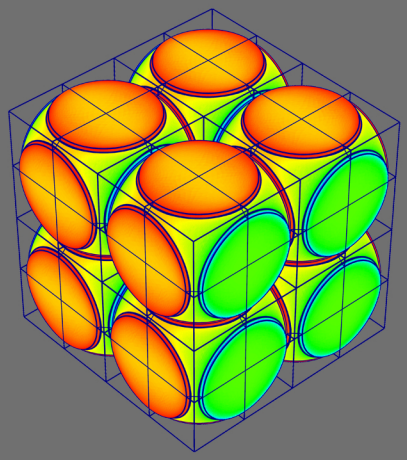
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Димитриенко Ю.И., Юрин Ю.В., Сборщиков С.В., Богданов И.О., Яхновский А.Д., Баймурзин Р.Р. Конечно-элементное моделирование упругих свойств тканевых полимерных композитов при высоких температурах. Математическое моделирование и численные методы. 2020. № 1. с. 3–27

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/212/

Параметры загрузки:
IP: 3.41.188.32
17.11.2026 07:29:53

УДК 539.3 DOI: 10.18698/2309-3684-2020-1-327

Конечно-элементное моделирование упругих свойств тканевых полимерных композитов при высоких температурах

© Ю.И. Димитриенко, Ю.В. Юрин, С.В. Сборщиков,
И.О. Богданов, А.Д. Яхновский, Р.Р. Баймурзин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассматривается задача построения многоуровневой модели для вычисления упругих свойств полимерных композиционных материалов со сложной структурой армирования при высоких температурах, при которых происходят процессы термодеструкции матрицы и армирующих волокон. Для того, чтобы учесть изменение упругих свойств композита в зависимости от температуры и времени нагрева, предложена 3-х уровневая модель композита. На нижнем уровне этой модели рассматриваются моно-волокна и матрица, состоящие из 4-х фаз, соотношение между которыми меняется при нагреве. На этом уровне используются аналитические соотношения, предложенные ранее в работах Ю.И. Димитриенко. На следующем уровне модели рассмотрен однонаправленный композит, состоящий из пучков моноволокон и матрицы. Для расчета упругих свойств на этом уровне применяется метод асимптотического осреднения, и конечно-элементный алгоритм решения локальных задач теории термоупругости, возникающих в этом методе. На 3-м структурном уровне модели рассмотрены композиты со сложными структурами армирования, в частности тканевые композиты. Для расчета упругих свойств композита на этом уровне также применяется метод асимптотического осреднения. Для численного расчета упругих характеристик полимерных композитов при высоких температурах разработано специализированное программное обеспечение, функционирующее под управлением программного комплекса SMCM, созданного на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана и в научно-образовательном центре «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. В статье приведены примеры применения разработанной многоуровневой модели и программного обеспечения для тканевых композитов на основе эпоксидной матрицы и стеклянных волокон. Вычислены значения всех компонент тензора модулей упругости композита, меняющиеся в зависимости от программы нагрева композита. Получены поля микронапряжений в композите. Проведено сравнение полей микронапряжений и эффективных констант упругости при нормальных температурах, с аналогичными значениями, полученными с помощью программного комплекса ANSYS, который был доработан для возможности вычисления эффективных упругих констант в соответствии с предложенной моделью. Получено очень хорошее совпадение результатов расчетов, как эффективных констант, так и полей микронапряжений, что позволяет говорить о высокой точности разработанного программного обеспечения.

Ключевые слова: *численное моделирование, метод конечного элемента, метод асимптотического осреднения, тканевые композиты, саржевое переплетение, полотняное переплетение, однонаправленные композиты, высокие температуры, термодеструкция, полимерная фаза, пиролитическая фаза, аморфная фаза, кристаллическая фаза, упругие характеристики, микронапряжения*

Введение. Полимерные композиционные материалы (ПКМ) на основе углеродных, стеклянных, керамических и органических волокон часто применяются для теплоизоляции силовых конструкций, эксплуатирующийся кратковременно при высоких температурах — 1000 °С и выше [1–8]. Высокотемпературные воздействия возникают, например, для силовых конструкций возвращаемых капсул [4, 8], для которых ПКМ эффективно применяются в качестве теплозащиты. Важной технической задачей является обеспечение прочности ответственных конструкций в условиях огневых воздействий, например, строительных сооружений, конструкций нефтегазового комплекса [9, 10] топливных баков ракетных двигателей от струй истекающих газов, эта задача также, как правило, решается за счет применения теплоизоляционных ПКМ. В связи с широким внедрением ПКМ при создании крупногабаритных конструкций в судостроении, авиастроении и других отраслях, важной задачей является оценка теплостойкости этих элементов конструкций в чрезвычайных ситуациях, например, при пожаре.

Для всех перечисленных технических проблем важную роль играет необходимость расчета упругих свойств элементов конструкций из ПКМ в условиях воздействия высоких температур, при которых в матрице и армирующих волокнах композита происходят необратимые физико-химические превращения: термодеструкция, термо-окислительная деструкция, сублимация, плавление и другие [8, 11]. Расчет напряженно-деформированного состояния и прочности конструкций из ПКМ в этих условиях сильно затруднен из-за сложности определения свойств ПКМ при таких высоких температурах. Экспериментальное определение этих свойств также чрезвычайно осложнено, так как требует применения уникального испытательного оборудования, материалы которого также находятся в экстремальных условиях воздействия высоких температур.

В большом цикле работ [8, 11–13] были разработаны математические модели и методы расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкций из ПКМ при высоких температурах, в том числе при воздействии высокоскоростного аэродинамического потока [14–18]. В основе этих моделей лежат аналитические соотношения, которые позволяют прогнозировать упруго-прочностные свойства различных типов ПКМ: однонаправленных, тканевых, дисперсно-армированных при различных высокотемпературных режимах нагрева. В связи с развитием конечно-элементных методов расчетов свойств композитов, основанных на решении так называемых локальных задач (задач на ячейках периодичности) [19–21], а также с созданием программного комплекса, реализующего эти методы и позволяющего автоматизировать процесс вычисления свойств композитов,

представляет интерес создание комбинированного численно-аналитического многомасштабного метода расчета свойств ПКМ.

В этом методе аналитические соотношения применяются для формулировки модели термоупругих свойств на нижнем структурном уровне — для матрицы и волокон при высоких температурах. Для других, более высоких структурных уровней — однонаправленных волокон и тканей, образованных системой нитей, в этом методе применяются конечно-элементные алгоритмы расчета эффективных термоупругих свойств.

Модель изменения фазового состава полимерных матриц при высоких температурах. В соответствии с разработанной в [8, 11 –13] моделью, изотропные материалы (матрица композита) при высоких температурах состоят из трех фаз: твердой полимерной фазы, ее объемная концентрация — φ_b, твердой пиролитической фазы, ее объемная концентрация — φ_p, газовой фазы (p -фаза) внутри пор, ее объемная концентрация — φ_g. Соотношение между концентрациями фаз:

$$\varphi_f^0 + \varphi_b + \varphi_p + \varphi_g = 1,$$

где φ_f^0 — начальная концентрация волокон в композите.

В начальный момент времени выполняется соотношение

$$\varphi_f^0 + \varphi_b(0) + \varphi_g(0) = 1, \;\; \varphi_p(0) = 0,$$

где обозначены начальные концентрации фаз

$$\varphi_b(0) = \varphi_b^0, \;\; \varphi_g(0) = \varphi_g^0.$$

Уравнения, описывающие изменение концентрации фаз, имеют вид

$$\rho_b \frac{\partial \varphi_b}{\partial t} = -J, \;\; J = J_0 \varphi_b \exp\left(-\frac{E_A}{R\theta}\right),$$

$$\varphi_p = \left(\varphi_b^0 - \varphi_b\right)\frac{\rho_b}{\rho_p}\left(1 - \Gamma\right),$$

где обозначены: θ — температура, ρ_b — плотность твердой полимерной фазы, ρ_p — плотность твердой пиролитической фазы, Γ — коэффициент газификации, J_0 — предэкспоненциальный множитель, E_A — энергия активации процесса термодеструкции.

Модель изменения фазового состава армирующих волокон при высоких температурах. Рассмотрим наиболее широко распространенные стеклянные или кварцевые волокна. Как и для матрицы,

для таких волокон при высоких температурах применим трехфазную модель, согласно которой волокна состоят из: «аморфной» твердой фазы, ее объемная концентрация — φ_a, новой «кристаллической» твердой фазы, ее объемная концентрация — φ_l, и пор, заполненных газовой фазой. Изменение объемных концентраций «аморфной» и «кристаллической» фаз волокон описывается кинетическими уравнениями [8, 11]:

$$\varphi_a = \frac{\varphi_f - \varphi_f^0\left(1-\Gamma_f\right)}{\Gamma_f}$$

— аморфная фаза;

$$\varphi_l = \frac{1-\Gamma_f}{\Gamma_f}\left(\varphi_f^0 - \varphi_f\right)$$

— кристаллическая фаза,
где φ_f — объемная концентрация твердых фаз волокон

$$\varphi_f = \varphi_a + \varphi_l,$$

определяемая из уравнения:

$$\rho_f \frac{\partial \varphi_f}{\partial \mathrm{t}} = -J_f \Gamma_f,$$

где Γ_f — коэффициент газификации волокон.

Скорость фазовых превращений, аналогично матрице, вычисляется по формуле Аррениуса:

$$J_f = J_f^0 \varphi_a \exp\left(-\frac{E_{Af}}{R\theta}\right),$$

где J_f^0, Γ_f, E_{Af} — константы. В начальный момент времени $t = 0$:

$$\varphi_a(0) = \varphi_f^0,\ \varphi_l(0) = 0,$$
$$\varphi_f(0) = \varphi_f^0 = \varphi_a(0).$$

Модель упругих свойств полимерных матриц при высоких температурах. Определяющие соотношения полимерных матриц при высокой температуре записываются следующим образом [8, 11]

$$\sigma_{ij}^{(m)} = C_{ijkl}^{(m)}(\varepsilon_{kl}^{(m)} - \varepsilon_{kl}^{0(m)}) - f^{(m)} p\delta_{kl},$$
$$\varepsilon_{kl}^{(m)} = \Pi_{ijkl}^{(m)}(\sigma_{ij}^{(m)} + f^{(m)} p\delta_{ij}) + \varepsilon_{kl}^{0(m)}$$

здесь $\sigma_{ij}^{(m)}$ — тензор напряжений, $\varepsilon_{kl}^{(m)}$ — тензор малых деформаций, p — поровое давление, δ_{kl} — символ Кронекера. Тензоры: $C_{ijkl}^{(m)}$ — модулей упругости, $\Pi_{ijkl}^{(m)}$ — упругих податливостей и $\varepsilon_{kl}^{0(m)}$ — тепловой деформации, а также, $f^{(m)}$ — коэффициент межфазного взаимодействия — характеризуют упругие свойства матриц при высокой температуре. Тензор $C_{ijkl}^{(m)}$ является обратным к тензору $\Pi_{ijkl}^{(m)}$, который для изотропных матриц может быть выражен через технические упругие константы E_m — модуль упругости и υ_m — коэффициент Пуассона [22]

$$\Pi_{ijkl}^{(m)} = \frac{1+\upsilon_m}{2E_m}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{\upsilon_m}{E_m}\delta_{ij}\delta_{kl}. \tag{1}$$

Тензор тепловой деформации для полимерной матрицы является шаровым имеет одну независимую компоненту ε_m^0 [22]

$$\varepsilon_{kl}^{0(m)} = \varepsilon_m^0 \delta_{kl}. \tag{2}$$

Таким образом, три скалярные функции характеризуют изменение упругих свойств матриц при высокой температуре

$$E_m,\ \varepsilon_m^0,\ f^{(m)}. \tag{3}$$

Коэффициент Пуассона изменяется при нагреве относительно мало и может считаться константой: $\upsilon_m = const$.

Функции (3) зависят от концентраций фаз матрицы и истории изменения температуры. Используем для матрицы 3-х фазную модель с кубической формой фаз, предложенную в [13], тогда для функций (3) имеем следующие выражения

$$E_m = E_b^0 \tilde{a}_1, \tag{4}$$

$$\tilde{a}_1 = \left(\frac{S_b}{a^{(0)}\left(S_p^2 - S_b^2\right) + m_p\left(1 - S_p^2\right)} + \frac{S_p - S_b}{a^{(0)}S_p^2 + m_p\left(1 - S_p^2\right)} + \frac{1 - S_p}{m_p} \right)^{-1}, \tag{5}$$

$$f_m = \frac{\varphi_g}{E_b^0}\left(\frac{1}{a^{(0)}\left(S_p^2 - S_b^2\right) + m_p\left(1 - S_p^2\right)} - \frac{1}{\tilde{a}_1} \right), \tag{6}$$

$$\overset{\circ}{\varepsilon}_m = \alpha_b \varphi_b \left(\theta - \theta_0\right) + \alpha_p \int_0^t \left[\theta(t) - \theta(\tau)\right] \dot{\varphi}_p d\tau - \beta_p \varphi_p, \tag{7}$$

где обозначены следующие вспомогательные функции

$$S_b = \left(\frac{\varphi_g}{1-\varphi_f^0} \right)^{1/3}, \quad S_p = \left(1 - \frac{\varphi_p}{1-\varphi_f^0} \right)^{1/3}, \tag{8}$$

$$a^{(0)} = \exp(-a\Delta\hat{\theta}), \tag{9}$$

$$\Delta\hat{\theta} = \Delta\theta + P\int_0^t \exp(-Q(t-\tau))\Delta\theta(\tau)d\tau, \ \Delta\theta = \theta - \theta_0, \tag{10}$$

а P , Q — константы, определенные экспериментально.

Модель (14)–(20) содержит следующие 6 констант

$$E_b^0,\ m_p,\ a,\ \alpha_b,\ \alpha_p,\ \beta_p,$$

которые определяются экспериментально.

Модель изменения упругих свойств армирующих волокон при высоких температурах. Тканевые наполнители композиционных материалов состоят из нескольких (обычно 2-х) систем нитей, переплетенных особым образом, а нити состоят из большого числа моноволокон, соединенных между собой с помощью полимерной матрицы. Различные типы моноволокон ведут себя по-разному при высоких температурах. Рассмотрим наиболее широко распространенные стеклянные или кварцевые моноволокна, которые можно рассматривать как изотропные материалы. Определяющие соотношения таких моно-волокон при высокой температуре имеют следующий вид [8,11]

$$\sigma_{ij}^{(f)} = C_{ijkl}^{(f)}(\varepsilon_{kl}^{(f)} - \varepsilon_{kl}^{0(f)}) - f^{(f)} p\delta_{kl},$$
$$\varepsilon_{kl}^{(f)} = \Pi_{ijkl}^{(f)}(\sigma_{ij}^{(f)} + f^{(f)} p\delta_{ij}) + \varepsilon_{kl}^{0(f)}.$$

Три тензора $C_{ijkl}^{(f)}$, $\Pi_{ijkl}^{(f)}$, $\varepsilon_{kl}^{0(f)}$ и $f^{(f)}$ — скаляр характеризуют упругие свойства изотропных волокон

$$\Pi_{ijkl}^{(f)} = \frac{1+\upsilon_f}{2E_f}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{\upsilon_f}{E_f}\delta_{ij}\delta_{kl},$$
$$\varepsilon_{kl}^{0(f)} = \varepsilon_f^0 \delta_{kl}.$$

Скалярные функции E_f , $f^{(f)}$, а $\upsilon_f = const$ характеризуют изменение упругих свойств стеклянных моноволокон при высокой температуре. Эти функции зависят от концентраций фаз и истории изменения температуры. Применяя трехфазную модель [13], для этих функций получим следующие выражения

$$E_f = E_f^0 \tilde{a}_f, \ \overset{\circ}{\varepsilon}_f = \alpha_f \varphi_a (\theta - \theta_0) + \alpha_l \int_0^t \left[\theta(t) - \theta(\tau)\right]\dot{\varphi}_l d\tau - \beta_l \varphi_l,$$

$$\tilde{a}_f = a_f^{(0)}\left(S_l - S_a\right) + \left(1 - S_l\right) n_l,$$
$$a_f^{(0)} = \exp\left(-a_f \Delta\hat{\theta}\right),$$

где β_l — коэффициент усадки, α_f и α_l — коэффициенты теплового расширения аморфной и кристаллической фаз волокна, $\tilde{a}_f$ — коэффициент изменения упругих характеристик при нагреве, где n_l — отношение модулей упругости кристаллической и аморфной фаз моноволокон. Функции S_l и S_a аналогичны функциям S_b и S_p для матрицы и вычисляются по формулам:

$$S_l = \left(1 - \frac{\varphi_l}{\varphi_f^0}\right)^{1/3}, \; S_a = \left(1 - \frac{\varphi_f}{\varphi_f^0}\right)^{1/3}.$$

Данная модель содержит 6 следующих констант

$$E_f^0, \; n_l, \; a_f, \; \beta_l, \; \alpha_f, \; \alpha_l,$$

которые определяются экспериментально.

Модель расчета изменения упругих свойств однонаправленных композитов при высоких температурах. Для расчета изменения упругих свойств однонаправленных композитов при высоких температурах, используем модель периодической структуры и метод асимптотического осреднения (МАО) [19]. Согласно варианту МАО, предложенному в [19], для расчета эффективных упругих свойств композита с периодической структурой можно рассмотреть набор так называемых локальных задач L_{pq} на 1/8 ячейки периодичности (ЯП) композита $\tilde{V}_\xi$.

$$\begin{cases} \sigma^{\alpha}_{ij(pq)/j} = 0, \text{ в } \tilde{V}_\xi \\ \sigma^{\alpha}_{ij(pq)} = C^{\alpha}_{ijkl}\varepsilon^{\alpha}_{kl(pq)}, \qquad \text{в } \tilde{V}_\xi \cup \Sigma'_s \cup \Sigma_s \\ \varepsilon^{\alpha}_{ij(pq)} = \dfrac{1}{2}\left(U^{\alpha}_{i(pq)/j} + U^{\alpha}_{j(pq)/i}\right), \text{в } \tilde{V}_\xi \\ U^{\alpha}_{i(pq)} = U^{N}_{i(pq)} \\ \left(\sigma^{\alpha}_{ij(pq)} - \sigma^{N}_{ij(pq)}\right) n_j = 0 \end{cases} \text{ на } \tilde{\Sigma}_{\xi\alpha N}.$$

Здесь и далее обозначены поверхности контакта $\tilde{\Sigma}_{\xi\alpha\beta}$ компонентов внутри $\tilde{V}_\xi$, $\Sigma_s = \{\xi_s = 0\}$ — координатные плоскости ЯП, $\Sigma'_s = \{\xi_s = a_s / 2\}$ — торцевые поверхности ячейки периодичности,

a_s — длина ребра ЯП, $s = 1,2,3$. В ЯП введены безразмерные локальные координаты ξ_s, $\sigma^{\alpha}_{ij(pq)}$ — микро-напряжения, $\varepsilon^{\alpha}_{kl(pq)}$ — микро-деформации, $U^{\alpha}_{i(pq)}$ — перемещения в задаче L_{pq}, индекс α указывает на номер компоненты в ЯП (волокна или матрица). Для однонаправленного композита $N = 2$. Символы $U^{\alpha}_{i(pq)/j}$ — означают производные по локальным координатам ξ_j.

На поверхности контакта компонентов композита заданы условия идеального контакта.

Задачи L_{pp}.

На гранях $\Sigma'_p = \{\xi_p = 0,5\}$ 1/8 ЯП заданы продольные перемещения и нулевые касательные компоненты вектора напряжений:

$$U_{p(pp)} = (1/2)\bar{\varepsilon}_{pp}, \qquad S_{ip(pp)} = 0, \qquad S_{jp(pp)} = 0, \qquad p = 1,2,3, \;\; i \neq j \neq p, \;\; i,j = 1,2,3, \tag{11}$$

где $S_{ik(pq)} = \sigma^{\alpha}_{ik(pq)}\big|_{\Sigma_k}$, $i \neq k$ касательные компоненты вектора напряжений $\sigma_{ik(pp)} n_k$ на гранях Σ_k .

На гранях $\Sigma_p = \{\xi_p = 0\}$ заданы условия скольжения

$$U_{p(pp)} = 0, \qquad S_{ip(pp)} = 0, \qquad S_{jp(pp)} = 0. \tag{12}$$

На остальных гранях 1/8 ЯП также заданы условия скольжения.

Величина $\bar{\varepsilon}_{pp}$ — заданная средняя деформация ЯП.

Задачи L_{pq} ($p \neq q$).

На гранях Σ'_p и Σ_p заданы следующие граничные условия:

$$U_{i(pq)} = 0, \qquad S_{pp(pq)} = 0, \qquad U_{q(pq)} = 0, \qquad p = 1,2,3, \;\; i \neq q \neq p \neq i, \;\; i,p,q = 1,2,3. \tag{13}$$

На гранях Σ'_i и Σ_i заданы аналогичные граничные условия.

$$U_{q(pq)} = 0, \qquad S_{qq(pq)} = 0, \qquad U_{i(pq)} = 0, \tag{14}$$

На гранях Σ'_q:

$$U_{q(pq)} = \frac{1}{4}\bar{\varepsilon}_{pq}, \qquad S_{qq(pq)} = 0, \qquad U_{i(pq)} = 0, \tag{15}$$

На гранях Σ_q:

$$U_{q(pq)} = 0, \qquad S_{qq(pq)} = 0, \qquad U_{i(pq)} = 0. \tag{16}$$

Эффективный тензор модулей упругости композита вычисляется по формулам

$$\bar{C}^{1D}_{ijpq} = \frac{\bar{\sigma}_{ij(pq)}}{\bar{\varepsilon}_{pq}}, \ \bar{\sigma}_{ij(pq)} = \left\langle \sigma^{\alpha}_{ij(pq)} \right\rangle = \sum_{\alpha=1}^{N} \int\limits_{V^{(\alpha)}} \sigma^{\alpha}_{ij(pq)} dV. \tag{17}$$

Далее вычисляется эффективный тензор упругих податливостей $\bar{\Pi}^{1D}_{ijpq} = (\bar{C}^{1D}_{ijpq})^{-1}$ и эффективные упругие характеристики 1D композита:

- $E_L = \dfrac{1}{\bar{\Pi}^{1D}_{1111}}$, $E_T = \dfrac{1}{\bar{\Pi}^{1D}_{2222}}$ — эффективный продольный и поперечный модули упругости,
- $\nu_{TL} = -\bar{E}_T \bar{\Pi}^{1D}_{1122}$, $\nu_{TT} = -\bar{E}_T \bar{\Pi}^{1D}_{2233}$ — эффективные коэффициенты Пуассона,
- $G_{TL} = \bar{C}^{1D}_{1313}$ — эффективные модули межслойного сдвига $p \neq q$, $p = 1,2,3$.

Здесь направление 1 — соответствует направлению волокон (индекс L) в 1D композите, а направления 2 и 3 — являются поперечными (индекс T).

Модель расчета тепловых деформаций однонаправленных композитов при высоких температурах. Для расчета тензора тепловых деформаций однонаправленных композитов при высоких температурах рассматриваются локальные задачи L^0_{pq} на 1/8 ячейки периодичности (ЯП) композита $\tilde{V}_{\xi}$, которые имеют вид

$$\begin{cases} \sigma^{\alpha}_{ij(pq)/j} = 0, \ \text{в} \ \ \tilde{V}_{\xi} \\ \sigma^{\alpha}_{ij(pq)} = C^{\alpha}_{ijkl}(\varepsilon^{\alpha}_{kl(pq)} - \varepsilon^{0\alpha}_{kl(pq)}), \ \text{в} \ \ \tilde{V}_{\xi} \cup \Sigma'_s \cup \Sigma_s \\ \varepsilon^{\alpha}_{ij(pq)} = \dfrac{1}{2}\left(U^{\alpha}_{i(pq)/j} + U^{\alpha}_{j(pq)/i}\right), \ \text{в} \ \ \tilde{V}_{\xi} \\ \left.\begin{array}{l} U^{\alpha}_{i(pq)} = U^{N}_{i(pq)} \\ \left(\sigma^{\alpha}_{ij(pq)} - \sigma^{N}_{ij(pq)}\right) n_j = 0 \end{array}\right\} \ \text{на} \ \ \tilde{\Sigma}_{\xi\alpha N}, \end{cases} \tag{18}$$

где $\varepsilon^{0}_{ij(pq)}$ — значения тепловых деформаций задаются следующим образом:

$$\varepsilon^{0\alpha}_{ij(pq)} = \Delta_{ijpq} \varepsilon^{0(\alpha)}_{pq}, \tag{19}$$

здесь $\Delta_{ijpq} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}\right)$ — единичный тензор 4-го ранга [22] (суммирования по p, q в этих формулах нет), а $\varepsilon_{pq}^{0(\alpha)}$ — тепловые деформации матрицы и волокон (индекс $\alpha = 1$ соответствует волокну: $\alpha \leftrightarrow f$ а индекс $\alpha = 2$ соответствует матрице: $\alpha \leftrightarrow m$).

Граничные условия в задаче (18) имеют вид (11)–(18), но в них следует положить $\overline{\varepsilon}_{pq} = 0$.

С помощью решений задач L_{pq}^{0} для тепловых напряжений, находим эффективные тепловые деформации композита $\overline{\varepsilon}_{kl}^{01D}$

$$\begin{aligned} \overline{\varepsilon}_{kl}^{01D} &= -\overline{\Pi}_{klij}\overline{\sigma}_{ij}^{0}, \\ \overline{\sigma}_{ij}^{0} &= \sum_{p,q=1}^{N} < \sigma_{ij(pq)}^{\alpha} >, \end{aligned} \tag{20}$$

где $\sigma_{ij(pq)}^{\alpha}$ — термонапряжения в задаче L_{pq}^{0}.

Модель расчета изменения упругих свойств и тепловых деформаций тканевых композитов при высоких температурах. Для расчета свойств тканевых композитов используется также МАО с ЯП, состоящей из 2-х систем переплетенных нитей. Нити обладают криволинейной анизотропией, которая вводится следующим образом: для каждой нити вводится собственная система координат $O\xi_i^{(\alpha)}$, $\alpha = 1,2$, которая связана с единой локальной системой координат $O\xi_i$ ЯП с помощью матрицы поворота $Q_i^{m(\alpha)}(\xi_k)$ в плоскости $O\xi_\alpha\xi_3$, $\alpha = 1,2$. Матрица поворота $Q_i^{m(\alpha)}(\xi_k)$ зависит от координат ξ_i. Полагается, что в каждой точке ЯП с координатами ξ_i нить можно рассматривать как 1D композит с эффективными характеристиками, совпадающими соответствующими эффективными характеристиками $\overline{C}_{ijpq}^{1D}$ и $\overline{\varepsilon}_{kl}^{01D}$, (17) и (20), причем для нити с индексом $\alpha = 1$ продольное L–направление совпадает с направлением оси $O\xi_1^{(1)}$, а для нити с индексом $\alpha = 2$ продольное L–направление совпадает с $O\xi_2^{(2)}$.

Для нахождения компонент тензора модулей упругости нитей в единой локальной систем координат $O\xi_i$ используем формулы преобразования компонент тензора 4-го ранга при повороте системы координат [22]:

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^{(\alpha)}(\xi_k) &= \overline{C}_{mnsr}^{1D} Q_i^{m(\alpha)}(\xi_k) Q_j^{n(\alpha)}(\xi_k) Q_k^{s(\alpha)}(\xi_k) Q_l^{r(\alpha)}(\xi_k), \\ \varepsilon_{ij}^{0(\alpha)}(\xi_k) &= \overline{\varepsilon}_{mn}^{01D} Q_i^{m(\alpha)}(\xi_k) Q_j^{n(\alpha)}(\xi_k), \ \alpha = 1,2. \end{aligned} \tag{21}$$

Матрица тканевого композита предполагается изотропной, ее тензор модулей упругости $C_{ijkl}^{(\alpha)}$ и тензор $\varepsilon_{ij}^{0(\alpha)}$ $\alpha = 3$ не зависят от матрицы поворота и координат, они определяются по формулам (1) и (2)

$$\begin{aligned} C_{ijkl}^{(3)} &= C_{ijkl}^{(m)}, \\ \varepsilon_{ij}^{0(3)} &= \varepsilon_{ij}^{0(m)}. \end{aligned} \tag{22}$$

Далее решаются задачи L_{pq}, L_{pq}^{0} с тензорами (21) и (22) для 3-х компонентного композита, ЯП которого состоит из 2-х систем нитей и матрицы. После решения этих задач и нахождения полей микронапряжений $\sigma_{ij(pq)}^{\alpha}$, вычисляются значения эффективных тензоров модулей упругости и тепловых деформаций тканевого композита по формулам (17) и (20)

$$\bar{C}_{ijpq} = \frac{\bar{\sigma}_{ij(pq)}}{\bar{\varepsilon}_{pq}},$$

$$\bar{\sigma}_{ij(pq)} = \left\langle \sigma_{ij(pq)}^{\alpha} \right\rangle = \sum_{\alpha=1}^{N} \int\limits_{V^{(\alpha)}} \sigma_{ij(pq)}^{\alpha} dV,$$

$$\bar{\varepsilon}_{kl}^{0} = -\bar{\Pi}_{klij}\bar{\sigma}_{ij}^{0}, \qquad \bar{\sigma}_{ij}^{0} = \sum_{p,q=1}^{N} < \sigma_{ij(pq)}^{\alpha} > .$$

Далее вычисляется эффективный тензор упругих податливостей $\bar{\Pi}_{ijpq} = (\bar{C}_{ijpq})^{-1}$ тканевого композита и его эффективные упругие характеристики:

- $\bar{E}_p = \dfrac{1}{\bar{\Pi}_{pppp}}$ — эффективные модули Юнга,
- $\bar{v}_{pq} = -\dfrac{\bar{\Pi}_{ppqq}}{\bar{E}_p}$ — эффективные коэффициенты Пуассона,
- $\bar{G}_{pq} = \bar{C}_{pqpq}$ — эффективные модули сдвига. $p \neq q$, $p = 1,2,3$.

Результаты численного моделирования микронапряжений и упругих свойств тканевых композитов в программном комплексе SMCM. Для решения локальных задач L_{pq} и L_{pq}^{0} применялся метод конечного элемента (МКЭ) с тетраэдальным 4-х и 10 узловым конечным элементом (КЭ). Подробности численного алгоритма МКЭ для решения локальных задач изложены в [19]. Численная реализация разработанного алгоритма, включая реализацию МКЭ, осуществлялась в программном комплексе SMCM, разработанном в Научно-образовательном центре «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и

разработка программных комплексов» (НОЦ «СИМПЛЕКС») и на кафедре «Вычислительная математика и вычислительная физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана [23].

Программный комплекс SMCM позволяет осуществлять полный цикл компьютерного конечно-элементного моделирования, включая стадию препроцессинга и постпроцессинга. На рисунках 1–5 представлены некоторые результаты моделирования, демонстрирующие основные этапы проведенных расчетов в ПК SMCM.

На рис. 1 показано окно ПК SMCM, предназначенное для 3D геометрического моделирования микроструктур композитов. В ПК SMCM создана параметризованная геометрия тканевых композитов с различными микроструктурами: полотняными, сатиновыми и саржевыми. На рисунке 1 показана ЯП тканевого КМ с саржевой структурой плетения нитей 1/2 (переплетение нитей через 2 соседние, со сдвигом на 1 нить). На рис. 2 показана расчетная КЭ сетка для тканевого композита с полотняным переплетением, созданная с помощью генератора сеток ПК SMCM.

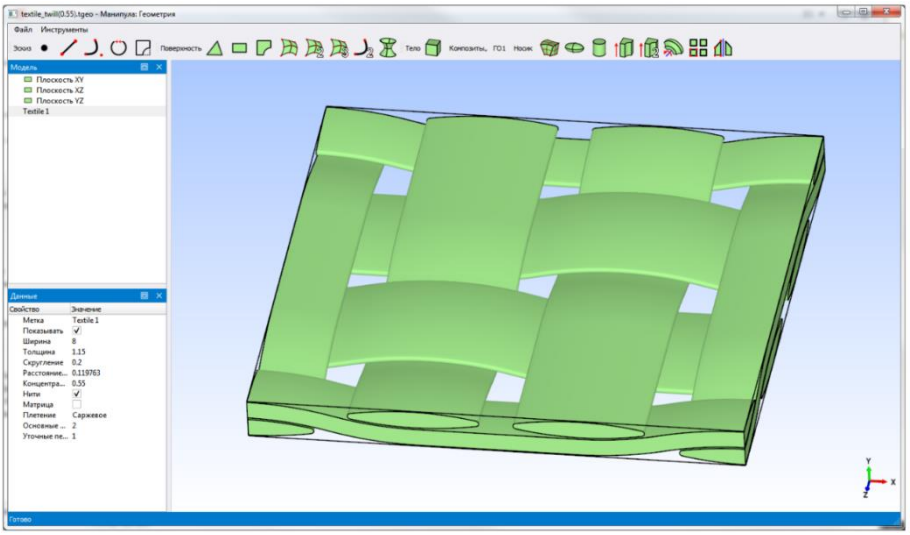


Рис. 1. Окно 2 ПК SMCM, в котором создана параметризованная геометрия тканевого композита с саржевой структурой плетения нитей ½

Расчеты полей микронапряжений $\sigma^{\alpha}_{ij(pq)}$ в задачах L_{pq} проводились как в разработанном ПК SMCM, так и в ПК ANSYS, на одних и тех же КЭ сетках. При сравнительном анализе была осуществлена доработка программного модуля ANSYS, для того, чтобы обеспечить получение всех необходимых для решения задач L_{pq} характеристик. Сравнения проводились только для тканевого КМ — как одноуровневой структуры с заданными характеристиками волокон и матрицы, для

нормальных температур, при которых отсутствуют фазовые превращения, поскольку в ПК ANSYS 2020 R2 не реализованы многоуровневые модели КМ, а также нет моделей с высоко-температурными фазовыми превращениями. Волокна (нити) в сравнительных расчетах считались изотропными, поскольку в стандартной версии ПК ANSYS 2020 R2 нет функции задания криволинейной анизотропии, которой оснащен ПК SMCM. При расчетах использовался КЭ с квадратичной аппроксимацией решений относительно перемещений (10-узловой КЭ). При сравнительном моделировании применялась КЭ сетка их 314583 элементов. При сравнительном анализе были использованы следующие характеристики матрицы и волокон, соответствующие стеклянным волокнам и эпоксидной матрице:

$$E_f^0 = 70 \ \text{ГПа}, \ \upsilon_f = 0,25, \ \ E_b^0 = 3 \ \text{ГПа}, \ \ \upsilon_m = 0,33. \qquad (23)$$

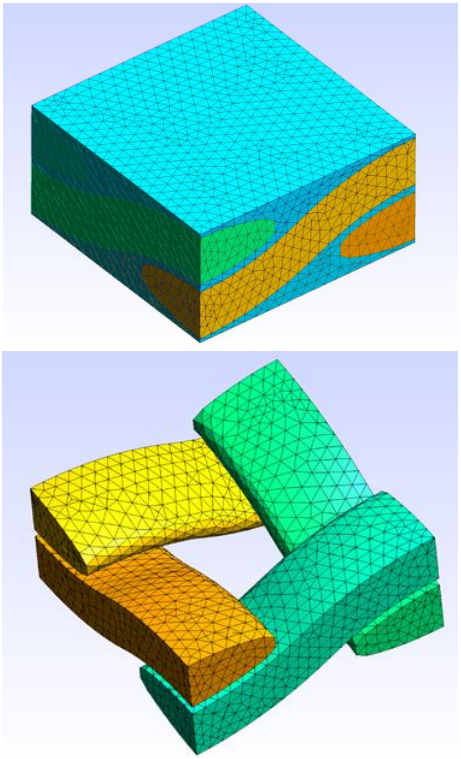
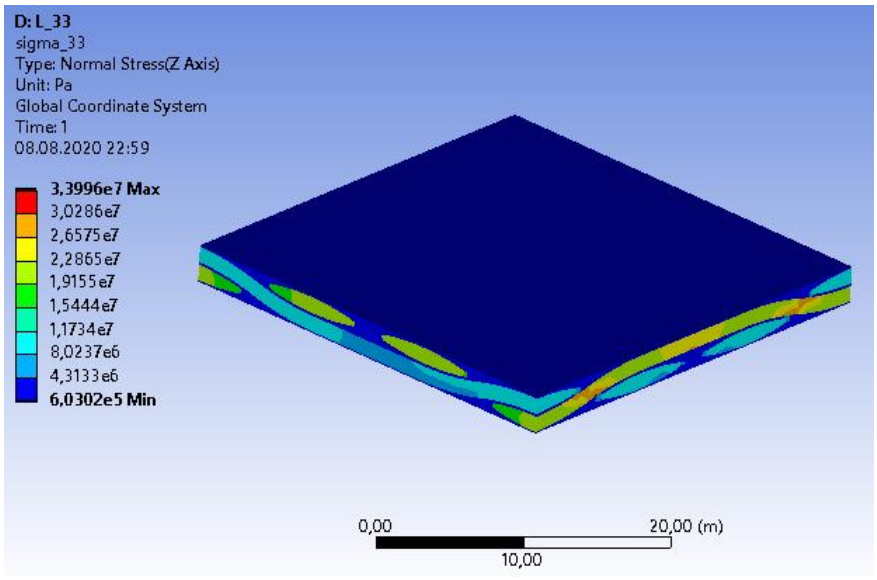
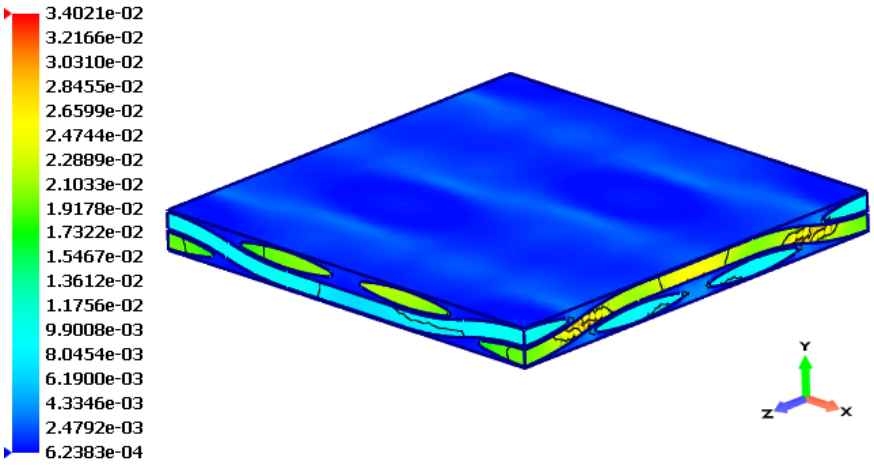


Рис. 2. Расчетная КЭ сетка для ЯП тканевого композита с полотняным переплетением, созданная с помощью генератора сеток ПК SMCM

На рис. 3–5 показаны некоторые из полученных результатов расчетов полей микронапряжений $\sigma_{ij(pq)}^{\alpha}$ в ЯП для тканевого ПКМ с саржевой структурой плетения нитей при нормальной температуре.



а

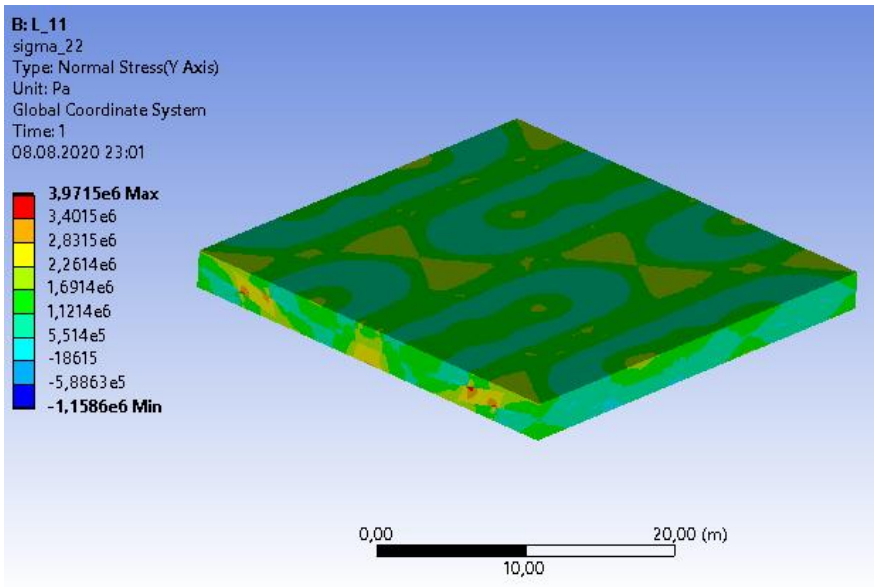


б

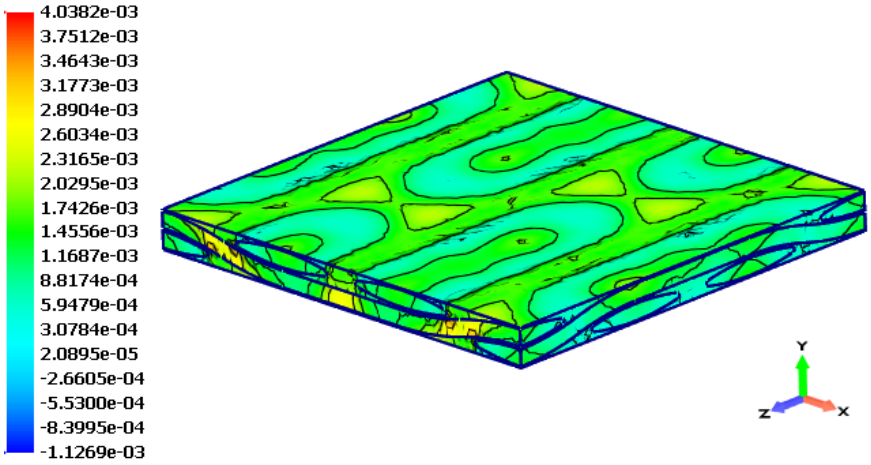
Рис. 3. Распределение напряжений в 1/8 ЯП, в задаче L_{33} для тканевого ПКМ с саржевым переплетением:
а — ПК «ANSYS»; *б* — ПК SMCM

Результаты сравнения полей микронапряжений $\sigma^{\alpha}_{ij(pq)}$ для всех рассмотренных задач L_{pq}, показали, что разработанный комплекс SMCM обеспечивает очень высокую точность расчетов микронапряжений, максимальное относительное отклонение в расчетах, полученных в ПК ANSYS и ПК SMCM, не превышало 1,5–2 %. Качественное сравнение полей микронапряжений также показывает, что комплекс

ПК SMCM полностью воспроизводит все особенности этих полей, с наличием одних и тех же максимумов, и минимумов, которые могут быть получены с помощью ПК ANSYS для сложной геометрической структуры тканевого ПКМ.

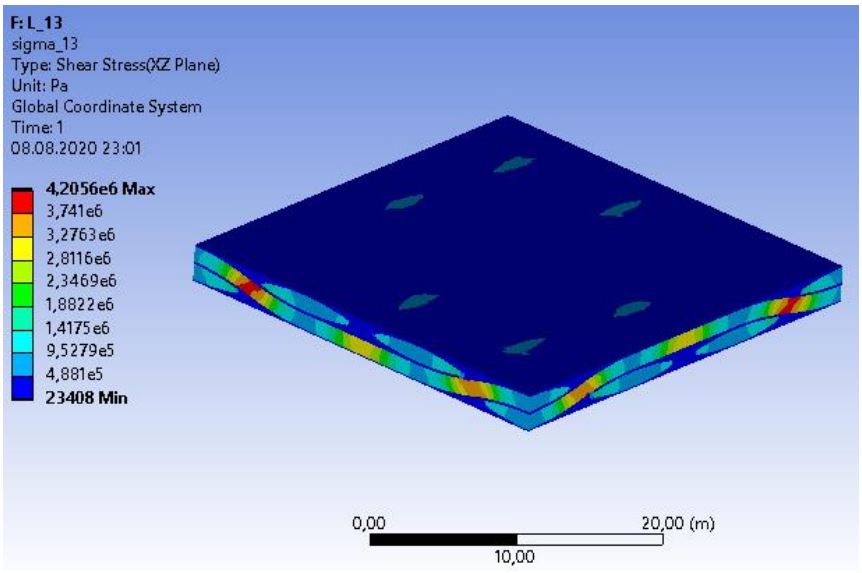


а

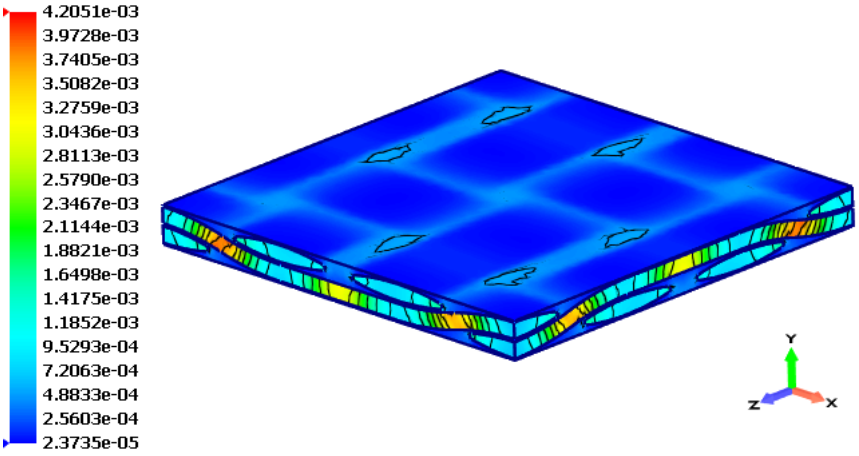


б

Рис. 4. Распределение напряжений $\sigma^{\alpha}_{22(11)}$ в 1/8 ЯП, в задачи L_{11} для тканевого ПКМ из с саржевым переплетением:
а — ПК «ANSYS»; *б* — ПК SMCM



а



б

Рис. 5. Распределение напряжений $\sigma^{\alpha}_{13(13)}$ в 1/8 ЯП, в задаче L_{13} для тканевого ПКМ с саржевым переплетением:
а — ПК «ANSYS»; *б* — ПК SMCM

Результаты расчета эффективных констант упругости для тканевого ПКМ с саржевым переплетением нитей и с характеристиками компонентов (23), приведены в таблице 1. Эти результаты показывают, что ПК SMCM позволяет вычислять эффективные характеристики тканевых композитов практически со 100% точностью. Отклонение в расчетах с результатами, получаемыми с помощью ПК ANSYS находится в пределах машинной точности и имеет –7…–9 порядок.

Таблица 1

Эффективные константы упругости тканевого ПКМ с саржевым переплетением, полученные с помощью ПК ANSYS и разработанного ПК SMCM

Эффективные константы упругости тканевого ПКМ			
Константа	ПК ANSYS	ПК SMCM	отклонение, %
$\bar{E}_1$, ГПа	25,742	25,742	1,83e-08
$\bar{E}_2$, ГПа	9,212	9,212	5,39e-09
$\bar{E}_3$, ГПа	25,740	25,740	6,65e-09
$\bar{\nu}_{12}$	0,325	0,325	4,49e-08
$\bar{\nu}_{23}$	0,116	0,116	2,57e-08
$\bar{\nu}_{13}$	0,158	0,158	4,69e-07
$\bar{G}_{13}$, ГПа	7,153	7,153	1,06e-07
$\bar{G}_{23}$, ГПа	2,727	2,727	4,09e-07
$\bar{G}_{12}$, ГПа	2,727	2,727	1,50e-08

Далее были проведены расчеты для случая высокотемпературного нагрева тканевого ПКМ саржевой структуры. На рисунке 6 показана циклограмма нагрева (функция изменения температуры ПКМ во времени) $\theta(t)$. Результаты расчета изменения эффективных упругих характеристик тканевого ПКМ $\bar{E}_1$, $\bar{\nu}_{12}$ и $\bar{G}_{12}$ во времени, соответствующие данной циклограмме нагрева, показаны на рисунках 7–9. Результаты расчетов показывают, что с увеличением температуры модуль упругости и модуль сдвига ПКМ — существенно уменьшаются, а коэффициент Пуассона — возрастает. Эти изменения носят частично обратимый характер: при уменьшении температуры модуль упругости $\bar{E}_1$ и модуль сдвига $\bar{G}_{12}$ частично восстанавливают свои значения, однако, не полностью — после двукратного предварительного нагрева, модуль упругости $\bar{E}_1$ снижается примерно на 40%, а $\bar{G}_{12}$ — примерно на 50%. Изменения коэффициента Пуассона $\bar{\nu}_{12}$ ПКМ являются практически частично обратимыми — после предварительного нагрева, они возвращаются к своим исходным значениям, что обусловлено допущениями модели о том, что коэффициенты Пуассона матрицы и волокон — не изменяются при высокотемпературном нагреве.

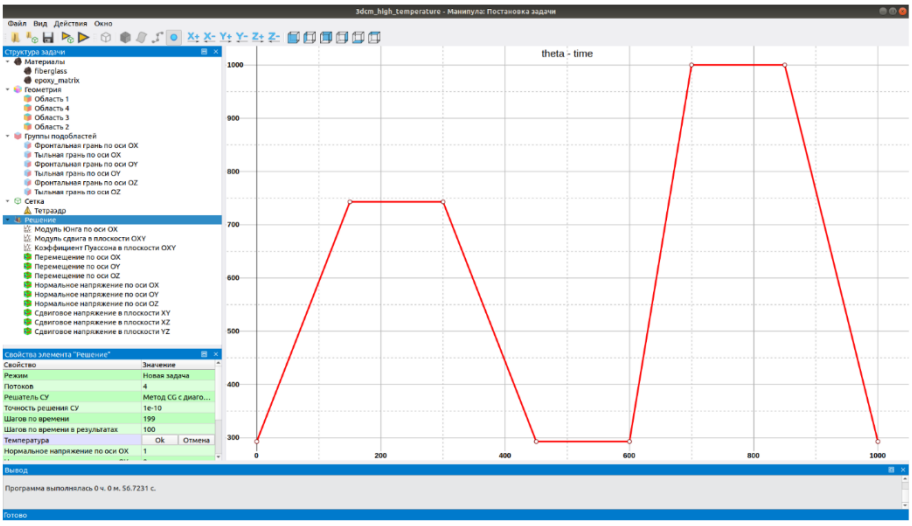


Рис. 6. Циклограмма нагрева ПКМ. Показано окно ПК SMCM

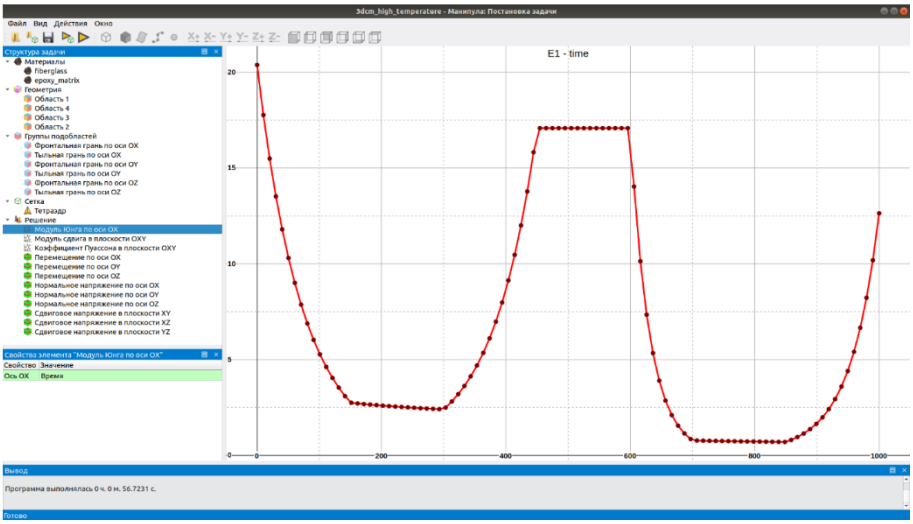


Рис. 7. Расчетный график изменения модуля упругости $\bar{E}_1$ тканевого ПКМ с течением времени при нагреве по заданной циклограмме. Расчет получен с помощью ПК SMCM

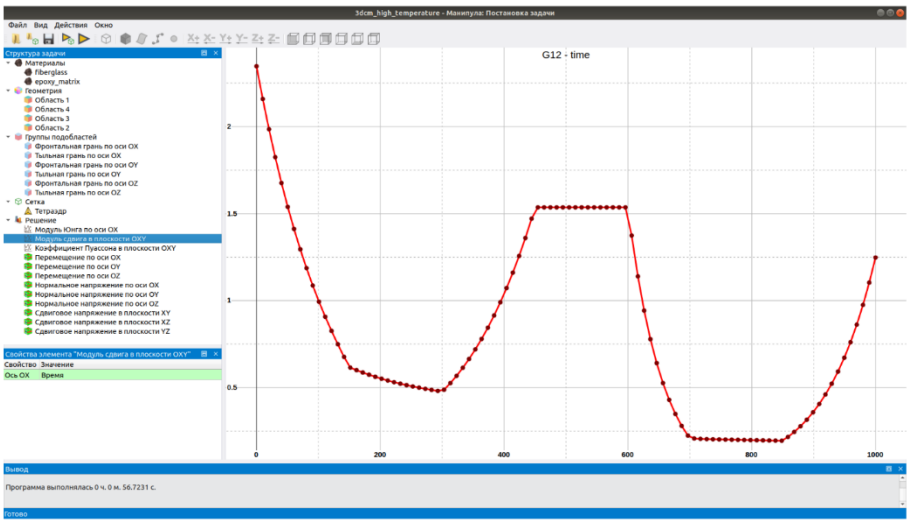


Рис. 8. Расчетный график изменения модуля сдвига $\bar{G}_{12}$ тканевого ПКМ с течением времени при нагреве по заданной циклограмме. Расчет получен с помощью ПК SMCM

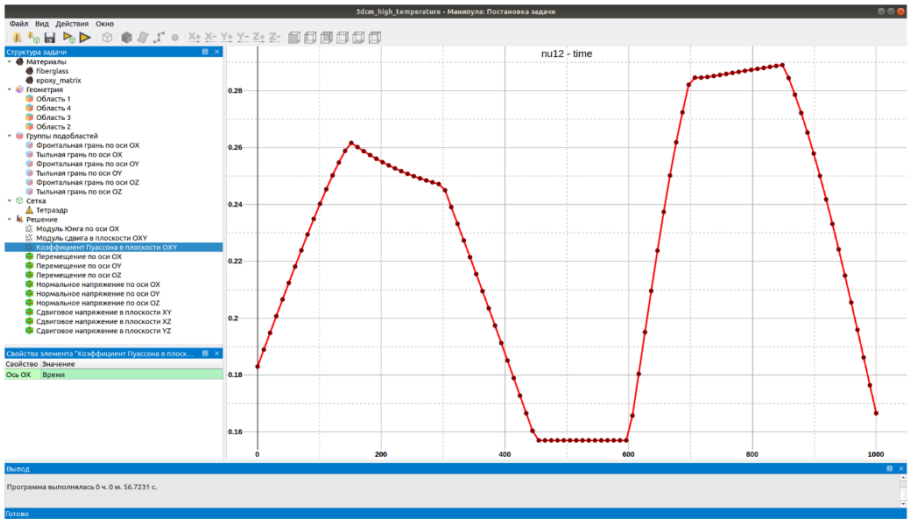


Рис. 9. Расчетный график изменения коэффициента Пуассона $\bar{\nu}_{12}$ тканевого ПКМ с течением времени при нагреве по заданной циклограмме. Расчет получен с помощью ПК SMCM

Заключение. Предложена комплексная 3-х уровневая модель прогнозирования термоупругих свойств полимерных композиционных материалов со сложными структурами армирования при нагреве до высоких температур, при которых происходят фазовые превращения в матрице и волокнах. Модель включает в себя уровни: матрицы и моноволокон, 1D композита и тканевого композита. Модель

является кинетической, позволяет прогнозировать свойства ПКМ в зависимости не только от уровня температуры, но и от продолжительности нагрева, и, вообще, от предыстории нагрева. Предложенная модель реализована в составе программного комплекса SMCM, разработанного на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Проведенные при нормальной температуре сравнительные численные расчеты показали, что разработанная программная реализация модели в составе ПК SMCM, позволяет получать результаты очень высокой точности, как по эффективным упругим константам ПКМ, так и по полям распределения микронапряжений в ЯП композита. Относительное отклонение от аналогичных результатов, полученных с помощью ПК ANSYS не превышает 1,5–2 % — для микронапряжений, и 0% — для эффективных упругих характеристик (т.е. имеет место 100% совпадение, отличие только в машинной точности результатов).

Проведенные расчеты высокотемпературного изменения упругих констант типового ПКМ на основе стеклянных волокон и эпоксидной матрицы показали, что разработанная модель, и ее реализация в составе ПК SMCM, позволяют прогнозировать свойства композитов при произвольно заданных температурных режимах, с учетом фазовых превращений в матрице и волокнах.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Asgar A., Sarath Raj N.S, Thadathil J. Varghese ablative heating technology in hypersonic re-entry vehicles and cruise aircrafts. *International journal of recent technology and engineering*, 2019, vol. 8, iss. 3, pp. 3007–3014.

[2] Smith T.R., Bowcutt G.K., Selmon J.R., Luis M., Northrop B., Mairs R., Unger E.R., Lau K.Y., Silvester T., Alesi H., Paull A., Paull R., Dolvin D.J. HIFiRE 4: a low-cost aerodynamics, stability and control hypersonic flight experiment. *Proceedings of 17th International space planes, hypersonic systems, and technologies conference (AIAA)*, 2011, pp. 2011–2275.

[3] Bahramian A.R., Kokabi M., Famili M.H.N., Beheshty M.H. Ablation and thermal degradation behavior of a composite based on resol type phenolic resin: Process modeling and experimental. *Polymer*, 2006, no. 47, pp. 3661–3673.

[4] Riccio A., Raimondo F., Sellitto A., Carandente V., Scigliano R., Tescione D. Optimum design of ablative thermal protection systems for atmospheric entry vehicle. *Applied Thermal Engineering*, 2017, no. 119, pp. 541–552.

[5] Lancelle D., Božić O. Simulation of an ablative thermal protection system for the hypersonic ascend of an electromagnetically launched payload carrier. *Proceedings of 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, 2013, 12 p.

[6] Eekelen T., Bouilly J.-M., Hudrisier S., Dupillier J.-M., Aspa Y. Design and numerical modelling of charring material ablators for re-entry applications. *Proceedings of the Sixth European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures*, Germany, 2009, European Space Agency – WPP319.

[7] Liu Z., Hao A., Zhang S., Dessureault Y.-S., Liang R. Lightweight carbon nanotube surface thermal shielding for carbon fiber/bismaleimide composites. *Carbon*, 2019, vol. 153, pp.320– 329. DOI: 10.1016/j.carbon.2019.07.018

[8] Димитриенко Ю.И. *Механика композитных конструкций при высоких температурах*. Москва, Физматлит, 2018, 448 с.

[9] Страхов В.Л., Кругов А.М., Давыдкин Н.Ф. *Огнезащита строительных конструкций*. Москва, ТИМР, 2000, 433 с.

[10] Акулов А.Ю., Аксенов А.В. Огнезащитное покрытие на основе минеральных термостойких заполнителей для металлоконструкций нефтегазового комплекса. *Известия вузов. Нефть и газ*, 2011, вып. 1, с. 66–71.

[11] Dimitrienko Yu.I. Thermomechanical behaviour of composite materials and structures under high temperatures. Part 2. Structures. *Composites. Part A: Applied Science and Manufacturing*, 1997, vol. 28A, pp. 463–471.

[12] Dimitrienko Yu.I. A structural thermomechanical model of textile composite materials at high temperatures. *Composite science and technologies*, 1999, vol. 59, pp. 1041–1053.

[13] Dimitrienko Yu.I**.** Modelling of mechanical properties of composite materials under high temperatures. Part 3. Textile composites. *Int. Journal of Applied Composite Materials*, 1998, vol. 5, № 4, pp. 257–272.

[14] Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A., Koryakov M.N. Coupled problems of high-speed aerodynamics and thermomechanics of heat-shielding structures. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol 1141, art. 012094. DOI:10.1088/1742-6596/1141/1/012094

[15] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К. Моделирование сопряженных процессов аэрогазодинамики и теплообмена на поверхности теплозащиты перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2014, № 3, с. 23–34.

[16] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Строганов А.С. Численное моделирование сопряженных аэрогазодинамических и термодинамических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3 (3), с. 3–24.

[17] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Разработка технологий численного моделирования сопряженных задач газовой динамики и термодинамики композитных конструкций перспективных высокоскоростных летательных аппаратов. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*, 2016, т. 18, № 2 (3), с. 891–895.

[18] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Юрин Ю.В., Захаров А.А. Конечно-элементное моделирование термонапряжений в композитных термодеструктирующих конструкциях при аэродинамическом нагреве. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 2 (22), с. 15–34.

[19] Димитриенко Ю.И. Кашкаров А.И. Расчет эффективных характеристик композитов с периодической структурой методом конечного элемента. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2002, № 2, с.95–108.

[20] Димитриенко Ю.И., Луценко А.Н., Губарева Е.А., Орешко Е.И., Базылева О.А., Сборщиков С.В. Расчет механических характеристик жаропрочных интерметаллидных сплавов на основе никеля методом многомасштабного моделирования. *Авиационные материалы и технологии*, 2016, №3 (42), с. 33–48.

[21] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D., Sborschikov S.V. Multiscale hierarchical modeling of fiber reinforced composites by asymptotic homogenization method. *Applied mathematical sciences*, 2015, vol. 9, no. 145, pp. 7211–7220.

[22] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 1. Тензорный анализ*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 367 с.

[23] Свидетельство № 2019666174 *Программа HighTempETextileManipula для прогнозирования модулей упругости тканевых полимерных композитов при высоких температурах на основе конечно-элементного решения задач на ячейке периодичности*: свидетельство об офиц. регистрации программы для ЭВМ / Ю.И. Димитриенко, Ю.В. Юрин, С.В. Сборщиков, И.О. Богданов; заявитель и правообладатель МГТУ им. Н.Э. Баумана – № 2019665102; заявл. 26.11.2019; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 05.12.2019. – [1].

Статья поступила в редакцию 14.12.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Димитриенко Ю.И., Юрин Ю.В., Сборщиков С.В., Богданов И.О., Яхновский А.Д., Баймурзин Р.Р. Конечно-элементное моделирование упругих свойств тканевых полимерных композитов при высоких температурах. *Математическое моделирование и численные методы.* 2020. № 1. с. 3–27.

Димитриенко Юрий Иванович — д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, директор Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: dimit.bmstu@gmail.com

Юрин Юрий Викторович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, старший научный сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: yvyurin@yandex.ru

Сборщиков Сергей Васильевич — научный сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: servasbor@gmail.com

Богданов Илья Олегович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, старший научный сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: biofamily_7394@mail.ru

Яхновский Алексей Денисович — магистрант кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: yahnovskiy@gmail.com

Баймурзин Радмир Расимович — магистрант кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: radmir200@mail.ru

Finite element modeling of elastic properties of textile polymer composites at high temperatures

© Yu.I. Dimitrienko, Yu.V. Yurin, S.V. Sborschikov,
I.O. Bogdanov, A.D. Yahnovskiy, R.R. Baymurzin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The problem of multilevel model development for calculating of an elastic property of polymer composite materials with a complex reinforcement structure at high temperatures is considered. It is assumed that thermal destruction processes take place in the matrix and fibers at high temperatures. In order to take into account the change in the elastic properties of the composite depending on the temperature and heating time, a 3-level structural model of the composite is proposed. At the lower level mono-fibers and a matrix consisting of 4 phases, the ratio between which changes when heated are considered. At this level, the analytical relations proposed earlier in the works of Yu.I. Dimitrienko. At the next level of the model, a unidirectional composite is considered, consisting of bundles of monofilaments and a matrix. To calculate elastic properties at this level, the method of asymptotic averaging is used, and a finite element algorithm for solving local problems of the theory of thermoelasticity arising in this method. At the 3rd structural level of the model, composites with complex reinforcement structures, in particular, fabric composites, are considered. The method of asymptotic averaging is also used to calculate the elastic properties of the composite at this level. For the numerical calculation of the elastic characteristics of polymer composites at high temperatures, specialized software has been developed that operates under the control of the SMCM software package created at the Scientific and Educational Center for Supercomputer Engineering Modeling and Development of Software Systems of the Bauman Moscow State Technical University. The article provides examples of the application of the developed multilevel model and software for textile composites based on an epoxy matrix and glass fibers. The values of all components of the tensor of the elastic moduli of the composite are calculated, which vary depending on the heating program of the composite. The microstress fields in the composite are obtained. A comparison is made of the fields of microstresses and effective elastic constants at normal temperatures, with similar values obtained using the ANSYS software package, which has been modified to enable the calculation of effective elastic constants in accordance with the proposed model. A very good agreement was obtained between the calculation results, both of the effective constants and of the microstresses fields, which allows us to speak of the high accuracy of the developed software.

***Keywords**: numerical modeling, finite element method, asymptotic averaging method, textile composites, twill weave, plain weave, unidirectional composites, high temperatures, thermal destruction, polymer phase, pyrolytic phase, amorphous phase, crystalline phase, elastic characteristics, microstresses*

REFERENCES

[1] Asgar A., Sarath Raj N.S, Thadathil J. Varghese ablative heating technology in hypersonic re-entry vehicles and cruise aircrafts. *International journal of recent technology and engineering*, 2019, vol. 8, iss. 3, pp. 3007–3014.

[2] Smith T.R., Bowcutt G.K., Selmon J.R., Luis M., Northrop B., Mairs R., Unger E.R., Lau K.Y., Silvester T., Alesi H., Paull A., Paull R., Dolvin D.J. HIFiRE 4: a low-cost aerodynamics, stability, and control hypersonic flight experiment. *Proceedings of 17th International space planes and hypersonic systems and technologies conference (AIAA)*, 2011, pp. 2011–2275.

[3] Bahramian A.R., Kokabi M., Famili M.H.N., Beheshty M.H. Ablation and thermal degradation behavior of a composite based on resol type phenolic resin: Process modeling and experimental. *Polymer*, 2006, no. 47, pp. 3661–3673.

[4] Riccio A., Raimondo F., Sellitto A., Carandente V., Scigliano R., Tescione D. Optimum design of ablative thermal protection systems for atmospheric entry vehicle. *Applied Thermal Engineering*, 2017, no. 119, pp. 541–552.

[5] Lancelle D., Božić O. Simulation of an ablative thermal protection system for the hypersonic ascend of an electromagnetically launched payload carrier. *Proceedings of 5th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)*, 2013, 12 p.

[6] Eekelen T., Bouilly J.-M., Hudrisier S., Dupillier J.-M., Aspa Y. Design and numerical modelling of charring material ablators for re-entry applications. *Proceedings of the Sixth European Workshop on Thermal Protection Systems and Hot Structures*, Germany, 2009, European Space Agency – WPP319.

[7] Liu Z., Hao A., Zhang S., Dessureault Y.-S., Liang R. Lightweight carbon nanotube surface thermal shielding for carbon fiber/bismaleimide composites. *Carbon*, 2019, vol. 153, pp.320– 329. DOI: 10.1016/j.carbon.2019.07.018

[8] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika kompozitnyh konstrukcij pri vysokih temperaturah* [Mechanics of composite structures at high temperatures]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2018, 448 p.

[9] Strahov V.L., Krugov A.M., Davydkin N.F. *Ognezashchita stroitel'nyh konstrukcij* [Fire protection of building structures]. Moscow, TIMR Publ., 2000, 433 p.

[10] Akulov A.Yu., Aksenov A.V. *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz — Oil and Gas Studies*, 2011, iss. 1, pp. 66–71.

[11] Dimitrienko Yu.I. Thermomechanical behaviour of composite materials and structures under high temperatures. Part 2. Structures. *Composites. Part A: Applied Science and Manufacturing*, 1997, vol. 28A, pp. 463–471.

[12] Dimitrienko Yu.I. A structural thermomechanical model of textile composite materials at high temperatures. *Composite science and technologies*, 1999, vol. 59, pp. 1041–1053.

[13] Dimitrienko Yu.I**.** Modelling of mechanical properties of composite materials under high temperatures. Part 3. Textile composites. *Int. Journal of Applied Composite Materials*, 1998, vol. 5, № 4, pp. 257–272.

[14] Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A., Koryakov M.N. Coupled problems of high-speed aerodynamics and thermomechanics of heat-shielding structures. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1141, art. 012094. DOI:10.1088/1742-6596/1141/1/012094

[15] Dimitrienko Yu.I., Zakharov A.A., Koryakov M.N., Syzdykov E.K. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2014, no. 3, pp. 23–34.

[16] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Stroganov A.S. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 3 (3), pp. 3–24.

[17] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii — nauk Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 2016, vol. 18, no. 2 (3), pp. 891–895.

[18] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Yurin Yu.V., Zakharov A.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2019, no. 2 (22), pp. 15–34.

[19] Dimitrienko Yu.I., Kashkarov A.I. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*, 2002, no. 2, pp. 45–108.

[20] Dimitrienko YU.I., Lucenko A.N., Gubareva E.A., Oreshko E.I., Bazyleva O.A., Sborshchikov S.V. Aviacionnye materialy i tekhnologii — *Aviation materials and tecnologes*, 2016, no. 3 (42), pp. 33–48.

[21] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D., Sborschikov S.V. Multiscale hierarchical modeling of fiber reinforced composites by asymptotic homogenization method. *Applied mathematical sciences*, 2015, vol. 9, no. 145, pp. 7211–7220.

[22] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoj sredy. V 4-h t. T. 1. Tenzornyj analiz* [Continuum Mechanics. In 4 vols. 1. Tensor analysis]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 367 p.

[23] Certificate no. 2019666174 *Programma HighTempETextileManipula dlya prognozirovaniya modulej uprugosti tkanevyh polimernyh kompozitov pri vysokih temperaturah na osnove konechno-elementnogo resheniya zadach na yachejke periodichnosti* [HighTempETextileManipula Program for predicting elastic modulus of fabric polymer composites at high temperatures based on finite element solution of problems on the periodicity cell]: certificate of ofic. registration of computer programs/ Yu.I. Dimitrienko, Yu.V. Yurin, S.V. Sborshchikov, I.O. Bogdanov; applicant and copyright holder: BMSTU – no. 2019665102; application 26.11.2019; registered in the register of computer programs 05.12.2019 – [1].

Dimitrienko Yu. I., Dr. Sci. (Phys. — Math.), Professor, Head of Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Director of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: dimit.bmtstu@gmail.com

Yurin Yu.V., Cand. Sc. (Phys. — Math.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Senior researcher of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: yvyurin@yandex.ru

Sborschikov S.V., researcher of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: servasbor@gmail.com

Bogdanov I.O., Cand. Sc. (Phys. — Math.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Senior researcher of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: biofamily_7394@mail.ru

Yahnovskiy A.D., undergraduate, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, employee of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: yahnovskiy@gmail.com

Baymurzin R.R., undergraduate, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, employee of Research and Education Center Scientific and Educational Centre of Supercomputer Engineering Modeling and Software Packages (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. e-mail: radmir200@mail.ru