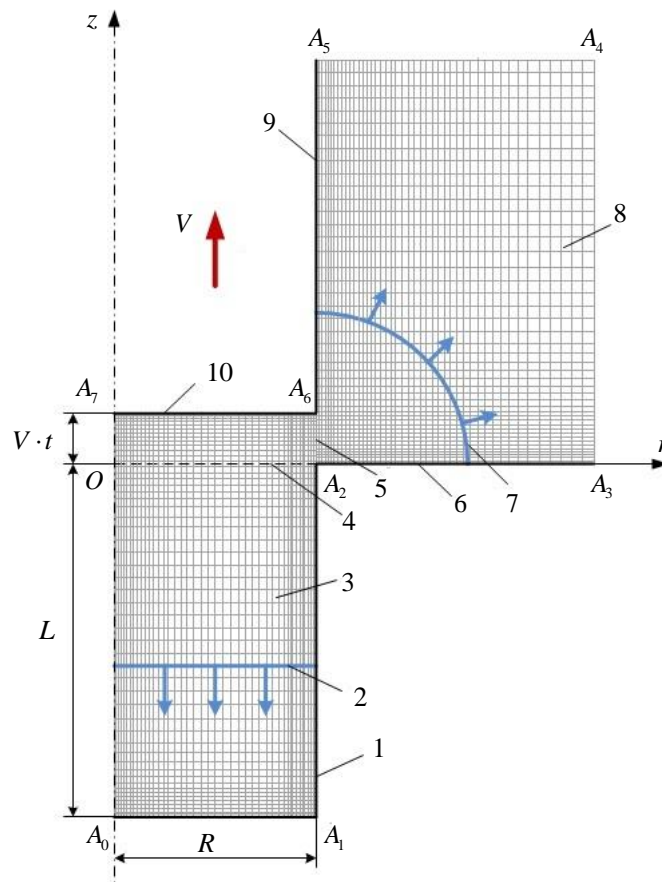


Рис. 7. Модель раскрытия ПК в пространственной постановке с учетом движения ЛА:

- 1 — стенка ПК; 4,10 — начальное и текущее положения кормы ЛА;
- 6 — экран; 9 — стенка ЛА; 2,7 — передние фронты возмущений;
- 3,8 — подвижная и неподвижная ячейки расчетной сетки;
- 5 — граница нерегулярного контакта ячеек сетки

На границах расчетной области ставились следующие краевые условия. На участках A_0A_7 (ось симметрии), A_0A_1 (дно ПК), A_1A_2

(боковая стенка ПК), A_2A_3 (непроницаемый экран), A_6A_5 (боковая стенка ЛА) ставились обычные условия непротекания, тогда как на границе A_7A_6 условие непротекания учитывало еще и подвижность границы [23]. На удаленных границах A_3A_4 и A_5A_4 экстраполировались значения параметров из соседних ячеек. Вдоль линии A_2A_6 граница контакта между ячейками двух областей изменялась от шага к шагу соответственно изменениям координат ячеек подвижной части сетки. При определении потоков в каждую из таких ячеек учитывались все возможные ее контакты с ячейками из другой подобласти, а также с участками твердых границ A_1A_2 , A_6A_5 .

В осесимметричном расчете определялись те же параметры, что и в одномерном расчете, за исключением того, что вектор скорости среды в ячейках описывался уже двумя компонентами v_r и v_z .

Результаты численного моделирования в одномерной и осесимметричной постановках представлены на рис. 8 в виде графиков зависимости удельной силы от времени. В одномерном случае удельная сила на дно ПК совпадает с зависимостью $p(t)|_{z=-L} - p_{амм}$, а в осесимметричной постановке — с дискретным аналогом интеграла

$$\frac{2}{R^2} \int_0^R [p(r,t)|_{z=-L} - p_{амм}] r dr.$$

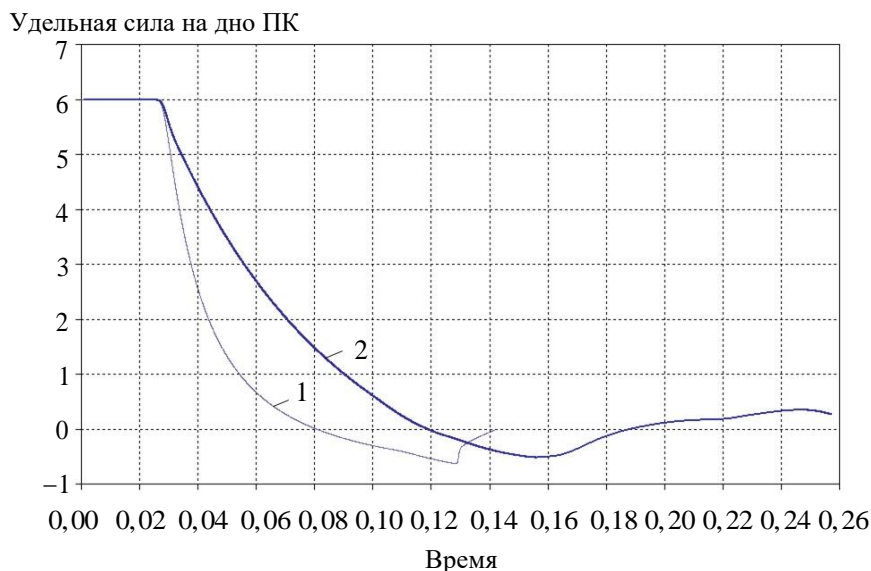


Рис. 8. Зависимость удельной силы на дно ПК от относительного времени t :
 1 — решение в одномерной постановке;
 2 — решение в пространственной постановке

Согласно полученным результатам, основной эффект от учета пространственного характера задачи проявляется в более медленном темпе спада силового воздействия на дно ПК, связанного с влиянием на процесс истечения газов из ПК кормового среза ЛА.

Выводы. Представлены результаты численного моделирования в пространственной постановке двух нестационарных газодинамических процессов. Расчеты проводились классическим методом С.К. Годунова.

В первой из задач рассматривалось перетекание газовой среды из одного объема с более высоким начальным давлением в другой объем. Представлено сравнение результатов пространственного расчета и расчета, выполненного обычно используемым инженерным методом, основанным на квазистационарном приближении. Полученные результаты позволяют глубже оценивать точность приближенного подхода при решении практических задач. В частности, можно сделать вывод, что для более точного воспроизведения физического процесса в обоих подходах следует учитывать теплообмен между газом и стенками заключающих его объемов.

Во второй задаче численно моделировался процесс раскрытия ПК при выходе из него ЛА. Выполнено сравнение решения, полученного в упрощенной одномерной постановке, и решения, полученного в осесимметричной постановке и учитывающего влияние кормы ЛА на процесс истечения газовой среды из ПК в окружающее пространство. В обеих постановках обнаруживается эффект разрежения в донной части ПК при близких значениях отрицательной силовой нагрузки. Однако прогнозируемый в более полной постановке задачи темп спада силового воздействия на дно ПК оказывается заметно более медленным.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Леонов А.Г., Прохорчук Ю.А. Особенности компоновочных и аэродинамических схем летательных аппаратов при больших сверхзвуковых скоростях. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 3 (15). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-3-618
- [2] Грумондз В.Т., Половинкин В.В., Яковлев Г.А. *Теория движения двусредных аппаратов. Математические модели и методы исследования*. Москва, Вузовская книга, 2012, 644 с.
- [3] Дегтярь В.Г., Пегов В.И. *Гидродинамика подводного старта ракет*. Москва, Машиностроение, 2009, 448 с.
- [4] Щеглов Г.А. Модификация метода вихревых элементов для расчета гидродинамических характеристик гладких тел. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2009, № 2, с. 26–35.
- [5] Dergachev S.A., Marchevsky I.K., Shcheglov G.A. Flow simulation around 3D bodies by using Lagrangian vortex loops method with boundary condition satisfaction with respect to tangential velocity components. *Aerospace Science and Technology*, 2019, vol. 94, art no. 105374.

- [6] Marchevsky I.K., Shcheglov G.A. Efficient semi-analytical integration of vortex sheet influence in 3d vortex method. *5th International Conference on Particle-Based Methods — Fundamentals and Applications, PARTICLES*, 2017, pp. 703–714.
- [7] Братчев А.В., Ватолина Е.Г., Горский В.В., Забарко Д.А., Коваленко В.В., Котенев В.П., Полежаев Ю.А., Сахаров В.И. *Математическое моделирование тепловых и газодинамических процессов при проектировании летательных аппаратов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 216 с.
- [8] Горский В.В. *Теоретические основы расчета абляционной тепловой защиты*. Москва, Научный мир, 2015, 688 с.
- [9] Зарубин В.С. *Прикладные задачи термпрочности элементов конструкций*. Москва, Машиностроение, 1985, 294 с.
- [10] Димитриенко Ю.И. *Механика композитных конструкций при высоких температурах*. Москва, Физматлит, 2018, 448 с.
- [11] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Строганов А.С. Численное моделирование сопряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 3–24.
- [12] Соколовский М.И., Петренко В.И., Зыков Г.А. и др. *Управляемые энергетические установки на твердом ракетном топливе*. Москва, Машиностроение, 2003, 464 с.
- [13] Димитриенко Ю.И., Кулагин Ю.А., Ярмола А.П. Моделирование газодинамических процессов в камерах сгорания двигателей с анизотропными твердыми топливами. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № S3, с. 100–109.
- [14] Арзуманов Ю.Л., Петров Р.А., Халатов Е.М. *Системы газоснабжения и устройства пневмоавтоматики ракетно-космических комплексов*. Москва, Машиностроение, 1997, 464 с.
- [15] Арзуманов Ю.Л., Халатов Е.М., Чекмазов В.И. *Математические модели систем пневмоавтоматики*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009, 296 с.
- [16] Гогричиани Г.В., Шипилин А.В. *Переходные процессы в пневматических системах*. Москва, Машиностроение, 1986, 160 с.
- [17] Плюснин А.В. Моделирование параметров наддува свободного пространства контейнера при газодинамическом выбросе летательного аппарата с учетом свойств реального газа. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 3, с. 53–78.
- [18] Плюснин А.В. К вопросу об определении достаточного количества газа для предварительного наддува пускового контейнера при подводном газодинамическом выбросе ЛА. *Сборник трудов конференции «XLI Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства»*, 2017, с. 516–517.
- [19] Плюснин А.В. Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 55–73.
- [20] Плюснин А.В. Математическое моделирование процесса втекания воды в кольцевое пространство контейнера при подводном газодинамическом выбросе летательного аппарата. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 2, с. 39–64.

- [21] Седов Л.И. *Механика сплошной среды. Т.2.* Санкт-Петербург, Лань, 2004, 560 с.
- [22] Идельчик И.Е. *Справочник по гидравлическим сопротивлениям.* Москва, Машиностроение, 1992, 672 с.
- [23] Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. *Численное решение многомерных задач газовой динамики.* Москва, Наука, 1976, 400 с.
- [24] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.
- [25] Плюснин А.В., Бондаренко Л.А., Сабиров Ю.Р. Анализ газогидродинамических процессов и методов их расчета на основе опыта предприятия в обработке подводного минометного старта. *Ракетные комплексы и ракетно-космические системы — проектирование, экспериментальная отработка, летные испытания, эксплуатация. Труды секции 22 имени академика В.Н. Челомея XXXIX Академических чтений по космонавтике*, Реутов, 2015, с. 74–83.

Статья поступила в редакцию 15.12.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Плюснин А.В. Некоторые примеры численного моделирования нестационарных газодинамических явлений в обеспечение проектирования летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2020, № 4, с. 44–60.

Плюснин Андрей Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, зам. начальника отдела АО «ВПК «НПО машиностроения». Автор около 40 работ по нестационарным задачам гидрогазодинамики и теории упругости.
e-mail: andrey.plusnin@gmail.com

Some examples of numerical simulation of unsteady gas dynamical phenomena for the purpose of lifting vehicles design

© A. V. Plusnin^{1,2}

¹Joint stock company “Military and industrial corporation JSC
“MIC “Mashinostroyenia”, Reutov, Moscow Region, 143966, Russia
²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The problem of unsteady gas flow between two volumes has been considered for the spatial and for the engineering formulations. The comparison of the two solutions has been presented which allows to assess the accuracy of the engineering approach usually utilized in practical calculations. The problem has been also considered of the determination of the unsteady force acting on the bottom of the canister at the stage of the lifting vehicle exit in the process of the gas dynamical ejection. The numerical simulation of the spatial problems has been completed in accordance with the classical Godunov’s method including the moving grid technique.

Keywords: *gas flow, gas dynamical ejection, canister, lifting vehicle, numerical simulation*

REFERENCES

- [1] Leonov A.G., Prokhorchuk Yu.A. Structural and aerodynamic features of high-supersonic–speed cruise missiles. *Engineering Journal: Science and Innovation: Electronic Science and Engineering Publication*, 2013, no. 3 (15). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-3-618
- [2] Grumonds V.T., Polovinkin V.V., Yakovlev G.A. *Teoriya dvizheniya dvusrednyh apparatov. Matematicheskie modeli i metody issledovaniya* [Theory of motion of two-medium apparatuses. Mathematical models and research methods]. Moscow, Vuzovskaya kniga Publ., 2012, 644 p.
- [3] Degtyar V.G., Pegov V.I. *Gidrodinamika podvodnogo starta raket* [Hydrodynamics of underwater rocket launch]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009, 448 p.
- [4] Shcheglov G.A. Modification of method of vortex elements for calculation of hydrodynamic characteristics of smooth bodies. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2009, no. 2, pp. 26–35.
- [5] Dergachev S.A., Marchevsky I.K., Shcheglov G.A. Flow simulation around 3D bodies by using Lagrangian vortex loops method with boundary condition satisfaction with respect to tangential velocity components. *Aerospace Science and Technology*, 2019, vol. 94, art no. 105374.
- [6] Marchevsky I.K., Shcheglov G.A. Efficient semi–analytical integration of vortex sheet influence in 3d vortex method. *5th International Conference on Particle–Based Methods — Fundamentals and Applications, PARTICLES*, 2017, pp. 703–714.
- [7] Bratchev A.V., Vatolina E.G., Gorsky V.V., Zabarko D.A., Kovalenko V.V., Kotenev V.P., Polezhaev Yu.A., Sakharov V.I. *Matematicheskoe modelirovanie teplovyh i gazodinamicheskikh processov pri proektirovanii letatel'nyh apparatov* [Mathematical modeling of thermal and gas-dynamic processes in the design of aircraft.] Moscow, BMSTU Publ., 2011, 216 p.
- [8] Gorsky V.V. *Teoreticheskie osnovy rascheta ablyacionnoj teplovoj za-shchity* [Theoretical bases of calculation of ablative thermal protection]. Moscow, Nauchnyj mir Publ., 2015, 688 p.
- [9] Zarubin V.S. *Prikladnye zadachi termoprochnosti elementov konstrukcij* [Applied problems of thermal strength of structural elements]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985, 294 p.
- [10] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika kompozitnyh konstrukcij pri vysokih temperaturah* [Mechanics of composite structures at high temperatures]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2018, 448 p.
- [11] Dimitrienko Y.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. Stroganov A.S. Computational modeling of conjugated gasdynamic and thermomechanical processes in composite structures of high speed aircraft. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3, pp. 3–24.
- [12] Sokolovsky M. I., Petrenko V. I., Zыkov G. A., etc. *Upravlyaemye energeticheskie ustanovki na tverdom raketnom toplive* [Controlled power plants based on solid rocket fuel]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003, 464 p.
- [13] Dimitrienko Yu. I., Kulagin Yu. A., Yarmola A. P. Modelirovanie gazodinamicheskikh processov v kamerah sgoraniya dvigatelej s anizotropnymi tverdymi toplivami [Modeling of gas-dynamic processes in combustion chambers of engines with anisotropic solid fuels]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2011, no. S3, pp. 100–109.

- [14] Arzumanov Yu.L., Petrov R.A., Khalatov E.M. *Sistemy gazosnabzheniya i ustroystva pnevmoavtomatiki raketno-kosmicheskikh kompleksov* [Gas supply systems and pneumatic automation devices of rocket and space complexes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1997, 464 p.
- [15] Arzumanov Yu.L., Khalatov E.M., Chekmazov V.I. *Matematicheskie modeli sistem pnevmoavtomatiki* [Mathematical models of pneumatic automation systems]. Moscow, BMSTU Publ., 2009, 296 p.
- [16] Gogrichiani G.V., Shipilin A.V. *Perekhodnye processy v pnevmaticheskikh sistemah* [Transient processes in pneumatic systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986, 160 p.
- [17] Plyusnin A.V. Pressurization parameters simulation of container empty space during aircraft gas dynamic ejection considering real gas properties. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2016, no. 3, pp. 53–78.
- [18] Plyusnin A.V. K voprosu ob opredelenii dostatochnogo kolichestva gaza dlya predvaritel'nogo nadduva puskovogo kontejnera pri podvodnom gazodina-micheskom vybrose LA [On the issue of determining a sufficient amount of gas for pre-pressurization of the launch container during an underwater gas-dynamic release of an aircraft]. *Sbornik trudov konferencii «XLI Akademicheskie chteniya po kosmonavtike, posvyashchennye pamyati akademika S. P. Korolyova i drugih vydayushchihya otechestvennykh uchenykh — pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva»* [Proceedings of the conference «XLI Academic space conference, dedicated to the memory of academician S. P. Korolev and other outstanding national scientists — pioneers of space exploration»], 2017, pp. 516–517.
- [19] Plyusnin A.V. Calculation of aircraft gas-dynamic ejection systems with due consideration of the secondary combustion effects. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3, pp. 55–73.
- [20] Plyusnin A.V. Mathematical simulation of the process of water entering the annular space of a canister during submarine gas-driven aircraft ejection. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2017, no. 2, pp. 39–64.
- [21] Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoj sredy. T.2.* [Mechanics of a continuous medium. Vol. 2.] St. Petersburg, Lan Publ., 2004, 560 p.
- [22] Idelchik I.E. *Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam* [Handbook of hydraulic resistances]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992, 672 p.
- [23] Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Kraiko A.N., Prokopov G.P. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoj dinamiki* [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 400 p.
- [24] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Special features of mathematical modeling of technical instruments. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.
- [25] Plyusnin A.V., Bondarenko L.A., Sabirov Yu.R. Analiz gazogidrodinamicheskikh protsessov i metodov ikh rascheta na osnove opyta predpriyatiya v otrabotke podvodnogo minometnogo starta [Analysis of gas and hydro dynamic processes and their calculating methods on the basis of the enterprise experiments in underwater mortar launch tests]. *Raketnyye komplekсы i raketno-kosmicheskiye sistemy — proyektirovaniye, eksperimentalnaya otrabotka, letnyye ispytaniya, ekspluatatsiya. Trudy sektsii 22 im. akad. V.N. Chelomeya XXXIX Akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Rocket and space-rocket systems — designing, experimental tests, flight tests, exploitation. Proceedings of the 22nd section named after acad. V.N. Chelomei of the XXXIX Academic Space Technology Readings], Reutov, 2015, pp. 74–83.

Plusnin A.V., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University; Deputy Head of Department, Joint stock company “Military and industrial corporation JSC “MIC “Mashinostroyenia”. Author of about 40 scientific publications on non-stationary problems of fluid dynamics and elasticity theory. e-mail: andrey.plusnin@gmail.com