



# Математическое моделирование и численные методы

Завойчинская Э.Б. О методе оценки ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном циклическом нагружении. Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 1. с. 45-63

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/214/>

## О методе оценки ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном циклическом нагружении

© Э.Б. Завойчинская

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия

*Одной из современных задач оценки ресурса и безопасной эксплуатации турбин и компрессоров в газо- и паротурбостроении является исследование закономерностей стохастического процесса зарождения и развития усталостных микро- и макротрещин в конструкциях лопаточного аппарата при эксплуатационном нагружении в условиях многоциклового и гигациклового усталости. Экспериментально обнаруживается, что микро- и макротрещины возникают перпендикулярно оси лопатки в корневом сечении в зоне концентрации напряжений от изгибных форм вынужденных резонансных колебаний. В общем виде осевое напряжение в лопатке может быть представлено в виде суммы постоянной составляющей и дискретного спектра с набором амплитуд и сдвигами фаз между компонентами. В данной работе рассматривается асимметричное одночастотное осевое нагружение лопатки с постоянной составляющей напряжения, определяемой по известным соотношениям для упругой консольной балки как максимальное значение суммы растягивающего напряжения от центробежных сил и изгиба от аэродинамических сил в месте их приложения, и амплитудой, определяемой из известного решения задачи изгиба при различных прогибах упругой балки, жестко закрепленной в обод диска без связей. Предлагаемый метод оценки ресурса лопаток при таком нагружении основывается на теории масштабно-структурного разрушения материала, согласно которой стохастический процесс усталостного разрушения рассматривается на шести масштабно-структурных уровнях, отвечающих разным стадиям эволюции материала по различным физическим механизмам. Строится иерархическая система определяющих соотношений для вероятности разрушения на микро-, мезо- и макроуровнях. В качестве переменной выбирается амплитуда напряжения, а материальные функции определяются по данным стандартных испытаний на усталостную прочность с учетом результатов структурных исследований развития хрупких трещин и в зависимости от параметра асимметрии цикла. Проводится идентификация базовых констант для материалов, не имеющих предела выносливости, в областях многоциклового и гигациклового усталости. Строятся кривые усталости по уровням дефектности. Метод расчета подтверждается сравнением полученных теоретических результатов с известными данными. Обсуждаются результаты исследований для лопаток из алюминиевого сплава ВД17 и никелевого сплава ЖС6К.*

**Ключевые слова:** ресурс, стохастические процессы, лопатка, вероятность разрушения, масштабно-структурные уровни разрушения, кривые усталости, многоцикловая усталость, гигацикловая усталость, макротрещины, макротрещины

**Введение.** Лопатки компрессора или турбины газотурбинных двигателей в процессе эксплуатации подвергаются растяжению при вращении вала двигателя, в них возникают изгибающие и крутящие

моменты от центробежных и аэродинамических сил. В общем случае они находятся в условиях асимметричного сложного нагружения, представляющего собой случайный набор разнообразных по частоте и амплитуде циклов.

Разрушение охлаждаемых рабочих лопаток вызывается, в основном, высоким уровнем переменных напряжений в областях концентрации, возникающих при их резонансных вынужденных колебаниях. Анализ отказов промышленных турбоагрегатов показывает, что в 80% случаев аварии происходят из-за усталостных повреждений лопаток.

Известно, что с точки зрения разрушения свободные колебания лопаток опасности не представляют. Автоколебания характерны только для длинных рабочих лопаток последних ступеней паровых турбин. Основной причиной разрушений являются вынужденные колебания и, особенно, в состоянии резонанса, когда частота возмущающей силы совпадает с частотой собственных колебаний [1–5].

Усталостные разрушения лопаток энергетических стационарных газотурбинных установок при длительной эксплуатации происходят сравнительно редко, т.к. они отстраиваются по частотам в процессе доводки и работают преимущественно на стационарных режимах [3].

Усталостные разрушения турбинных и компрессорных лопаток газоперекачивающих агрегатов магистральных трубопроводов связаны, как правило, с трудностями виброотстройки и с образованием и накоплением коррозионных повреждений [6].

Усталостным разрушениям наиболее подвержены турбинные и компрессорные лопатки авиационных газотурбинных двигателей, т.к. за эксплуатационный цикл: запуск — основной режим — остановка, происходит смена режимов работы, и лопатка попадает на короткий период времени в условия вынужденных резонансных колебаний по одной из частот [1,7]. На ранних стадиях эксплуатации это приводит к развитию субмикро- и микродефектов, в зависимости от числа актов вхождения в резонанс наблюдаются ступеньки микротрещин и блоки микролиний. С ростом числа циклов резонансных колебаний микродефекты развиваются и сливаются с образованием мезодефектов, наблюдаются мезоусталостные линии. Слияния мезодефектов ведут к образованию макродефектов, на фрактограммах выявляются макроусталостные линии.

Известен ряд следующих причин возникновения вынужденных колебаний, приводящих к зарождению усталостных трещин, их росту и последующему хрупкому разрушению лопаток:

- турбулентность газового потока при вращении вала, связанная с образованием вихрей газа по всей длине лопатки на входных и выходных кромках вследствие различных параметров газового потока

по окружности проточной части перед и за ступенью, при которой аэродинамические силы, действующие со стороны газа на лопатку, оказываются переменными при различных углах поворота вала;

- парциальность подвода газа к рабочей лопатке в цикле работы: запуск — основной режим — остановка, с полным снятием подвода газа и увеличением давления до максимальных значений, характерная, в основном, для регулирующих ступеней;

- неоднородная периодическая нагрузка вследствие неравномерности потока из различных сопловых каналов с разной скоростью и под разными углами к вращающейся лопатке при прохождении ее через сопло;

- изменения частоты собственных колебаний и частоты вращения диска по сравнению с проектной.

В условиях длительной эксплуатации энергетических газовых турбин фактическая работа лопаток происходит в областях многоцикловой и гигацикловой усталости. Усталостные разрушения связаны прежде всего с состоянием поверхностного слоя, в т.ч. дефектами механической обработки, остаточными напряжениями растяжения, и дефектами микроструктуры металла, возникшими при отливке (штамповке), термической обработке металла и др. В областях гигацикловой усталости очаги микроразрушения в большинстве исследованных случаев [1,7–10] располагались под поверхностью в местах технологических дефектов и структурной неоднородности сплавов, с ростом числа циклов происходили внутризеренные множественные скольжения с зарождением и накоплением микродефектов, выход блоков полос скольжения на границы зерен и зарождение микротрещин по границам зерен. Далее микротрещины сливались с образованием макротрещин размеров зерна и группы зерен, которые выходили на поверхность лопатки. Выход на поверхность сопровождался сменой механизма разрушения, происходили интенсивные слияния, макротрещины начинали распространяться внутрь по сечению лопатки с формированием строчечности и псевдобороздчатого рельефа, и при достижении некоторой критической длины имело место хрупкое разрушение с формированием фасеток квазискола.

Усталостные трещины могут развиваться в местах концентрации напряжений от различных микро- и макротрещин, возникших при некачественной сборке или монтаже, вследствие коррозионных и эрозионных воздействий газового потока, механических повреждений поверхностного слоя в результате попадания посторонних предметов, фреттинга по контактирующим поверхностям основания лопатки и межпазового выступа диска, образования вмятин, надрывов пера, разрушения бандажных полок и др. В корневой части лопаток в зоне перехода к диску в современных конструкциях, где лопатки и

диск представляют собой одну деталь, также могут накапливаться усталостные повреждения, приводящие к макроразрушению в области гигацикловой усталости.

Эксплуатация энергетических газовых турбин в областях многоцикловой и гигацикловой усталости происходит при возможном наличии микро- и макротрещин в лопатках, и возникает необходимость исследования процессов их разрушения на разных масштабных структурных уровнях и оценки остаточного ресурса по различным уровням дефектов.

Экспериментально обнаруживается, что усталостные микро- и макротрещины возникают перпендикулярно оси лопатки в корневом сечении в зоне концентрации напряжений от изгибных форм колебаний. Поэтому с точки зрения исследований усталости определяющим считается осевое напряжение в корневом сечении лопатки, которое представляется в виде суммы постоянной составляющей напряжения  $\sigma_m$  и дискретного спектра с набором амплитуд  $\sigma_{a_k}$ , круговых частот  $\omega_k$  и сдвигов фаз  $\varphi_k$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $k = 1, \dots, K$ , таким образом:

$$\sigma = \sigma_m + \sum_{k=1}^K \sigma_{a_k} \sin(\omega_k t - \varphi_k), \quad \omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_K, \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

где  $T$  — время работы лопатки. Известно, что при  $k = 1$  вращающаяся лопатка имеет частоту вынужденных колебаний  $\omega_1$  больше угловой скорости вращения диска и резонанса не возникает. Опасными считаются переменные напряжения при  $k = 2, \dots, 6$ . С увеличением значения  $k$  амплитуды возмущающих сил убывают.

Компонента  $\sigma_m$  в выражении (1) определяется при заданной геометрии лопаток, их числе, частоте вращения диска и известных характеристик потока газа из известных соотношений для упругой консольной балки с прямолинейной осью [11], проходящей через центры масс сечений, как максимальное значение в корневом сечении суммы растягивающего напряжения от центробежных сил и изгиба от аэродинамических сил в точке их приложения.

**Метод оценки ресурса лопатки при одночастотном асимметричном нагружении.** В данном рассмотрении ограничимся случаем одночастотного нагружения с наименьшей частотой  $\omega$ , при которой возможны вынужденные резонансные колебания, в виде:

$$\sigma = \sigma_a (\alpha + \sin \omega t), \quad \alpha = \sigma_m / \sigma_a, \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Для разных прогибов лопатки из известного решения задачи изгиба консольной балки, жестко закрепленной в обод диска, без связей, определяются амплитуды колебаний. Находится асимметрия соответствующих циклов нагружения.

Метод оценки ресурса основывается на теории масштабного структурного разрушения [11–15], которая состоит в следующем.

Стохастический процесс усталостного разрушения рассматривается на шести масштабно-структурных уровнях. Вводится понятие дефекта  $i$  – го масштабно-структурного уровня,  $i = 1, \dots, 6$ , задаваемого средним размером  $l_i = l_i(t)$  и плотностью  $q_i = q_i(t)$  в некотором представительном объеме  $V_c$  (в котором возможно зарождение единичной макротрещины конечной длины  $L$ ). К микродефектам относятся: вакансионные кластеры, цепочки межузельных атомов, поры, включения, субмикротрещины, примесные комплексы, сетки дефектов в субграницах,  $i = 1$  и микротрещины,  $i = 2$ ; к мезодефектам – нераспространяющиеся,  $i = 3$  и распространяющиеся,  $i = 4$  короткие трещины соответственно; к макродефектам – транскристаллитные и зернограницные макротрещины размеров ансамблей зерен,  $i = 5, 6$ . Основываясь на результатах обширных исследований физических закономерностей развития усталостного разрушения полагается, что образование дефектов каждого уровня происходит вследствие последовательного зарождения, развития и слияния дефектов всех предыдущих уровней. Рассматривается непрерывная возрастающая усредняющая функция  $l_i^* = l_i^*(t)$ :  $l_i^*(t) = l_i(t)(q_i(t)V_c)^\gamma$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $\gamma$  — константа материала,  $i = 1, \dots, 6$ . В момент времени  $t$  значения функции  $l_i^*$  являются случайными величинами.

Вводится функция распределения вероятностей  $F_i = F_i(l_i^*)$ ,  $0 \leq F_i \leq 1$ , определяющая вероятность, с которой случайная величина  $l_i^*$  принимает значения меньше своего предельного значения в момент времени  $t$ :  $F_i = P(l_i^* < l_{f,i}^*)$ ,  $P(l_i^* = l_{f,i}^*) = 0$ ,  $i = 1, \dots, 6$ . В качестве этой функции предлагается рассматривать усеченные нормальные распределения с плотностью распределения  $f_i = f_i(l_i^*)$ :

$F_i = \int_0^{l_i^*} f_i(x) dx$ , следующего вида:

$$f_i(l_i^*) = \frac{c_i}{\sqrt{2\pi D_i}} \exp\left(-\frac{(l_i^* - M_i)^2}{2D_i}\right), \quad c_i = \int_0^\infty f_i(x) dx, \quad i = 1, \dots, 6, \quad (3)$$

где  $M_i = \int_{-\infty}^\infty x f_i(x) dx$  и  $D_i = \int_{-\infty}^\infty (x - M_i)^2 f_i(x) dx$  — математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $l_i^*$  соответственно.

Вероятность хрупкого разрушения по дефектам  $i$ -го уровня определяется функцией  $Q_i = Q_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ,  $t \in [0, T]$ , в виде:

$$Q_i(t) = Q_{i,th} - F_i(l_i^*(t)), \quad 0 \leq Q_{i,th} \leq 1, \quad (4)$$

для которой формулируется рекуррентная система определяющих соотношений. В эти соотношения входят моменты времени  $t_{i+1}$ , при которых дефекты  $i$ -го уровня достигают предельного состояния с вероятностью  $Q_{i,th}$ , усредняющая функция  $l_i^* = l_i^*(t)$  — предельного значения  $l_{f,i}^*$  и зарождаются дефекты  $(i+1)$ -го уровня.

Определяется серия кривых усталости по уровням дефектности:

$$Q_i(t_{i+1}) = Q_{i,th}, \quad i = 1, \dots, 6. \quad (5)$$

На макроуровне вероятность разрушения  $Q = Q(t)$ ,  $t \in [0, T]$ ,  $0 \leq Q \leq 1$ , определяется в виде:

$$Q(t) = \sum_{i=4}^6 \frac{Q_i(t)}{1 - Q_i(t)} \prod_{j=4}^6 (1 - Q_j(t)), \quad (6)$$

где  $Q_i = Q_i(t)$  — вероятности разрушения по дефектам  $i$ -го мезо-уровня; и кривая усталости по образованию макротрещин конечной длины по уравнению:

$$Q(t_f) = 1, \quad (7)$$

где  $t_f$  — долговечность по образованию макротрещины конечной длины.

Для нагружения (2) в предположении равномерного распределения дефектов в объеме  $V_c$  предлагается следующая система соотношений для  $Q_i = Q_i(\sigma_a, n)$  ( $n$  — число циклов нагружения) и уравнений кривых усталости по  $i$ -му уровню накопленных дефектов [13]:

при  $i = 1, 2, 3$  и условиях  $\sigma_a \geq \sigma_{i-1}$ ,  $\lg n \geq \lg n_i(\sigma_a)$ ,  $\sigma_0 = 0$ ,  $n_1 = 1$ , имеем:

$$Q_i = F_i\left(\frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}}\right) R_i\left(\frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)}\right) \quad (8)$$

$$Q_i(n_{i+1}) = Q_{i,th}; \quad (9)$$

при  $i = 4, 5, 6$  и  $\sigma_3 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_4(\sigma_a)$

$$Q_4 = F_4 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_3}{\sigma_4 - \sigma_3} \right) R_4 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_4 - \lg n_4(\sigma_4)} \right), \quad (10)$$

$$Q_4(n_5) = Q_{th}, \quad (11)$$

при  $\sigma_4 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_5(\sigma_a)$

$$Q_5 = F_5 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_4}{\sigma_5 - \sigma_4} \right) R_5 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_5 - \lg n_4(\sigma_5)} \right), \quad (12)$$

$$Q_4 = G_4 \left( \frac{\sigma_5 - \sigma_a}{\sigma_5 - \sigma_4} \right) R_4 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_4 - \lg n_4(\sigma_4)} \right), \quad Q_6 = 0, \quad (13)$$

$$Q_5(n_6) = Q_{th},$$

при  $\sigma_5 \leq \sigma_a$ ,  $\lg n \geq \lg n_6(\sigma_a)$

$$Q_6 = F_6 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_5}{\sigma_6 - \sigma_5} \right) R_6 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_6 - \lg n_4(\sigma_6)} \right), \quad (14)$$

$$Q_5 = G_5 \left( \frac{\sigma_6 - \sigma_a}{\sigma_6 - \sigma_5} \right) R_5 \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_5 - \lg n_4(\sigma_5)} \right), \quad Q_4 = 0,$$

$$Q_6(n_7) = Q_{th}. \quad (15)$$

В системе (8), (10), (12), (14) последующее уравнение связано с предыдущим через числа циклов  $n_{i+1} = n_{i+1}(\sigma_a)$ , при которых функция  $l_i^* = l_i^*(n)$  достигает предельного значения  $l_{f,i}^*$ , дефект  $i$ -го уровня — предельного состояния, и зарождаются дефекты  $(i+1)$ -го уровня.

Предлагаемая модель позволяет подбирать вид функций  $F_i = F_i(\sigma_a)$  и  $R_i = R_i(n)$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , в выражениях (8) — (15) для конкретных материалов. В данной работе рассмотрение ограничено функциями следующего вида:

$$F_i = \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\beta_i}, \quad R_i = \left( \frac{\lg n - \lg n_i(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_i(\sigma_i)} \right)^{\phi_i}, \quad i = 1, \dots, 4; \quad (16)$$

$$F_i = \left( \frac{\sigma_a - \sigma_{i-1}}{\sigma_i - \sigma_{i-1}} \right)^{\gamma_i}, \quad R_i = \left( \frac{\lg n - \lg n_4(\sigma_a)}{\lg N_i - \lg n_4(\sigma_i)} \right)^{\phi_i}, \quad i = 5, 6;$$



$$G_i = \left( \frac{\sigma_{i+1} - \sigma_a}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} \right)^{\chi_i}, \quad i = 4, 5,$$

где  $\sigma_i = \sigma_i(\alpha, \omega)$ ,  $\beta_i = \beta_i(\alpha, \omega)$ ,  $\phi_i = \phi_i(\alpha, \omega)$ ,  $\chi_i = \chi_i(\alpha, \omega)$  — материальные функции модели.

В данном рассмотрении полагаются следующие значения констант:  $\beta_i = 1$ ,  $\chi_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, 6$ ;  $\phi_1 = 1/2$ ,  $\phi_i = 4$ ,  $i = 2, \dots, 6$ .

Система материальных функций  $\sigma_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , входящих в (8) – (15) для нагружения (2) представляется в виде [13]:

$$\sigma_i = \sigma_i(N_i, \omega) \tilde{\sigma}(\alpha, \eta), \quad i = 1, \dots, 6, \quad (17)$$

где  $\eta = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega) / \sigma_{-1}^0(N_{-1}, \omega)$ ,  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$  и  $\sigma_{-1}^0 = \sigma_{-1}^0(N_{-1}, \omega)$  — пределы усталости при числе циклов  $N_{-1}$  при симметричном и пульсирующем циклах соответственно.

Для определения функций  $\sigma_i = \sigma_i(N_i, \omega)$ ,  $i = 1, \dots, 6$ , в (17) необходимо проводить достаточно большое количество макроэкспериментов при одноосном симметричном нагружении с обработкой шлифов стандартными исследованиями микроструктуры. В известных работах, справочниках и других источниках содержится ограниченный объем данных. Для материалов, имеющих предел выносливости и горизонтальный участок в области гигацикловой усталости, ранее на основе ряда предположений был предложен метод определения материальных функций [12–16] по известным данным усталостной прочности металлов и подтвержден сравнением результатов расчетом с экспериментальными данными для представительного ряда металлов и сплавов.

В данной статье рассматриваются материалы, пределы усталости которых в области гигацикловой усталости уменьшаются. Для них на основе анализа большого количества работ (см, например, [7–10]) можно предположить, что существует экспериментально определяемая предельная амплитуда напряжений  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$  при макроразрушении по дефектам четвертого уровня, меньше которой происходит переход из области многоциклового усталости в область гигацикловой усталости со сменой механизмов разрушения. Полагается также, что существует экспериментально определяемая предельная амплитуда  $\sigma_{-2} = \sigma_{-2}(N_{-2}, \omega) = \sigma_4$ ,  $\sigma_{-2} < \sigma_{-1}$ , при которой наблюдается макроразрушение по дефектам четвертого уровня при числе циклов  $N_{-2} = N_4$ ,  $N_{-2} > N_{-1}$ , и кривая усталости имеет гори-

горизонтальный участок  $\sigma_{-2}(n) = \text{const}$  при  $n \geq N_{-2}$ . В области гигацикловой усталости при  $n \geq N_{-1}$  возможно развитие и достижение предельных состояний дефектами первого, второго и третьего уровней, развитие дефектов четвертого уровня и макроразрушение по дефектам четвертого уровня. При выборе функций (16) требуется, чтобы уравнение (11) проходило через точку  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1}(N_{-1}, \omega)$ . Базовые числа циклов выбираются равными  $N_i = N_4$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Базовые константы  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  определяются таким образом, чтобы уравнение (9) при  $i = 1$  проходило через точки  $(\sigma_{-1}, \lg N_{-1} - 3)$  и  $(\sigma_{-2}, \lg N_{-1})$ , при  $i = 2$  — через точки  $(\sigma_{-1}, \lg N_{-1} - 2)$  и  $(\sigma_{-2}, \frac{2}{3} \lg N_{-1} + \frac{1}{3} \lg N_{-2})$ , при  $i = 3$  — через точки  $(\sigma_{-1}, \lg N_{-1} - 1)$  и  $(\sigma_{-2}, \frac{1}{3} \lg N_{-1} + \frac{2}{3} \lg N_{-2})$ .

Функцию  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\alpha, \eta)$  в (17) предлагается определять в виде [13]:

$$\tilde{\sigma} = \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) |\alpha| + 1. \quad (18)$$

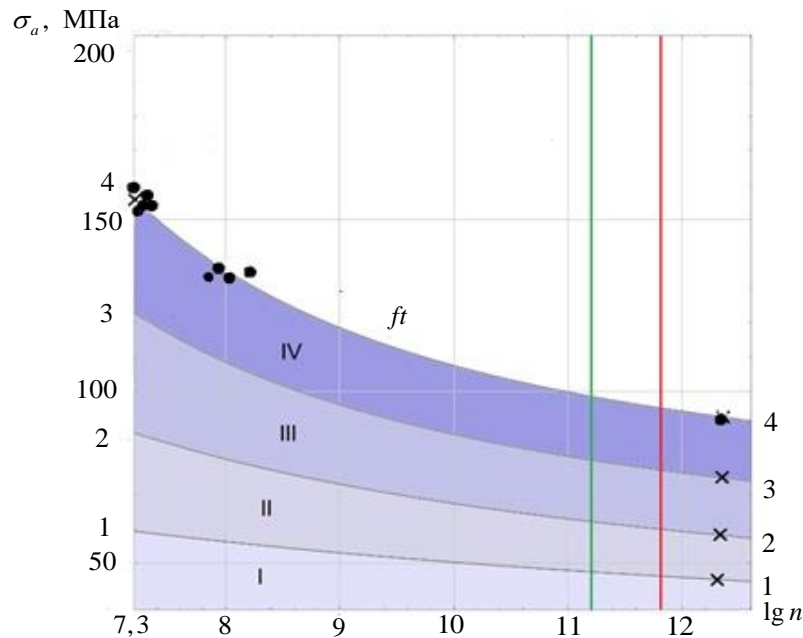
При наличии опытных данных по достижению уровней дефектности при пульсирующем нагружении возможно рассмотрение различных значений этой функции для разных уровней. Например, следуя подходу, предложенному рядом исследователей [17] на основе анализа данных для большого ряда материалов (например, для сталей Э16, ЭИ787, Э10, малоуглеродистых сталей, сплавов ВЖЛ12У, ЭП109, железа и др.), функцию  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\alpha, \eta)$ , для дефектов первых трех уровней при нагружении (2) можно представить следующим образом:

$$\tilde{\sigma} = \left[ \frac{2}{\pi} \arccos \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{ep}} \right)^\mu \right]^{-1} \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}, \quad \mu = \frac{\lg \frac{1}{\eta} - \lg \frac{2}{\pi}}{\arccos \left( \frac{\sigma_{-1}^0}{\sigma_{ep}} \right)}, \quad (19)$$

где  $\sigma_{ep}$  — временное сопротивление материала. Для мезо- и макродефектов,  $i = 4, 5, 6$ , в хрупких материалах также справедливы выражения (19). Для дефектов при  $i = 4, 5, 6$ , в пластичных материалах функцию  $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\alpha, \eta)$  предлагается представлять таким образом:

$$\tilde{\sigma} = \left[ \cos \left( \frac{2\sigma_m}{\pi\sigma_s} \right)^\lambda \right]^{-1} \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}, \quad \lambda = \frac{\lg \frac{1}{\eta}}{\cos \left( \frac{2\sigma_{-1}^0}{\pi\sigma_s} \right)}. \quad (20)$$

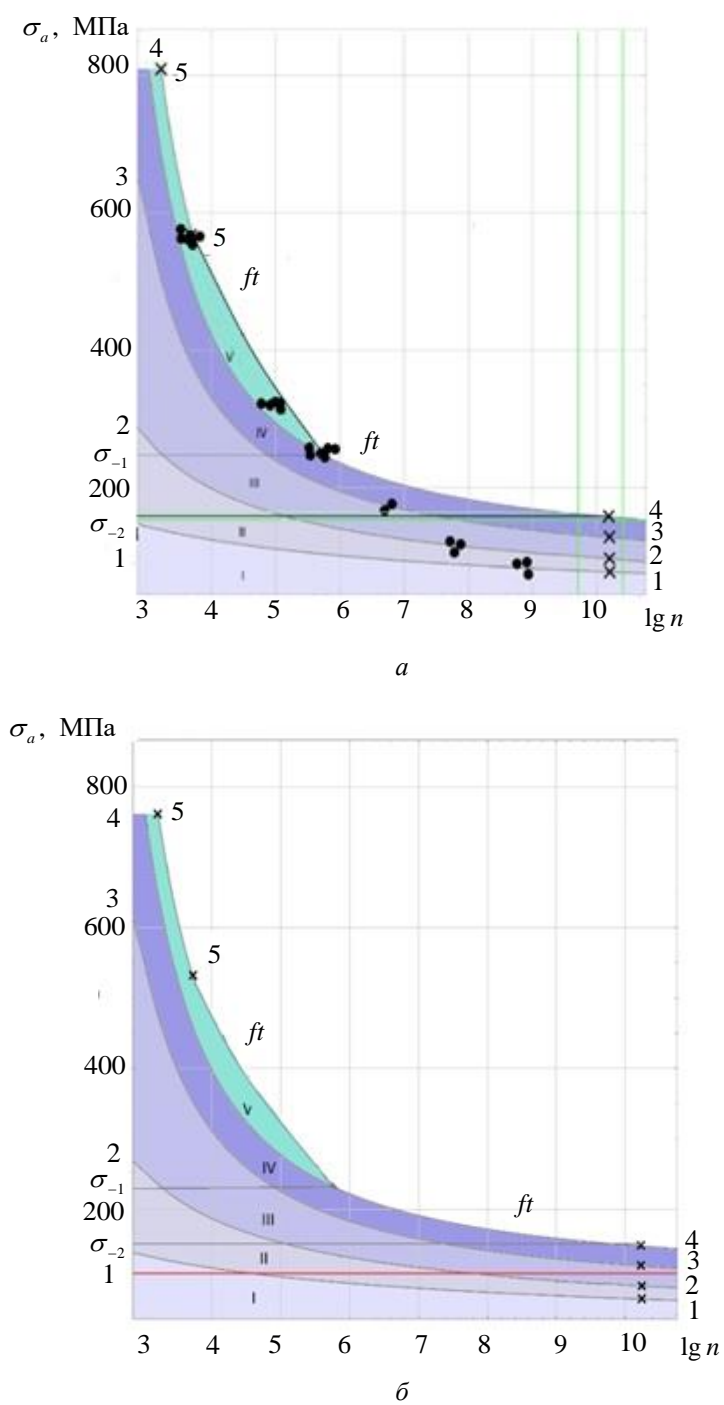
**Результаты расчетов для лопаток из алюминиевого и никелевого сплавов.** Проводится анализ развития усталостного разрушения в лопатках турбины из алюминиевого сплава ВД-17 [1] в области гигацикловой усталости,  $\sigma_{-1} = 155$  МПа на базе  $N_{-1} = 2 \cdot 10^7$  циклов. При числе  $N_{-2} = 2 \cdot 10^{12}$  циклов предел усталости полагается равным  $\sigma_{-2} = 0,6\sigma_{-1}$ . По имеющимся данным о геометрии лопатки, числу лопаток, частоте вращения и радиусе диска и характеристикам потока газа определяется, что в лопатке имеет место почти симметричное нагружение. Выбираются базовые константы модели, строятся области развития дефектов I-IV по соотношениям (8), (10) в координатах  $(\sigma_a, \lg n)$  (см. рис. 1) и кривые усталости 1-1-3-3 по уравнениям (9). Кривая 4-4 ( $ft$  на рис.1) по уравнению (11) описывает макроразрушение лопатки по коротким трещинам. Крестиками отмечены базовые константы, сплошными кружками — опытные данные.



**Рис. 1.** Области развития дефектов I-IV, кривые усталости 1-1-3-3 и кривая усталости  $ft$  макроразрушения по дефектам четвертого уровня алюминиевого сплава ВД-17,  $\sigma_s = 260$  МПа,  $\sigma_{sp} = 400$  МПа

В результате испытаний лопаток первой ступени турбины из сплава ВД-17 двигателя Д30 [1] при оборотах двигателя  $\omega_d = 105 - 107 \frac{\text{обор.}}{\text{сек}}$  была определена частота вынужденных колебаний  $f \in [3750, 3800]$  Гц и амплитуда  $\sigma_a \in [19, 22]$  МПа. Наблюдались усталостные разрушения отдельных лопаток и неразрушенные лопатки с усталостными трещинами, зародившимися из-под поверхности лопаток при наработке около 18 000 часов, что составляло  $N \in (2,43 - 2,46) \cdot 10^{11}$  циклов. По модели в этом диапазоне числа циклов (на рис. 1 отмечено зеленой линией) макроразрушение сплава достигается при амплитуде, в среднем, равной  $\sigma_f = 98$  МПа. В разрушенных лопатках первой ступени имела место концентрация напряжений с коэффициентом, в среднем, равным  $K = 4,7$ , с большой долей вероятности связанная с возникшими резонансными колебаниями лопаток. При наработке до 50 000 часов [1] ( $N = 6,8 \cdot 10^{11}$  циклов, красная линия на рис. 1)) макроразрушение лопаток возможно при амплитуде номинальных напряжений  $\sigma_a = 20,2$  МПа, образование микротрещин – при амплитуде  $\sigma_a = 9,8$  МПа.

Предложенный метод оценки ресурса применяется для лопатки турбокомпрессора из жаропрочного литейного никелевого сплава ЖС6К [1,17],  $\sigma_{-1} = 250$  МПа и  $\sigma_{-1}^0 = 177$  МПа на базе  $N_{-1} = 5 \cdot 10^5$  циклов в диапазоне частот  $f \in (1, 3)$  кГц при симметричном и пульсирующем изгибе соответственно. Предел усталости при  $N_{-2} = 2 \cdot 10^{10}$  циклов, в среднем, полагается равным  $\sigma_{-2} = 0,64 \sigma_{-1} = 160$  МПа. На рис. 2а представлены области развития дефектов пяти уровней, полученные по выражениям (8), (10), (12) для симметричного нагружения сплава. В области по числу циклов  $N \in [2 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^5]$  циклов строится кривая усталости  $ft$  по уравнению (7) с учетом (12) и по уравнению (13),  $Q_{th} = 1$ , по образованию единичной макротрещины конечной длины. По уравнению (11) строится участок кривой усталости по числу циклов  $N \in [5 \cdot 10^5, 2 \cdot 10^{10}]$  циклов по макроразрушению по дефектам четвертого уровня. Крестиками отмечены базовые константы, сплошными кружками – опытные данные для сплава. Построенная кривая хорошо описывает известные опытные данные по многоцикловой усталости при числе циклов  $N_f \in [5 \cdot 10^5, 10^6]$  циклов.

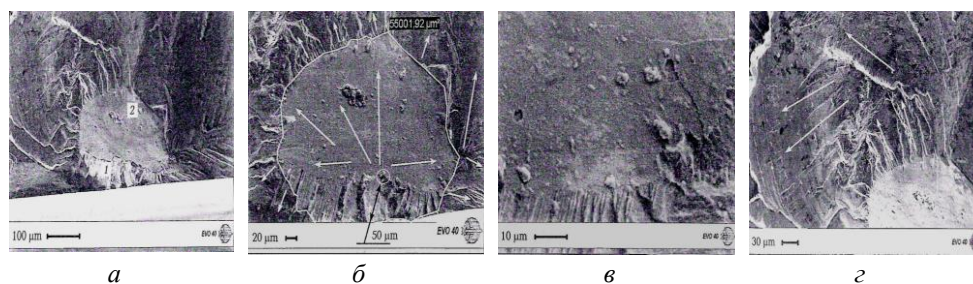


**Рис. 2.** Области развития дефектов I-V, кривые усталости 1-1–5-5 и кривая усталости  $ft$  по хрупкому макроразрушению никелевого сплава ЖС6К,  
 $\sigma_s = 810$  МПа,  $\sigma_{ep} = 880$  МПа

По данным о геометрии и числе лопаток, частоте вращения и радиусе диска и характеристикам потока газа [1,17] определяется  $\sigma_a = 110$  МПа. При прогибе лопатки  $w = 1,7$  мм находится амплитуда возможных упругих колебаний  $\sigma_a = 110$  МПа,  $\alpha = 0,2$ ,  $\tilde{\sigma} = 0,94$  (отмечено красной линией на рис. 2(б)). Из рисунка видно, что при этой амплитуде и числе циклов  $N \in [6 \cdot 10^4, 10^8]$  циклов в лопатке возможно развитие дефектов второго уровня (микротрещин), далее по числу циклов зарождаются и развиваются дефекты третьего уровня и достигают предельного состояния с образованием дефектов четвертого уровня (типа коротких распространяющихся трещин) на базе числа циклов, в среднем,  $N = 2 \cdot 10^{10}$  циклов. Макроразрушения в рассматриваемых областях не возникает. При прогибе  $w = 2,5$  мм амплитуда напряжений  $\sigma_a = 160$  МПа и имеет место практически симметричное нагружение (на рис. 2а изображено зеленой горизонтальной линией). Видно, что, при  $N = 5 \cdot 10^7$  циклов возможно зарождение дефектов четвертого уровня и при  $N = 5 \cdot 10^9$  циклов по ним происходит макроразрушение.

При эксплуатации двигателей М-601 самолета Л-410 были зафиксированы случаи обрыва рабочих лопаток турбокомпрессора из сплава ЖС6К [1]. Лопатки разрушались по корневому сечению в пределах замковой части; очаг, представляющий собой фасетку излома, охватывающий два зерна, образовался у поверхности (на глубине около 0,05 мм) со стороны спинки лопатки на расстоянии около 4 мм от края лопатки со стороны выходной кромки (рис. 3а). Фокус очага разрушения находился на границе двух зерен, имеющих почти взаимно-перпендикулярное расположение кристаллографических плоскостей микроскользящих, в, основном, по плоскости зерна 1 (рис. 3б). Зерно 2 было расположено ближе к поверхности, по нему развитие разрушения формировало ступеньки в результате роста микротрещин по плоскостям микроскользящих (начала развития ползучести) и слияния микротрещин поперек плоскостей с образованием коротких трещин (развитие усталостного процесса) (рис.3в). Первоначально происходило автономное формирование коротких трещин и увеличение их плотности с образованием мезолиний, характеризующих фронт продвижения трещин. Наличие блоков мезолиний свидетельствует о том, что за полет лопатка многократно входила в резонанс, в течении которого происходило подрастание трещин. Затем короткие трещины выходили на поверхность, что сопровождалось сменой механизма разрушения с формированием строчечности и псевдобороздчатого рельефа и, далее, скачкообразное

развитие макротрещин по сечению лопатки в результате слияния коротких трещин (рис.3г). Ползучесть не могла быть причиной разрушения, т.к. максимальное напряжение было существенно меньше предела длительной прочности материала. В результате микрорентгеноспектрального анализа фасетки разрушения выявлено, что материал имел неоднородность по химическому составу, что могло способствовать первоначальному распространению микротрещин по одной из кристаллографических плоскостей именно зерна 1. Усталостное разрушение возникло под поверхностью, что указывает на разрушение в области гигацикловой усталости. Отмечается, что фронт трещины разворачивался, стремясь к параллельности с поверхностью, что указывает на то, что лопатка одновременно нагружалась изгибающими и скручивающими моментами.



**Рис. 3.** Развитие процесса разрушения лопатки из никелевого сплава ЖС6К:

*а* — участок излома в районе зарождения трещины под поверхностью, 1 и 2 зерна, образующие начальную зону разрушения; *б* — схема движения трещины внутри и за пределами начальной фасетки разрушения (фокус излома отмечен кружком), цифрой указана площадь фасетки; *в* — ступеньки на поверхности фасетки начального разрушения, образованные в результате выхода блоков полос скольжения на поверхность излома; *г* — участок излома около границы выхода макротрещины на поверхность, стрелками указан разворот трещины под действием скручивающего момента [1]

Наработка к моменту разрушения лопаток составляла 370-1670 часов ( $N_f \in (0,53 - 2,4) \cdot 10^{10}$  циклов). По модели получено, что симметричное нагружение в этом диапазоне чисел циклов (на рис. 2а отмечено зелеными вертикальными линиями) приводит к макроразрушению по дефектам четвертого уровня, в среднем, в интервале предельных амплитуд  $\sigma_f \in [155, 165]$  МПа. Исследуемые лопатки имели частоту собственных колебаний по первой изгибной форме в диапазоне  $f \in [4,42 - 4,52]$  кГц. Согласно паспортным данным в рабочем положении амплитуда вынужденных колебаний составляла  $\sigma_a = 48$  МПа при частоте вынужденных колебаний, в среднем,

$f \in [4,05 - 4,2]$  кГц . Следовательно, были возможны резонансные колебания некоторой части лопаток. По модели для этого числа циклов диапазон предельных амплитуд составляет  $\sigma_f \in [155,165]$  МПа , т.е. имеет место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации равном, в среднем,  $K = 3,3$ . Таким образом, в эксплуатации совпадение частот вынужденных и собственных колебаний привело к нерасчетному режиму нагружения с увеличением амплитуды, в среднем, более чем в три раза, и макроразрушению в области гигацикловой усталости.

**Заключение.** Данная работа посвящена созданию алгоритмов прогнозирования ресурса элементов конструкций на основании устанавливаемых закономерностей развития процесса усталостного разрушения на микро-, мезо- и макроуровнях. Предложен метод оценки ресурса лопаток компрессора и газовой турбины по хрупкому разрушению при асимметричном одночастотном осевом нагружении. При заданных параметрах: геометрии лопаток и диска, числе лопаток, частоте вращения диска и характеристиках потока газа, определяется постоянная составляющая осевого напряжения и область ее наибольших значений. Рассматривая разные прогибы лопатки, из решения задачи изгиба консольной балки, жестко закрепленной в обод диска, без связей, определяются амплитуды колебаний. Находится асимметрия соответствующих циклов нагружения.

Представленный метод реализован для лопаток из алюминиевого и никелевого сплавов турбины и компрессора в области многоциклового и гигацикловой усталости.

Для симметричного нагружения (2) лопатки турбины из сплава ВД-17 [1] получена система определяющих соотношений (8), (10) для вероятности разрушения на микро, мезо- и макроуровнях. Определены базовые константы. Построены кривые усталости по образованию микротрещин (дефектов второго уровня), коротких нераспространяющихся трещин (дефектов третьего уровня) по уравнениям (9) и коротких распространяющихся трещин (дефектов четвертого уровня) по уравнению (11) в области гигацикловой усталости  $N \in [2 \cdot 10^7, 2 \cdot 10^{12}]$  циклов. Обсуждены данные по усталости лопаток [1]. Получено, что в разрушенных лопатках при наработке около 18 000 часов имела место концентрация напряжений с эффективным коэффициентом концентрации, в среднем, равным  $K = 4,7$  , вероятно, возникшая из-за резонансных колебаний. Найдены амплитуды напряжений, при которых было возможно образование микротрещин и коротких трещин, и предельная амплитуда напряжений при макроразрушении лопаток при наработке до 50 000 часов.



Проведен расчет лопатки турбокомпрессора из никелевого сплава ЖС6К по данным [1, 17]. Определены базовые константы, построены области развития дефектов по соотношениям (8), (10), (12) и кривые усталости по дефектам пяти уровней (9), (11), (13) в диапазоне по числу циклов  $N \in [2 \cdot 10^3, 2 \cdot 10^{10}]$  циклов при симметричном и асимметричном нагружении (2). Получено, что при прогибе  $w = 1,7$  мм в лопатках возможно зарождение и развитие дефектов четырех уровней. При прогибе  $w = 2,5$  мм при числе циклов, в среднем,  $N = 5 \cdot 10^9$  циклов, возможно макроразрушение по коротким трещинам. По модели установлено, что при наработке 370–1670 часов ( $N_f \in (0,53 - 2,4) \cdot 10^{10}$  циклов) возможно макроразрушение в интервале предельных амплитуд  $\sigma_f \in [155, 165]$  МПа. Из проведенных расчетов следует, что в разрушенных лопатках [1] возникли резонансные колебания с амплитудой, в 3,3 раза превышающей номинальную расчетную амплитуду вынужденных колебаний.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шанявский А.А. *Моделирование усталостных разрушений металлов. Синергетика в авиации*. Уфа, Монография, 2007, 500 с.
- [2] И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр. *Динамика авиационных газотурбинных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1981, 232 с.
- [3] Левин А.В. *Рабочие лопатки и диски паровых турбин*. Москва, Машиностроение, 1989, 624 с.
- [4] Капралов В.М. *Методология экспериментальной оценки накопления повреждений многоциклового усталости, вибропрочности и пределов выносливости лопаток турбомашин*. Автореферат докт. дисс. Санкт-Петербург, 2010, 35 с.
- [5] Ножницкий Ю.А., Балугев Б.А., Федина Ю.А. Экспериментальные исследования прочностной надежности перспективных газотурбинных двигателей. *Вестник УГАТУ*, 2015, т. 19, № 3 (69), с. 3–14.
- [6] Рыбников А.И., Гецов Л.Б., Ласкин А.С., Ковалев А.Г., Дашунин Н.В., Можайская Н.В., Леонтьев С.А. Опыт длительной эксплуатации стационарных ГТУ на магистральных газопроводах. Ч.3. Усталостные повреждения лопаток ГТУ. *Вестник двигателестроения*, 2008, № 1, с. 33–39.
- [7] Шанявский А.А., Солдатенков А.П. Масштабные уровни предела усталости металлов. *Физическая мезомеханика*, 2019, № 22 (1), с. 44–53.
- [8] Bathias C., Paris P. *Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice*. New York, Marcel Dekker, 2005, 304 p.
- [9] Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С., Якушев В.Л. Исследование различных режимов усталостного разрушения и оценка долговечности диска компрессора газотурбинного двигателя. *Математическое моделирование*, 2016, т. 28, № 2, с. 53–64.
- [10] Bathias C., Paris P.C., Huang Z., Wagner D. Subsurface crack initiation and propagation mechanisms in gigacycle fatigue. *Acta Materialia*, 2010, vol. 58, p. 6046–6054.
- [11] Скубачевский Г. С. *Авиационные газотурбинные двигатели. Конструкция и расчет деталей*. Москва, Машиностроение, 1969, 543 с.

- [12] Завойчинская Э.Б. Микро- и макромеханика разрушения элементов конструкций. *Механика твердого тела*, 2012, № 3, с. 54–77.
- [13] Завойчинская Э.Б. *Усталостное масштабное-структурное разрушение и долговечность конструкций при пропорциональных процессах нагружения*. Автореф. докт. дисс., М.: ООО "Генезис", 2018, 46 с.
- [14] Завойчинская Э.Б. О теории усталостного разрушения при сложном напряженном состоянии металлов с учетом структурных изменений. *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*, 2019, № 2, с. 29–34.
- [15] Завойчинская Э.Б. О стохастической теории усталостного масштабного-структурного разрушения металлов. *Сборник трудов конференции «Современные проблемы математики и механики»*, 2019, с. 694–697.
- [16] Завойчинская Э.Б. Прогнозирование долговечности протяженных конструкций при эксплуатационном нагружении. *Сборник Трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики*, 2019, т. 3, с. 607–609.
- [17] Пелых В.Н., Погребняк А.Д., Рогульский М.Н., Романова Н.В. Метод определения предела выносливости конструкционных материалов при многоцикловом асимметричном нагружении с использованием эквивалентных напряжений. *Проблемы прочности*, 2012, № 5, с. 85–97.
- [1] Жуков, Н.Д. Влияние факторов кристаллизации на выносливость литейных никелевых сплавов. *Проблемы прочности*, 1974, № 7, с. 99–105.

Статья поступила в редакцию 20.01.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Завойчинская Э.Б. О методе оценки ресурса лопаточного аппарата газотурбинного двигателя при асимметричном циклическом нагружении. *Математическое моделирование и численные методы*. 2020. № 1. с. 45–63.

**Завойчинская Элеонора Борисовна** — д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры теории упругости механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Механика деформируемого твердого тела, физика твердого тела, материаловедение, математическое моделирование процессов разрушения материалов, теории прочности, теории безопасности эксплуатации конструкций, автор 113 работ. e-mail: elen@velesgroup.com

## On the method of gas turbine blade resource estimation at asymmetric cyclic loading

© E.B. Zavoichinskaya

Lomonosov MSU, Moscow, 119991, Russia

*One of the modern problems of the resource and safety operation estimation in turbines and compressors of gas and steam turbine construction is to study the relations of the stochastic process of micro- and macrocracks nucleation and growing in blades at operational high cycle and gigacyclic fatigue. It has been experimentally found that micro- and macrocracks occur perpendicular to the axis of the blade in the stress concentration zone root section from the bending forms of forced resonance vibrations. In general, the axial stress may be presented as the sum of the constant component and the discrete spectrum with a set of amplitudes and phase deviations between the components. Here is*

consider the blade asymmetric single-frequency axial loading, for which a constant stress component is determined by the known relations for an elastic cantilever beam as the maximum value of the sum of tensile stress from centrifugal forces and bending from aerodynamic forces at the point of their application, and the stress amplitude is found on a well-known solution of the bending problem for various deflections of rigidly fixed to the disk elastic beam without ties. The proposed method of the blade resource estimating at the loading is based on the theory of material scale-structural fatigue, according to which the stochastic fatigue process is considered at six scale-structural levels corresponding to different stages of the material evolution by various physical mechanisms. A hierarchical system of constitutive relations for the failure probability at the micro-, meso- and macrolevels is defined. It is chosen the stress amplitude as a variable, and material functions are determined according to standard fatigue strength tests taking into account the results of brittle cracks evolution study and depending on the asymmetry parameter. Here is carried out the identification of basic constants for high cycle and gigacycle fatigue of no endurance materials. For each level of defects, fatigue curves are determined. The results for VD17 aluminum alloy and ZhS6K nickel alloy blades are discussed. By comparing the theoretical calculation with experimental data, the method is confirmed.

**Keywords:** resource, stochastic processes, blade, failure probability, scale-structural failure levels, fatigue curves, multi-cycle fatigue, gigacycle fatigue, microcracks, macrocracks

## REFERENCES

- [1] Shaniavsky A.A. *Modelirovanie ustalostnyh razrushenij metallov. Sinergetika v aviatsii. Synergetics in aviation* [Modeling of fatigue failures of metals. Synergy in aviation. Synergetics in aviation]. Ufa, Monografiya Publ., 2007, 500 p.
- [2] Birger I.A., Shorr B.F. *Dinamika aviacionnyh gazoturbinnih dvigatelej* [Dynamics of aircraft gas turbine engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981, 232 p.
- [3] Levin A.V. *Rabochie lopatki i diski parovyh turbin* [Blades and discs of steam turbines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 624 p.
- [4] Kapralov V.M. *The methodology of the experimental assessment of damage to multi-cycle fatigue accumulation, vibration strength and turbomachine blades endurance*. Abstract. Doctor. Diss. St. Petersburg, 2010, 35 p.
- [5] Noznitskii Yu.A., Baluev B.A., Fedina Yu.A. *Vestnik UGATU — Bulletin of UGATU*, 2015, vol. 19, no. 3 (69), pp. 3–14.
- [6] Rybnikov A.I., Getsov L.B., Laskin A.S., Kovalev A.G., Dashunin N.V., Mozhayskaya N.V., Leontyev S.A. *Vestnik dvigatelestroenia — Bulletin of engine building*, 2008, no. 1, pp. 33–39.
- [7] Shaniavsky A.A., Soldatenkov A.P. *Fizicheskaya mezomekhanika — Physical Mesomechanics*, 2019, no. 22 (1), pp. 44–53.
- [8] Bathias C., Paris P. *Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice*. New York, Marcel Dekker, 2005, 304 p.
- [9] Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I. S., Yakushev V. L. *Matematicheskoe modelirovanie — Mathematical Models and Computer Simulations*, 2016, vol. 28, no. 2, pp. 53–64.
- [10] Bathias C., Paris P.C., Huang Z., Wagner D. Subsurface crack initiation and propagation mechanisms in gigacycle fatigue. *Acta Materialia*, 2010, vol. 58, pp. 6046–6054.
- [11] Skubachevsky G. S. *Aviacionnye gazoturbinnye dvigateli. Konstrukciya i raschet detalej* [Aircraft gas turbine engines. Design and calculation of parts]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969, 543 p.

- [12] Zavoichinskaya E.B. *Mekhanika tverdogo tela — Mechanics of Solids*, 2012, no. 3, pp. 54–77.
- [13] Zavoichinskaya E.B. *Scale-structural fatigue and structural durability at proportional loading processes*. Abstract. Doct. Diss., Moscow: “Genesis”, 2018, 46 pp.
- [14] Zavoichinskaya E.B. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika — Moscow University Mathematics Bulletin, Moscow University Mechanics Bulletin*, 2019, no. 2, pp. 29–34.
- [15] Zavoichinskaya E.B. O stohasticheskoy teorii ustalostnogo masshtabno-strukturnogo razrusheniya metallov [On the stochastic theory of scale-structural metal fatigue]. *Sbornik trudov konferencii «Sovremennye problemy matematiki i mekhaniki»* [Proceedings of the conference "Modern problems of mathematics and mechanics."], 2019, pp. 694–697.
- [16] Zavoichinskaya E.B. Prognozirovaniye dolgovechnosti protyazhennykh konstruktsiy pri ekspluatatsionnom nagruzhenii. [Prediction of the long structure durability at operational loading]. *Sbornik Trudov XII Vserossiyskogo s'ezda po fundamental'nym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki*. [Proceedings of the XII All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics], 2019, vol. 3, pp. 607–609.
- [17] Pelykh V.N., Pogrebnyak A.D., Rogulsky M.N., Romanova N.V. *Problemy prochnosti — Strength of Materials*, 2012, no. 5, pp. 85–97.
- [18] Zhukov, N.D. *Problemy prochnosti — Strength of Materials*, 1974, no. 7, pp. 99–105.

**Zavoichinskaya E.B.**, Dr. Sci. (Phys. — Math.), Assoc. Professor, Professor of Department of Elasticity Theory of Mechanical and Mathematical Faculty of Lomonosov MSU. Solid mechanics, solid physics, material science, mathematical modeling of material failure, strength theory, structure safety theory. Author of 113 scientific papers. e-mail: elen@velesgroup.com