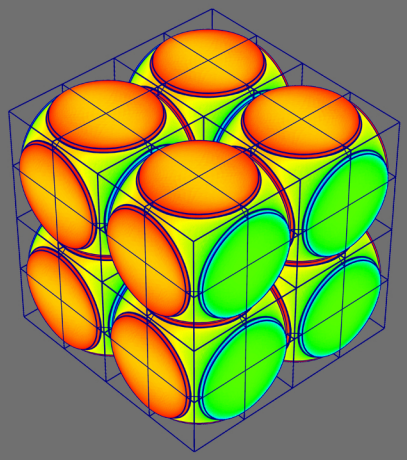
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Плюснин А.В. Оптимизация метода расчета площади поверхности горения для твердотопливных зарядов сравнительно несложных пространственных форм. Математическое моделирование и численные методы, 2020, № 3, с. 68–84.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/229/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.187
14.11.2026 07:44:03

УДК 629.762 DOI: 10.18698/2309-3684-2020-3-6884

Оптимизация метода расчета площади поверхности горения для твердотопливных зарядов сравнительно несложных пространственных форм

© А.В. Плюснин[1,2]

[1]АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская обл., 143966, Россия
[2]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

При создании летательных аппаратов, конструкция которых содержит ракетные двигатели на твердом топливе (РДТТ), бывает целесообразным, особенно в отношении стартовых энергоустройств, интегрировать предварительный этап их проектирования в общий процесс проектирования. Это подразумевает проведение расчетов внутренней баллистики РДТТ по инженерным математическим моделям, единственным проблемным местом которых является определение площади поверхности горения заряда. В данной работе представлен метод расчета указанной зависимости, в котором один из ранее предложенных методов оптимизируется и по эффективности вычислительного процесса, и по точности результатов.

Ключевые слова: *твердотопливный заряд, поверхность горения, ракетный двигатель*

Введение. Твердотопливные ракетные двигатели (РДТТ) являются неотъемлемой составной частью широкого класса современных летательных аппаратов (ЛА), создаваемых в ракетно-космической отрасли. По их назначению РДТТ можно подразделить условно на три основных типа: стартовые, маршевые и вспомогательные.

Главной задачей маршевых РДТТ является обеспечение собственно полета ЛА за счет тяги, создаваемой этими двигателями. При проектировании таких РДТТ особое внимание уделяется вопросам совершенства тяги, и это есть магистральное направление наиболее глубоких и интенсивных исследований расчетно-теоретического и экспериментального характера [1–10].

Для многих РДТТ вспомогательного назначения основным требованием является генерация импульса давления. Для этих энергоустройств характерно очень короткое время работы и чрезвычайно высокое рабочее давление в камере. Математическое моделирование работы этих устройств критически зависит от адекватного описания теплообменных, термохимических процессов, а также термодинамических свойств продуктов сгорания, составляющих смесь реальных газов и конденсированной фазы.

Основная задача стартовых РДТТ заключается в осуществлении выброса ЛА из пусковой установки. Требования, предъявляемые при этом к РДТТ, непосредственно связаны с тем способом, по которому

этот выброс осуществляется [11–13]. Наибольшей эффективностью обладает газодинамическая схема выброса, использующая минометный или поршневой эффект [12]. В этом случае, как нетрудно показать [14], сила от давления продуктов сгорания, аккумулируемых в замкнутом рабочем объеме пускового контейнера, примерно на порядок превосходит тягу, развиваемую тем же самым энергоустройством. Как следствие, требования, предъявляемые к РДТТ при такой схеме выброса ЛА, формулируются в отношении к массовому расходу продуктов сгорания, а не к тяге двигателя [14, 15].

Как правило, массорасходная характеристика энергоустройств, применяемых для газодинамического выброса ЛА по минометной схеме, должна иметь прогрессивный характер. При этом, как показано в работе [14], теоретическая расходная характеристика, для которой движение ЛА в пусковом контейнере было бы оптимальным, не может быть реализована ни в одном обычном двигателе. Для того, чтобы выбрать оптимальные расходные характеристики из числа реализуемых, имеется два способа. Можно искать оптимальное решение задачи газодинамического выброса ЛА, решая одновременно задачу внутренней баллистики РДТТ, в которой каким-либо образом осуществляется перебор всевозможных конфигураций зарядов твердого топлива. Например, можно искать оптимальные расходные характеристики для класса цилиндрических многоканальных зарядов [16].

Более наглядный подход состоит в том, чтобы, решая задачу газодинамического выброса, находить оптимальные теоретические массорасходные характеристики простого вида [14, 15] и уже затем выбирать конфигурацию заряда, которая позволила бы удовлетворительно эти зависимости воспроизвести. Причем в понятие воспроизведения теоретических характеристик строгий математический смысл не вкладывается, результат оценивается по качеству решения конечной задачи газодинамического выброса ЛА.

Как нетрудно видеть, оба подхода предполагают тесную связь задачи проектирования газодинамического выброса ЛА и задачи предварительного проектирования, соответствующего стартового РДТТ, что вполне соответствует современным тенденциям и стратегиям математизации и компьютеризации инженерных расчетов [17, 18]. Ввиду значительно большей простоты по сравнению с маршевыми РДТТ, теоретический расчет внутренней баллистики стартовых РДТТ может быть проведен по инженерным моделям внутрибаллистического расчета [2, 5, 19, 20]. Наиболее трудной частью задачи является подходящий выбор геометрии заряда, а затем расчет площади поверхности горения S_b в зависимости от толщины выгоревшего свода топлива e_b.

Задача выбора геометрии заряда, за исключением простейших случаев [15], сложна и трудно поддается математической формализации. Наоборот, расчет площади поверхности горения

$S_b = S_b(e_b)$ может быть выполнен многими методами [1, 2, 5–8, 16, 20–22]. В данной работе предлагается усовершенствование метода расчета, представленного в работе [22] и основанного на вычислении зависимости текущего объема невыгоревшего топлива Ω_s от толщины выгоревшего свода e_b [5]. Текущую величину площадь поверхности горения можно затем найти посредством численного дифференцирования:

$$S_b(e_b) = -\frac{d\Omega_s}{de_b}. \qquad (1)$$

Метод работы [22] предполагает формирование выборки псевдослучайных чисел объемом не менее 10^6—10^7 элементов, но даже и в этом случае, как показывает пример расчета, качество зависимости $S_b(e_b)$ оставляет желать лучшего. Новый вариант метода [22] построен целиком на детерминистском принципе. При этом требования к резервируемой памяти обусловлены исключительно объемом сохраняемой дискретной информации относительно зависимости $\Omega_s(e_b)$. Кроме того, из представленных примеров вычислений будет видно, что качество численного дифференцирования зависимости $\Omega_s(e_b)$ оказывается достаточно высоким и уже не требует специальных ухищрений.

Описание усовершенствованного метода. Пусть нам задана некоторая конкретная конфигурация заряда из твердого топлива, для которой требуется вычислить зависимость $S_b = S_b(e_b)$. Как и в методе–прототипе, область Ω_g, соответствующую геометрическому объему заряда, будем рассматривать в декартовой системе координат $Oxyz$ и поместим ее внутрь некоторой области Π соответствующего трехмерного пространства. Эту область Π разобьем на достаточно большое число ячеек. При этом как область Π, так и структура ее разбиения должны описываться простым способом, поскольку память под эти данные резервировать не предполагается. Самым простым и универсальным способом является задание области Π как некоторого параллелепипеда с гранями, параллельными координатным плоскостям, и ее последующее равномерное разбиение на однотипные ячейки. В таком случае достаточно сохранять в памяти лишь координаты одной из вершин параллелепипеда, а также шаг и число разбиений вдоль каждого из трех ребер, выходящих из этой вершины. Именно этим способом будем пользоваться в дальнейшем.

На следующем этапе оцениваем сверху величину максимального

свода заряда $e_{b\max}$, т.е. то минимальное значение свода e_b , при котором имеет место полное выгорание заряда:

$$\Omega_s\left(e_{b\max}\right)=0.$$

Чтобы получить оценку сверху для величины $e_{b\max}$, соответствующее значение будем обозначать как $\tilde{e}_{b\max}$, достаточно предварительно выполнить вычисления $\Omega_s\left(e_b\right)$ на грубой сетке.

Зададим далее приращение свода δe_b, определяющие совокупность расчетных точек $e_{b\,j}=j\delta e_b$, где индекс j принимает значения от 0 до $N_b=\left[\dfrac{\tilde{e}_{b\max}}{\delta e_b}\right]+1$, (символ $[...]$ означает здесь целую часть числа). В оперативной памяти достаточно резервировать место лишь под одномерный массив, в котором по завершении расчета будут содержаться данные, позволяющие вычислять значения $\Omega_{s\,j}=\Omega_s\left(e_{b\,j}\right)$.

В процессе самого расчета производится всего лишь однократный обход ячеек, принадлежащих области Π, описываемый, например, циклом по целочисленному индексу k. Пусть точка с координатами $\left(x_k,y_k,z_k\right)$ представляет собой центр текущей ячейки (ее координаты очевидным образом вычисляются по параметрам разбиения области Π). Для данной точки решаем сначала задачу «принадлежности», т.е. определяем, принадлежит ли рассматриваемая точка области Ω_g, т.е. начальному объему заряда. Поскольку область Ω_g заранее определена некоторой системой ограничений в виде неравенств, решение задачи «принадлежности» сводится лишь к их проверке, что, очевидно, никаких затруднений не вызовет. Если выясняется, что точка $\left(x_k,y_k,z_k\right)$ заряду не принадлежит, тогда индекс k инкрементируется на 1, и вычислительный процесс продолжается для следующей ячейки.

В том случае, когда включение $\left(x_k,y_k,z_k\right)\in\Omega_g$ имеет место, для данной точки решается задача «удаленности». Это означает вычисление кратчайшего расстояния d_k от точки $\left(x_k,y_k,z_k\right)$ до начальной поверхности горения, т.е. до всей начальной поверхности заряда, не защищенной бронировкой. В отличие от задачи «принадлежности», для решения задачи «удаленности» в общем случае нет простого эффективного способа решения. Тем не менее, заряды стартовых РДТТ обычно имеют сравнительно несложные пространственные конфигурации, для которых решение задачи «удаленности» является вполне тривиальным. Кроме того, во многих более сложных случаях вместо

точного решения этой задачи вполне можно ограничиться корректным приближенным вычислением кратчайшего расстояния.

Определив значение d_k, будем инкрементировать на величину объема ячейки $\delta\Omega_k$ те элементы массива Ω_{sj}, для которых выполнено неравенство $e_{bj} \le d_k$. Поскольку мы условились разбивать область П на ячейки с одинаковым объемом $\delta\Omega_k = \delta\Omega$, элементы Ω_{sj} достаточно инкрементировать на 1, а кратный множитель $\delta\Omega$ учитывать только на конечной стадии вычислений, когда выполняется численное дифференцирование по формуле (1).

Далее процесс продолжается до полного перебора ячеек. По его завершению пары значений $j\delta e_b$ и $\Omega_{sj}\delta\Omega$ будут приближенно описывать искомую зависимость $\Omega_s = \Omega_s(e_b)$. Для получения соответствующей дискретной зависимости $(j\delta e_b, S_{bj})$, аппроксимирующей искомую зависимость $S_b = S_b(e_b)$, численное дифференцирование можно выполнять, например, по формулам

$$S_{bj} = -\frac{\delta\Omega}{\delta e_b}\begin{cases} \Omega_{s1} - \Omega_{s0}, & j = 0 \\ 0{,}5\left(\Omega_{sj+1} - \Omega_{sj-1}\right), & j > 0, \end{cases}$$

в которых для первого значения, соответствующего индексу $j = 0$, используется односторонняя разность, а для остальных значений $0 < j < N_b$ используются центральные разности.

Некоторые примеры. В качестве первого примера рассмотрим расчет площади поверхности горения заряда, имеющего форму тора, вся поверхность которого доступна для горения (рис. 1). Аналитическое решение задачи описывается формулой

$$S_b(e_b) = \pi^2 (R_1 + R_2)(R_2 - R_1 - 2e_b). \qquad (2)$$

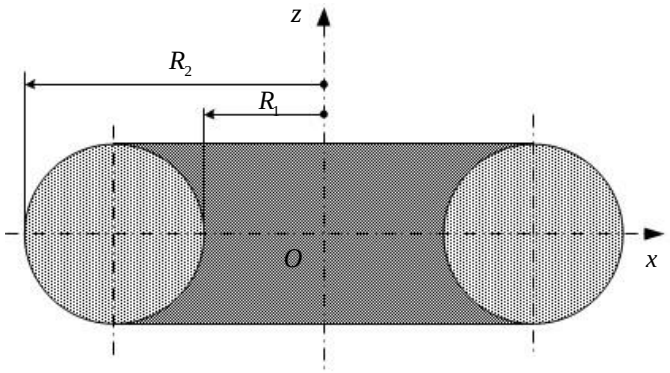


Рис.1. Геометрия тороидального заряда ($R_1 = 0{,}5$, $R_2 = 0{,}7$)

Чтобы иметь возможность выполнить данный расчет описанным выше численным методом, мы должны для каждой точки области Π решить задачи «принадлежности» и «удаленности». Не останавливаясь на конкретном выборе области Π, зафиксируем произвольную точку пространства $M(x_k, y_k, z_k)$ и проведем через нее и через ось симметрии тора Oz меридиональное сечение. Точки этого сечения будем рассматривать в координатах $r=\sqrt{x^2+y^2}$ и z. Тогда соответствующее сечение тора будет представлять собой круг радиуса $c=0,5(R_2-R_1)$ с центром в точке $r=0,5(R_1+R_2)$, $z=0$. Ясно, что точка M будет принадлежать этому кругу, а, следовательно, тору тогда и только тогда, когда для ее координат $r_k=\sqrt{x_k^2+y_k^2}$, z_k выполняется неравенство

$$\left(r_k-0,5(R_1+R_2)\right)^2+z_k^2\le c^2.$$

Если это неравенство выполнено, тогда кратчайшее расстояние от точки M до поверхности горения, т.е. кратчайшее расстояние от точки M до поверхности тора будет вычисляться по формуле

$$d_k=c-\sqrt{\left(r_k-0,5(R_1+R_2)\right)^2+z_k^2}.$$

На рис. 2 представлены результаты вычислений, которые, как можно судить, практически совпадают с аналитическим решением (2).

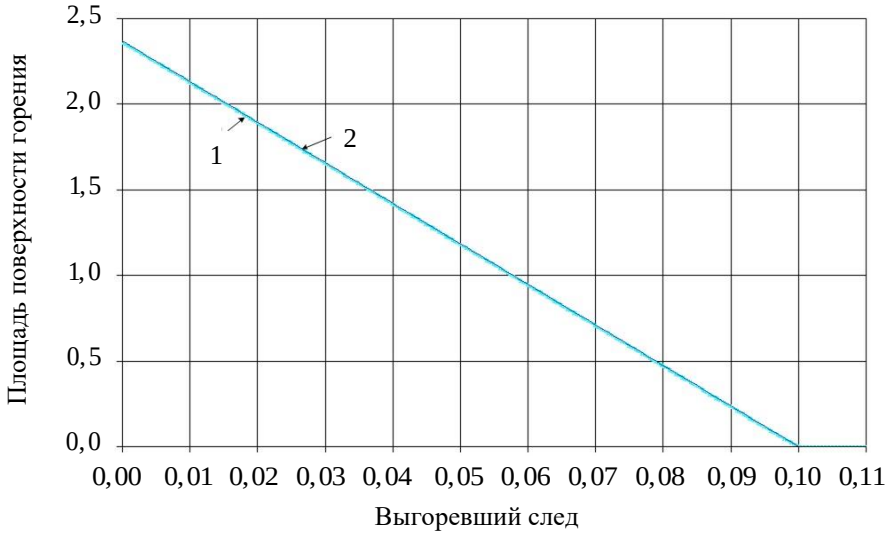


Рис. 2. Площадь поверхности горения тороидального заряда

1 — численное решение, 2 — аналитическое решение

В качестве второго примера рассмотрим плоский заряд единичной толщины в направлении оси Oz, заполняющий область в форме прямого угла (рис. 3). Горение заряда может происходить только с левого края. Легко видеть, что принадлежность точки $M\left(x_k, y_k\right)$ объему заряда эквивалентна выполнению хотя бы одного из условий $x_k \in [0; a_2]$, $y_k \in [a_1; a_2]$ или $x_k \in [a_1; a_2]$, $y_k \in [0; a_2]$.

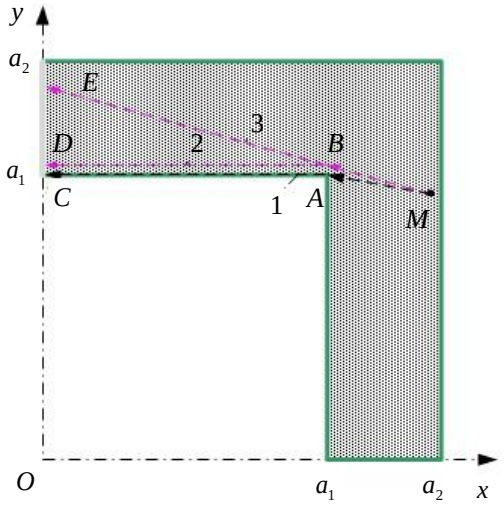


Рис. 3. Геометрия плоского заряда угловой формы ($a_1 = 0,5$, $a_2 = 0,7$)

1 — кратчайший путь *MAC* , 2,3 — пути *MBD* и *MBE*

В данном примере не все точки заряда находятся в «прямой видимости» относительно начальной поверхности горения. Однако нахождение расстояния от точки M до начальной поверхности горения и в этом случае не представляет труда:

$$d_k = \begin{cases} x_k, & y_k \ge a_1 \\ a_1 + \sqrt{\left(x_k - a_1\right)^2 + \left(y_k - a_1\right)^2}, & y_k < a_1. \end{cases}$$

Учитывая закономерности поведения фронта горения при огибании угла [5], несложно получить аналитическое выражение для величины $S_b\left(e_b\right)$. Опуская детали вывода, приведем окончательный результат:

$$S_b\left(e_b\right) = \begin{cases} a, & \Delta e_b \le 0 \\ a + 0,5\pi\,\Delta e_b, & 0 < \Delta e_b \le a \\ \Delta e_b \arcsin\dfrac{a}{\Delta e_b}, & a < \Delta e_b \le a_1 \\ \Delta e_b\left(\arcsin\dfrac{a}{\Delta e_b} - \arccos\dfrac{a_1}{\Delta e_b}\right), & a_1 < \Delta e_b \le \Delta e_{b\max}. \end{cases}$$

В этой формуле мы воспользовались обозначениями: $a=a_2-a_1=0,2$, $\Delta e_b=e_b-a_1$, $\Delta e_{b\max}=\sqrt{a^2+a_1^2}$. И в данном примере численное решение, если не брать во внимание небольшую «зашумленность», которая обязана намеренному выбору сравнительно грубой сетки, практически совпадает с аналитическим решением (рис. 4).

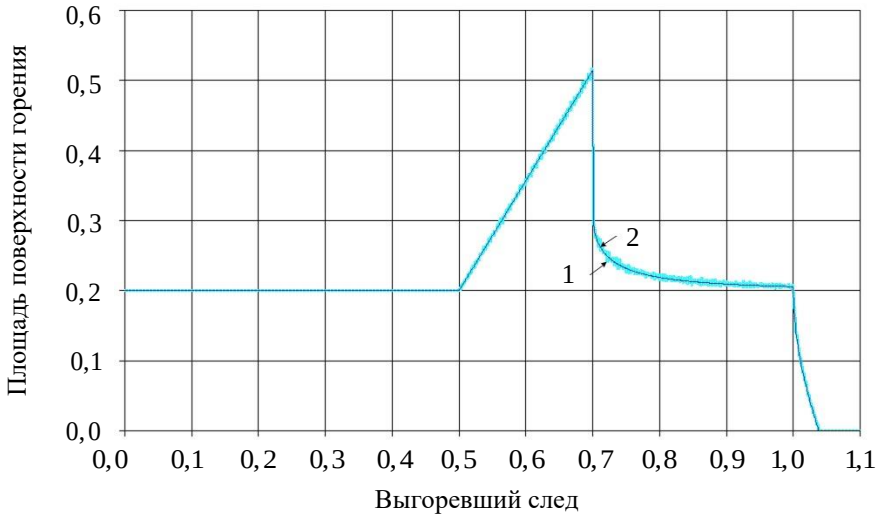


Рис. 4. Площадь поверхности горения плоского заряда угловой формы
1 — численное решение, 2 — аналитическое решение

В следующем примере рассмотрим моноблочный заряд длины $L=1$ в направлении оси Oz, представляющий собой цилиндрическое кольцо с единственным внутренним цилиндрическим каналом, причем только поверхность этого канала открыта для горения (рис. 5). Очевидно, что в данной задаче координата z не является существенной.

Как и в предыдущем примере, поверхность горения находится в прямой видимости не для всех точек заряда. Если между такой точкой M и центром канала Q мысленно натянуть нить $MABCQ$, то вдоль соответствующей кривой и будет реализовываться кратчайший путь $MABC$ от данной точки до начальной поверхности горения (рис. 5).

Принадлежность точки $M\left(x_k,y_k\right)$ объему заряда, как всегда, легко устанавливается. Действительно, точка M тогда и только тогда принадлежит объему заряда, когда одновременно выполняются неравенства $R_1\le r_k\le R_2$ и $r_k'\ge r_0$, где $r_k=\sqrt{x_k^2+y_k^2}$, $r_k'=\sqrt{\left(x_k+c\right)^2+y_k^2}$.

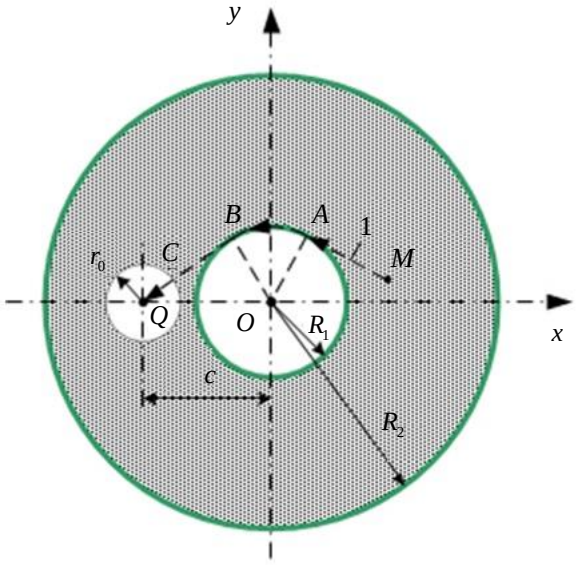


Рис. 5. Геометрия моноблочного заряда в форме цилиндрического кольца с одним внутренним горящим каналом

1 — кратчайший путь $MABC$, $R_1=0{,}5$, $R_2=0{,}8$, $c=0{,}53$, $r_0=0{,}005$

Пусть оба эти условия выполнены. Тогда, опираясь на несложные геометрические соображения, можно вывести следующие формулы, определяющие расстояние от точки $M\left(x_k, y_k\right)$ до начальной поверхности горения, совпадающей в нашем случае с границей внутреннего канала.

Вычисляем предварительно значения

$$\alpha=\arcsin\frac{R_1}{c},\ \alpha_1=\arccos\frac{x_k}{r_k},\ \alpha_2=\arccos\frac{x_k+c}{r_k'}.$$

Теперь, если либо $\alpha_1\geq\frac{\pi}{2}+\alpha$, либо $\alpha_2\geq\alpha$, то тогда

$$d_k=r_k'-r_0,$$

в противном случае имеем выражение

$$d_k=c\cos\alpha-r_0+\sqrt{r_k^2-R_1^2}+R_1\left(\frac{\pi}{2}+\alpha-\arccos\frac{R_1}{r_k}-\alpha_1\right).$$

Результаты вычислений, полученные описанным выше методом, представлены на рис. 6 кривой 1.

Если при определении расстояния от точек заряда до начальной поверхности горения игнорировать наличие внутренней границы, то тогда результат вычислений будет ошибочным (кривая 2 на рис. 6).

Именно такой результат и получится, если в рассматриваемом примере для расчета зависимости $S_b = S_b(e_b)$ применить программу, обычно используемую для расчета площади поверхности горения моноблочных зарядов с внутренними цилиндрическими каналами [20, 22]. Таким образом, присутствие «затенений» ограничивает применимость указанной методики.

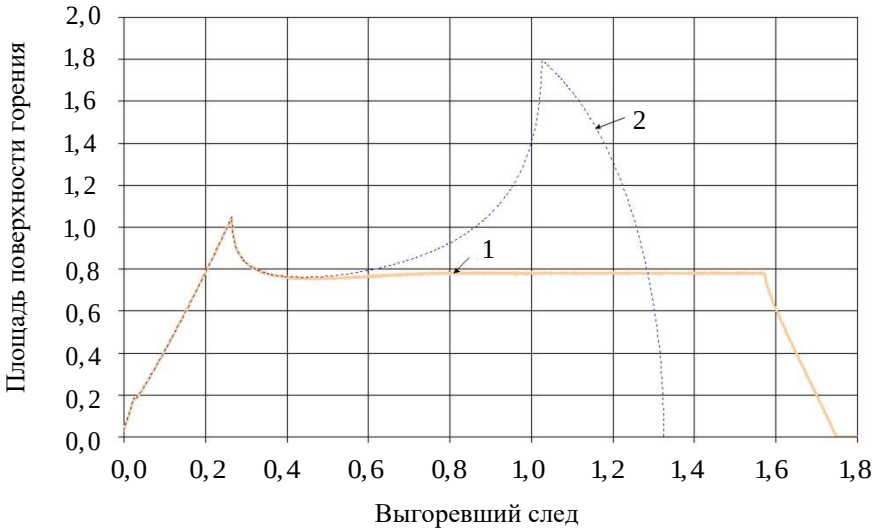


Рис. 6. Площадь поверхности горения моноблочного заряда в форме цилиндрического кольца с внутренним горящим каналом

1 — корректное решение, 2 — решение, не учитывающее эффект затенения

Рассмотрим теперь заряд с забронированной наружной тороидальной поверхностью и четырьмя симметрично расположенными внутренними каналами, открытыми для горения (рис. 7). Результаты вычислений показаны на рис. 8. В отношении задачи «удаленности» ограничимся замечанием, что здесь она решалась в предположении, что кратчайшее расстояние от точки заряда $M(x_k, y_k, z_k)$ до ближайшего канала достигается вдоль пути, лежащего в плоскости $z = z_k$.

В начальной стадии горения данного заряда площадь поверхности горения близка к суммарной площади горения четырех свободно разгорающихся каналов: $S_b \approx 16\pi c(r_0 + e_b)$ (линия 1 на рис. 8). При значении свода горения $e_b = c - r_0$ каналы разгораются до границ соответствующих поперечных сечений заряда (линия 2 на рис. 8), что сопровождается резким спадом в величине площади горения. Дальнейшее горение заряда происходит при примерно постоянном значении площади поверхности горения. Это значение хорошо согласуется с оценкой $S_b \approx 8\pi c^2 \approx 0,251$, соответствующей суммарной площади

плоских фронтов горения, распространяющихся вдоль тора в обе стороны от каждого из четырех каналов. При достижении значения свода горения $e_b = R_1 \mathrm{tg}\left(\pi/4 - \beta\right) + R_1 \mathrm{tg}\,\beta - r_0$, где $\beta = \arccos R_1/R$, передние фронты горения соседних каналов смыкаются (линия 3 на рис. 8), после чего происходит догорание изолированных участков заряда.

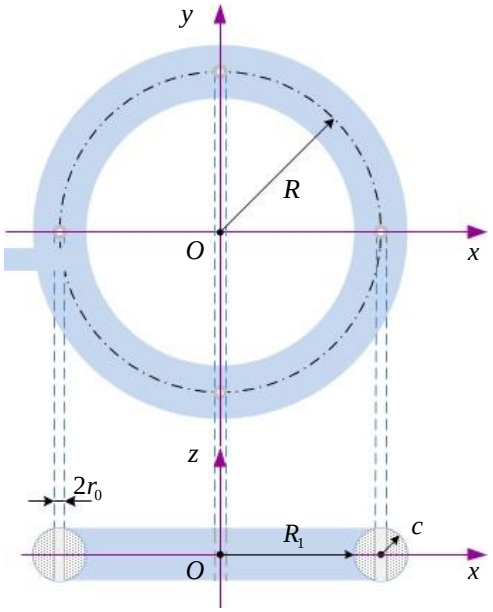


Рис. 7. Геометрия тороидального заряда с внутренними каналами ($R = 0,6$, $c = 0,1$, $R_1 = R - c = 0,5$, $r_0 = 0,01$)

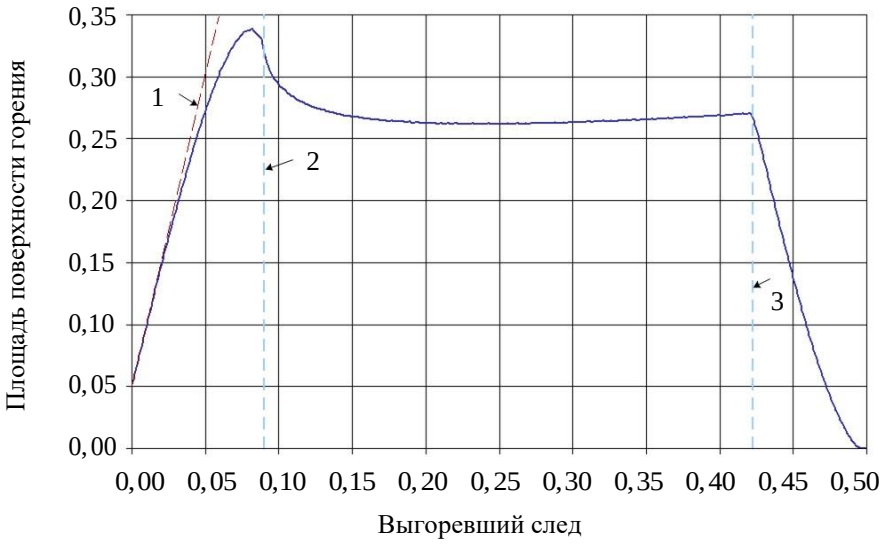


Рис. 8. Площадь поверхности горения тороидального заряда с внутренними цилиндрическими каналами

1 — суммарная площадь горения свободно разгорающихся каналов, 2 — разгорание каналов до границ поперечного сечения заряда, 3 — смыкание передних фронтов горения соседних каналов

Последний пример имеет своей целью сопоставление метода расчета, описанного в данной работе, и предшествующего ему метода работы [22] в плане точности вычислений. На рис. 9 представлены полученные в работах [20, 22] результаты расчетов площади поверхности горения для заряда цилиндро–конической формы с внутренними открытыми для горения коническими каналами. Геометрия заряда приведена в работах [22, 24]. Как выявили расчеты, усовершенствованный метод обладает значительными преимуществами над своим предшественником не только в точности получаемых результатов, но и в существенно более высокой производительности вычислений.

Вполне очевидно, что при наличии у зарядов плоскостей симметрии эффективность вычислительного процесса можно значительно повысить, если проводить расчет для минимально необходимой части заряда.

Во всех представленных примерах геометрические характеристики зарядов имеют абстрактный смысл, и их можно рассматривать либо как безразмерные величины, либо как величины, согласованные между собой, в какой-либо конкретной системе единиц измерения длин.

С практической точки зрения применимость предложенного метода, как и его прототипа [22], ограничивается допустимостью предположения о геометрическом характере горения заряда [5]. С математической точки зрения точность предложенного метода зависит, с одной стороны, от степени дискретизации области Π, притом, что необходимый уровень дискретизации не является проблемным для современных компьютеров даже с весьма невысокими рабочими параметрами. Более существенно на точность, и главное, правильность вычислений влияет качество решения задачи «удаленности», т.е. определения расстояний от точек заряда до ближайших участков начальной поверхности горения заряда.

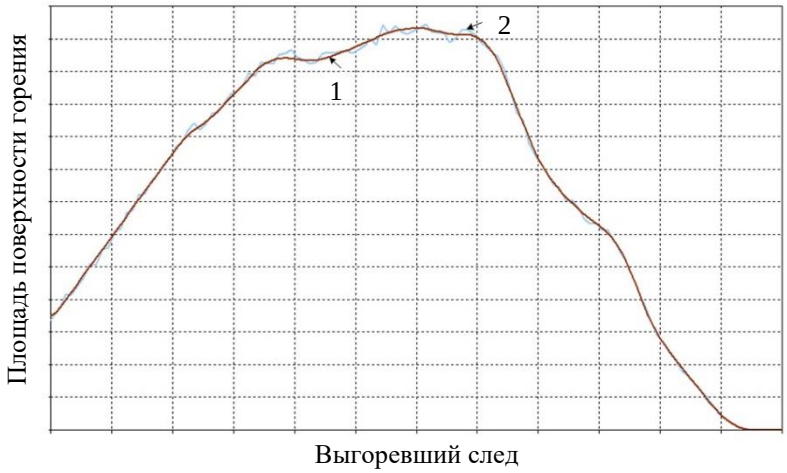


Рис. 9. Сопоставление по точности двух методов расчета площади поверхности горения цилиндро–конического заряда [22]

1 — метод данной работы, 2 — метод работы [22]

Выводы. Предложена оптимизация опубликованного в работе [22] метода, предназначенного для расчета площадей поверхности горения зарядов РДТТ. Работа метода проиллюстрирована на ряде примеров, демонстрирующих, в частности, его преимущества, как в точности, так и в производительности вычислений, над методом [22].

Основным условием практического применения предложенного метода является выполнимость предположения о геометрическом характере горения заряда из твердого топлива. С математической стороны, правильность результатов вычислений обусловлена, главным образом, корректным определением расстояний от точек заряда до ближайших к ним участков начальной поверхности горения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. *Теория ракетных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1989, 464 с.

[2] Алиев А.В. и др. *Внутренняя баллистика РДТТ*. Москва, Машиностроение, 2007, 500 с.

[3] Пирумов У.Г., Росляков Г.С. *Газовая динамика сопел*. Москва, Наука, 1990, 368 с.

[4] Соколовский М.И., Петренко В.И., Зыков Г.А. и др. *Управляемые энергетические установки на твердом ракетном топливе*. Москва, Машиностроение, 2003, 464 с.

[5] Соркин Р.Е. *Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя баллистика*. Москва, Наука, 1983, 288 с.

[6] Barrère M., Jaumotte A., De Veubeke B.F., Vandenkerckhove J. *Rocket Propulsion*. Amsterdam — London — New York — Princeton, Elsevier Publishing Company, 1960, 799 p.

[7] Димитриенко Ю.И., Кулагин Ю.А., Ярмола А.П. Моделирование газодинамических процессов в камерах сгорания двигателей с анизотропными твердыми топливами. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № S3, с. 100–109.

[8] Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.Д. Термомеханическая модель эрозионного горения энергетических материалов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012, № S3, с. 96–113.

[9] King M.K. Erosive burning of composite solid propellants: experimental and modeling studies. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1979, vol. 16, no. 3, pp. 154–162.

[10] Jackson T.L., Buckmaster J. Heterogeneous propellant combustion. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 6, pp. 1122–1130.

[11] Дегтярь В.Г., Пегов В.И. *Гидродинамика подводного старта ракет*. Москва, Машиностроение, 2009, 448 с.

[12] Ефремов Г.А., Минасбеков Д.А., Модестов В.А., Страхов А.Н., Бондаренко Л.А., Якимов Ю.Л., Плюснин А.В., Крупчатников И.В., Соколов П.М., Говоров В.В. *Способ имитации условий старта ракеты из подводной лодки и система для его осуществления*. Пат. Российская Федерация № 2082936, бюл. № 18.

[13] Круглов Ю.А., Зюзликов В.П., Синильщиков Б.Е., Синильщиков В.Б. *Системы катапультирования ракет*. Санкт-Петербург, БГТУ, 2010, 184 с.

[14] Плюснин А. В. Моделирование массорасходных характеристик энергоустройств, обеспечивающих газодинамический выброс летательного аппарата с заданными параметрами. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 1, с. 55–77.

[15] Плюснин А.В. Математические методы оптимального выбора линейно нарастающих по времени массорасходных характеристик энергоустройств, обеспечивающих газодинамический выброс летательных аппаратов с заданными параметрами. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 3, с. 57–85.

[16] Papa Rao B.V., Subhananda Rao A. Multi perforated grain design for hot gas generator. *51 AGM & Seminar on Advances in Aerospace Technologies (SAAT2000). Abstracts. Hyderabad, Aeronautical Society of India*, 2000, p. 17.

[17] Александров А. А., Димитриенко Ю. И. Математическое и компьютерное моделирование — основа современных инженерных наук. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, №1, с. 3–4.

[18] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

[19] Жарков М.И., Кузьмин Е.В., Плюснин А.В., Шуба И.Г. Методы математического проектирования энергоустройства, осуществляющего газодинамический выброс летательного аппарата из пускового контейнера. *Сборник трудов конференции «XLIV Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства»*, 2020, т. 2, с. 621–623.

[20] Osher S., Sethian J.A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton–Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 1988, vol. 79, no. 1, pp. 12–49.

[21] Биткин С.А., Кузнецов А.Б. Расчет массовых характеристик и поверхности горения заряда РДТТ в среде 3D-моделирования Creo Parametric. Челябинск, *Наука ЮрГУ: материалы 67-й научной конференции*, 2016, с. 1664–1672.

[22] Плюснин А.В. Способ расчета площади поверхности горения пространственного твердотопливного заряда. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2012, № S3, с. 86–95.

[23] Плюснин А.В. Примеры использования численных методов при решении задач подводного газодинамического выброса. *Сборник трудов конференции «XLIV Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства»*, 2020, т. 2, с. 233–247.

[24] Плюснин А.В., Сабиров Ю.Р., Бондаренко Л.А., Соколов П.М. Разработка новых расчетно-теоретических и экспериментальных подходов к решению современных задач газодинамики подводного старта. *Сборник трудов конференции «XXXVIII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С. П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства»*, 2014, т. 1, с. 75–83.

Статья поступила в редакцию 24.11.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Плюснин А.В. Оптимизация метода расчета площади поверхности горения для твердотопливных зарядов сравнительно несложных пространственных форм. *Математическое моделирование и численные методы*, 2020, № 3, с. 68–84.

Плюснин Андрей Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, зам. начальника отдела АО «ВПК «НПО машиностроения». Автор около 40 работ по нестационарным задачам гидрогазодинамики и теории упругости.
e-mail: andrey.plusnin@gmail.com

Optimization of the method of burning surface area calculation for solid propellant charges of comparatively simple spatial forms

© A.V. Pliusnin[1,2]

[1]Joint stock company “Military and industrial corporation JSC “MIC “Mashinostroyenia”, Reutov, Moscow Region, 143966, Russia
[2]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

It may be expedient to integrate the preliminary design of solid propellant motors (SPM), especially the motors aimed for launching, into the overall design, when lifting vehicles are created with SPM included in their structure. This implies that the internal ballistic calculations have to be provided by utilizing the engineering mathematical models, the only complex point of which is the evaluation of the burning surface of the charge under consideration. A method for the computation of this relation is presented in this work, which optimizes one of the previously proposed methods as in efficiency of calculations so in the precision of the results.

Keywords: *charge of solid propellant, burning surface, rocket motor*

REFERENCES

[1] Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnyh dvigatelej* [Theory of rocket engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 464 p.
[2] Aliev A.V. et al. *Internal ballistics of solid-propellant pocket engines*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2007, 500 p.
[3] Pirumov U.G., Roslyakov G.S. *Gazovaya dinamika sopel* [Gas dynamics of nozzles]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 368 p.
[4] Sokolovsky M. I., Petrenko V. I., Zykov G. A., etc. *Upravlyaemye energeticheskie ustanovki na tverdom raketnom toplive* [Controlled power plants based on solid rocket fuel]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003, 464 p.
[5] Sorkin R. E. *Teoriya vnutrikamernyh processov v raketnyh sistemah na tverdom toplive: vnutrennyaya ballistika* [Theory of in-chamber processes in solid-fuel rocket systems: internal ballistics]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 288 p.
[6] Barrère M., Jaumotte A., De Veubeke B.F., Vandenkerckhove J. *Rocket Propulsion*. Amsterdam — London — New York — Princeton, Elsevier Publishing Company, 1960, 799 p.
[7] Dimitrienko Yu. I., Kulagin Yu. A., Yarmola A. P. Modelirovanie gazodinamicheskih processov v kamerah sgoraniya dvigatelej s anizotropnymi tverdymi toplivami [Modeling of gas-dynamic processes in combustion chambers of engines with anisotropic solid fuels]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2011, no. S3, pp. 100–109.
[8] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. Termomekhanicheskaya model' erozionnogo goreniya energeticheskih materialov [Thermomechanical model of erosive combustion of energy materials]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2012, no. S3, pp. 96–113.

[9] King M.K. Erosive burning of composite solid propellants: experimental and modeling studies. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1979, vol. 16, no. 3, pp. 154–162.

[10] Jackson T.L., Buckmaster J. Heterogeneous propellant combustion. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 6, pp. 1122–1130.

[11] Degtyar V. G., Pegov V.I. *Gidrodinamika podvodnogo starta raket* [Hydrodynamics of underwater rocket launch]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009, 448 p.

[12] Efremov G.A., Minasbekov D.A., Modestov V.A., Strakhov A.N., Bondarenko L.A., Yakimov Yu.L., Plyusnin A.V., Krupchatnikov I.V., Sokolov P.M., Govorov V.V. *Sposob imitatsii usloviy starta rakety iz podvodnoy lodkii sistema dlya ego osushchetvleniya* [Way of simulating the conditions of rocket launching from the submarine and the system for its implementation]. Patent RF no. 2082936, 1997.

[13] Kruglov Yu.A., Zyuzlikov V.P., Sinilshchikov B.E., Sinilshchikov V.B. *Sistemy katapul'tirovaniya raket* [Rocket ejection systems]. Saint Petersburg, BSTU Publ., 2010, 184 p.

[14] Plyusnin A.V. Simulating mass-consuming characteristics of power devices providing gas-dynamic ejection of the flying vehicle with setup parameters. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2017, no. 1, pp. 55–77.

[15] Plyusnin A.V. Mathematical methods for optimal selection of linear increasing over time mass-flow characteristics of energy devices ensuring aircraft gas-dynamic ejection with specified parameters. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2019, no. 3, pp. 57–85.

[16] Papa Rao B.V., Subhananda Rao A. Multi perforated grain design for hot gas generator. *51 AGM & Seminar on Advances in Aerospace Technologies (SAAT2000). Abstracts. Hyderabad, Aeronautical Society of India*, 2000, p. 17.

[17] Aleksandrov A.A., Dimitrienko Y.I. Mathematical and computer modeling — the basis of modern engineering sciences. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 3–4.

[18] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Special features of mathematical modeling of technical instruments. *Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.

[19] Zharkov M.I., Kuzmin E.V., Plyusnin A.V., Shube I.G. Metody matematicheskogo proektirovaniya energoustrojstva, osushchestvlyayushchego gazodinamicheskij vybros letatel'nogo apparata iz puskovogo kontejnera [Methods of mathematical design of an energy device that performs a gasdynamic ejection of an aircraft from a launch container]. *Sbornik trudov konferencii «XLIV Akademicheskie chteniya po kosmonavtike, posvyashchennye pamyati akademika S. P. Korolyova i drugih vydayushchihsya otechestvennyh uchenyh — pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva»* [Proceedings of the conference «XLIV Academic space conference, dedicated to the memory of academician S.P. Korolev and other outstanding national scientists — pioneers of space exploration»], 2020, vol. 2, pp. 621–623.

[20] Osher S., Sethian J.A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: algorithms based on Hamilton–Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 1988, vol. 79, no. 1, pp. 12–49.

[21] Bitkin S.A., Kuznetsov A.B. Raschet massovyh harakteristik i poverhnosti goreniya zaryada RDTT v srede 3D-modelirovaniya Creo Parametric [Calculation of mass characteristics and the gorenje surface of the charge of the RTD in the 3D modeling environment Creo Parametric]. Chelyabinsk, *Nauka YUrGU: materialy 67-j nauchnoj konferencii* [Nauka YURGU: proceedings of the 67th Scientific Conference], 2016, pp. 1664–1672.

[22] Plyusnin A.V. Sposob rascheta ploshchadi poverhnosti goreniya prostran-stvennogo tverdotoplivnogo zaryada [Method for calculating the gorenje surface area of a spatial solid fuel charge]. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2012, no. S3, pp. 86–95.

[23] Plyusnin A.V. Primery ispol'zovaniya chislennyh metodov pri reshenii zadach podvodnogo gazodinamicheskogo vybrosa [Examples of the use of numerical methods in solving problems of underwater gas-dynamic emission]. *Sbornik trudov konferencii «XLIV Akademicheskie chteniya po kosmonavtike, posvyashchennye pamyati akademika S. P. Korolyova i drugih vydayushchihsya otechestvennyh uchenyh — pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva»* [Proceedings of the conference «XLIV Academic space conference, dedicated to the memory of academician S. P. Korolev and other outstanding national scientists — pioneers of space exploration»], 2020, vol. 2, pp. 233–247.

[24] Plyusnin A.V., Sabirov Yu.R., Bondarenko L.A., Sokolov P.M. Razrabotka novyh raschetno-teoreticheskih i eksperimental'nyh podhodov k resheniyu sovremennyh zadach gazodinamiki podvodnogo starta [Development of new computational-theoretical and experimental approaches to solving modern problems of underwater launch gas dynamics]. *Sbornik trudov konferencii «XXXVIII Akademicheskie chteniya po kosmonavtike, posvyashchennye pamyati akademika S. P. Korolyova i drugih vydayushchihsya otechestvennyh uchenyh — pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva»* [Proceedings of the conference «XXXVIII Academic space conference, dedicated to the memory of academician S. P. Korolev and other outstanding national scientists — pioneers of space exploration»], 2014, vol. 1, pp. 75–83.

Plyusnin A.V., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical Univerity; Deputy Head of Department, Joint stock company “Military and industrial corporation JSC “MIC “Mashinostroyenia”. Author of about 40 scientific publications on non-stationary problems of fluid dynamics and elasticity theory. e-mail: andrey.plusnin@gmail.com