



# Математическое моделирование и численные методы

Чуев В.Ю., Дубограй И.В., Анисова Т.Л. Вероятностная модель боя двух однотипных боевых единиц против двух разнотипных. Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 2. с. 107–116.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/225/>

## Вероятностная модель боя двух однотипных боевых единиц против двух разнотипных

© В.Ю. Чуев, И.В. Дубограй, Т.Л. Анисова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*На основе теории непрерывных марковских процессов разработана модель боя двух однотипных боевых единиц стороны X против двух разнотипных. Показаны области применения различных тактик ведения боя стороной X. Установлено, что применение стороной X правильной тактики ведения боя может значительно увеличить вероятность сохранения её обеих боевых единиц. Разработанная модель боя может быть использована для оценки боевой эффективности многоцелевых комплексов вооружения*

**Ключевые слова:** непрерывный марковский процесс, боевая единица, эффективная скорострельность, тактика ведения боя

**Введение.** Для оценки работоспособности создаваемых технических устройств необходима, как правило, разработка математической модели их функционирования [1–2]. Основой оценки проектируемых образцов вооружения и военной техники являются показатели их боевой эффективности, так как они в конечном итоге позволяют определить степень приспособленности образца к решению конкретных боевых задач [3–4]. Основой этой оценки могут быть только модели двухсторонних боевых действий, так как они позволяют учесть большее число факторов, влияющих на эффективность в реальных боевых условиях, чем модели без учёта ответного огня [5–6]. А так как процесс боевых действий является стохастическим, более предпочтительно использовать вероятностные модели, потому что они позволяют исследовать протекание боя со значительно большей степенью точности и полноты, чем детерминированные модели (модели динамики средних) [7–9].

Одним из способов построения модели двухсторонних боевых действий является использование теории непрерывных марковских процессов [10–12]. Процесс, протекающий в системе, называется марковским, если для каждого момента времени вероятность состояния системы в будущем зависит только от её состояния в настоящий момент и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние [13–14].

Последовательность выстрелов, осуществляемых каждой участвующей в бою единицей, представляется в виде пуассоновского потока событий [3]. Также применяется приём, заключающийся в переходе от потока выстрелов к потоку успешных выстрелов, который также

считается пуассоновским. Выстрел назовём успешным, если он поражает боевую единицу противника [4].

Полагаем, что все участвующие в бою единицы имеют полную и не запаздывающую информацию о состоянии боевых единиц противника (поражены или нет) и ведут огонь только по уцелевшим единицам. Также считаем, что все участвующие в бою единицы начинают боевые действия одновременно.

В настоящее время исследован бой одной боевой единицы против двух разнотипных единиц противника [15]. Пусть теперь сторона  $X$  имеет в начале боя две однотипные единицы, а сторона  $Y$  — две разнотипные единицы, причём первая единица менее уязвима и более опасна (в дальнейшем будем называть её первой единицей  $Y$ ).

При использовании теории непрерывных марковских процессов протекание боя будет характеризоваться системой  $(i, j, k)$ , где  $i$  характеризует состояния единицы  $X$ ,  $j$  и  $k$  характеризуют состояния первой и второй единиц  $Y$  соответственно. Значение  $i = 2$  означает, что обе единицы  $X$  продолжают бой, значение  $i = 1$  — что одна единица  $X$  уничтожена, а другая продолжает бой,  $i = 0$  — обе единицы  $X$  уничтожены. Значения  $j$  и  $k$ , равные 1, соответствуют тому, что данная единица продолжает бой, а значения  $j$  и  $k$ , равные 0 — тому, что данная боевая единица уничтожена. Состояние  $(0, 0, 0)$  не является состоянием данной системы, так как вероятность одновременного поражения двух и более единиц является бесконечно малой величиной.

Возможны следующие варианты обстрела стороной  $X$  боевых единиц  $Y$ :

- сторона  $X$  сначала ведёт огонь по первой единице  $Y$  и в случае её поражения огонь переносит на вторую единицу  $Y$  (вариант 1);
- сторона  $X$  сначала ведёт огонь по второй единице  $Y$  и после её поражения огонь переносится на первую единицу  $Y$  (вариант 2);
- сначала единицы  $X$  ведут обстрел обеих единиц  $Y$  (одна стреляет по первой единице, а вторая по второй). Если одна единица  $X$  уничтожена, а обе единицы  $Y$  продолжают бой, оставшаяся единица  $X$  ведёт огонь по первой единице  $Y$  (вариант 3);
- сначала единицы  $X$  ведут огонь по обеим единицам  $Y$  (одна по первой единице, а другая по второй). Если одна единица  $X$  поражена, а обе единицы  $Y$  продолжают бой, оставшаяся единица  $X$  стреляет в первую очередь по второй единице  $Y$  (вариант 4).

Возникает вопрос, какой вариант ведения огня должна выбрать сторона  $X$ , чтобы вероятность сохранения её обеих единиц была бы наибольшей.

**Основные математические зависимости и формулы.** Введём следующие обозначения:  $p_{x1}$ ,  $p_{x2}$  — вероятности поражения одним

выстрелом единицы  $X$  первой и второй единиц  $Y$  соответственно,  $p_{y1}, p_{y2}$  — вероятности поражения единицы  $X$  одним выстрелом первой и второй единиц  $Y$  соответственно,  $\lambda_{x1}, \lambda_{x2}$  — практические скорострельности единицы  $X$  при стрельбе по первой и второй единицам  $Y$ ,  $\lambda_{y1}, \lambda_{y2}$  — практические скорострельности первой и второй единиц  $Y$ , величины  $v_1 = p_{x1}\lambda_{x1}, v_2 = p_{x2}\lambda_{x2}, u_1 = p_{y1}\lambda_{y1}, u_2 = p_{y2}\lambda_{y2}$  назовём эффективными скорострельностями боевых единиц, считая их в течение боя постоянными. При этом  $v_1 < v_2, u_1 > u_2$ .

Также полагаем, что все участвующие в бою единицы начинают боевые действия одновременно. В качестве оптимальности ведения боя стороной  $X$  примем максимум вероятности сохранения обеих её единиц.

Если сторона  $X$  использует при ведении боя вариант 1, процесс протекания боя опишется системой уравнений

$$\begin{aligned} F'_{001}(t) &= u_2 F_{101}(t) \\ F'_{011}(t) &= (u_1 + u_2) F_{111}(t) \\ F'_{100}(t) &= v_2 F_{101}(t) \\ F'_{101}(t) &= -(v_2 + u_2) F_{101}(t) + v_1 F_{111}(t) + u_2 F_{201}(t) \\ F'_{111}(t) &= -(v_1 + u_1 + u_2) F_{111}(t) + (u_1 + u_2) F_{211}(t) \\ F'_{200}(t) &= 2v_2 F_{201}(t) \\ F'_{201}(t) &= -(2v_2 + u_2) F_{201}(t) + 2v_1 F_{211}(t) \\ F'_{211}(t) &= -(2v_1 + u_1 + u_2) F_{211}(t) \end{aligned}$$

с начальными условиями  $F_{211}(0) = 1, F_{ijk}(0) = 0$  при  $i + j + k < 4$ , где  $F_{ijk}(t)$  — вероятности того, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $(i, j, k)$ ,  $F'_{ijk}(t)$  — их производные по времени,  $F_{ijk}(\infty)$  — вероятности окончательных состояний (то есть к концу боя).

Состояния  $(2, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 0)$  в данном случае состояниями системы не являются.

Вероятность  $F_{200}(\infty)$  вычисляется следующим образом

$$F_{200}(\infty) = \frac{4v_1v_2}{(2v_2 + u_2)(2v_1 + u_1 + u_2)}.$$

При введении обозначений  $a = \frac{v_1}{u_1}$ ,  $b = \frac{v_2}{u_1}$ ,  $c = \frac{u_2}{u_1}$  (при этом  $0 < a < b$ ,  $0 < c < 1$ ) получаем

$$F_{200}(\infty) = \frac{4ab}{(2b+c)(2a+c+1)}.$$

Если сторона  $X$  ведет бой согласно варианту 2, система уравнений, описывающая процесс протекания боя, имеет вид:

$$\begin{aligned} G'_{010}(t) &= u_1 G_{110}(t) \\ G'_{011}(t) &= (u_1 + u_2) G_{111}(t) \\ G'_{100}(t) &= v_1 G_{110}(t) \\ G'_{110}(t) &= -(v_1 + u_1) G_{110}(t) + v_2 G_{111}(t) + u_1 G_{210}(t) \\ G'_{111}(t) &= -(v_2 + u_1 + u_2) G_{111}(t) + (u_1 + u_2) G_{211}(t) \\ G'_{200}(t) &= 2v_1 G_{210}(t) \\ G'_{210}(t) &= -(2v_1 + u_1) G_{210}(t) + 2v_2 G_{211}(t) \\ G'_{211}(t) &= -(2v_2 + u_1 + u_2) G_{211}(t) \end{aligned}$$

с начальными условиями  $G_{211}(0) = 1$ ,  $G_{ijk}(0) = 0$  при  $i + j + k < 4$ , где  $G_{ijk}(t)$  — вероятности того, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $(i, j, k)$ ,  $G'_{ijk}(t)$  — их производные по времени,  $G_{ijk}(\infty)$  — вероятности окончательных состояний (то есть к концу боя).

Состояния  $(2, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1)$ ,  $(0, 0, 1)$  в данном случае состояниями системы не являются.

Вероятность  $G_{200}(\infty)$  вычисляется следующим образом

$$G_{200}(\infty) = \frac{4v_1 v_2}{(2v_1 + u_1)(2v_2 + u_1 + u_2)}$$

или

$$G_{200}(\infty) = \frac{4ab}{(2a+1)(2b+c+1)}.$$

Если при ведении боя сторона  $X$  применяет вариант 3, процесс протекания боя опишется системой уравнений

$$\begin{aligned}
 f'_{010}(t) &= u_1 f_{110}(t) \\
 f'_{001}(t) &= u_2 f_{101}(t) \\
 f'_{011}(t) &= (u_1 + u_2) f_{111}(t) \\
 f'_{100}(t) &= v_1 f_{110}(t) + v_2 f_{101}(t) \\
 f'_{110}(t) &= -(v_1 + u_1) f_{110}(t) + u_1 f_{210}(t) \\
 f'_{101}(t) &= -(v_2 + u_2) f_{101}(t) + v_1 f_{111}(t) + u_2 f_{201}(t) \\
 f'_{111}(t) &= -(v_1 + u_1 + u_2) f_{111}(t) + (u_1 + u_2) f_{211}(t) \\
 f'_{200}(t) &= 2v_1 f_{201}(t) + 2v_2 f_{201}(t) \\
 f'_{210}(t) &= -(2v_1 + u_1) f_{210}(t) + v_2 f_{211}(t) \\
 f'_{201}(t) &= -(2v_2 + u_2) f_{210}(t) + v_1 f_{211}(t) \\
 f'_{211}(t) &= -(v_1 + v_2 + u_1 + u_2) f_{211}(t)
 \end{aligned}$$

с начальными условиями  $f_{211}(0) = 1$ ,  $f_{ijk}(0) = 0$  при  $i + j + k < 4$ , где  $f_{ijk}(t)$  — вероятности того, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $(i, j, k)$ ,  $f'_{ijk}(t)$  — их производные по времени,  $f_{ijk}(\infty)$  — вероятности окончательных состояний (то есть к концу боя).

Вероятность  $f_{200}(\infty)$  вычисляется следующим образом

$$f_{200}(\infty) = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2 + u_1 + u_2} \left( \frac{1}{2v_1 + u_1} + \frac{1}{2v_2 + u_2} \right)$$

или

$$f_{200}(\infty) = \frac{2ab}{a + b + c + 1} \left( \frac{1}{2a + 1} + \frac{1}{2b + c} \right).$$

При использовании в бою стороной  $X$  варианта 4 получаем следующую систему уравнений для отображения процесса протекания боя:

$$\begin{aligned}
 g'_{010}(t) &= u_1 g_{110}(t) \\
 g'_{001}(t) &= u_2 g_{101}(t) \\
 g'_{011}(t) &= (u_1 + u_2) g_{111}(t) \\
 g'_{100}(t) &= v_1 g_{110}(t) + v_2 g_{101}(t) \\
 g'_{110}(t) &= -(v_1 + u_1) g_{110}(t) + v_2 g_{111}(t) + u_1 g_{210}(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g'_{101}(t) &= -(v_2 + u_2)g_{101}(t) + u_2g_{201}(t) \\
 g'_{111}(t) &= -(v_2 + u_1 + u_2)g_{111}(t) + (u_1 + u_2)g_{211}(t) \\
 g'_{200}(t) &= 2v_1g_{210}(t) + 2v_2g_{201}(t) \\
 g'_{210}(t) &= -(2v_1 + u_1)g_{210}(t) + v_2g_{211}(t) \\
 g'_{201}(t) &= -(2v_2 + u_2)g_{201}(t) + v_1g_{211}(t) \\
 g'_{211}(t) &= -(v_1 + v_2 + u_1 + u_2)g_{211}(t)
 \end{aligned}$$

с начальными условиями  $g_{211}(0) = 1$ ,  $g_{ijk}(0) = 0$  при  $i + j + k < 4$ , где  $g_{ijk}(t)$  — вероятности того, что в момент времени  $t$  система находится в состоянии  $(i, j, k)$ ,  $g'_{ijk}(t)$  — их производные по времени,  $g_{ijk}(\infty)$  — вероятности окончательных состояний (то есть к концу боя).

Вероятность  $g_{200}(\infty)$  вычисляется следующим образом

$$g_{200}(\infty) = f_{200}(\infty) = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2 + u_1 + u_2} \left( \frac{1}{2v_1 + u_1} + \frac{1}{2v_2 + u_2} \right)$$

или

$$g_{200}(\infty) = f_{200}(\infty) = \frac{2ab}{a + b + c + 1} \left( \frac{1}{2a + 1} + \frac{1}{2b + c} \right).$$

**Анализ результатов расчётов.** Для выяснения, какой из вариантов 1–4 ведения огня стороной  $X$  является для неё оптимальным, вычислим разность

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= F_{200}(\infty) - f_{200}(\infty) = F_{200}(\infty) - g_{200}(\infty), \\
 \Delta_2 &= f_{200}(\infty) - G_{200}(\infty) = g_{200}(\infty) - G_{200}(\infty), \\
 \Delta &= \Delta_1 + \Delta_2, \\
 \Delta_1 &= \frac{4ab}{(2b + c)(2a + c + 1)} - \frac{2ab}{a + b + c + 1} \left( \frac{1}{2a + 1} + \frac{1}{2b + c} \right) = \\
 &= \frac{2ab(2a - 2bc + 1 - c^2)}{(a + b + c + 1)(2a + 1)(2a + c + 1)(2b + c)}, \\
 \Delta_2 &= \frac{2ab}{a + b + c + 1} \left( \frac{1}{2a + 1} + \frac{1}{2b + c} \right) - \frac{4ab}{(2a + 1)(2b + c + 1)} = \\
 &= \frac{2ab(2a - 2bc + 1 - c^2)}{(a + b + c + 1)(2a + 1)(2b + c + 1)(2b + c)}.
 \end{aligned}$$

Знаменатели этих дробей, а также числа  $a$  и  $b$  являются положительными величинами, поэтому основной интерес представляет знак величины  $\Delta_0 = 2a - 2bc + 1 - c^2$ .

Получаем, что при  $\Delta_0 > 0$  оптимальным способом ведения огня для стороны  $X$  является вариант 1, при  $\Delta_0 < 0$  — вариант 2. На рис. 1 показаны области выгодности различных тактик ведения огня стороной  $X$ . Знаком  $\oplus$  отмечена область, в которой обеим единицам стороны  $X$  следует сначала вести огонь по первой единице  $Y$  (более опасной и менее уязвимой), знаком  $\otimes$  — область, в которой обе единицы стороны  $X$  должны в первую очередь вести огонь по второй единице  $Y$ . Одновременный обстрел единицами  $X$  обеих единиц  $Y$  никогда не является выгодным для стороны  $X$ .

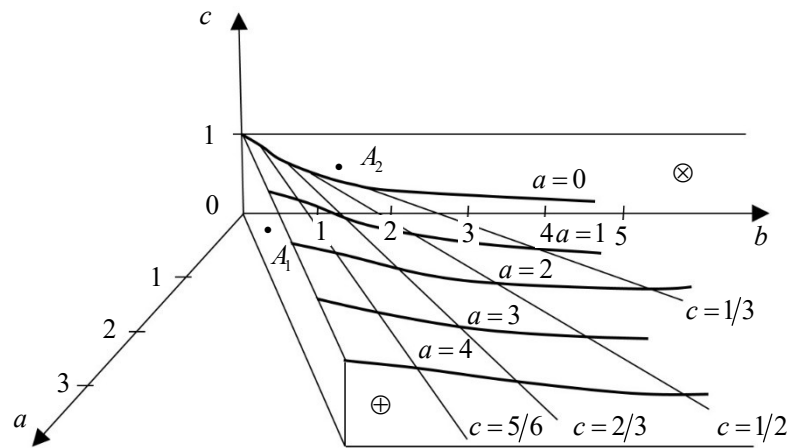


Рис. 1. Области выгодности различных тактик ведения боя стороной  $X$

Результаты расчётов показали, что правильный выбор тактики ведения огня может существенно увеличить вероятность того, что обе единицы  $X$  будут сохранены.

Так при  $v_1 = 0,06$ ,  $v_2 = 0,07$ ,  $u_1 = 0,1$ ,  $u_2 = 0,03$  (при этом  $a = 0,6$ ,  $b = 0,7$ ,  $c = 0,3$ ) получаем

$$F_{200}(\infty) = 0,395, \quad G_{200}(\infty) = 0,283, \quad f_{200}(\infty) = g_{200}(\infty) = 0,337, \\ \Delta_1 = 0,058, \quad \Delta_2 = 0,054, \quad \Delta = 0,112$$

(на рис. 1 этому случаю соответствует точка  $A_1$ ). То есть правильный выбор тактики ведения боя стороной  $X$  может увеличить вероятность сохранения её обеих единиц более чем на 10%. В этом случае обеим единицам  $X$  необходимо начинать обстрел с первой единицы  $Y$ .



Однако при  $v_1 = 0,04$ ,  $v_2 = 0,16$ ,  $u_1 = 0,1$ ,  $u_2 = 0,095$  (при этом  $a = 0,4$ ,  $b = 1,6$ ,  $c = 0,95$ ) обеим единицам  $X$  целесообразно в первую очередь вести огонь по второй единице  $Y$ , так как в этом случае

$$F_{200}(\infty) = 0,224, G_{200}(\infty) = 0,276, f_{200}(\infty) = g_{200}(\infty) = 0,258, \\ \Delta_1 = -0,034, \Delta_2 = -0,018, \Delta = -0,052.$$

При этом вероятность сохранения её обеих единиц увеличивается более чем на 5%. На рисунке этому состоянию соответствует точка  $A_2$ .

**Выводы.** Результаты настоящей статьи позволяют сделать следующие выводы.

1. На основе теории непрерывных марковских процессов разработана модель боя двух однотипных боевых единиц  $X$  против двух разнотипных единиц противника.

2. Показаны области оптимальности использования различных способов ведения боя стороной  $X$ .

3. Установлено, что одновременный обстрел обеих боевых единиц противника в начале боя никогда не является оптимальным для стороны  $X$ .

4. Показано, что выбор стороной  $X$  правильной тактики ведения боя может существенно увеличить вероятность сохранения её обеих единиц.

5. Разработанная модель боя может быть использована для оценки боевой эффективности многоцелевых комплексов вооружения.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Александров А.А., Димитриенко Ю.И. Математическое и компьютерное моделирование — основа современных инженерных наук. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 3–4.
- [2] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.
- [3] Вентцель Е.С. *Исследование операций: задачи, принципы и методология*. Москва, УРСС, 2007, 208 с.
- [4] Чуев Ю.В. *Исследование операций в военном деле*. Москва, Воениздат, 1970, 270 с.
- [5] Jaiswal N.K. *Military Operations Research: Quantitative Decision Making*. Boston, Kluwer Academic Publishers, 1997, 388 p.
- [6] Shamahan L. *Dynamics of Model Battles*. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, 43 p.
- [7] Глушков И.Н. Выбор математической схемы при построении модели боевых действий. *Программные продукты и системы*, 2010, № 1, с. 1–9.
- [8] Ткаченко П.Н. *Математические модели боевых действий*. Москва, Советское радио, 1969, 240 с.

- [9] Hillier F.S., Lieberman G.J. *Introduction to Operations Research*. New York, McGraw-Hill, 2005, 998 p.
- [10] Алексеев О.Г., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г. *Марковские модели боя*. Москва, Министерство обороны СССР, 1985, 85 с.
- [11] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Стохастические модели дуэльного боя двух единиц. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 2, с. 69–84.
- [12] Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Модели двухсторонних боевых действий многочисленных группировок. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, № 1, с. 89 – 104.
- [13] Вентцель Е.С. *Теория вероятностей*. Москва, КноРус, 2016, 658 с.
- [14] Вентцель Е.С., Овчаров В.Я. *Теория случайных процессов и её инженерные приложения*. Москва, КноРус, 2015, 448 с.
- [15] Чуев В.Ю., Дубограй И.В., Анисова Т.Л. Вероятностная модель отражения атаки разнотипных средств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 1, с. 90–97.

Статья поступила в редакцию 25.03.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Чуев В.Ю., Дубограй И.В., Анисова Т.Л. Вероятностная модель боя двух однотипных боевых единиц против двух разнотипных. *Математическое моделирование и численные методы*. 2020. № 2. с. 107–116.

**Чуев Василий Юрьевич** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: vacilious@mail.ru

**Дубограй Ирина Валерьевна** — доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: irina.dubograi@yandex.ru

**Анисова Татьяна Леонидовна** — канд. пед. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: bolashova1@mail.ru

## **Probabilistic model of the battle of two similar combat units against two different types**

© V.Yu. Chuev, I.V. Dubograi, T.L. Anisova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*On the basis of the theory of continuous Markov processes, a model of the battle of two of the same type of combat units of the side against two of different types has been developed. The areas of application of various tactics of fighting by the side are shown. It is established that the use of the correct tactics of combat by a party can significantly increase the probability of preserving its two combat units. The developed battle model can be used to evaluate the combat effectiveness of multi-purpose weapons systems.*

**Keywords:** continuous Markov process, combat unit, effective rate of fire, combat tactics

## REFERENCES

- [1] Alexandrov A.A., Dimitrienko Yu.I. Mathematical and computer modeling-the basis of modern engineering sciences. *Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 3–4.
- [2] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Special features of mathematical modeling of technical instruments. *Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.
- [3] Venttsel E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* [Operations research: objectives, principles, methodology]. Moscow, URSS Publ., 2007, 208 p.
- [4] Chuev Yu.V. *Issledovanie operatsiy v voennom dele* [Operations research in military arts]. Moscow, Voenizdat Publ., 1970, 270 p.
- [5] Jaiswal N.K. *Military Operations Research: Quantitative Decision Making*. Boston, Kluwer Academic Publishers, 1997, 388 p.
- [6] Shamahan L. *Dynamics of Model Battles*. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, 43 p.
- [7] Glushkov I.N. Vybor matematicheskoy skhemy pri postroenii modeli boe-vykh deystviy [The choice of a mathematical scheme when constructing a model of combat operations]. *Software & Systems*, 2010, no. 1, pp. 1–9.
- [8] Tkachenko P.N. *Matematicheskie modeli boevykh deistviy* [Mathematical models of combat operations]. Moscow, Sovetskoe radio, 1969, 240 p.
- [9] Hillier F.S., Lieberman G.J. *Introduction to Operations Research*. New York, McGraw-Hill, 2005, 998 p.
- [10] Alekseev O.G., Anisimov V.G., Anisimov E.G. *Markovskie modeli boya* [Markov's battle models]. Moscow, the USSR Ministry of Defense Publ., 1985, 85 p.
- [11] Chuev V.Yu., Dubograi I.V. Stochastic models of the two-unit duel fight. *Mathematical modelling and Computational Methods*, 2016, no. 2, pp. 69–84.
- [12] Chuev V.Yu., Dubograi I.V. Models of bilateral warfare of numerous groups. *Mathematical modelling and Computational Methods*, 2016, no. 1, pp. 89–104.
- [13] Venttsel E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, KnoRus Publ., 2016, 658 p.
- [14] Ventzel E. S., Ovcharov V. Y. *Teoriya sluchaynykh protsessov i yeyo inzhenernyye prilozheniya* [The theory of stochastic processes and its engineering applications]. Moscow, KnoRus Publ., 2015, 448 p.
- [15] Chuev V.Yu., Dubograi I.V., Anisova T.L. Probability model of meeting an attack of different types of weapon. *Mathematical modelling and Computational Methods*, 2018, no. 1, pp. 90–97.

**Chuev V.Yu.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.  
e-mail: vacilious@mail.ru

**Dubograi I.V.**, Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.  
e-mail: irina.dubograi@yandex.ru

**Anisova T.L.**, Cand. Sc. (Ped.), Assoc. Professor of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.  
e-mail: bolashoval@mail.ru