



# Математическое моделирование и численные методы

Мозжорина Т.Ю., Осипов В.В. Моделирование и синтез оптимального управления вертикальной посадкой возвращаемых космических модулей. Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 2. с. 81–94.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/223/>

## Моделирование и синтез оптимального управления вертикальной посадкой возвращаемых космических модулей

© Т.Ю. Мозжорина, В.В. Осипов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*В данной работе рассматривается один из возможных алгоритмов обратной связи при вертикальной посадке возвращаемой первой ступени космического аппарата для ее повторного использования в дальнейшем. Предлагается использовать для правки тяги не двигателя коррекции, а основной двигатель силовой установки космического аппарата, который возможно дросселировать до 60% от максимального значения тяги. Проводится численный эксперимент методом Монте-Карло для оценки работоспособности предложенного алгоритма. Под мягкой посадкой понимается приземление с нулевой или не превышающей нескольких метров в секунду скоростью. Исследованию подлежит последний участок вертикального приземления. Оптимальным программным управлением в данной постановке задачи с точки зрения минимальных затрат топлива является свободное падение, затем включение двигателя на полную мощность до момента приземления. Предполагается возможное случайное отклонение таких параметров от расчетных значений, как: скорость и масса возвращаемого модуля космического аппарата на высоте 2000 м, удельный импульс, а также плотность воздуха и коэффициент аэродинамического сопротивления. Предполагается, что распределены эти случайные величины по нормальному закону, независимы и их отклонения от расчетных значений не превышают 1% по импульсу двигателя и 5% по всем остальным переменным. Скорость приземления при этом – случайная величина, для которой вычисляются параметры распределения. Проводится анализ полученных результатов расчета.*

**Ключевые слова:** метод Монте-Карло, задача о мягком приземлении, вероятностный анализ, возвращаемая ступень космического аппарата, оптимальное управление, управление с обратной связью

**Введение.** Рассматривается мягкая посадка отработавшей первой ступени космического аппарата (КА). Мягкая посадка в идеале — это приземление с нулевой скоростью, в реальности мягкой посадкой считается для пассажирского самолета касание земли при вертикальной скорости снижения, не превышающей 2 м/сек, для КА — не превышающей 6 м/сек. Такие зарубежные фирмы, как Space Exploration Technologies Corporation (SpaceX) и Blue Origin, реализовали проекты, осуществляющую мягкую посадку первых ступеней и даже использовали их вторично при последующих запусках [1], [2].

Оптимальное управление (ОУ) на последнем вертикальном участке приземления по принципу максимума Понтрягина представляет собой вертикальное свободное падение вначале, и затем торможение при максимально допустимом (с точки зрения прочности конструкции) значении тяги двигателей. В [3] были проведены

расчеты для первой ступени, аналогичной первой ступени Falcon9, позволившие получить оптимальное программное управление при принятом условии одного работающего двигателя ЖРД из силовой установки первой ступени.

Математическая модель посадки с ОУ при использовании принципа максимума Понтрягина представляет собой краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которая была решена методом пристрелки. Метод пристрелки дает наиболее точные результаты при численном решении краевых задач [4]. К сожалению, существуют определенные трудности в реализации этого расчетного метода, в силу чего метод редко используют при решении инженерных задач. Но при определенном опыте работы с методом Ньютона вполне возможно его реализовать даже для задач ОУ с переключением [4], [5].

Особенность реализации подобного управления состоит в том, что конечное значение скорости в момент приземления очень сильно зависит от возможных случайных отклонений от расчетных значений таких параметров, как плотность атмосферного воздуха, коэффициент аэродинамического сопротивления, удельная тяга двигателя, скорость и масса ступени в начальный момент (задается значением начальной высоты вертикального участка приземления). Возможность реализации мягкой посадки с ОУ без обратной связи при возможном случайном отклонении указанных выше параметров (случайные величины (СВ) предполагаются независимыми и подчиняются нормальному закону с небольшими отклонениями от расчетных значений, принятых в [3]) рассмотрено в [6]. Вероятность осуществления мягкой посадки с программным ОУ без обратной связи чрезвычайно мала.

Один из алгоритмов обратной связи при мягком прилунении предложен в [7]. Проблема мягкой посадки КА рассматривается и в таких работах, как [8], [9], [10], [11]. В настоящей работе предлагается получать поправку на управление (расход топлива основного двигателя) с использованием принципов ПИД-регулятора (пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор), где поправка на управление будет иметь пропорциональную и интегральную составляющие, зависящие от отклонения скорости приземления на измеряемой высоте от расчетного значения, полученного в [3]. Применение такого подхода к быстротекущему динамическому процессу нетрадиционно, но как показали дальнейшие расчеты, оказалось целесообразным.

**Математическое моделирование процесса посадки и алгоритма обратной связи.** Разработка синтеза ОУ (получения закона поправки на управление при отклонении СВ – алгоритма обратной связи) является темой настоящей работы. Имеем зависимости  $V^*(h^*)$ ,  $u^*(h^*)$ ,  $m^*(h^*)$  — в оптимальном процессе без обратной связи, полученные в [3].

Уравнения движения КА при вертикальной посадке имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = -V \\ \frac{dV}{dt} = -\frac{\beta u + X_{\text{аэр}}}{m} + g \\ \frac{dm}{dt} = -G_T = -u, \end{cases} \quad (1)$$

где  $h$  — расстояние от космического аппарата до поверхности Земли в м,  $V$  — скорость космического аппарата (ось скорости направлена вниз) в м/сек,  $m$  — масса космического аппарата в кг,  $G_T = u$  — расход топлива (управление) в кг/сек,  $t$  — время в сек,  $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$  — ускорение свободного падения на Земле,  $\beta \cdot u = P$  — тяга двигателя в Н, коэффициент  $\beta$  пропорционален скорости истечения газа из сопла двигателя (импульс ракетного двигателя в м/с),  $X_{\text{аэр}}$  — сила аэродинамического сопротивления в Н

$$X_{\text{аэр}} = \frac{c_x \rho_h S \cdot V^2}{2}, \quad (2)$$

$c_x$  — коэффициент аэродинамического сопротивления первой ступени ракеты,  $\rho_h$  — плотность воздуха на текущей высоте в кг/м<sup>3</sup>,  $S$  — площадь мидела первой ступени в м<sup>2</sup>.

Предположим, что в реальном процессе возможно многократное измерение высоты и скорости ступени с заданным временным промежутком, а также, что рассматриваемые СВ (плотность атмосферного воздуха, коэффициент аэродинамического сопротивления, удельная тяга двигателя, скорость и масса ступени в начальный момент) отклоняются от расчетных значений. Тогда при достижении высоты включения двигателя из [3], происходит включение двигателя в реальном процессе. Если при заданной высоте скорость превышает оптимальное значение скорости включения двигателя, то принимаем за высоту включения значение

$$h_{\text{вкл}} + \frac{1,1 \cdot V(V - V^*)m^*}{(u^* + 20) \cdot \beta}, \quad (3)$$

где второе слагаемое есть поправка на высоту, полученная из приближенного равенства импульса силы тяги разности импульса скорости в реальном движении и оптимальном:

$$\Delta h_{\text{вкл}} = V \cdot \frac{mV - m^*V^*}{P_{\text{max}}}, \quad (4)$$

где

$$\Delta t = \frac{mV - m^*V^*}{P_{\max}} \approx \frac{1,1(V - V^*)m^*}{P_{\max}}. \quad (5)$$

При этом предполагается, что двигатель может дросселироваться до 60 %. допустимый расход топлива лежит в диапазоне 195...325 кг/сек. Зададимся временем такта измерения высоты и скорости приземления равным 0,04 секунды (в расчетах это время будет равно шагу интегрирования численного метода решения ОДУ). На каждом шаге интегрирования системы уравнений движения вычисляем отклонения реальных параметров от оптимальных, а также поправку на расход топлива.

Для вычисления поправки на управление применяли дискретную формулу:

$$\Delta u_n = k_p \Delta V_n + k_i \sum_{j=0}^n \Delta V_k, \quad (6)$$

где  $k_p$ ,  $k_i$  — пропорциональный и интегральный коэффициенты усиления сигнала, подбираемые экспериментально,  $\Delta V_n = V_n - V_n^*$  — отклонение измеренной на  $n$ -ом шаге скорости снижения от скорости в оптимальном процессе на той же высоте, связанное со случайными факторами.

На следующем шаге интегрирования управление принимается равным

$$u_{n+1} = u^* + \Delta u_n. \quad (7)$$

Если полученное значение управления превышает максимально допустимое значение, то принимается значение расхода топлива равное 325 кг/сек. Если выходит за нижний допустимый предел, то принимается значение равное 195 кг/сек. В момент времени, когда высота или скорость падения равна нулю, происходит отключение двигателя. Если нулевое значение скорости достигается при  $h > 0$ , то с этой высоты происходит свободное падение.

**Алгоритм численной реализации математической модели.** Методом Монте-Карло проводятся многократные вычисления снижения отработавшей ступени, обработка статистически полученных данных и оценка вероятности мягкой посадки при выбранных законах распределения СВ. Расчеты по методу Монте-Карло были проведены для двух различных предположений: вариант 1 — рассматриваемые СВ независимы и распределены по нормальному закону, вариант 2 — СВ распределены по нормальному закону, но предполагается наличие

корреляционной зависимости между такими СВ, как масса и скорость на высоте 2000 м, удельный импульс и скорость на той же высоте, а также плотность воздуха и скорость. Остальные из рассматриваемых СВ предполагаются независимыми.

Моделирование независимых СВ, распределенных по нормальному закону проводилось по методике, подробно изложенной в [6], при моделировании зависимых СВ использовалась методика работы [12]. Алгоритм моделирования коррелированных СВ построен на использовании уравнений множественной регрессии. Уравнение множественной регрессии имеет вид:

$$y_n = a_n + \sum_{j=1}^{n-1} b_{nj} y_j + \xi_n, \quad (8)$$

где  $a_n = m_n$ ,  $b_{nj}$  — коэффициенты уравнения регрессии,  $y_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) — совокупность СВ, распределенных по нормальному закону с заданными матожиданиями  $m_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) и среднеквадратичными отклонениями  $\sigma_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ),  $\xi_n = b_{nn} \xi_{N(0,1)}$  — независимая СВ, распределенная по нормальному закону с нулевым матожиданием и заданным квадратичным отклонением  $\sigma_n$ ,  $\xi_{N(0,1)}$  — независимая СВ, распределенная по нормальному закону с нулевым матожиданием и квадратичным отклонением равным 1. Вычисление коэффициентов регрессии для  $\forall y_k$  ( $k = \overline{2, n}$ ) производится по формулам:

$$\begin{pmatrix} b_{k1} \\ b_{k2} \\ \dots \\ b_{k,k-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & r_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & r_{1,k-1}\sigma_1\sigma_{k-1} \\ r_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \dots & r_{2,k-1}\sigma_2\sigma_{k-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1,k-1}\sigma_1\sigma_{k-1} & r_{2,k-1}\sigma_2\sigma_{k-1} & \dots & \sigma_{k-1}^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_{1,k}\sigma_1\sigma_k \\ r_{2,k}\sigma_2\sigma_k \\ \dots \\ r_{k-1,k}\sigma_{k-1}\sigma_k \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$b_{kk} = \sqrt{\sigma_k^2 - \sum_{j=1}^{k-1} b_{kj} r_{kj} \sigma_k \sigma_j}. \quad (10)$$

**Результаты моделирования.** Для расчетов приземления спускаемого аппарата были взяты исходные данные, полученные в [3]. Свободное падение рассчитывалось с высоты 2000 м. Скорость в оптимальном процессе на этой высоте принималась равной 160 м/сек, масса КА на той же высоте  $m = 20$  т, коэффициент аэродинамического сопротивления принимался постоянным и равным  $c_x = 0,8$ . Допустимый расход топлива лежит в диапазоне 195...325 кг/сек. Зададимся временем такта измерения высоты и скорости приземления

равным 0,04 секунды (в расчетах это время будет равно шагу интегрирования численного метода решения ОДУ).

Значения переменных, соответствующие моменту включения двигателя в оптимальном процессе:

$$\begin{aligned} h_{\text{вкл}} &= 448,0558 \text{ м}; V_{\text{вкл}} = 183,82 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \\ u = G_{\text{т}} &= 305 \frac{\text{кг}}{\text{с}}; \beta = 2766 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \end{aligned} \quad (11)$$

В качестве зависимости плотности воздуха от высоты в стандартных условиях была принята следующая аппроксимация, дающая удовлетворительную точность до высоты в 20 км:

$$\begin{aligned} \rho_h &= 1,22235514 - 0,11422776 \cdot \frac{h}{10^3} + \\ &+ 0,00368329 \left( \frac{h}{10^3} \right)^2 - 0,404 \left( \frac{h}{10^3} \right)^3 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (12)$$

Принималось для метода Монте-Карло, моделирующего случайные отклонения расчетных параметров на высоте 2000 м, что отклонения по массе, скорости,  $c_x$  и плотности воздуха не превышают 5%, а по удельному импульсу двигателя 1%. СВ распределены по нормальному закону. Указанные интервалы составляют диапазон  $-4\sigma \dots + 4\sigma$ . Количество расчетных экспериментов в методе Монте-Карло — 1000.

Для варианта 2 за отсутствием расчетных или экспериментальных данных по предшествующим вертикальной посадке этапам снижения коэффициенты корреляции выбирались равными

$$r_{V\rho} = -0,5; r_{VJ} = -0,5; r_{Vm} = 0,5. \quad (13)$$

Остальные СВ считаем независимыми и принимаем для них коэффициенты корреляции равными нулю. В нашем случае единственная зависимая СВ — скорость на высоте 2000 м. Вычисляем коэффициенты регрессии по формулам:

$$b_{VV} = \sqrt{\sigma_V^2 - b_{V\rho} r_{V\rho} \sigma_V \sigma_\rho - b_{VJ} r_{VJ} \sigma_V \sigma_J - b_{Vm} r_{Vm} \sigma_V \sigma_m}; \quad (14)$$

$$a_V = m_V = 160;$$

$$\begin{pmatrix} b_{V\rho} \\ b_{VJ} \\ b_{Vm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_J^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m^2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} r_{V\rho} \sigma_V \sigma_\rho \\ r_{VJ} \sigma_V \sigma_J \\ r_{Vm} \sigma_V \sigma_m \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Само значение СВ скорости снижения на высоте 2000 м на каждом шаге метода Монте-Карло — по формуле:

$$V = m_V + b_{VV}\xi_{VN(0,1)} + b_{VJ}\xi_{JN(0,1)} + b_{V\rho}\xi_{\rho N(0,1)} + b_{Vm}\xi_{mN(0,1)}, \quad (16)$$

где  $\xi_{VN(0,1)}$ ,  $\xi_{JN(0,1)}$ ,  $\xi_{\rho N(0,1)}$ ,  $\xi_{mN(0,1)}$  — независимые СВ, распределенные по стандартному нормальному закону. Проверка точности моделируемых распределений СВ показала, что матожидания СВ отклоняются от заданных значений на величины, не превышающие 0,1%, среднеквадратичные отклонения на величины, не превышающую 2%, коэффициенты корреляции СВ — на величины, не превышающие 6%. Указанные отклонения соответствуют точности по выборкам из 1000 элементов.

На рис. 1 представлена фазовая траектория в оптимальном процессе.

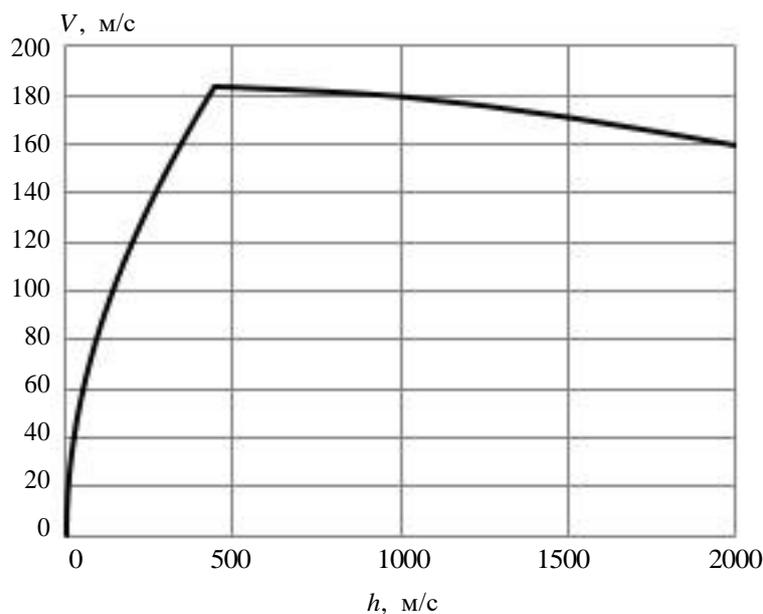
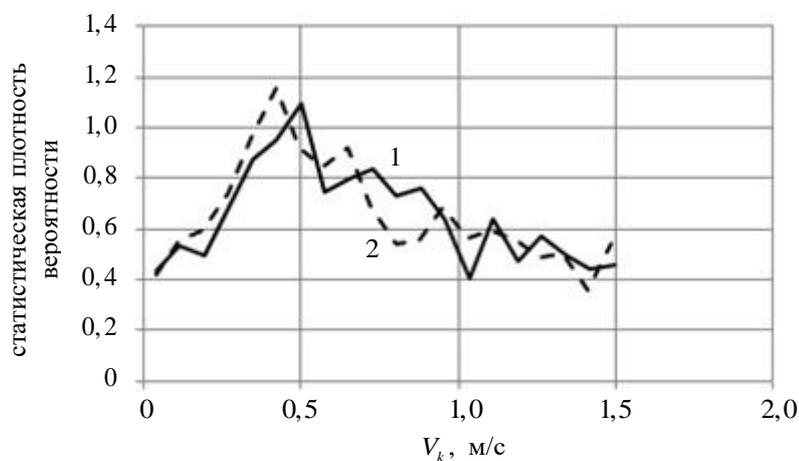


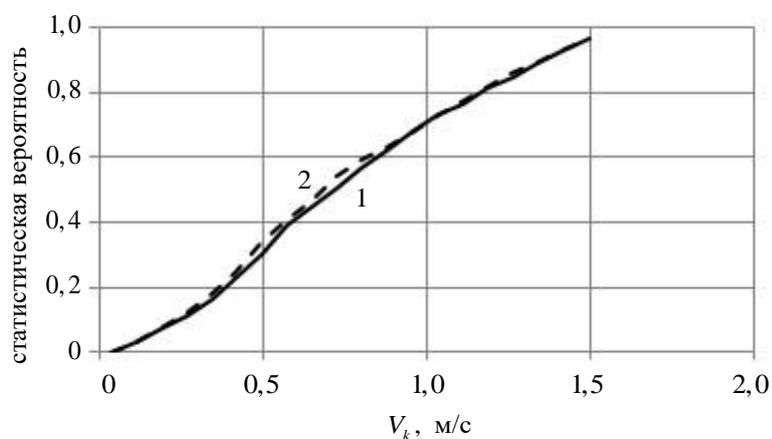
Рис. 1. Зависимость  $V^* = f(h^*)$  в оптимальном процессе

На рис. 2 представлены полигоны распределения СВ скорости приземления, построенные по средним значениям интервалов распределения, число которых выбиралось равным 20. Указанные кривые соответствуют статистической плотности вероятности.

На рис. 3 — кривые статистической функции вероятности для СВ скорости приземления.

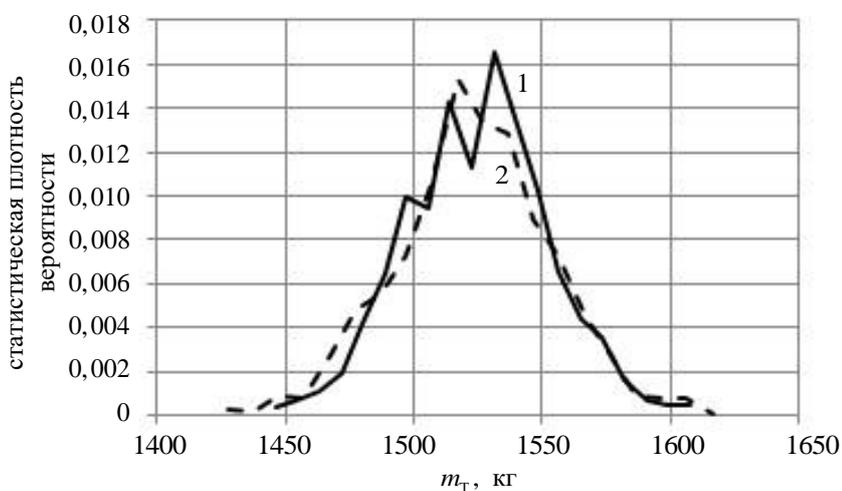


**Рис. 2.** Полигоны плотности вероятности для СВ скорости приземления:  
 1 — рассматриваемые СВ независимы и распределены по нормальному закону,  
 2 — СВ распределены по нормальному закону, но предполагается наличие ненулевых коэффициентов корреляции  $r_{V\rho} = -0,5$ ;  $r_{VJ} = -0,5$ ;  $r_{Vm} = 0,5$



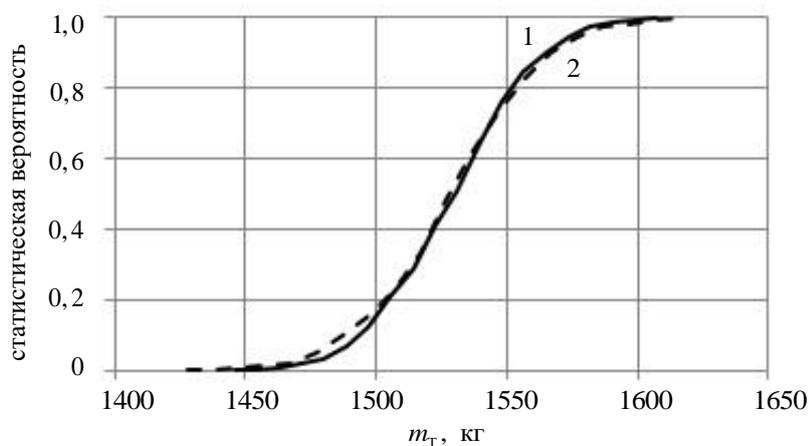
**Рис. 3.** Статистическая функция распределения для СВ скорости приземления:  
 1 — рассматриваемые СВ независимы и распределены по нормальному закону,  
 2 — СВ распределены по нормальному закону, но предполагается наличие ненулевых коэффициентов корреляции  $r_{V\rho} = -0,5$ ;  $r_{VJ} = -0,5$ ;  $r_{Vm} = 0,5$

На рис. 4 и рис. 5 представлены полигоны статистической плотности вероятности и статистической вероятности для СВ требуемый запас топлива на последнем вертикальном участке приземления.



**Рис. 4.** Полигоны плотности вероятности для СВ массы топлива, потребной на посадку:

- 1 — рассматриваемые СВ независимы и распределены по нормальному закону,  
 2 — СВ распределены по нормальному закону, но предполагается наличие ненулевых коэффициентов корреляции  $r_{V\rho} = -0,5$ ;  $r_{VJ} = -0,5$ ;  $r_{Vm} = 0,5$



**Рис. 5.** Статистическая функция распределения для СВ массы топлива, потребной на посадку:

- 1 — рассматриваемые СВ независимы и распределены по нормальному закону,  
 2 — СВ распределены по нормальному закону, но предполагается наличие ненулевых коэффициентов корреляции  $r_{V\rho} = -0,5$ ;  $r_{VJ} = -0,5$ ;  $r_{Vm} = 0,5$

В таблицах 1, 2 представлены характеристики полученных распределений СВ скорости приземления и СВ потребного запаса топлива для двух расчетных случаев.

В оптимальном варианте  $V_k = 0$  м/сек;  $m_T = 1520,4$  кг.

Таблица 1

**Параметры распределения скорости приземления для двух рассмотренных случаев**

Скорость приземления	$M[Vk]$ Математическое ожидание	$\sigma [Vk]$ Среднеквадратичное отклонение	$As[Vk]$ Коэффициент асимметрии	$Ex[Vk]$ Коэффициент острровершинности
1	0,721467	0,402469	0,237751	-0,95321
2	0,70382	0,404349	0,292612	-0,9632

Таблица 2

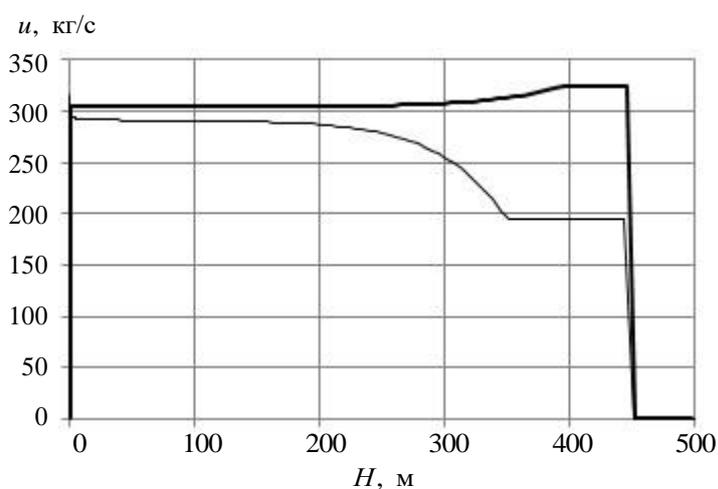
**Параметры распределения массы топлива для двух рассмотренных случаев**

Масса топлива	$M[mт]$ Математическое ожидание	$\sigma [mт]$ Среднеквадратичное отклонение	$As[mт]$ Коэффициент асимметрии	$Ex[mт]$ Коэффициент острровершинности
1	1523,454	30,614	-0,05506	-0,00978
2	1525,134	27,69806	0,044837	0,231145

На рис. 6 и 7 представлено поведение управления (расход топлива) и скорости снижения в зависимости от высоты снижения для варианта расчета 1 с максимальными отклонениями значений СВ из выбранного диапазона. Варианты А и В - маловероятные случаи, характеризующие наихудшие сочетания изменения СВ.

Вариант А — отклонение по массе и скорости в начальный момент +5%, по плотности и  $c_x$  -5%, по удельному импульсу двигателя -1% ( $V_k = 0,91$  м/сек).

Вариант В — отклонение по массе и скорости в начальный момент -5%, по плотности и  $c_x$  +5%, по удельному импульсу двигателя +1% ( $V_k = 1,96$  м/сек).



**Рис. 6.** Управление (расход топлива) по высоте снижения с высоты 2000 м

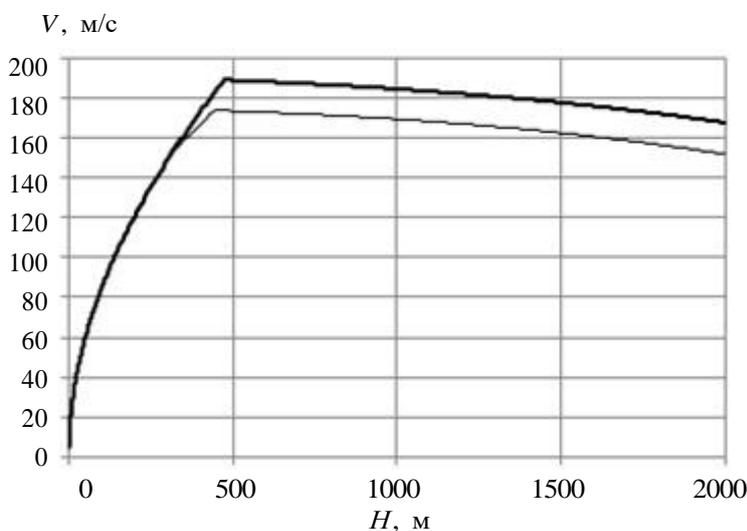


Рис. 7. Изменение скорости по высоте снижения

**Заключение.** Анализ результатов расчета показал целесообразность применения предлагаемого подхода в управлении тягой двигателя на последнем вертикальном участке снижения возвращаемой ступени. При отклонении от расчетных значений СВ в рассматриваемом диапазоне не нарушается возможность мягкого приземления. Уточнение методики и моделирование варианта с иными диапазонами изменения СВ возможно реализовать при наличии дополнительной расчетной или экспериментальной информации по предшествующим этапам снижения возвращаемой ступени.

Усложнять методику метода Монте-Карло моделированием зависимых СВ оказалось нецелесообразным, так как результаты расчетов по варианту 1 и варианту 2 очень близки и соответствуют точности моделирования при выборке в 1000 элементов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Официальный сайт компании SpaceX [Электронный ресурс]: URL: <http://www.spacex.com/falcon9>
- [2] Официальный сайт компании Blue origin [Электронный ресурс]: URL: <https://www.blueorigin.com>
- [3] Мозжорина Т.Ю., Осипов В.В. Численное решение задачи о мягком приземлении методом пристрелки. *Инновационное развитие*, 2018, № 8 (25), с. 11–15.
- [4] Федоренко Р.П. *Приближенное решение задач оптимального управления*. Москва, Наука, 1978, 486 с.
- [5] Мозжорина Т.Ю. Численное решение задач оптимального управления с переключением методом пристрелки. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, № 2 (14), с. 94–106.

- [6] Мозжорина Т.Ю., Осипов В.В. Вероятностный анализ возможности мягкого приземления на последнем вертикальном участке работы двигателя. *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*, 2019, № 7, с. 136–140.
- [7] Летов А.М. *Математическая теория процессов управления*. Москва, Наука, 1981, 256 с.
- [8] Blackmore L. Autonomous Precision Landing of Space Rockets. *The Bridge on Frontiers of Engineering*, 2016, no. 4(46), pp. 15–20.
- [9] Жуков Б.И., Лихачев В.Н., Сихарулидзе Ю.Г., Трифонов О.В., Федотов В.П., Ярошевский В.С. Комбинированный алгоритм управления посадкой космического аппарата «Луна-Глоб». *XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики*, 2015, с. 1395–1398.
- [10] Жуков Б.И., Лихачев В.Н., Сазонов В.В., Сихарулидзе Ю.Г., Тучин Д.А., Федотов В.П., Ярошевский В.С. Сравнительный анализ алгоритмов управления посадкой на Луну. *Космические исследования*, 2015, Т. 53, № 6, с. 480.
- [11] Афанасьев В.А., Дегтярев Г.Л., Мещанов А.С., Сиразетдинов Т.К. Разработка и исследование алгоритмов управления вертикальным приземлением посадочных модулей. *Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева*, 2007, № 3, с. 56–59.
- [12] Емельянова Н.М., Пороскун В.И. Моделирование зависимых случайных величин в методе Монте-Карло. *Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений*, 2008, № 9, с. 45–49.

Статья поступила в редакцию 05.03.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Мозжорина Т.Ю., Осипов В.В. Моделирование и синтез оптимального управления вертикальной посадкой возвращаемых космических модулей. *Математическое моделирование и численные методы*. 2020. № 2. с. 81–94.

**Мозжорина Татьяна Юрьевна** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: mozzhorina@mail.ru.

**Осипов Валерий Валерьевич** — студент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: noking007@mail.ru

## **Synthesis of optimum control of vertical landing of returned space units**

© T.Yu. Mozzhorina, V.V. Osipov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*In this paper, we consider one of the possible feedback algorithms for the vertical landing of the returned first stage of the spacecraft for its reuse in the future. It is proposed to use for thrust correction not correction engines, but the main engine of the power plant of the spacecraft, which can be throttled to 60% of the maximum thrust value. A numerical experiment using the Monte Carlo method is performed to evaluate the performance of this algorithm. A soft landing is a landing with a speed of zero or no more than a few meters per second. The last section of the vertical landing is subject to investigation. The optimal*

program control in this problem statement in terms of minimum fuel consumption is free fall, then turning the engine on at full power until the moment of landing. It is assumed that such parameters as the speed and mass of the spacecraft's return module at an altitude of 2000 m, the specific impulse, as well as the air density and the coefficient of aerodynamic drag can be randomly deviated from the calculated values. It is assumed that these random variables are distributed according to the normal law, are independent, and their deviations from the calculated values do not exceed 1% for the engine pulse and 5% for all other variables. The landing speed is a random value for which the distribution parameters are calculated. The results of the calculation are analyzed.

**Keywords:** Monte Carlo method, soft landing problem, probabilistic analysis, spacecraft return stage, optimal control, feedback control

## REFERENCES

- [1] Official website of the company SpaceX [Electronic resource]: URL: <http://www.spacex.com/falcon9>
- [2] Official website of the Blue origin company [Electronic resource]: URL: <https://www.blueorigin.com>
- [3] Mozzhorina T.Yu., Osipov V.V. Numerical solution of the problem of a soft landing by false position method. *Innovatsionnoye razvitiye*, 2018, no. 8 (25), pp. 11–15.
- [4] Fedorenko R.P. *Priblizhennoye resheniye zadach optimal'nogo upravleniya* [Approximate solution of optimal control problems]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 486 p.
- [5] Mozzhorina T.Yu. Numerical solution to problems of optimal control with switching by means of the shooting method. *Mathematical modeling and Computational Methods*, 2017, no. 2 (14), pp. 94–106.
- [6] Mozzhorina T.Yu., Osipov V.V. A probable analysis of the possibility of soft landing on the last vertical part of the engine. *International Journal of Applied and Fundamental Research*, 2019, no. 7, pp. 136–140.
- [7] Letov A.M. *Matematicheskaya teoriya protsessov upravleniya* [Mathematical theory of control processes]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 256 p.
- [8] Blackmore L. Autonomous Precision Landing of Space Rockets. *The Bridge on Frontiers of Engineering*, 2016, no. 4(46), pp. 15–20.
- [9] Zhukov B.I., Likhachev V.N., Sikharulidze YU.G., Trifonov O.V., Fedotov V.P., Yaroshevskiy V.S. *Kombinirovannyi algoritm upravleniya posadkoy kosmicheskogo apparata «Luna-Glob»* [The combined control algorithm for the landing of the spacecraft "Luna-Glob"]. XI Vserossiyskiy s"yezd po fundamental'nym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki [Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics], 2015, pp. 1395-1398.
- [10] Zhukov B.I., Sazonov V.V., Sikharulidze Y.G., Tuchin A.G., Tuchin D.A., Yaroshevskii V.S., Likhachev V.N., Fedotov V.P. Comparative analysis of algorithms for lunar landing control. *Cosmic Research*, 2015, vol. 53, no. 6, pp. 441–448.
- [11] Afanas'yev V.A., Degtyarev G.L., Meshchanov A.S., Sirazetdinov T.K. Development and studies of algorithms for control of vertical landing of fv modules. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A.N. Tupoleva*, 2007, no. 3, pp. 56–59.
- [12] Yemel'yanova N.M., Poroskun V.I. Monte Carlo simulation of dependent random variables. *Geology, geophysics and development of oil and gas fields*. 2008, no. 9, pp. 45–49.

**Mozzhorina T.Yu.**, Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: mozzhorina@mail.ru.

**Osipov V.V.**, Student of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: noking007@mail.ru.