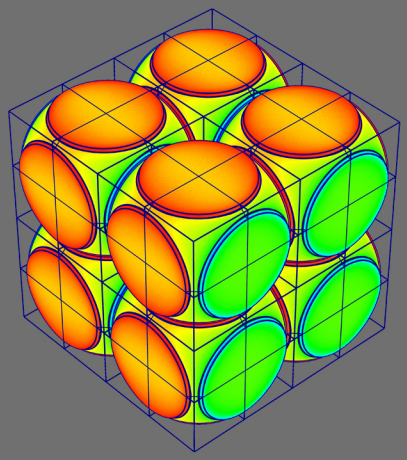
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Мозжорина Т. Ю., Губарева Е. А. Моделирование влияния атмосферных условий на результаты оптимизации программы полета дозвукового пассажирского самолета. Математическое моделирование и численные методы, 2014, №3 (3), с. 74-88

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/22/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.61
08.11.2026 05:12:14

УДК 629.735.33.016 + 621.45.015

Моделирование влияния атмосферных условий на результаты оптимизации программы полета дозвукового пассажирского самолета

© Т.Ю. Мозжорина, Е.А. Губарева

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Исследовано влияние атмосферных условий, характерных для различных климатических зон, на результаты оптимизации программы полета пассажирского дальнемагистрального самолета. Моделирование полета и характеристик силовой установки основано на современных традиционных подходах, используемых в задачах подобного рода. Оптимизация участка полета разгона — набора высоты проводится при минимизации количества топлива, затраченного на этот участок полета. Оптимизация крейсерского участка полета проводится при учете эксплуатационных ограничений гражданской авиации. При моделировании полета используется встроенная модель двухконтурного турбореактивного двигателя, позволяющая рассчитать характеристики силовой установки при любых режимах полета. Полет дозвукового самолета рассмотрен в одной вертикальной плоскости. Расчеты проведены для шести стандартов изменения температуры воздуха по высоте (в зависимости от климатической зоны). Учтена возможность изменения атмосферного давления у поверхности Земли. Оценено влияние атмосферных условий на результаты оптимизации программы полета.

Ключевые слова: *моделирование полета, моделирование ГТД, оптимизация программы полета пассажирских самолетов.*

Введение. Проблеме оптимизации программы полета пассажирских самолетов посвящены многие работы отечественных и зарубежных авторов [1–15]. В данной работе оценено влияние атмосферных условий на результаты оптимизации. Использованы традиционные подходы при моделировании полета дозвукового самолета в вертикальной плоскости [1, 2]. Алгоритм расчета отражает особенности отдельных участков полета: взлет, первичный набор высоты, основной набор высоты и т.д. Для каждого участка полета в соответствии с принятой практикой составлена своя система дифференциальных уравнений движения ЛА (описывающих только движение центра масс без учета уравнений моментов), характерная для заданного режима полета. В уравнениях движения не пренебрегаем углами атаки.

Расчет характеристик двигателей производится в отдельной подпрограмме, которая вызывается внутри подпрограммы численного метода решения системы дифференциальных уравнений. Модель двигателя соответствует первому уровню [3]. Характеристики узлов двигателя представлены в виде математических моделей нулевого уровня (обобщенные аппроксимационные зависимости) [3]. Переходные режимы работы двигателя не моделируются. Термодинами-

ческие свойства рабочего тела определяются в соответствии с алгоритмами, изложенными в [3, 4].

Постановка задачи. Оптимизацию программы полета на участке разгона — набора высоты $H = f(V)$ проводят с использованием критерия эффективности: минимума топлива $m_{\text{тр}}$, израсходованного на этом участке полета [1, 13]. Указанный критерий эффективности является функционалом в задаче вариационного исчисления:

$$m_{\text{тр}} = \int_{H_{e1}}^{H_{e2}} F\, dH_e \to \min.$$

Решение вариационной задачи сводится к минимизации в каждой расчетной точке программы полета на участке основного набора высоты функции Флорова [1, 2] вида

$$F = \frac{G_{\text{т}} i}{n_x V},$$

где $G_{\text{т}}$ — расход топлива одного двигателя, который зависит от высоты, скорости полета, атмосферных условий, текущего веса самолета и его аэродинамических качеств; i — число двигателей; n_x — горизонтальная перегрузка, $n_x = \dfrac{P\cos(\alpha+\varphi)i - X}{m_c g}$; v — скорость полета; P — тяга одного двигателя; α — угол атаки; φ — угол установки двигателя в вертикальной плоскости относительно хорды крыла; $X = C_x \dfrac{\rho v^2}{2} S$ — сила аэродинамического сопротивления; m_c — масса самолета; $g = 9{,}81$ м/с — ускорение свободного падения.

Эта функция есть производная соответствующего интегрального критерия оптимизации по энергетической высоте $\left(H_e = \dfrac{v^2}{2g} + H \right)$, где H — высота полета, а именно $F = \dfrac{dm_{\text{тр}}}{dH_e}$. Значения энергетической высоты начала и конца исследуемого участка полета строго фиксированы. Таким образом, выбор оптимальных значений H и V при каждом значении энергетической высоты (аргумент в системе ДУ движения) определяется условием минимизации производных соответствующих критериев эффективности по энергетической высоте при ограничениях: $H_{k+1} \geq H_k$, $v_{k+1} \geq v_k$.

Оптимизацию программы полета на крейсерском участке полета проводят с использованием критерия эффективности — минимума

топлива $m_{\text{т кр}}$, израсходованного на этом участке полета, так как рассматривается полет на заданную дальность. Указанный критерий эффективности является функционалом в задаче вариационного исчисления:

$$m_{\text{т кр}} = \int_{L_1}^{L_2} q(v_{\text{кр}}, H_{\text{кр}})dL \to \min.$$

Решение вариационной задачи сводится к минимизации в каждой расчетной точке крейсерского участка полета километрового расхода топлива:

$$q(v_{\text{кр}}, H_{\text{кр}}) = \frac{G_{\text{т}} i}{v_{\text{кр}}}.$$

Изменение скорости в течение крейсерского полета проводить нецелесообразно, так как с одной стороны наличие ускорения во время полета снижает комфортность, с другой — желание сократить время полета остается достаточно важным, в связи с чем выбирают максимально допустимое число $M_{\text{п}}$ = 0,8…0,85 (с точки зрения умеренного аэродинамического сопротивления на дозвуковых скоростях полета).

При этом необходимо учитывать следующие ограничения:

- полет может проходить только на заданных дискретных значениях высот (эшелонах);
- переход на следующий эшелон возможен при существующем избытке (по сравнению с обеспечением полета при постоянной скорости полета) тяги двигателей 20 %; его целесообразность определяется меньшим значением километрового расхода топлива на следующем эшелоне по сравнению с текущим значением высоты;
- возможный диапазон крейсерской высоты полета выбран в пределах 10650…13700 м;
- число М полета на крейсерском участке задано равным 0,8.

Если при этом рассматривать полет на дальние расстояния, то задачу минимизации расхода топлива на весь полет можно разделить на отдельные подзадачи минимизации расхода топлива на различных участках полета [1, 2].

Для моделирования выбраны параметры самолета, характерные для средне- и дальне-магистральных самолетов (высокое аэродинамическое качество — порядка 20…22 в крейсерском полете, двигатели повышенной степени двухконтурности — около 5 в крейсерском полете, достаточно большая взлетная масса — 142,88 т). Выбранный вариант самолета по своим весовым, тяговым и аэродинамическим характеристикам близок к самолету Boeing–767–200. Система верти-

кального эшелонирования взята для воздушных судов в воздушном пространстве Российской Федерации с сокращенными интервалами (рассмотрен полет для путевых углов 0…179°). Рассматривается полет на дальность 9500 км.

Уравнения движения на указанных участках полета подробно изложены в [1, 2, 13, 15]. Здесь приведем кратко:

- систему уравнений на участке основного разгона — набора высоты

$$\begin{cases} \dfrac{dm_c}{dH_e} = -G_{\text{т}} i \dfrac{m_c g}{(Pi\cos(\alpha+\varphi)-X)v}; \\ \dfrac{dt}{dH_e} = \dfrac{m_{\text{c}} g}{(Pi\cos(\alpha+\varphi_0)-X)v}; \\ \dfrac{dL}{dH_e} = \dfrac{m_{\text{c}} g\cos\theta}{Pi\cos(\alpha+\varphi_0)-X}; \end{cases}$$

- систему уравнений для участка крейсерского полета

$$\begin{cases} \dfrac{dm_c}{dL} = \dfrac{-G_{\text{т}} i}{v}; \\ \dfrac{dt}{dL} = \dfrac{1}{v}. \end{cases}$$

Значения потребной тяги и потребного угла атаки определяют из системы алгебраических уравнений

$$\begin{cases} Y + Pi\sin(\alpha+\varphi_0) = m_{\text{c}} g; \\ X = Pi\cos(\alpha+\varphi_0), \end{cases}$$

где $Y = C_y \dfrac{\rho v^2}{2} S$ — подъемная сила.

Оптимизация участка полета при снижении — торможении не оптимизируется.

Отклонение температуры и давления от принятой МСА влияют в первую очередь на режим работы двигателя. Были рассмотрены следующие стандарты, принятые для различных климатических условий: № 0 — среднеинтегральная для Земли МСА, № 1 — минимальная для арктических условий, № 2 — минимальная для тропических и умеренных условий, № 3 — максимальная для умеренных и арктических условий, № 4 — максимальная межконтинентальная ИКАО, № 5 — максимальная для тропических условий, № 6 — максимальная для тропических условий (100 %-ная влажность).

Графики изменения температуры воздуха по высоте для всех указанных стандартов приведены на рис. 1. Изменение атмосферного давления по высоте рассчитывают, используя следующие уравнения [14]:

• уравнение гидростатики $\frac{dp}{dh} = -\rho g$, где ρ — плотность воздуха;

• уравнение состояния идеального газа $p = R\rho T$, где R — газовая постоянная для воздуха.

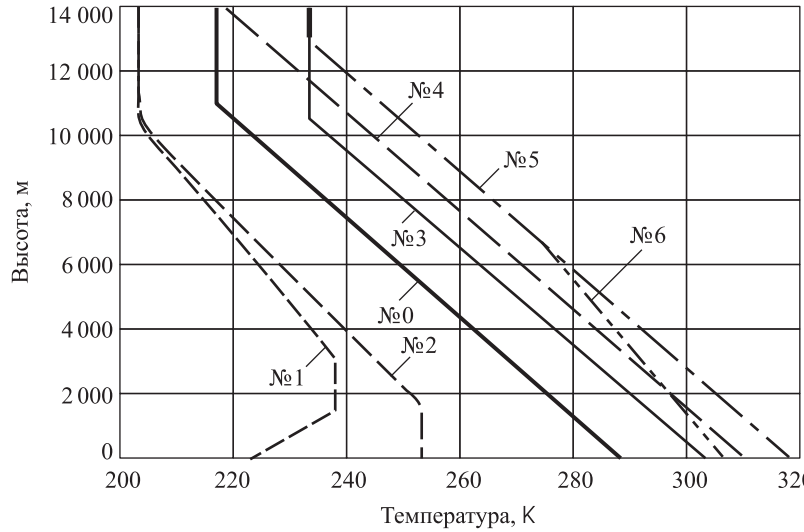


Рис. 1. Графики зависимости температуры от высоты

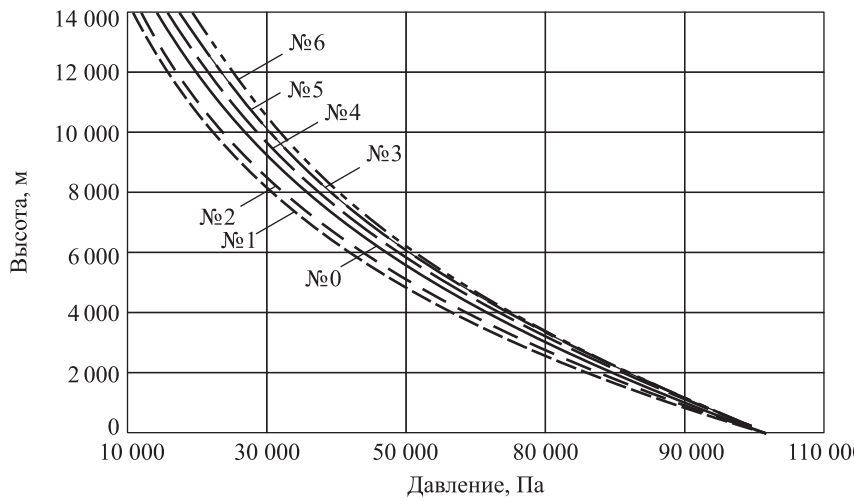


Рис. 2. Графики зависимости давления от высоты

Из этих соотношений получаем

$$\ln p(h) = \ln p_0 - \frac{1}{R}\int_0^h \frac{g\ dh}{T(h)},$$

где p_0 — давление на уровне моря.

Кривые зависимости давления от высоты, соответствующие всем рассмотренным стандартам, приведены на рис. 2.

Численные методы, применяемые в алгоритмах. Системы дифференциальных уравнений решают численным методом предиктор – корректор (методом Адамса), первые шаги в котором осуществляются по методу Рунге — Кутты четвертого порядка. При решении системы алгебраических нелинейных уравнений (в модуле расчета характеристик двигателя) используют модифицированный метод Ньютона.

Решение одного уравнения (при определении потребного угла атаки в крейсерском полете) проводят методом дихотомии.

При определении термодинамических свойств рабочего тела (в модуле расчета характеристик двигателя) использован итерационный метод решения одного алгебраического уравнения.

Данные по аэродинамике представлены в табличном виде. Промежуточные значения рассчитывают путем линейной интерполяции.

При оптимизации программы полета при разгоне – наборе высоты используют следующий алгоритм оптимизации функции одного переменного: расчет значений функции Флорова в пяти точках по скорости полета при каждом шаге интегрирования, т.е. при заданном значении энергетической высоты (диапазон ограничен скоростью и высотой предыдущего шага интегрирования), аппроксимация кривой $F = f(V)$ методом наименьших квадратов параболой и получение минимума. Здесь очень пологий экстремум и часто минимум попадает на границу указанных ограничений.

Аналогично построен алгоритм оптимизации на крейсерском участке полета при оптимизации Маха полета.

Момент перехода на следующий эшелон в крейсерском полете определяют на каждом шаге интегрирования проверкой километрового расхода на текущем и последующем эшелонах и проверкой достаточного запаса по тяге.

Результаты расчетов. Результаты оптимизации участка полета основного разгона – набора высоты для различных законов изменения температуры по высоте со стандартным значением давления на уровне моря (101 325 Па) приведены на рис. 3, 4.

Результаты оптимизации крейсерского полета со стандартным значением давления на уровне моря (101 325 Па) приведены на рис. 5, 6.

Результаты влияния на оптимизацию программы полета возможного отклонения атмосферного давления на уровне моря от МСА содержатся на графиках рис. 7–14. Расчеты проведены для четырех стандартов изменения температуры: МСА (№ 0), № 1, № 4, № 6. Изменение давления на уровне моря рассмотрено в пределах от 700 (пониженное, поз. *2*) до 800 мм рт. ст. (повышенное, поз. *1*). Для МСА (№ 0) оно составляет 760 мм рт.ст. Выбранный диапазон характерен для стандартной шкалы бытового барометра.

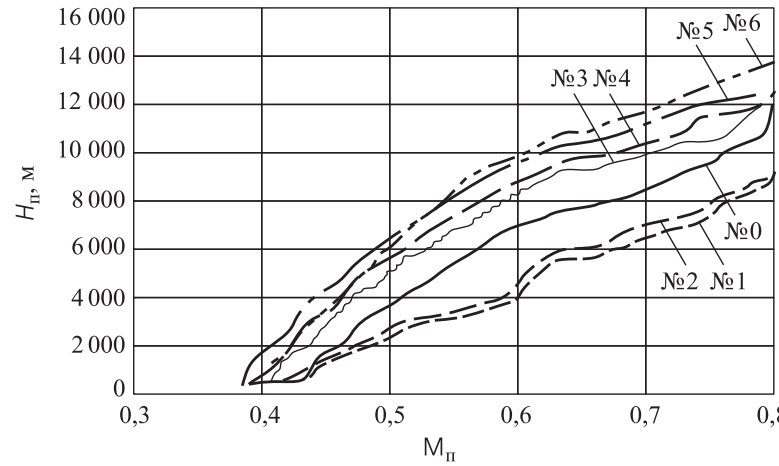


Рис. 3. Оптимальные программы полета набора высоты в виде зависимостей $H = f(M)$

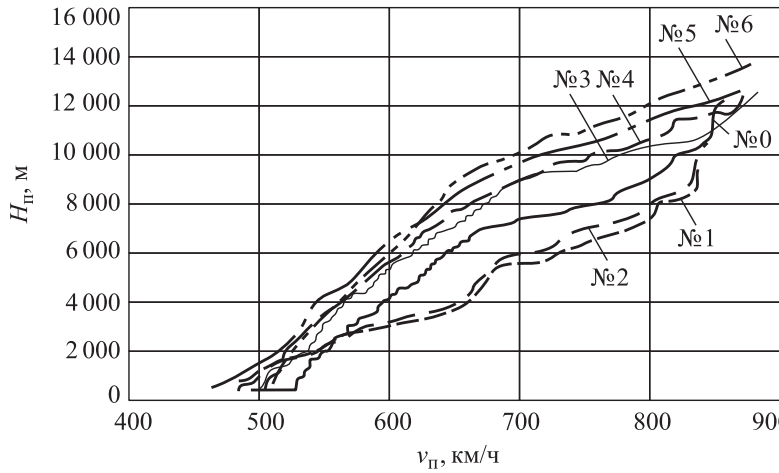


Рис. 4. Оптимальные программы полета набора высоты в виде зависимостей $H = f(V)$

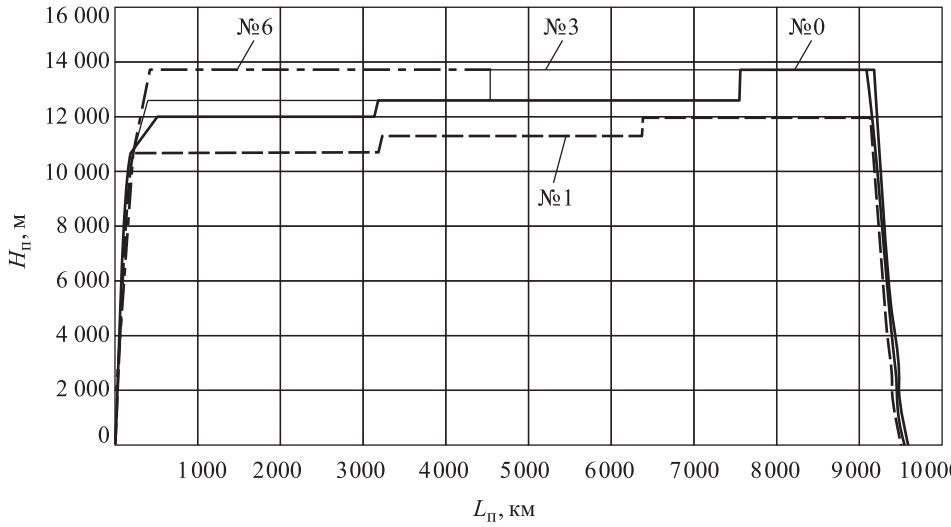


Рис. 5. Оптимизация крейсерского участка полета
для стандартов изменения температуры
от высоты № 0, № 1, № 3, № 6

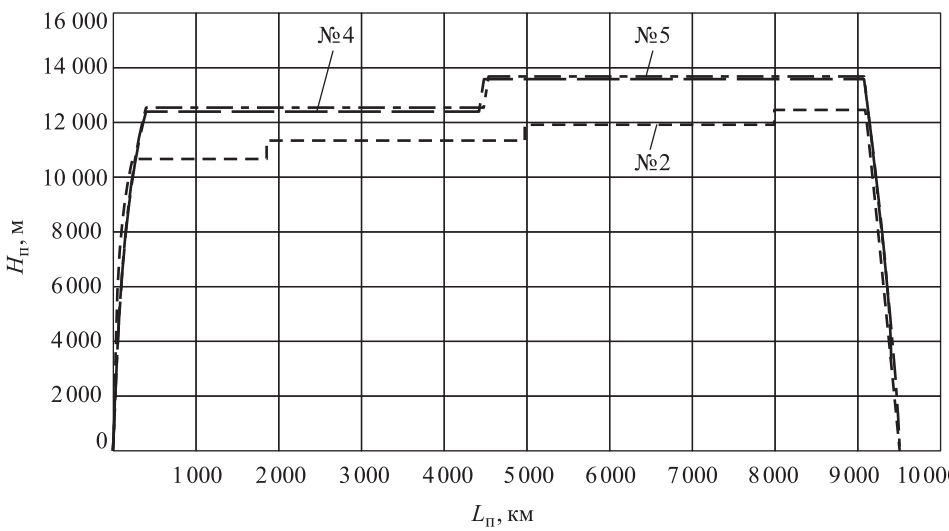


Рис. 6. Оптимизация крейсерского участка полета
для стандартов изменения температуры
от высоты № 2, № 4, № 5

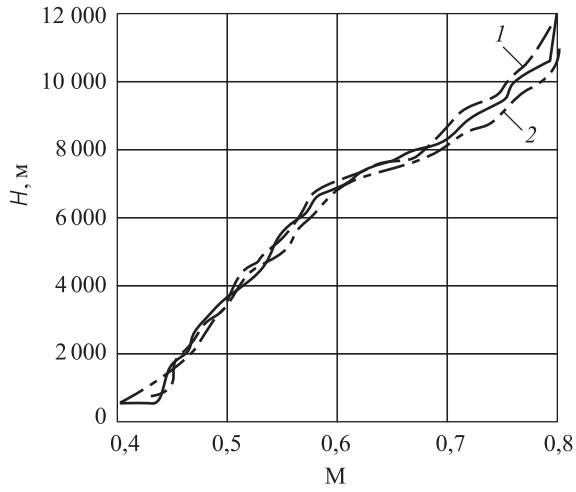


Рис. 7. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на участке набора высоты при МСА

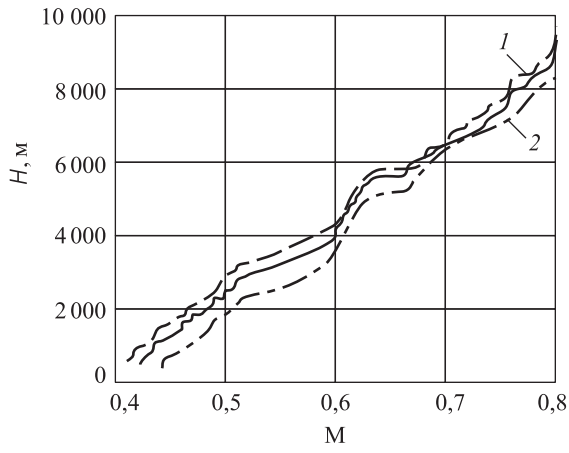


Рис. 8. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на участке набора высоты при стандарте температуры № 1 — минимальная для арктических условий

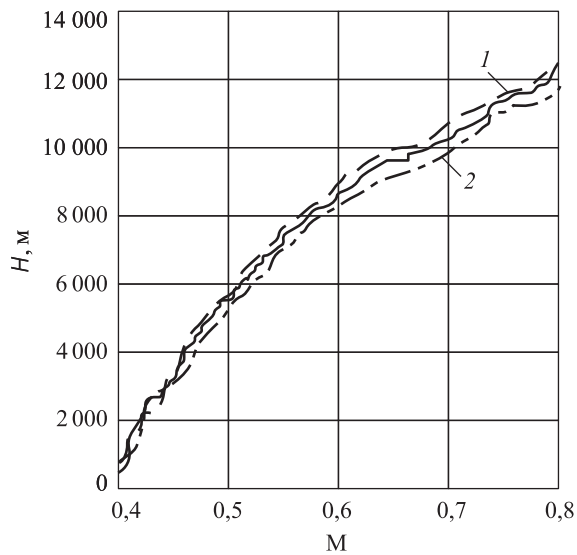


Рис. 9. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на участке набора высоты при стандарте температуры № 4 – максимальная межконтинентальная ИКАО

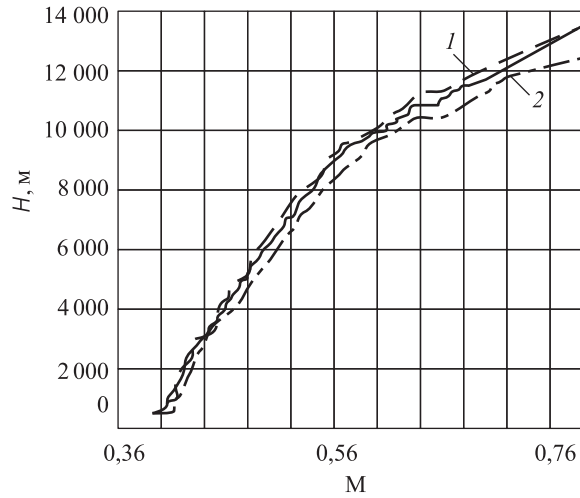


Рис. 10. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на участке набора высоты при стандарте температуры № 6 — максимальная для тропических условий (100 %-ная влажность)

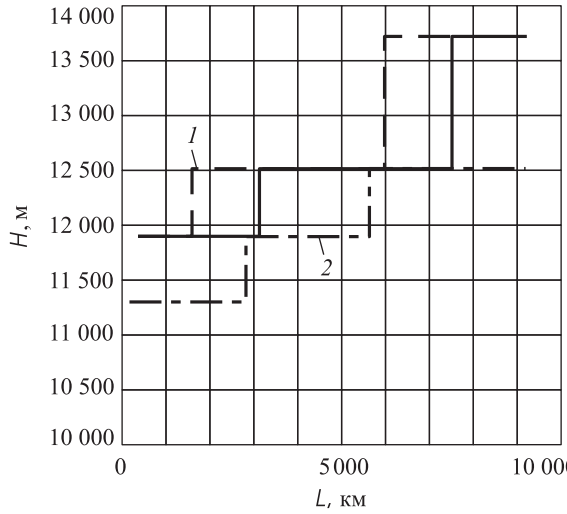


Рис. 11. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на крейсерском участке полета при МСА

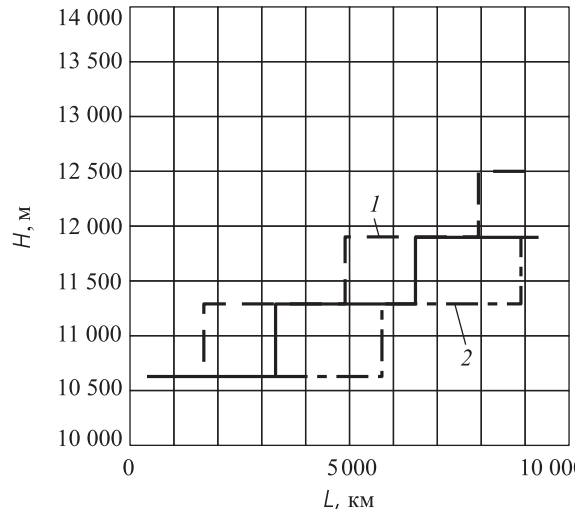


Рис. 12. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на крейсерском участке полета при стандарте температуры № 1 — минимальная для арктических условий:

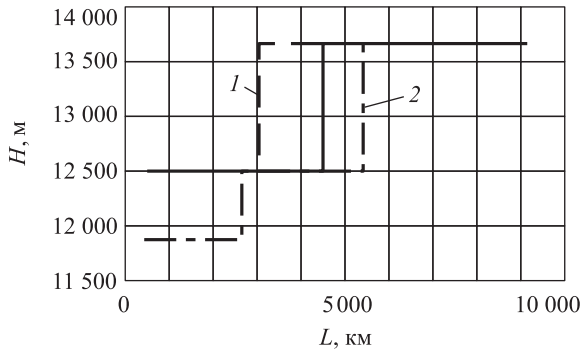


Рис. 13. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на крейсерском участке полета при стандарте температуры № 4 – максимальная межконтинентальная ИКАО

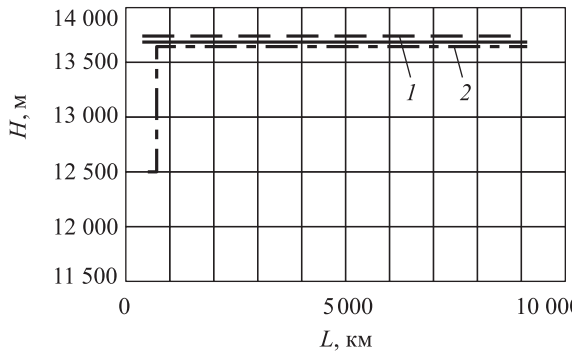


Рис. 14. Влияние давления на результаты оптимизации программы полета на крейсерском участке полета при стандарте температуры № 6 – максимальная для тропических условий (100 %-ная влажность)

В таблице приведены данные по суммарному расходу топлива за полет.

Стандарты изменения температуры по высоте	Атмосферное давление на уровне моря, мм рт.ст.	$m_т$, кг, за весь полет	$H_{кр\ min}$, м	$H_{кр\ max}$, м	Число эшелонов в крейсерском полете
МСА (№ 0)	700	40263	10650	12500	3
	760	40565	11900	13700	3
	800	40633	11900	13700	3
№ 1	700	40149	10650	11900	3
	760	40086	10650	11900	3
	800	40240	10650	12500	4
№ 2	760	40172	10650	12500	4
№ 3	760	40727	12500	13700	2
№ 4	700	40436	11900	13700	3
	760	40588	12500	13700	2
	800	40701	12500	13700	2
№ 5	760	41007	12500	13700	2
№ 6	700	41005	12500	13700	2
	760	41660	13700	13700	1
	800	42124	13700	13700	1

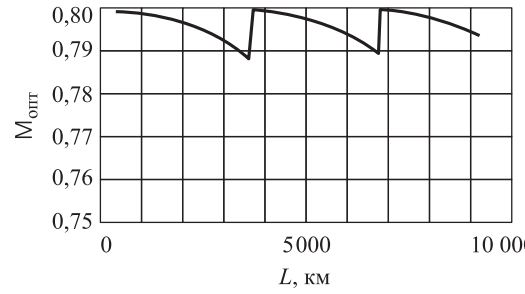


Рис. 15. Результат оптимизации $M_п$ в крейсерском полете для стандарта температуры № 1 (полет проходит в трех эшелонах)

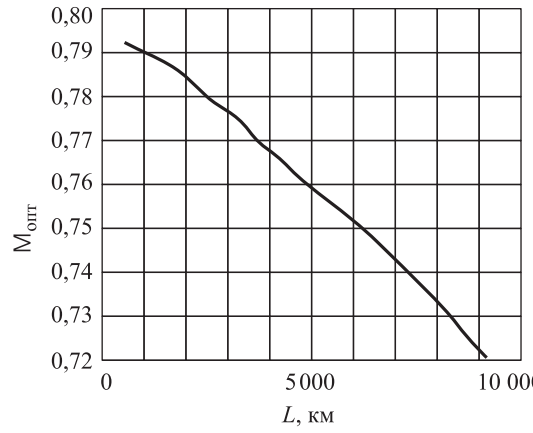


Рис. 16. Результат оптимизации $M_п$ в крейсерском полете для стандарта температуры № 6 (полет проходит в одном эшелоне)

Попытка оптимизации скорости полета при каждом шаге инегрирования показала, что наиболее целесообразным значением $M_п$ при полете с постоянной скоростью в крейсерском полете из указанного ранее диапазона 0,8…0,85 является $M_п$= 0,8. На рис. 15 и 16 приведены результаты подобной оптимизации. Снижение скорости во время полета на постоянной высоте обеспечивает примерно постоянное аэродинамическое качество ЛА. Вместе с этим подобная оптимизация очень незначительно влияет на суммарный расход топлива, что подтверждает ее нецелесообразность. Незначительное влияние на расход топлива объясняется тем, что кривые километрового расхода топлива по $M_п$ в крейсерском полете имеют пологие экстремумы и мало изменяются в достаточно широких пределах.

Выводы. Полученные результаты расчетов характерны для самолета с хорошим аэродинамическим качеством и достаточной тягой двигателей (ТРДД со степенью двухконтурности около 5), позволяющим достигать первичной высоты крейсерского полета выше 10 000 м. При других параметрах планера и СУ результаты могут отличаться от полученных.

С точки зрения оптимизации расхода топлива за полет изменять $M_п$ с течением времени нецелесообразно.

Влияние температуры атмосферного воздуха на результаты оптимизации программы полета значительно. Набор высоты при тро-

пическом климате должен происходить более круто, чем при умеренном или арктическом. Для тропического климата становятся предпочтительными более высокие эшелоны крейсерского полета.

Изменение атмосферного давления в наиболее вероятном диапазоне оказывает меньшее влияние на результаты оптимизации, чем температура.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Югов О.К., Селиванов О.Д. *Основы интеграции самолета и двигателя*. Москва, Машиностроение, 1989, 304 с.

[2] Бюшгенс Г.С., ред. *Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов*. Москва, Изд-во ЦАГИ – Пекин, Авиаиздательство КНР, 1995, 772 с.

[3] Шляхтенко С.М., ред. *Теория двухконтурных турбореактивных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1979.

[4] Янкин В.И. *Система программ для расчета характеристик ВРД*. Москва, Машиностроение, 1976.

[5] Скрипниченко С.Ю. *Оптимизация режимов набора высоты (экономичные режимы полета)*. Москва, Машиностроение, 1975, 191 с.

[6] Скрипниченко С.Ю. Основные направления экономичности полета гражданских самолетов. *Авиация и космонавтика – 2003. Тез. докл. Международной научной конференции*. Москва, МАИ, 2003, с. 74, 75.

[7] Скрипниченко С.Ю. Развитие энергетического метода для оптимизации режимов набора высоты и снижения. *Современные проблемы динамики полета, аэродинамики и летных испытаний. Сб. докл. Всероссийской конференции*. Москва, МАИ, 2004, с. 110–118.

[8] Скрипниченко С.Ю. Влияние индивидуальных характеристик самолета на наивыгоднейшие режимы полета. *Научный вестник МГТУ ГА. Сер. Аэромеханика и прочность*. Москва, 2005, № 81, с. 107–110.

[9] Киселев М.А., Костин А.М., Тюменев В.Р. К оптимизации управления траекторным движением самолета. *Научный вестник МГТУ ГА*, 2008, № 125, с. 138–145.

[10] Van Dierendonck A. J. Practical optimal flight control for aircraft with large flight envelopes. *AJAA Paper*, 1978, 73–159.

[11] Schultz R., Zagalsky N. Aircraft performance optimization. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 9, № 2, 78 p.

[12] Burrows J.W. Fuel optimal trajectory computation. *Journal of Aircraft*, 1972, vol.19, № 4, 64 p.

[13] Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю. Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке разгона – набора высоты. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/896.html

[14] Пархоменко В.П. Моделирование стабилизации глобального климата управляемыми выбросами стратосферного аэрозоля. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 148–159.

[15] Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю. Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке крейсерского полета. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 12. URL: http://engjournal.ru/articles/1248/1248.pdf

Статья поступила в редакцию 05.11.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Мозжорина Т.Ю., Губарева Е.А. Моделирование влияния атмосферных условий на результаты оптимизации программы полета дозвукового пассажирского самолета. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 74–88.

Мозжорина Татьяна Юрьевна родилась в 1959 г., окончила МАИ в 1982 г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 15 научных работ в области моделирования характеристик ГТД, моделирования полета пассажирских самолетов, оптимизации СУ в системе ЛА. e-mail: mozzhorina@mail.ru

Губарева Елена Александровна родилась в 1982 г., окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 2004 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 15 научных работ в области механики сплошных сред, механики контактного взаимодействия, математического моделирования, механики композитов. e-mail: gubareva_ea@pochta.ru

Simulating atmospheric conditions influence on flight program optimization for a subsonic passenger aircraft

© T.Yu. Mozzhorina, E.A. Gubareva

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

We examined effects of typical for different climatic zones atmospheric conditions on flight program optimization for a subsonic long-haul passenger aircraft. Simulation of flight and power plant performance was based on current traditional approaches used in solving problems of this kind. The acceleration-climb flight segment has been optimized by minimizing fuel consumption at this flight segment. The cruising flight segment has been optimized considering operating limitations accepted for civil aviation. The in-built model of bypass turbojet engine was used for simulating the flight. This model allows calculating power plant performances under any flight conditions. The flight of subsonic aircraft has been examined in one vertical plane. Calculations have been performed for 6 standard air temperature variations with altitude (depending on climatic zone). Atmospheric pressure variation near Earth surface was considered and effects of atmospheric conditions on flight program optimization were estimated.

Keywords: *flight simulation, modeling GTE, optimization program for the flight of passenger aircraft.*

REFERENCES

[1] Yugov O.K., Selivanov O.D. *Osnovy integratsii samolena i dvigatelya* [Fundamentals of aircrafts and engines integration]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 304 p.

[2] Brushgens G.S., ed. *Aerodinamika i dinamika poleta magistralnykh samolitov* [Aerodynamics and flight dynamics of long haul aircraft]. Moscow, TsAGI Publ., Beijing, CPR Aviaizdatelstvo, 1995, 772 p.

[3] Shlyakhtenko S.M., ed. *Teoriya dvukhkonturnykh turboreaktivnykh dvigateley* [Theory of bypass turbojet engine]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979.

[4] Yankin V.I. *Sistema program dlya rascheta kharakteristik VRD* [The system of programs for calculating the air-jet engine characteristics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976.
[5] Skripnichenko S.Yu. *Optimizatsiya rezhimov nabora vysoty (ekonomicheskie rezhimy poleta)* [Optimization of the climb conditions (economic regimes of flight)]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 191 p.
[6] Skripnichenko S.Yu. Osnovnye napravleniya ekonomichnosti poleta grazhdanskikh samoletov [Principal directions of economy flight of civil aircrafts]. *International Scientific Conference "Aviation and Cosmonautics 2003". Abstracts.* Moscow, MAI Publ., 2003, pp. 74, 75.
[7] Skripnichenko S.Yu. *Razvitie energeticheskogo metoda dlya optimizatsii rezhimov nabora vysoty i snizheniya* [The development of the energy method for optimization of climb and descent]. *Current Problems of Flight Dynamics, Aerodynamics and Flight Tests*. *Proceedings of the All-Russian Conference*. Moscow, MAI Publ., 2004, pp. 110–118.
[8] Skripnichenko S.Yu. *Nauchniy Vestnik MGTU GA. Seria Aeromekhanika i prochnost – Scientific Herald of the Moscow State Technical University of Civil Aviation. Series: Aeromechanics and Strength.* Moscow, 2005, no. 81, pp. 107–110.
[9] Kiselev M.A., Kostin A.M., Tumenev V.R. *Nauchniy Vestnik MGTU GA. Scientific Herald of the Moscow State Technical University of Civil Aviation.* 2008, no. 125, pp. 138–145.
[10] Van Dierendock A. J. Practical optimal flight control for aircraft with large flight envelopes. *AIAA Papers*, 1978, 73–159.
[11] Schultz R., Zagalsky N. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 9, no. 2, 78 p.
[12] Burrows J.W. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 19, no. 4, 64 p.
[13] Gubareva E.A., Mozzhorina T.Yu. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations*, 2013, issue 12. Available at: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/896.html.
[14] Parkhomenko V.P. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody – Mathematical Modeling and Numerical Methods*, 2014, no. 2, pp. 148–159.
[15] Gubareva E.A., Mozzhorina T.Yu. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations*, 2014, issue 12. Available at: http://engjournal.ru/articles/1248/1248. pdf

Mozzhorina T.Yu. (b. 1959) graduated from Moscow Aviation Institute in 1982, Ph.D., assoc. professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of 15 publications in the field of mathematical simulation of gas-turbine engine, mathematical simulations of a passenger aircraft flight, optimization of aircraft control system.
e-mail: mozzhorina@mail.ru.

Gubareva E.A. (b. 1982) graduated from Lomonosov Moscow State University in 2004. Ph.D., assoc. professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 15 publications in the field of contact mechanics, mathematical modeling, mechanics of composotes. e-mail: gubareva_ea@pochta.ru