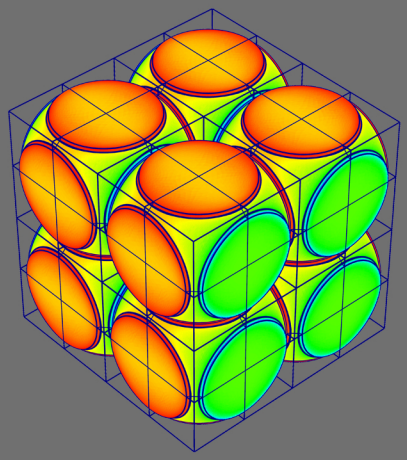
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Достовалова А.М. Применение модели смеси вероятностных распределений в обработке радиолокационных изображений. Математическое моделирование и численные методы, 2020, № 3, с. 117–130.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/232/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.24
17.11.2026 03:53:42

УДК 519.2 DOI: 10.18698/2309-3684-2020-3-117130

Применение модели смеси вероятностных распределений в обработке радиолокационных изображений

© А.М. Достовалова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассматривается задача обнаружения объектов на радиолокационном изображении (РЛИ). При ее решении предлагается использовать в качестве модели, описывающей структуру обрабатываемого изображения, смесь из нескольких вероятностных распределений. Предполагается, что каждой ее компоненте соответствует один из классов объектов, присутствующих на РЛИ, сходных по своим отражающим свойствам. Эта гипотеза позволяет осуществлять поиск объектов, решая задачу разделения смеси вероятностных распределений. Возможно применение для этого существующих методов разложения смесей — например, EM–алгоритма. Однако сама структура изображения, на котором значимые классы отсчетов являются локальными неоднородностями, состоящими из малого числа пикселей в сравнении с объемом их общей совокупности, накладывает ограничения на возможность использования этих алгоритмов в чистом виде и приводит к необходимости создания их адаптаций, учитывающих эту особенность входных данных. В статье представлены результаты применения адаптированного EM–алгоритма на примере сгенерированной модели РЛИ с отсчетами, подчиняющимися нормальному закону. Проведена оценка эффективности созданного алгоритма для решения поставленной задачи в сравнении с результатами применения классической версии EM–алгоритма для этой модели. Полученные данные позволили выявить особенности метода, обусловленные как самой механикой обработки изображения, так и свойствами процедуры разделения смесей вероятностных распределений — EM–алгоритма, которые необходимо учитывать при дальнейшем использовании этого метода обработки изображений.

Ключевые слова: *Смесь распределений, дискретная смесь, поиск объектов на РЛИ, идентифицируемость, EM-алгоритм, нормальная модель, локальная оценка параметров смеси, Байесовский информационный критерий*

Введение. Идея описания радиолокационного изображения (РЛИ) моделью смеси вероятностных распределений возникла достаточно давно — первые работы датированы 1992–1993 годами [1]. Выбор смесевой модели обусловлен самой структурой РЛИ. Благодаря спеклшуму [2] амплитуда отраженного от поверхности сигнала, фиксируемая на РЛИ, является случайной величиной (СВ), а отсчеты (пиксели) РЛИ — выборкой значений этой СВ [3]. При этом тип подстилающей поверхности обуславливает свойства отраженного сигнала. Распределения СВ, описывающих отсчеты участков, к примеру, травянистого луга и водной поверхности не идентичны: даже если они принадлежат одному семейству, они отличны по значениям параметров [4].

Произвольное РЛИ может содержать и ту, и другую область одновременно, и его отсчеты в этом случае являются объединением выборок из двух различных СВ. Такой набор наблюдений как раз определяет смесь нескольких вероятностных распределений.

В литературе смесевое представление РЛИ как правило не используется при решении задачи обнаружения: параметры смеси оцениваются по выборке, сформированной из отсчетов РЛИ, размера порядка 1000×1000 пикселей, а целевой объект (автомобиль, здание и т.п.) на нем представляет собой локальную неоднородность — например, размера 10×10. Если класс, к которому причисляется объект, представлен на РЛИ только этими 100 отсчетами, то его вклад в выборку, а значит, и вероятность принадлежности пикселя соответствующей компоненте смеси очень малы. Поэтому отсчеты объекта, особенно если их распределение не отличается радикально от фонового, с большой долей вероятности будут отнесены к более наполненному классу фона.

Несмотря на трудности, использование метода разделения смесей в задаче поиска объектов на РЛИ видится весьма привлекательным, т. к. он позволяет получить больше информации об их отражающих свойствах, нежели стандартные методы обнаружения, такие как CFAR–детектор [4]. Эта работа посвящена адаптации существующих методов разделения вероятностных смесей к задаче выделения на РЛИ классов объектов, присутствующих в виде локальных неоднородностей. В качестве смешиваемого распределения будет рассматриваться нормальный закон, а в качестве адаптируемого алгоритма — классический EM–алгоритм. Принимается также общее для задач обнаружения допущение о едином типе распределений отсчетов фона и расположенных на нем объектов, относительно которых и ведется поиск [4].

Определение смеси. Рассмотрим специальную функцию распределения $F(x,\boldsymbol{y})$ на $\mathbb{R}\times\mathbb{Y}$, где $\mathbb{Y}$ — это подмножество m-мерного евклидова пространства , $m\geq1$, снабженное борелевской — алгеброй $\sum$. Если мы фиксируем $\boldsymbol{y}$, то $F(x,\boldsymbol{y})$ будет функцией распределения (ФР) величины x, если же мы фиксируем x, наблюдается обратное — $F(x,\boldsymbol{y})$ будет ФР величины $\boldsymbol{y}$. Тогда смесь функции $F(x,\boldsymbol{y})$ представляется следующим образом ($Q(d\boldsymbol{y})$ — вероятностная мера на пространстве $(\mathbb{Y},\sum)$, $\mathbf{Y}$ — m-мерная СВ в пространстве $(\mathbb{Y},\sum,Q)$)[5]:

$$H_Q(x)=\int_{\mathbb{Y}}F(x,\boldsymbol{y})Q(d\boldsymbol{y})=\mathsf{E}F(x,\mathbf{Y}). \qquad (1)$$

Распределение $F(x,\boldsymbol{y})$ называется смешиваемым, в то время как мера Q задает смешивающее распределение. $H(x)$ — смесь функции $F(x,\boldsymbol{y})$ по $\boldsymbol{y}$. В задаче расщепления смеси отсчетов РЛИ мы располагаем некоторым конечным множеством встречающихся на нем типов подстилающих поверхностей, которое характеризуется конечным

множеством параметров распределений, т. е. СВ **Y** является дискретной. В этом случае (1) приобретает вид (и если F имеет плотность f) [5]:

$$H(x) = \mathrm{E}F(x, \mathbf{Y}) = \sum_{k\geq 1} p_k F(x, \mathbf{y}_k),$$
$$h(x) = \mathrm{E}f(x, \mathbf{Y}) = \sum_{k\geq 1} p_k f(x, \mathbf{y}_k), \quad (2)$$

где **Y** — дискретная случайная величина, значения $\boldsymbol{y}_1$, $\boldsymbol{y}_2$, … которой возникают с вероятностями, называемыми весами компонент, $p_1, p_2, \ldots$; $F(x, \boldsymbol{y}_k)$ — компоненты смеси.

Идентифицируемость смесей распределений. Определение идентифицируемости смеси следующее: функция $F(x, \boldsymbol{y})$ задает смесь распределений, Q — семейство СВ, принимающих значения в множестве $\mathbb{Y}$ [5]. Семейство смесей $H = \{H_Q(x) = \mathrm{E}F(x, Q), x \in \mathbb{R} : Q \in \mathbb{Q}\}$ называется идентифицируемым, если $Q_1 \overset{d}{=} Q_2$ следует из равенства[5]:

$$\mathrm{E}F(x, Q_1) = \mathrm{E}F(x, Q_2). \quad (3)$$

Для дискретных смесей определены два основных критерия идентифицируемости. Первый был сформулирован Teicher в работе [6]: согласно ему дискретная сдвиг–масштабная смесь нормальных распределений является идентифицируемой [6,7]. Второй критерий был сформулирован Yakowitz и Spragins [7]: пусть $F = \{F(x)\}$ семейство ФР, тогда семейство смесей, построенное на основе семейства F будет идентифицируемым, если F — линейно независимая система (ЛНЗ). Причем вместо самих ФР можно использовать соответствующие производящие функции моментов [7,8]. Дискретная смесь нормальных законов идентифицируема по данному критерию, что можно доказать по индукции. Рассмотрим сумму $\sum_{i=1}^{k} c_i \phi_i(t)$, где k — число компонент смеси, c_i — константы, а $\phi_i(t) = e^{a_i t + \frac{t^2 \sigma_i^2}{2}}$ — соответствующая i-той компоненте смеси производящая функция моментов нормального распределения [9]. Для $k = 1$ выражение $c_1 \cdot e^{at + \frac{t^2 \sigma^2}{2}} = 0$ только если $c_1 = 0$. Далее положим, что для $k = n-1$ система ЛНЗ: выражение $\sum_{i=1}^{n-1} \boldsymbol{c_i e}^{a_i t + \frac{t^2 \sigma_i^2}{2}} = \boldsymbol{0}, \boldsymbol{c_i} = \boldsymbol{0}, \boldsymbol{i} = \boldsymbol{1} \ldots \boldsymbol{n-1}$. Рассмотрим сумму $\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{a_i t + \frac{t^2 \sigma_i^2}{2}} + c_n e^{a_n t + \frac{t^2 \sigma_n^2}{2}} = 0, t \in (-\infty, +\infty)$. Положим в ней

$c_i \neq 0, i = 1...n$. Разделим эту сумму на выражение $c_n e^{a_n t + \frac{t^2 \sigma_n^2}{2}}$ и продифференцируем результат по *t*:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{c_i}{c_n}((a_i - a_n) + (\sigma_i^2 - \sigma_n^2)t) e^{(a_i - a_n)t + \frac{t^2(\sigma_i^2 - \sigma_n^2)}{2}} = 0, t \in (-\infty, +\infty). \quad (4)$$

Отсюда следует, что выражение $\sum_{i=1}^{n-1} \frac{c_i}{c_n}((a_i - a_n) + (\sigma_i^2 - \sigma_n^2)t) = 0, t \in (-\infty, +\infty)$. Поскольку, определяя смесь, мы полагаем, что нет ни одной пары компонент с равными векторами параметров, мы получаем, что $c_i = 0,\ i = 1...n-1$. Это приводит к противоречию — $c_i = 0, i = 1...n$. Значит, система функций ЛНЗ, и соответственно сдвиг-масштабная смесь нормальных законов является идентифицируемой.

ЕМ-алгоритм. Для идентифицируемой смеси задача оценки ее параметров является корректной. Как правило, эта оценка ищется путем максимизации функции правдоподобия (ФП). Наиболее эффективным методом поиска ее максимума является ЕМ-алгоритм (англ. Expectation-Maximization algorithm) и множество его модификаций[5].

Предположим для классической версии ЕМ-алгоритма, что задана *k*-компонентная смесь с плотностью (2), и выборка $X = (x_1...x_n), n > k$ — ее реализация. Согласно [10], вместо логарифма правдоподобия можно максимизировать функцию следующего вида:

$$\log(L(\theta, X)) = \log \prod_{i=1}^{n} h(x_i) = \sum_{i=1}^{n} \log(\sum_{j=1}^{k} p_j f_j(x_i)) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln(L(\Theta)) = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} g_{ij} \ln(p_j) + \quad (5)$$

$$+ \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} g_{ij} \ln(f_j(X_i)) - \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} g_{ij} \ln(g_{ij}).$$

Здесь k — число компонент смеси; g_{ij} — это апостериорная вероятность, что объект x_i принадлежит *j*-ой компоненте смеси вероятностных распределений; p_j — веса компонент смеси; $f_j(X_i)$ — плотность вероятности *j*-той компоненты смеси для *i*-го наблюдения. Поиск максимума (6) происходит так: определяется число *k*, и инициализируются начальными значениями (НЗ) веса и параметры их распределений. После этого наступает Е-этап — вычисляются g_{ij} и подставляются в (6). После следует М-этап: вычисляются оценки параметров распределений компонент, максимизирующие слагаемое

$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} g_{ij} \ln(f_j(X_i))$. Для гауссовской смеси в [9] приведены точные аналитические формулы для *r*-того шага алгоритма (*r* — индекс):

$$g^{[r]}_{ij} = \frac{p^{[r]}_j f^{[r]}_j(X_i)}{\sum_{t=1}^{n} p^{[r]}_t f^{[r]}_t(X_i)} = \frac{\frac{p^{[r]}_j}{\sqrt{2\pi}\sigma^{[r]}_j} exp\left(-\frac{\left(x_i - a^{[r]}_j\right)^2}{2(\sigma^{[r]}_j)^2}\right)}{\sum_{t=1}^{k} \frac{p^{[r]}_t}{\sqrt{2\pi}\sigma^{[r]}_t} exp\left(-\frac{\left(x_i - a^{[r]}_t\right)^2}{2(\sigma^{[r]}_t)^2}\right)}, \quad (6)$$

$$p^{[r]}_l = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g^{[r]}_{il}, \quad (7)$$

$$a^{[r]}_l = \frac{1}{np^{[r]}_l}\sum_{i=1}^{n} g^{[r]}_{il} x_i \ , \quad (8)$$

$$(\sigma^{[r]}_l)^2 = \frac{1}{np^{[r]}_l}\sum_{i=1}^{n} g^{[r]}_{il}\left(x_i - a^{[r]}_l\right)^2. \quad (9)$$

Вычисления прекращаются по достижении заданного уровня точности ε, такого, что:

$$\max(abs(g^{[r]}_{ij} - g^{[r-1]}_{ij})) < \varepsilon, \ i = 1...n, \ j = 1...k. \quad (10)$$

Когда для всех значений *k* вычисления выполнены, из всех просчитанных моделей выбирается оптимальная по числу компонент смеси. Критерием выбора будет Байесовский информационный критерий (BIC) — выбор происходит в пользу той, у которой он минимален [5]:

$$BIC = -2log\ L_k\left(\hat{\theta}; x\right) + M_k log\ n, \quad (11)$$

здесь $\hat{\theta}$ — оценка максимального правдоподобия параметра θ; $L_k\left(\hat{\theta}; x\right)$ — ФП смеси распределений; M_k — число независимых параметров модели. Чем больше значение $log\ L_k\left(\hat{\theta}; x\right)$, тем более правдоподобна рассматриваемая модель. Однако рост количества параметров и, соответственно, числа компонент смеси увеличивает значение этого выражения. Для учета этого эффекта в (11) вводится второе «штрафовое» слагаемое $M_k log\ n$, которое не позволяет выбрать модель со слишком большим числом компонент.

Структура тестируемого изображения. В работе рассматриваются 2 изображения размера 550×550 нормально распределенных пикселей с 25 отметками целевых объектов, отличающихся друг от

друга по яркости и размеру — отметки образуют квадратную сетку с пятью узлами. По вертикали полагается постоянным размер объекта, по горизонтали — распределение его отсчетов; размер *i*-того объекта в ряду, $i = 1\ldots5$, вычисляется как $d + i \cdot 2$, где d — минимальный размер объекта, равный 17 на первом изображении и 9 — на втором. Смесь получается шестикомпонентной — 5 от целей, одна от фона: значения параметров представлены в таблице 1.

Таблица 1

Истинные значения параметров компонент смеси пикселей обрабатываемого изображения

Номер компоненты	1	2	3	4	5	6
Параметр сдвига	128	184	201	218	235	252
Параметр масштаба	37	1.5	3	4.5	6	7.5
Вес компоненты, $d = 17$	0,9629	0,00742	0,00742	0,00742	0,00742	0,00742
Вес компоненты, $d = 9$	0,9855	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029

Исследуются модели с *k*–числом компонент смеси в локальной области (подробнее в следующем разделе), равным 2; 3; 4. В качестве НЗ используются от 2 до 4 компонент смеси с параметрами, приведенными в таблице 2, выбираемыми по порядку, т. е. для $k = 2$ берутся компоненты 1 и 2, для $k = 3$ к ним добавляется третья и т.д. Эти значения заданы специально близкими к истинным, т. к. при задании их случайным образом из-за свойств ЕМ-алгоритма не гарантируется достижение глобального максимума ФП [5, 10].

Таблица 2

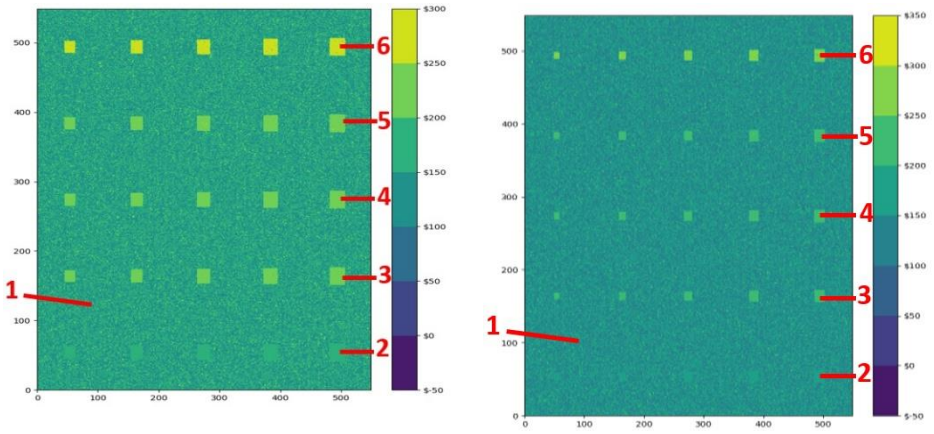
НЗ параметров компонент смеси пикселей обрабатываемого изображения

Номер компоненты	1	2	3	4
Параметр сдвига	125,000	187,500	218,750	234,375
Параметр масштаба	20	4	6	8

На рис. 1 приведены два исходных изображения. Номерами от 1 до 6 обозначены области компонент смеси согласно таблице 1.

На рис. 2 приведены результаты применения ЕМ-алгоритма к этим изображениям (в качестве выборки $X = (x_1 \ldots x_n)$ взято все изображение целиком, число компонент $k = 6$): можно непосредственно

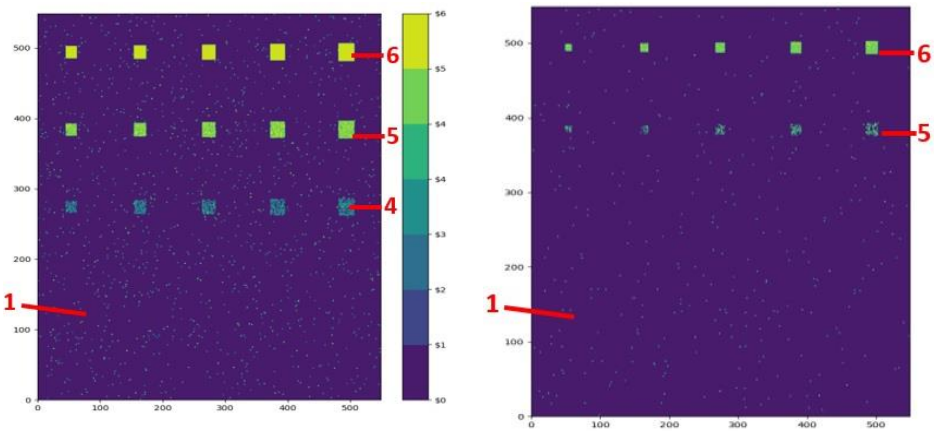
убедиться, что ЕМ-алгоритм теряет отметки объектов тем чаще, чем меньший вклад в общую выборку вносит представляемый ими класс и чем меньше отличается соответствующее распределение от распределения фона.



а *б*

Рис. 1. Исходные обрабатываемые изображения:

$а$ — $d = 17$, $б$ — $d = 9$



а *б*

Рис. 2. Результат разделения смеси всех пикселей исходного изображения ЕМ-алгоритмом на 6 классов для:

$а$ — $d = 17$, $б$ — $d = 9$

Описание работы алгоритма. Процедуру, адаптирующую ЕМ–алгоритм к поставленной задаче, можно разделить на три этапа: подготовительный, этап оценки и этап раскраски. На подготовительном этапе выбираются ε, d — минимальный размер цели, и l — размер (длина стороны) квадратной локальной области. Изображение разбивается на r пересекающихся l-областей, располагающихся внахлест на

0,5*l* пикселей — для корректной обработки случая, когда цель оказывается на стыке непересекающихся *l*-областей. Также задается *k* — количество компонент, встречающихся в *l*-области и НЗ параметров смеси.

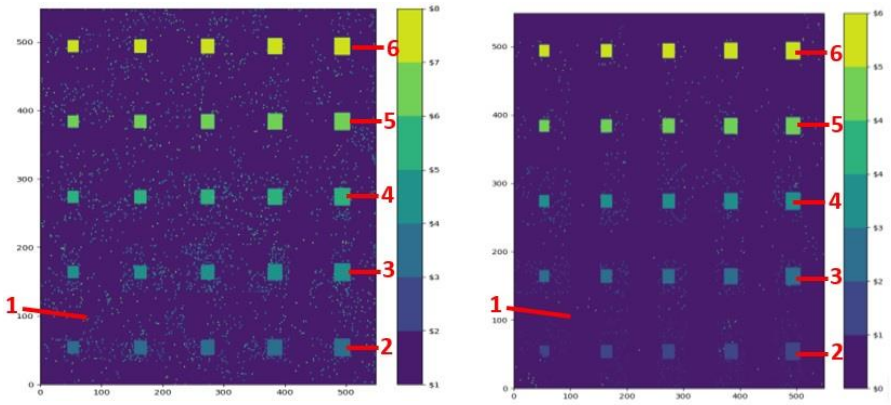
На этапе оценки последовательно в каждой *l*-области смесь ее пикселей ЕМ-алгоритмом разделяется на *k* компонент. После *i*-тый пиксель области ассоциируется *j* компоненте смеси так что $class(x_i) = \{ j : g = \max(g_{ij}),\ j = 1...k \}, i = 1...l^2$. Согласно этой классификации вычисляются веса компонент и сравниваются с порогом $p_{\min} = \frac{d^2}{l^2}$: превышение означает, что в *l*-области есть область отсчетов *j*-го класса, размером больше или равная $d \times d$. В этом случае параметры такого класса запоминаются.

После обхода всего РЛИ образуется множество пар параметров сдвига a_j и масштаба σ_j. Из них необходимо выделить *m* компонент смеси, на которые разделяется РЛИ целиком. Стандартные алгоритмы кластеризации — например, k-means и fuzzy k-means — не справляются с поставленной задачей, т.к. требуют фиксированного m – количества классов разбиения[11]. Значимое “сгущение” ими пропускается, поскольку “доступные места” заняты “выбросами” — лишними ошибочно определенными компонентами. По этой причине был разработан алгоритм автоматической кластеризации не требующий априорного знания *m*.

На этапе раскраски исходное изображение разбивается на непересекающиеся *l*-области. Смесь пикселей каждой из них усеченной версией ЕМ–алгоритма[12] разделяется на *m* выделенных классов, в ходе чего формируется соответствующая часть изображения-результата. Параллельно ведется подсчет, сколько пикселей области принадлежит каждому из *m* классов для вычисления их веса на всем изображении. Эти значения используются для вычисления BIC.

Результаты работы алгоритма на изображении с *d* = 17. Результаты классификации приведены на рис. 3 для нескольких значений размера *l*. Выделенные области компонент смеси, удовлетворяющие по значениям параметров таблице 1, пронумерованы цифрами от 1 до 6.

Значения параметров, полученные в ходе обработки изображений, приведены в таблице 3; p_mis — ошибка второго рода при определении пикселей фона. Обработка изображения с *d* = 17 по локальным областям оказывается более эффективной, чем обработка его целиком. Выделено больше отметок целей и классов объектов. По полученным результатам прослеживается следующая закономерность: уменьшение *l* ведет к увеличению зашумленности и появлению «выбросов» — лишних компонент, на которые раскладывается смесь.



а *б*

Рис. 3. Результаты классификации для областей с размерами:

$а$ — $l = 34$, $б$ — $l = 51$

Таблица 3

Значения параметров, полученные в ходе обработки РЛИ с d = 17

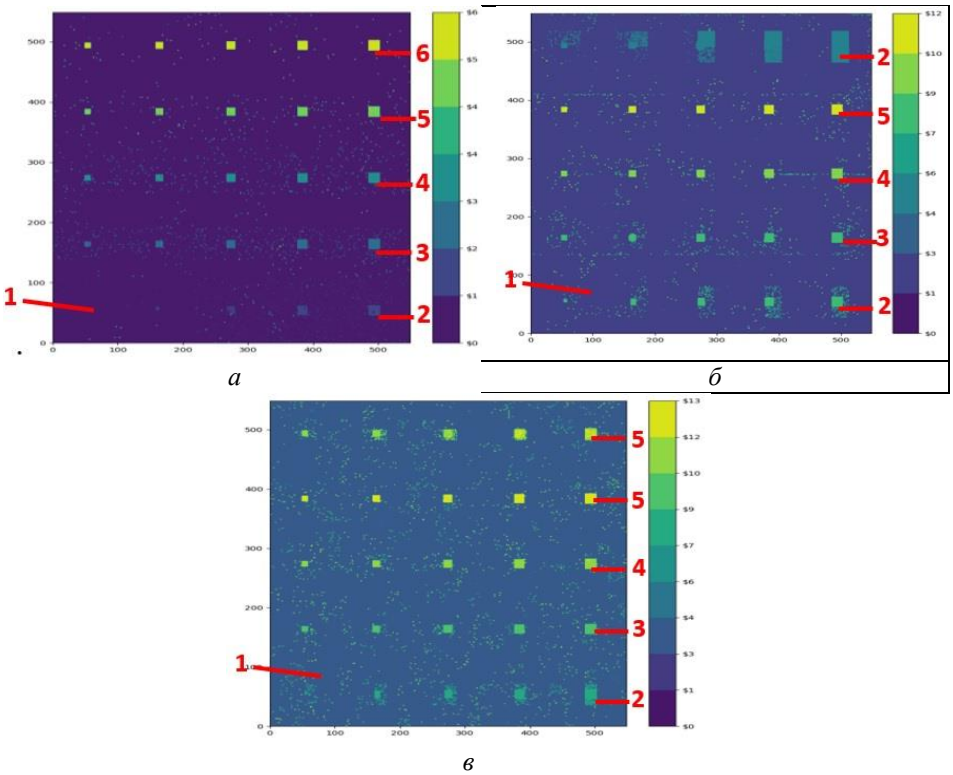
№	l	k	m	p_mis	BIC, 10^6	Приближенные параметры компонент , p_I / a / σ					
						1	2	3	4	5	6
1	34	4	8	0,009	3,090	0,93	0,015	0,01	0,012	0,012	0,011
						125,3	183,9	200,9	217,6	235,5	251,9
						35,58	1,49	2,66	4,45	5,66	7,34
2	51	3	6	0,0043	3,085	0,83	0,039	0,039	0,036	0,036	0,022
						126,8	185,1	201,9	219,1	236,1	253,2
						36,53	1,46	2,8	4,46	6,16	7,61

Результаты работы алгоритма на изображении с d = 9. Результаты приведены на рис. 4.

Обработка такого изображения по локальным областям также оказывается более эффективной, чем обработка его целиком. В сравнении со случаем d = 17, каждый целевой класс представляется меньшим количеством отсчетов. Из-за этого мы сталкиваемся с двумя проблемами: пропуском объекта из-за выбора слишком большого l (рис. 4 а)) и выбором неправильной модели (рис. 4 б) и в)) в качестве оптимальной — в том, что это так можно убедиться, если рассмотреть модели с рис. 4 б) и в) для k = 3.

Ошибки происходят из-за того, что ЕМ–алгоритм неустойчив относительно изменения исходных данных и начальных приближений

[5, 9]. Кроме того, в качестве модели рассматривается дискретная смесь нормальных законов, для которой логарифм ФП не ограничен — т.е. не выполнены условия, гарантирующие правильность работы алгоритма. Цитируя [5]: «Для дискретной смеси нормальных законов EM-алгоритм находит не “правильные” оценки параметров, но наиболее правдоподобные, причем правдоподобие их оказывается заметно выше правдоподобия “правильных”». Значение l в рассматриваемых случаях мало, что увеличивает вероятность появления “выбросов” на этапе оценки с точки зрения самой механики оценивания. Поэтому логарифм ФП в (12) для $k = 2$ оказывается больше, чем для $k = 3$, где компоненты смеси определяются более правильно. Т.к. эта функция принимает отрицательные значения, то первое слагаемое в формуле (12) для $k = 2$ оказывается меньше, следовательно, и значение BIC оказывается меньшим для неправильной модели.



а *б*

в

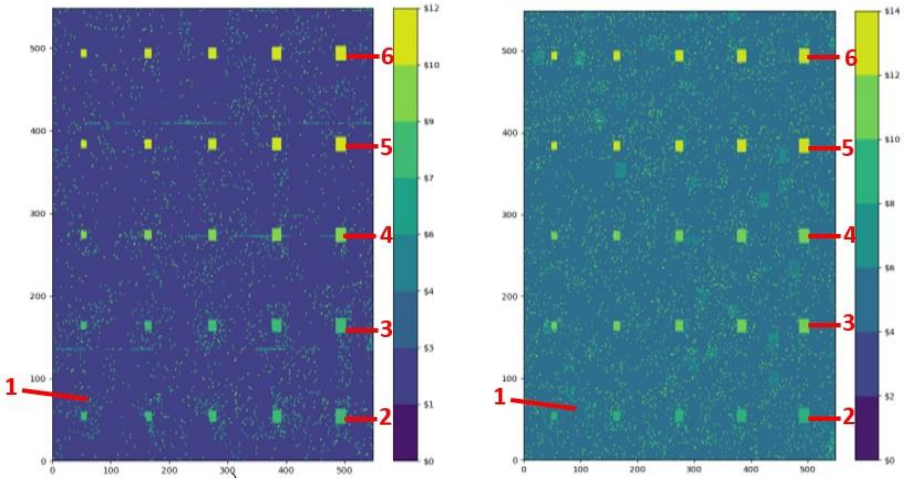
Рис. 4. Результаты классификации для областей с размерами:

$а$ — $l = 55$, $б$ — $l = 27$, $в$ — $l = 18$

Таблица 4

Значения параметров, полученные в ходе обработки РЛИ с d = 9

№	l	k	m	p_mis	BIC, 10^6	Приближенные параметры компонент , p_1 / a / σ					
						1	2	3	4	5	6
1	55	3	6	0,005	3.058	0,72 126,8 36,37	0,057 184,9 1,43	0,065 201,58 3,45	0,059 218,7 4,56	0,057 235.8 5,69	0,038 252,8 7,28
2	27	2	11	0,019	3,067	0,89 126,8 36,38	0,018 185,1 6,42	0,014 201,98 2,93	0,014 219,1 4,29	0,007 236,07 5,86	—
3	18	2	13	0,011	3,066	0,93 126,2 35,91	0,005 183,7 19,36	0,0003 201,04 3,0093	0,005 217,9 4,443	0,004 234,8 8,3253	—



а *б*

Рис. 5. – Результат обработки при k = 3:

а — $l = 27$, *б* — $l = 18$

Заключение. Было рассмотрено представление РЛИ смесью вероятностных распределений, а также возможность использования этой модели в контексте задачи поиска объектов. В работе была предложена модификация существующего метода разделения конечных смесей вероятностных распределений — EM–алгоритма, позволяющая эффективно расщеплять смесь, классы которой представлены малым в сравнении с размером всей выборки числом наблюдений. Эффективность метода была рассмотрена на примере сгенерированной модели РЛИ, смесь отсчетов которого состояла из шести компонент, распределенных по нормальному закону.

Созданный алгоритм показывает себя более эффективным для работы с приведенным набором данных. В сравнении с использованием EM-алгоритма “классическим” образом выделяется больше объектов разного размера, более точно происходит соотнесение пикселей компонентам смеси. К достоинствам метода также можно отнести более гибкое определение числа компонент смеси, а также меньшее число итераций, требуемое для определения оптимального числа компонент.

Алгоритм обладает и своими проблемами — трудность составляют оценка ширины локальной области, зависимость от начальных приближений, медленная сходимость метода и возможность выбора неверной модели в качестве оптимальной. Однако эти недостатки могут быть в будущем сглажены проведением предварительной оценки начальных приближений и использованием при разделении смеси в локальной области улучшенных версий EM–алгоритма, например, SEM-алгоритма. Данный метод видится перспективным инструментом для решения задач автоматической обработки изображений.

Автор благодарен своему научному руководителю, Облаковой Т.В., доценту кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, за поддержку и помощь в написании данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Kayabol K., Krylov V.A., Zerubia, J. Unsupervised classification of SAR images using hierarchical agglomeration and EM. *Lecture Notes in Computer Science*, 2012, vol. 7252, pp. 54–65.

[2] Колфилд Г. *Оптическая голография. Т.2*. Москва, Мир, 1982, 736 р.

[3] Gao G. Statistical modeling of SAR images: A survey. *Sensors*, 2010, vol. 1, iss. 1, pp. 775–795.

[4] Купряшкин И.Ф., Лихачев В.П. *Космическая радиолокационная съемка земной поверхности в условиях помех*. Воронеж, Научная книга, 2014, 458 с.

[5] Королёв В.Ю. *ЕМ-алгоритм, его модификации и применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений*. Москва, Изд-во ИПИ РАН, 2007, 102 с.

[6] Teicher H. Identifiability of finite mixtures. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1963, vol. 34, no. 4. pp. 1265 –1269.

[7] Prakasa Rao B.L.S. Characterizations of probability distributions through Q-independence. *Theory of Probability and its Applications*, 2018, vol. 62, iss. 2, pp. 335–338.

[8] Большев Л.Н., Смирнов Н.В. *Таблицы математической статистики*. Москва, Наука, 1965, 464 с.

[9] Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., *Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности: справ. изд*. Москва, Финансы и статистика, 1989, 606 с.

[10] Wikipedia. The Free Encyclopedia. *Expectation–maximization algorithm* [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Expectation_maximization_algorithm (дата обращения: 26.10.2020).

[11] Wikipedia. The Free Encyclopedia. *k-means clustering* [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/K-means_clustering (дата обращения: 30.10.2020).

[12] Королев Ю.В., Назаров А.Л. Разделение смесей вероятностных распределений при помощи сеточных методов моментов и максимального правдоподобия. *Автоматика и телемеханика*, 2010, вып. 3, с. 98–116.

Статья поступила в редакцию 20.11.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Достовалова А.М. Применение модели смеси вероятностных распределений в обработке радиолокационных изображений. *Математическое моделирование и численные методы*, 2020, № 3, с. 117–130.

Достовалова Анастасия Михайловна — студент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: dam17f109@student.bmstu.ru

Application of a finite mixture model in radar image processing

© A.M. Dostovalova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The problem of target detection on a radar image (RI) is considered. When solving it, it is proposed to use a finite mixture as a model describing the structure of the processed image. It is assumed that each of its components corresponds to one of the classes of objects present on the radar image, which are similar in their reflective properties. This hypothesis allows one to detect targets by solving the problem of finite mixture separating. It is possible to use for this existing methods of mixture decomposition — the EM-algorithm. However, the structure of the image, in which target classes are local inhomogeneities, consisting of a small number of samples, imposes restrictions on the possibility of using these algorithms in their pure form and leads to the need to create their adaptations that take into account this feature of the input data. The article presents the results of applying the adapted EM-algorithm using the generated radar image with pixels obeying the normal law as an input data. The efficiency of the created algorithm is assessed in comparison with the results of applying the classical version of the EM-algorithm for this model. The data obtained made it possible to reveal the peculiarities of the method due to both the created mechanics of image processing and the properties of the procedure for separating mixtures — the EM-algorithm, which must be taken into account in the further use of this method of image processing.

Keywords: *mixture of distributions, target detection on radar images, identifiability, EM-algorithm, normal distribution model, local estimation of mixture parameter, Bayesian information criterion, finite mixture.*

REFERENCES

[1] Kayabol K., Krylov V.A., Zerubia, J. Unsupervised classification of SAR images using hierarchical agglomeration and EM. *Lecture Notes in Computer Science*, 2012, vol. 7252, pp. 54–65.

[2] Колфилд Г. *Оптическая голография. Т.2*. Москва, Мир, 1982, 736 p.
[3] Gao G. Statistical modeling of SAR images: A survey. *Sensors*, 2010, vol. 1, iss. 1, pp. 775–795.
[4] Kupryashkin I. F., Likhachev V. P. *Kosmicheskaya radiolokacionnaya s"emka zemnoj poverhnosti v usloviyah pomekh* [Space radar survey of the Earth's surface under interference conditions]. Voronezh, Nauchnaya kniga Publ., 2014, 458 p.
[5] Korolev V.Yu. *EM-algoritm, ego modifikacii i primenenie k zadache raz-deleniya smesej veroyatnostnyh raspredelenij* [EM-algorithm, its modifications and application to the problem of separation of mixtures of probability distributions]. Moscow, IPI RAS Publ., 2007, 102 p.
[6] Teicher H. Identifiability of finite mixtures. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1963, vol. 34, no. 4. pp. 1265 –1269.
[7] Prakasa Rao B.L.S. Characterizations of probability distributions through Q-independence. *Theory of Probability and its Applications*, 2018, vol. 62, iss. 2, pp. 335–338.
[8] Bolshev L.N., Smirnov N.V. *Tablicy matematicheskoj statistiki* [Tables of mathematical statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 464 p.
[9] Ayvazyan S.A., Bukhstaber V.M., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika. Klassifikaciya i snizhenie razmernosti: sprav. izd.* [Applied statistics. Classification and dimension reduction: reference ed.]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1989, 606 p.
[10] Wikipedia. The Free Encyclopedia. *Expectation–maximization algorithm* [Electronic resource]. Access mode: https://en.wikipedia.org/wiki/Expectation_maximization_algorithm (accessed: 26.10.2020).
[11] Wikipedia. The Free Encyclopedia. *k-means clustering* [Electronic resource]. Access mode: https://en.wikipedia.org/wiki/K-means_clustering (accessed: 30.10.2020).
[12] Korolev V.Yu., Nazarov A.L. Separating mixtures of probability distributions with the grid method of moments and the grid maximal likelihood method. *Automation and Remote Control*, 2010, iss. 71, pp. 455–472.

Dostovalova A.M., Student of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: dam17f109@student.bmstu.ru