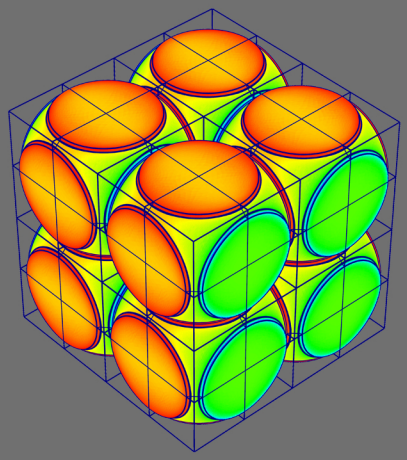
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Плюснин А. В. Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата. Математическое моделирование и численные методы, 2014, №3 (3), с. 55-73

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/21/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.62
22.11.2026 01:36:23

УДК 629.762

Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата

© А.В. Плюснин

ОАО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов Московской обл., 143966, Россия

Рассмотрен основанный на термохимических расчетах способ учета эффекта вторичного догорания продуктов сгорания твердотопливного энергоустройства в рабочем объеме системы газодинамического выброса летательного аппарата (ЛА). Предложенный способ легко использовать в инженерных расчетах систем газодинамического выброса, а также для анализа результатов испытаний, в которых имеет место эффект вторичного догорания.

Ключевые слова: *газодинамический выброс ЛА, вторичное догорание, термохимический расчет.*

Введение. Большое значение имеют технические системы, работа которых основана на создании избыточного давления в замкнутом рабочем объеме за счет продуктов сгорания твердотопливного энергоустройства (ЭУ). Такими системами могут быть, например, системы газодинамического выброса ЛА [1−7]. Твердотопливные ЭУ содержат в своем составе как горючее, так и окислитель [8−9], поэтому «первичное» горение топлива происходит внутри камеры сгорания самого ЭУ. Продукты сгорания, поступающие в рабочий объем системы, как правило, недоокислены — содержат значительное количество оксида углерода CO и, возможно, водород H_2. Начальной средой рабочего объема обычно является воздух. Поэтому продукты сгорания, поступающие в рабочий объем, будут «вторично» догорать в кислороде воздуха [2, 6]. Эффект вторичного догорания следует принимать во внимание, так как он является причиной значительного повышения давления в рабочем объеме.

В работе [2] механизм вторичного догорания исследован исходя из анализа макрореакций $2\mathrm{H}_2+\mathrm{O}_2=2\mathrm{H}_2\mathrm{O}$ и $2n\mathrm{CO}+\mathrm{O}_2=$ $=\left(n+1\right)\mathrm{CO}_2+\left(n-1\right)\mathrm{C}$, где n — коэффициент, характеризующий степень рекомбинации оксида углерода в диоксид и сажу. На основании теоретического анализа и экспериментальных данных в математическую модель газодинамических расчетов включены эмпирические коэффициенты, учитывающие теплопотери, тепловые эффекты реакций и потерю производительности смеси вследствие уменьшения газовой фазы.

Целесообразно, однако, иметь возможность уточнять в расчетах описание эффектов вторичного догорания в зависимости от конкрет-

ного состава продуктов сгорания. Это легко сделать на основе равновесных термохимических расчетов по известным методикам [8−11]. Расчеты, представленные в данной работе, опирались на метод, изложенный в [9], и на данные по термодинамическим свойствам индивидуальных веществ [12]. Для обеспечения надежной сходимости при решении системы нелинейных уравнений использовались модификации метода Ньютона, изложенные в работе [13], и стратегия решения, рекомендованная в работе [11].

Программы серийных расчетов систем газодинамического выброса (СГВ) ЛА невыгодно усложнять блоком стандартных термохимических расчетов и базой данных термодинамических свойств. Целесообразнее предварительно провести термохимические расчеты (для данного топлива ЭУ), представить результаты в виде таблиц для интерполяции или аппроксимационных зависимостей, а затем использовать в расчетах СГВ.

В настоящей работе учет вторичного догорания при расчете СГВ ЛА проведен на основе зависимостей внутренней энергии и приведенной газовой постоянной смеси.

Уравнение баланса энергии. В инженерных расчетах СГВ уравнение баланса энергии в рабочем объеме используют обычно в виде, представленном в [3−6, 14, 15]:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{G^{(\text{ЭУ})}\left[\left(1-\chi_{\text{т.п}}\right)C_p^{(\text{ЭУ})}T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}-C_\upsilon^{(\text{см})}T\right]-pVS_{\text{СГВ}}}{m^{(\text{см})}C_\upsilon^{(\text{см})}}. \qquad (1)$$

Основные обозначения, принятые в уравнении (1) и в последующих формулах, приведены в таблице. Верхние индексы (ЭУ), (0) и (см) соответствуют параметрам ЭУ, начальной среды и смеси. Удельная приведенная газовая постоянная среды есть ее газовая постоянная, умноженная на массовую долю конденсированной фазы [9].

По мере выдвижения ЛА текущий рабочий объем СГВ увеличивается как $\Omega=\Omega^{(0)}+LS_{\text{СГВ}}$, где $\Omega^{(0)}$ — величина начального рабочего объема. Давление и температура смеси связаны между собой уравнением состояния смеси идеальных газов:

$$p=\frac{m^{(\text{см})}R^{(\text{см})}T}{\Omega}. \qquad (2)$$

Если, пользуясь уравнением состояния, исключить температуру из уравнения (1), то получим дифференциальное соотношение, определяющее изменение давления в рабочем объеме, используемое в работах [1, 2].

В дальнейшем удобнее будет пользоваться интегральной формой уравнения баланса энергии [14, 16−18]:

$$E^{(\text{см})}(t) = E^{(0)} + E^{(\text{ЭУ})}(t) - W(t) - Q_{\text{т.п}}(t), \qquad (3)$$

где $E^{(0)}$ — полная энергия среды в рабочем объеме до запуска ЭУ; $E^{(\text{ЭУ})}$ — полная энергия продуктов сгорания, поступивших из ЭУ; $W(t) = \int_{t_0}^{t} p(\tau) V(\tau) S_{\text{СГВ}}\, d\tau$ — работа, затраченная на выбрасывание ЛА; $Q_{\text{т.п}}$ — текущая величина тепловых потерь. Коэффициент $\chi_{\text{т.п}}$ связан с мощностью тепловых потерь $\dot{Q}_{\text{т.п}} = dQ_{\text{т.п}}/dt$ соотношением

$$\chi_{\text{т.п}} = \frac{\dot{Q}_{\text{т.п}}}{G^{(\text{ЭУ})} C_p^{(\text{ЭУ})} T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}}. \qquad (4)$$

Значение теплоемкости $C_p^{(\text{ЭУ})}$ выбрано соответствующим замороженному составу продуктов сгорания в камере ЭУ.

Основные обозначения параметров

Обозначение	Наименование параметра
t_0, t	Начальный и текущий моменты времени
L, V, A	Пройденный путь, скорость, ускорение ЛА
$S_{\text{СГВ}}$	Площадь поперечного сечения СГВ
Ω	Текущая величина рабочего объема
p, T, υ, ρ	Давление, температура, удельный объем, плотность среды
$T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}$	Температура в камере сгорания ЭУ
$G^{(\text{ЭУ})}$	Массовый расход продуктов сгорания ЭУ в рабочий объем
R	Удельная приведенная газовая постоянная среды
C_p, C_V	Удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме
$\chi_{\text{т.п}}$	Коэффициент потерь тепла в элементы конструкции СГВ
m, E	Масса и полная энергия среды
U, I	Удельная внутренняя энергия и энтальпия среды
$\mathbf{v}$	Скорость частиц среды

Анализ экспериментальных данных и расчеты газодинамического течения для небольших скоростей выхода ЛА из устройств газодинамического выброса [3, 4, 14, 15] показали, что в каждый момент времени давление среды распределено практически однородно по рабочему объему. В то же время разброс температуры среды достигает примерно 1000 °С, что свидетельствует о незавершенности процесса перемешивания высокотемпературных продуктов сгорания с холод-

ной начальной средой. Ввиду однородности распределения давления соотношение (2) можно использовать для определения средней температуры смеси в рабочем объеме:

$$T^{(\text{I})} = \frac{p\,\Omega}{m^{(\text{см})} R^{(\text{см})}}. \qquad (5)$$

По измерениям в испытаниях давления $p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}(t)$ в камере сгорания ЭУ можно достаточно точно определить его массовый расход [6, 15]. Например, если сопло ЭУ, как это часто имеет место в СГВ, не имеет сверхзвуковой части, то, в приближении одномерной теории, формула для массового расхода имеет следующий вид [8, 15]:

$$G^{(\text{ЭУ})} = C\,\frac{p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} S_{\text{кр}}^{(\text{ЭУ})}}{\sqrt{R^{(\text{ЭУ})} T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}}} \left\{ \begin{array}{ll} B^{(\text{кр})}(\gamma), & p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} \big/ p \ge \left[(\gamma+1)/2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ B^{(\text{докр})}\left(p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}, p, \gamma\right), & p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} \big/ p \le \left[(\gamma+1)/2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{array} \right\},$$

где γ — показатель изоэнтропы продуктов сгорания; $S_{\text{кр}}^{(\text{ЭУ})}$ — площадь критического сечения ЭУ. Критический режим истечения реализуется, как правило, от момента $t_{\text{вскр}}$ вскрытия ЭУ в начале его работы до момента $t_{\text{докр}}$ спада давления в камере ЭУ до величины примерно $\left[(\gamma+1)/2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p$ в конце его работы (обычно после выхода ЛА из устройства выброса). Момент времени $t_{\text{кон}}$ соответствует полному завершению работы ЭУ. Для этих режимов имеем следующие формулы:

$$B^{(\text{кр})}(\gamma) = \left[2/(\gamma+1)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \sqrt{\gamma}\,;$$

$$B^{(\text{докр})}\left(p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}, p, \gamma\right) = \sqrt{2\gamma/(\gamma-1)\left[\left(p/p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}\right)^{2/\gamma} - \left(p/p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}\right)^{(\gamma+1)/\gamma}\right]}.$$

Поправочный коэффициент C определяют по известной массе заряда $m^{(\text{з})}$ из соотношения $m^{(\text{з})} = \int_{t_0}^{t_{\text{кон}}} G^{(\text{ЭУ})}(\tau)\,d\tau$. Это дает выражение

$$C = \frac{m^{(\text{з})} \sqrt{R^{(\text{ЭУ})} T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}} \Big/ S_{\text{КР}}^{(\text{ЭУ})}}{B^{(\text{кр})}(\gamma) \int_{t_{\text{вскр}}}^{t_{\text{докр}}} p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} d\tau + \int_{t_{\text{докр}}}^{t_{\text{кон}}} p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} B^{(\text{докр})}\left(p_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}, p, \gamma\right) d\tau}.$$

Располагая массовым расходом ЭУ, можно следующим образом найти полную энергию $E^{(\text{ЭУ})}$ продуктов сгорания, поступивших в

рабочий объем. Мощность потока энергии из сопла ЭУ в рабочий объем СГВ (теплопередачей пренебрегаем, $\mathbf{n}$ — единичная нормаль, ориентированная внутрь рабочего объема) есть [14, 16−18]

$$\dot{E}^{(\text{ЭУ})} = \int\limits_{S_{\text{кр}}^{(\text{ЭУ})}} \rho \mathbf{v}\,\mathbf{n}\left[0{,}5v^2 + U\right] dS + \int\limits_{S_{\text{кр}}^{(\text{ЭУ})}} p\,\mathbf{v}\,\mathbf{n}\,dS\,.$$

Первый интеграл соответствует переносу полной энергии в рабочий объем, второй интеграл есть мощность работы проталкивания продуктов сгорания. Используя общее определение энтальпии в термодинамике двухпараметрических сред [16, 19−23]

$$I = U + p\upsilon = U + p/\rho \tag{6}$$

и уравнение состояния идеального газа, получаем, что

$$\rho \mathbf{v}\,\mathbf{n}\left[0{,}5v^2 + U\right] + p\,\mathbf{v}\,\mathbf{n} = \rho \mathbf{v}\,\mathbf{n}\left[0{,}5v^2 + I\right].$$

Истечение из ЭУ с хорошей точностью можно считать квазистационарным процессом [9]. Применяя интеграл Бернулли $\left(0{,}5v^2 + I\right)\Big|_{\text{кр}}^{(\text{ЭУ})} = I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}$ [9, 16], находим

$$\dot{E}^{(\text{ЭУ})} = \int\limits_{S_{\text{кр}}^{(\text{ЭУ})}} \rho\left(\mathbf{v}\,\mathbf{n}\right) I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}\,dS = I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} G^{(\text{ЭУ})}\left(t\right), \tag{7}$$

откуда

$$E^{(\text{ЭУ})} = I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} m^{(\text{ЭУ})}\left(t\right). \tag{8}$$

В условиях испытаний [6, 15] измеряют также тепловые потоки на различных участках поверхности рабочего объема и ускорение ЛА. Поэтому в балансовом соотношении (3) все величины, стоящие в правой части, известны. Следовательно, можно считать известной в каждый момент времени текущую полную энергию $E^{(\text{см})}\left(t\right)$ среды в рабочем объеме. С другой стороны, это есть, по определению [16−18], величина

$$E^{(\text{см})}\left(t\right) = \int\limits_{\Omega} \rho\left[0{,}5v^2 + U\right] d\Omega\,.$$

Расчеты газодинамических течений [14] показывают, что пересчет удельной кинетической энергии среды в рабочем объеме в приращение температуры смеси дает величину, примерно равную 10 °С, что пренебрежимо мало по сравнению с наблюдаемыми разбросами температуры в рабочем объеме. Тогда можно считать, что полная энергия смеси в рабочем объеме равна внутренней энергии смеси.

Если не происходит химического взаимодействия между начальной средой рабочего объема и продуктами сгорания, начала отсчета внутренней энергии для начальной среды и продуктов сгорания можно (и удобно) выбирать независимыми. Если не учитывать температурные изменения теплоемкостей, можно, например, положить:

$$U^{(0)}(T)=C_V^{(0)}T;\quad U^{(\text{ЭУ})}(T)=C_V^{(\text{ЭУ})}T. \tag{9}$$

Определяя параметры смеси в рабочем объеме соотношениями

$$m^{(\text{см})}(t)=m^{(0)}+m^{(\text{ЭУ})}(t);$$

$$C_V^{(\text{см})}=\frac{m^{(0)}C_V^{(0)}+m^{(\text{ЭУ})}C_V^{(\text{ЭУ})}}{m^{(\text{см})}};$$

$$R^{(\text{см})}=\frac{m^{(0)}R^{(0)}+m^{(\text{ЭУ})}R^{(\text{ЭУ})}}{m^{(\text{см})}};$$

$$U^{(\text{см})}(T)=\frac{m^{(0)}U^{(0)}(T)+m^{(\text{ЭУ})}U^{(\text{ЭУ})}(T)}{m^{(\text{см})}}=\frac{m^{(0)}C_V^{(0)}T+m^{(\text{ЭУ})}C_V^{(\text{ЭУ})}T}{m^{(\text{см})}},$$

можно вычислить среднюю температуру смеси как

$$T^{(\text{II})}(t)=\frac{E^{(\text{см})}}{m^{(\text{см})}C_V^{(\text{см})}}. \tag{10}$$

Расчеты показывают [14], что расхождение в осреднениях (5) и (10) сравнительно невелико и, во всяком случае, на порядок меньше экспериментально наблюдаемых разбросов температуры в пределах рабочего объема СГВ. Отождествим эти осреднения и положим на основании (9), что

$$I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}=\left(U+p/\rho\right)\Big|_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}=\left(C_V^{(\text{ЭУ})}T+RT\right)\Big|_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}=C_p^{(\text{ЭУ})}T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}; \tag{11}$$

$$E^{(0)}=m^{(0)}C_V^{(0)}T_0, \tag{12}$$

где T_0 — начальная температура в рабочем объеме. Тогда взамен баланса (3) будем иметь соотношение

$$m^{(\text{см})}C_V^{(\text{см})}T=m^{(0)}C_V^{(0)}T_0+C_p^{(\text{ЭУ})}T_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}m^{(\text{ЭУ})}(t)-W(t)-Q_{\text{т.п}}(t).$$

Продифференцировав по времени, получим уравнение баланса энергии в форме (1).

Расчет параметров работы СГВ с учетом вторичного догорания. Если состояние смеси не удовлетворяет условиям химического

равновесия, то в процессе химических взаимодействий состав смеси и, следовательно, ее термодинамические характеристики будут изменяться. Влияние этих изменений на параметры работы СГВ не всегда существенно. В то же время вторичное догорание следует учитывать ввиду значительного экзотермического эффекта.

При выводе уравнения баланса энергии (1) отсчет внутренней энергии для химически взаимодействующих сред (начальной среды, содержащей кислород, и продуктов сгорания, содержащих оксид углерода и водород) предполагался независимым. В этом уравнении можно учесть вторичное догорание, включая в коэффициент $\chi_{\text{т.п}}$ подходящим образом рассчитанные тепловые эффекты тех макрореакций, которые исследователь считает существенными [2, 6]. В связи с этим изменим обозначение этого коэффициента на $\chi_{\text{эп}}$ и будем называть его коэффициентом энергопотерь [5, 6, 14, 15]. Вследствие большого экзотермического эффекта от вторичного догорания коэффициент $\chi_{\text{эп}}$ может становиться отрицательным. Так, определенные энергопотери не включают работу, затрачиваемую на выброс ЛА (она в значительной степени зависит от факторов механической природы и всегда допускает надежное расчетное и экспериментальное определение). Можно считать функцию $\chi_{\text{эп}}(t)$ невязкой уравнения (1), учитывающей погрешности приближений, сделанных при его выводе. Это удобно при анализе экспериментальных данных, полученных при испытаниях СГВ.

Правильный расчет тепловых эффектов все же требует проведения термохимического анализа смеси в целом. Поскольку имеются стандартные методы термохимического расчета и доступны базы данных термодинамических свойств большого числа индивидуальных веществ [7−12], более общим будет подход, основанный на достаточно полных термохимических расчетах.

При термохимическом расчете текущего равновесного состояния смеси заданной массы должны быть известны ее элементный состав и любые два независимых параметра состояния. Для СГВ этими параметрами являются величина объема Ω, занимаемого средой в рассматриваемый момент времени t, и внутренняя энергия смеси

$$E^{(\text{см})} = m^{(\text{см})}(t)U^{(\text{см})}(T), \qquad (13)$$

где T — текущая средняя температура смеси. Элементный состав определяет относительное содержание в смеси (массовое или в грамм-атомах) химических элементов. Например, твердое топливо ЭУ представляет собой смесь некоторого набора индивидуальных веществ. Его элементный состав обычно задается условной химической формулой — грамм-атомным содержанием химических элементов в 1 кг топлива.

В термохимии учет тепловых эффектов при химических реакциях проводится неявно, за счет специального выбора отсчета энергии индивидуальных веществ. Принято фиксировать отсчет энтальпии. Внутреннюю энергию можно затем вычислить, учитывая, что для конденсированных сред $I \approx U$, для идеальных газов $I = U + RT$.

Для каждого химического элемента выбирается образованное из него гомоатомное соединение, наиболее устойчивое при стандартных условиях, а именно при давлении 101 325 Па и температуре T_f (для определенности положим $T_f = 298{,}15$ K). Энтальпию такого соединения полагают равной нулю при стандартных условиях и называют энтальпией образования $\Delta_f H^0$. Для любого «нестандартного» вещества составляют гипотетическую реакцию образования из стандартных веществ. Например, для диоксида углерода имеем $\mathrm{C} + \mathrm{O_2} \to \mathrm{CO_2}$, где углерод находится в состоянии β-графита, а кислород — в гипотетическом состоянии идеального газа [9, 12]. Согласно первому началу термодинамики [16, 19–23],

$$\delta Q = dU + p\,d\upsilon = dI - \upsilon\,dp,$$

тепловой эффект δQ реакции, протекающей при стандартных условиях, равен изменению энтальпии

$$\delta Q = \Delta I = I\left(\mathrm{CO_2},\, T_f\right) - \Delta_f H^0\left(\mathrm{C},\, T_f\right) - \Delta_f H^0\left(\mathrm{O_2},\, T_f\right) = I\left(\mathrm{CO_2},\, T_f\right).$$

Это позволяет определить энтальпию образования, например $\Delta_f H^0\left(\mathrm{CO_2},\, T_f\right)$, составного соединения как тепловой эффект гипотетической реакции его образования. Табличные же значения получают на основании измерений тепловых эффектов реакций, доступных наблюдению, и последующих пересчетов.

Систему уравнений, определяющих равновесный состав смеси, получают следующим образом. Исходя из заданного элементного состава среды, составляют набор веществ, учитываемых в равновесном составе смеси (вещества, вклад которых в свойства равновесной смеси значителен, не должны быть пропущены). Удобно всегда учитывать атомарные газы [9]. Кроме того, должны быть учтены все потенциально существенные конденсированные состояния.

Пусть состав среды образован из N_e элементов. Первичными искомыми величинами являются мольные доли z атомарных газов, условные мольные доли $\bar{z}$ конденсированных компонентов и общее число молей n газовой фазы в равновесном составе 1 кг среды, участвующее в расчете мольных долей. Например, если в составе равновесной смеси содержится n_{C} молей газообразного углерода

и $\overline{n}_{\mathrm{C}}$ молей конденсированного углерода, то их мольная и условная мольная доли равны соответственно $z_{\mathrm{C}} = n_{\mathrm{C}}/n$ и $\overline{z}_{\mathrm{C}} = \overline{n}_{\mathrm{C}}/n$ [9].

Для каждого учитываемого газообразного вещества, не являющегося атомарным газом, рассматривается гипотетическая обратимая реакция атомизации. Например, для диоксида углерода имеем теперь реакцию

$$\mathrm{CO_2} \rightleftarrows \mathrm{C} + 2\mathrm{O}$$

В состоянии равновесия константа равновесия этой реакции

$$k_p(\mathrm{CO_2}) = \frac{p_{\mathrm{C}}\, p_{\mathrm{O}}^2}{p_{\mathrm{CO_2}}} = \frac{(p_{\mathrm{C}}/p)(p_{\mathrm{O}}/p)^2}{(p_{\mathrm{CO_2}}/p)}\, p^2 = \frac{z_{\mathrm{C}}\, z_{\mathrm{O}}{}^2}{z_{\mathrm{CO_2}}}\, p^2,$$

где p_{C}, p_{O}, $p_{\mathrm{CO_2}}$ — парциальные давления, является известной термодинамической функцией равновесной температуры T и давления p [11, 12, 20, 23]. Следовательно, равновесные мольные доли любого газообразного компонента смеси выражают через равновесные мольные доли атомарных газов.

Для определения содержания конденсированной фазы j-го вещества имеем либо соотношение $\overline{z}_j = 0$, если парциальное давление $p_j = z_j p$ того же вещества в газовой фазе меньше давления насыщения $p_j^{(\text{н.п})}$, являющегося известной функцией равновесной температуры, т. е. $z_j < \dfrac{p_j^{(\text{н.п})}(T)}{p}$, либо имеем соотношение $z_j = \dfrac{p_j^{(\text{н.п})}(T)}{p}$, означающее, что $p_j = p_j^{(\text{н.п})}(T)$, и тогда условная мольная доля $\overline{z}_j > 0$ является искомой величиной.

Далее, используя величины z и $\overline{z}$, для каждого химического элемента, входящего в состав среды, составляют уравнение сохранения его грамм-атомного содержания. Это дает N_e уравнений. Еще одно уравнение — это условие нормировки (сумма мольных долей газообразных компонентов равна 1). Наконец, задают значения двух независимых параметров состояния смеси. Непосредственный расчет величин z, $\overline{z}$ и n удобнее вести для заданных значений p и T (внутренняя итерация). Внешняя итерация необходима, если условие равновесия определяется другой парой параметров.

Применительно к рассматриваемому в данной работе случаю (расчет СГВ), внешнюю итерацию используют для удовлетворения условиям, задающим удельный объем и удельную внутреннюю энергию равновесной смеси.

В целях учета вторичного догорания предположим, что начальная среда в рабочем объеме состоит из азота N_2 и кислорода O_2. Массовая доля кислорода в составе начальной среды

$$\xi_{O_2}^{(0)} = \frac{m_{O_2}^{(0)}}{m_{N_2}^{(0)} + m_{O_2}^{(0)}} = \frac{m_{O_2}^{(0)}}{m^{(0)}} \tag{14}$$

предполагается известной. Содержание продуктов сгорания ЭУ в смести с начальной средой характеризуется массовой долей

$$\xi^{(1)} = \frac{m^{(1)}}{m^{(0)} + m^{(1)}} = \frac{m^{(1)}}{m^{(\text{см})}}. \tag{15}$$

Рассмотрим в качестве конкретного примера смесь воздуха ($\xi_{O_2}^{(0)} \approx 0,23$) и продуктов сгорания топлива со следующим массовым содержанием элементов в 1 кг :

$$g_O^{(1)} = 0,45;\ g_H^{(1)} = 0,05;\ g_{Cl}^{(1)} = 0,25;\ g_N^{(1)} = 0,10;\ g_C^{(1)} = 0,15. \tag{16}$$

Этому составу соответствует условная формула $O_{28,13}H_{49,61}Cl_{7,05}N_{7,14}C_{12,49}$.

Влияние давления на термодинамические свойства равновесной смеси в типичном диапазоне значений давления $1\ldots20$ бар, реализующихся в рабочем объеме СГВ, оказывается довольно слабым, и им можно пренебречь. Для достаточно подробной сетки значений температуры и массовых долей $\xi^{(1)}$ и для значения давления $p=10$ бар описанным выше способом были рассчитаны равновесные удельные значения внутренней энергии и приведенной газовой постоянной. Результаты этих расчетов представлены на рис. 1, 2 для выборочных значений $\xi^{(1)}$.

Полученные зависимости можно непосредственно использовать для расчета работы СГВ. Схема расчета одного шага по времени выглядит следующим образом. В момент времени t известны величины L, V, A, Ω, p, T, $m^{(\text{см})}$, $U^{(\text{см})}$, $R^{(\text{см})}$, $\xi^{(1)}$. Мощность притока энергии от ЭУ вычисляем согласно формуле (7): $\dot{E}^{(\text{ЭУ})} = I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} G^{(\text{ЭУ})}$, но теперь величину $I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}$ находим не по формуле (11), а задаем как термохимическую характеристику топлива ЭУ:

$$I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} = \Delta_f H^0 \left(O_{28,13}H_{49,61}Cl_{7,05}N_{7,14}C_{12,49},\ T_f \right).$$

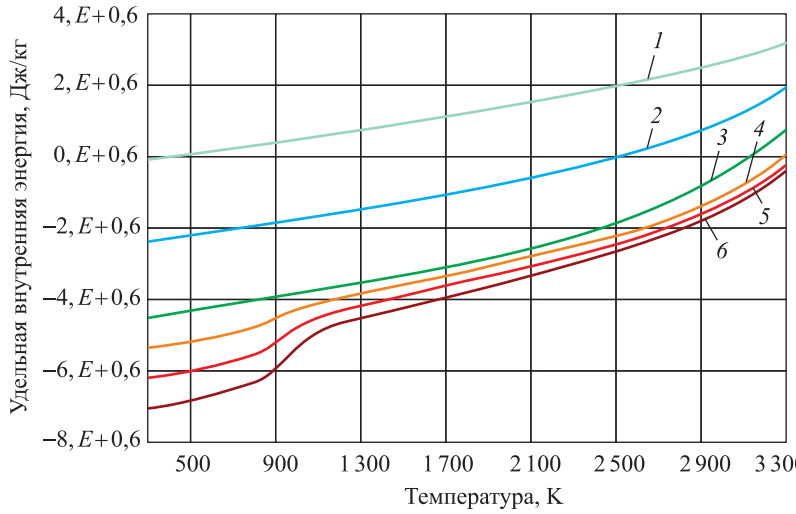


Рис. 1. Внутренняя энергия равновесной смеси продуктов сгорания ЭУ и воздуха, %:
1 — 0; *2* — 20; *3* — 40; *4* — 60; *5* — 80; *6* — 100

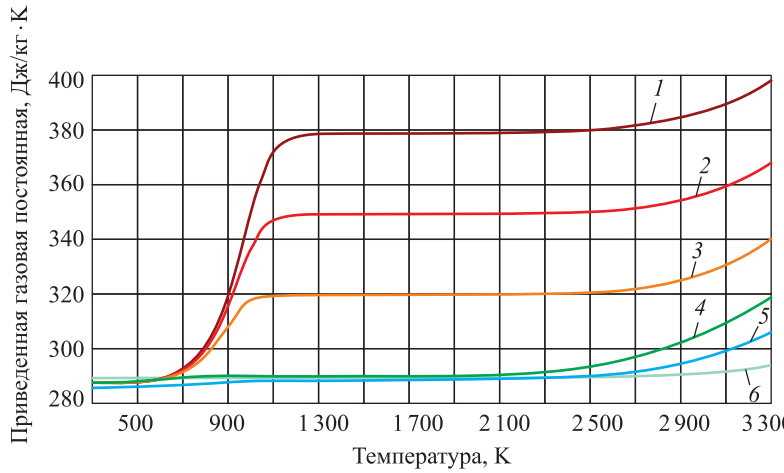


Рис. 2. Приведенная газовая постоянная равновесной смеси продуктов сгорания ЭУ и воздуха, %:
1 — 100; *2* — 80; *3* — 60; *4* — 40; *5* — 20; *6* — 0

Мощность тепловых потерь $\dot{Q}_{\text{т.п}}$ определяем по эмпирическим формулам или эмпирическим коэффициентам [1, 2, 6]. Например, если известен коэффициент $\chi_{\text{т.п}}$ как функция времени, безразмерного пути и т. п., то $\dot{Q}_{\text{т.п}} = \chi_{\text{т.п}} G^{(\text{ЭУ})}(t)\left[I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})} - I^{(1)}\left(p_{\text{КС}}, T_f\right)\right]$, где $p_{\text{КС}}$ — характерное давление в камере сгорания ЭУ.

По массовому расходу ЭУ, мощностям притока энергии от ЭУ, тепловых потерь и работы выталкивания ЛА находим новые значения соответствующих параметров:

$$m^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)\cong m^{(\text{см})}\left(t\right)+G^{(\text{ЭУ})}\left(t\right)\delta t;$$

$$E^{(\text{ЭУ})}\left(t+\delta t\right)\cong E^{(\text{ЭУ})}\left(t\right)+I_{\text{КС}}^{(\text{ЭУ})}G^{(\text{ЭУ})}\left(t\right)\delta t;$$

$$W\left(t+\delta t\right)\cong W\left(t\right)+p\left(t\right)V\left(t\right)S_{\text{СГВ}}\delta t;$$

$$Q_{\text{т.п}}\left(t+\delta t\right)\cong Q_{\text{т.п}}\left(t\right)+\dot{Q}_{\text{т.п}}\left(t\right)\delta t.$$

Символ «≅» указывает, что величины слева получаются из выражений справа, вообще говоря, не буквально, как в схеме Эйлера, а по процедуре более высокого порядка точности (например, по одной из схем Рунге — Кутта).

Используя уравнение баланса энергии (3), находим новые значения полной энергии $E^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)$ и удельной внутренней энергии $U^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)=\dfrac{E^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)}{m^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)}$ в рабочем объеме. Интерполируя равновесные зависимости $U^{(\text{см})}\left(\xi^{(1)},T\right)$, находим новое значение температуры среды $T\left(t+\delta t\right)$ по значениям $U^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)$ и $\xi^{(1)}\left(t+\delta t\right)=\dfrac{m^{(1)}\left(t+\delta t\right)}{m^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)}$. Интерполируя равновесные зависимости $R^{(\text{см})}\left(\xi^{(1)},T\right)$, вычисляем новое значение приведенной газовой постоянной: $R^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)=$ $=R^{(\text{см})}\left(\xi^{(1)}\left(t+\delta t\right),T\left(t+\delta t\right)\right)$. Теперь по уравнению состояния (2) вычисляем новое значение давления $p\left(t+\delta t\right)$ в рабочемобъеме.

Новые значения параметров движения ЛА получают из уравнений движения [1–6], что завершает описываемый шаг вычислений.

Если содержание кислорода в начальной среде отличается от его содержания в воздухе, равновесные зависимости $U^{(\text{см})}$ и $R^{(\text{см})}$ становятся функциями трех параметров: $\xi_{\text{O}_2}^{(0)}$, $\xi^{(1)}$ и T. В целях упрощения расчетов естественно предположить, что азот в химическом взаимодействии участвует слабо. Назовем энергией химического взаимодействия смеси из нескольких компонентов величину

$$\Delta U_{\text{хим}}(T)=\frac{\sum_j m^{(j)}U^{(j)}(T)}{m^{(\text{см})}}-U^{(\text{см})}(T), \qquad (17)$$

где $U^{(\text{см})}$ — равновесная удельная внутренняя энергия смеси. На рис. 3 приведены результаты расчета этой величины для смеси продуктов сгорания ЭУ состава (16) с азотом и с азотом и кислородом (пропорции составляющих смеси указаны в массовых долях). Эти расчеты обосновывают сделанное предположение.

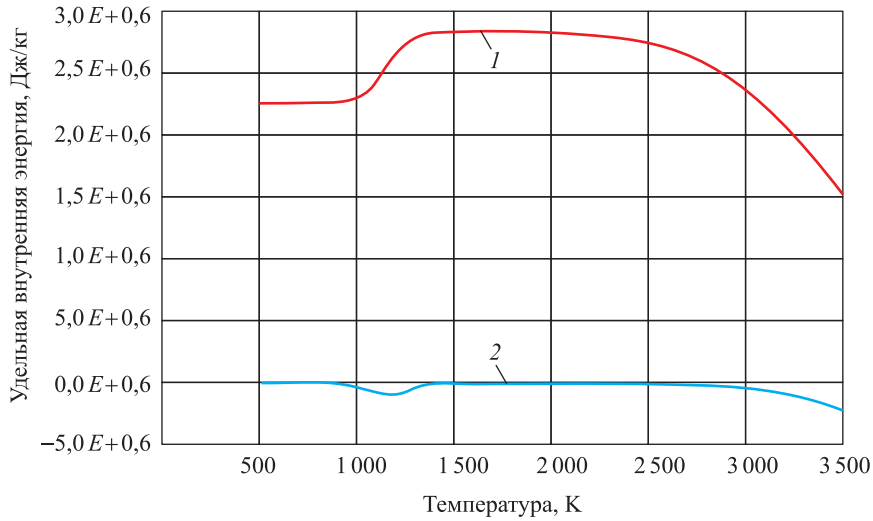


Рис. 3. Изменение удельной внутренней энергии смеси в результате химического взаимодействия:
1 — 0, 5 ПС + 0,25 N + 0,25 O_2; *2* — 0,5 ПС + 0,5 N

Вместо прежних зависимостей (см. рис.1, 2) будем использовать зависимости $\tilde{U}^{(\text{см})}\left(\tilde{\xi}^{(1)}, T\right)$ и $\tilde{R}^{(\text{см})}\left(\tilde{\xi}^{(1)}, T\right)$, соответствующие равновесному составу смеси продуктов сгорания с кислородом (рис. 4, 5), где

$$\tilde{\xi}^{(1)}(t)=\frac{m^{(1)}(t)}{m^{(1)}(t)+m^{(0)}_{O_2}} \qquad (18)$$

есть массовая доля продуктов сгорания в этой смеси. В алгоритме расчета параметров СГВ будут следующие изменения. Для нахождения температуры $T(t+\delta t)$ имеем соотношение

$$\left[m^{(0)}_{O_2}+m^{(1)}(t+\delta t)\right]\tilde{U}^{(\text{см})}\left(\tilde{\xi}^{(1)}(t+\delta t), T\right)+m^{(0)}_{N_2}U^{(N_2)}(T)=$$
$$=m^{(\text{см})}(t+\delta t)U^{(\text{см})}(t+\delta t),$$

а приведенную газовую постоянную смеси вычисляем по формуле

$$R^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)=\frac{\left[m_{O_2}^{(0)}+m^{(1)}\left(t+\delta t\right)\right]\tilde{R}^{(\text{см})}\left(\tilde{\xi}^{(1)}\left(t+\delta t\right),\, T\left(t+\delta t\right)\right)+m_{N_2}^{(0)}R^{(N_2)}}{m^{(\text{см})}\left(t+\delta t\right)}.$$

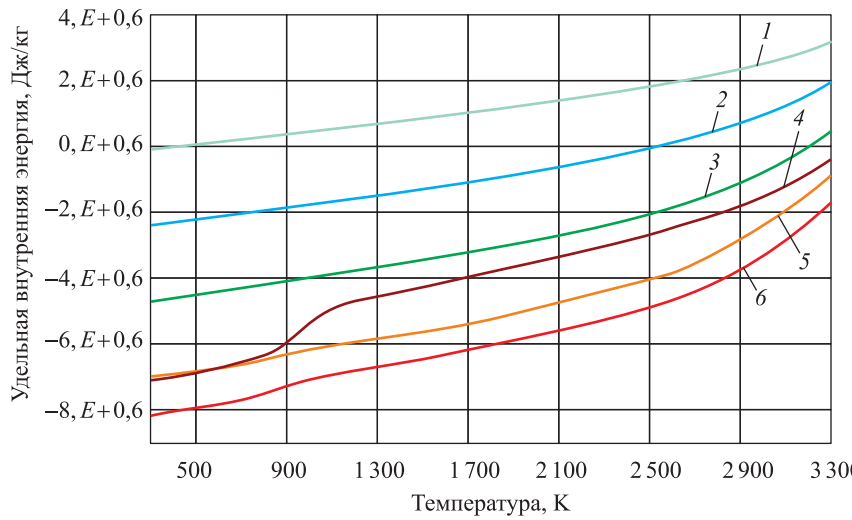


Рис. 4. Внутренняя энергия равновесной смеси продуктов сгорания ЭУ и кислорода, %:
1 — 0; *2* — 20; *3* — 40; *4* — 100; *5* — 60; *6* — 80

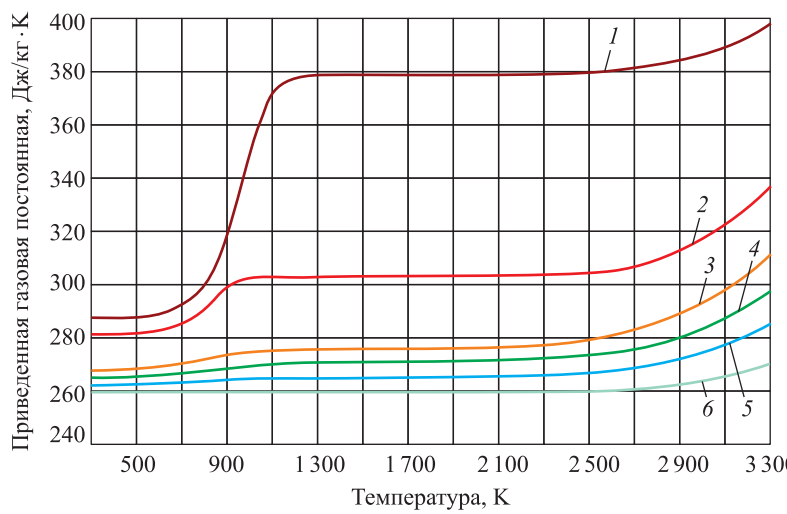


Рис. 5. Приведенная газовая постоянная равновесной смеси продуктов сгорания ЭУ и кислорода, %:
1 — 100; *2* — 80; *3* — 60; *4* — 40; *5* — 20; *6* — 0

На рис. 6 приведены результаты замеров давления в рабочем объеме СГВ при начальном заполнении его смесью воздуха и азота (50:50) и чистым азотом [6]. Эффект вторичного догорания налицо.

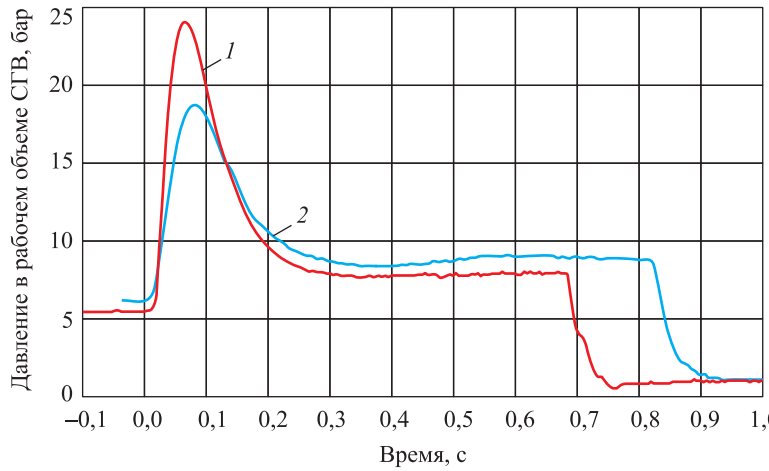


Рис. 6. Иллюстрация эффекта вторичного догорания по результатам измерения давления в СГВ [6]:
1 — начальная среда: 0,5 воздух + 0,5 азот; *2* — начальная среда: азот

Одной из задач испытаний СГВ является определение энергопотерь и уточнение эмпирических зависимостей для тепловых потерь [3–6, 15]. Если в испытаниях наблюдается явление вторичного догорания, то его игнорирование исказит результаты анализа экспериментальных данных. Предложенный выше подход легко может быть использован для учета эффекта вторичного догорания при анализе таких испытаний.

Выводы. Предложенный метод позволяет достаточно просто учитывать эффекты вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса ЛА и, в частности, может быть использован для анализа результатов экспериментов, в которых этот эффект имеет место.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Дегтярь В.Г., Пегов В.И. *Гидродинамика подводного старта ракет.* Москва, Машиностроение–Полет, 2009, 448 с.

[2] Конюхов С.Н., Логачев П.П. *Минометный старт межконтинентальных баллистических ракет*. Днепропетровск, НАН, НКА Украины, Ин-т технической механики, ГКБ «Южное», 1997, 211 с.

[3] Ефремов Г.А., Минасбеков Д.А., Модестов В.А., Страхов А.Н., Бондаренко Л.А., Якимов Ю.Л., Плюснин А.В., Крупчатников И.В., Соколов П.М., Говоров В.В. *Способ имитации условий старта ракеты из подводной лодки и система для его осуществления*. Пат. Российская Федерация № 2082936, бюл. № 18.

[4] Плюснин А.В., Сабиров Ю.Р., Бондаренко Л.А., Соколов П.М., Говоров В.В. *Способ имитации условий минометного старта ракеты из подводной лодки и система для его осуществления*. Пат. Российская Федерация № 2482425, бюл. № 14.

[5] Плюснин А.В., Бондаренко Л.А. *Инженерный журнал: наука и инновации.* 2012, вып. 2. URL: http://engjournal.ru/articles/61/61.pdf

[6] Плюснин А.В., Сабиров Ю.Р., Бондаренко Л.А., Соколов П.М. Разработка новых расчетно-теоретических и экспериментальных подходов к решению современных задач газодинамики подводного старта. В сб.: *Актуальные проблемы российской космонавтики. Тр. XXXVIII академических чтений по космонавтике*. Москва, январь 2014, с. 612, 613.

[7] Плюснин А.В. Моделирование внутреннего и внешнего нестационарного взаимодействия корпуса летательного аппарата с жидкостью методом граничных элементов. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 99–122.

[8] Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. *Теория ракетных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1989, 464 с.

[9] Соркин Р.Е. *Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе: внутренняя баллистика*. Москва, Наука, 1983, 288 с.

[10] Синярев Г.Б., Ватолин Н.А., Трусов Б.Г. *Применение ЭВМ для термодинамических расчетов*. Москва, Наука, 1982.

[11] Алемасов В.Е., ред. *Термодинамические и теплофизические свойства ракетных топлив и их продуктов сгорания*. Москва, Изд-во МО СССР, 1977, 318 с.

[12] Глушко В.П., ред. *Термодинамические свойства индивидуальных веществ.* Справочник. В 4 т. Москва, Наука, 1978–1982.

[13] Dennis J.E., Schnabel R.B. *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*. New Jersey, Prentice-Hall Inc., 1983, 440 p.

[14] Братчев А.В., Вартанов Т.Р., Плюснин А.В. Исследование некоторых свойств течения в замкнутом объеме при выталкивании поршня. *Сб. тр. Четвертой конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH*. Москва, Полигон-пресс, 2004, с. 251–257.

[15] Братчев А.В., Вартанов Т.Р., Плюснин А.В., Фоломова А.И. Комплексное применение математических и физических методов для анализа результатов гидрогазодинамических испытаний. *Аэрокосмические технологии*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, НПО машиностроения, 2004, с. 140.

[16] Седов Л.И. *Механика сплошной среды*. В 2 т. Санкт-Петербург, Лань, 2004, т. 1, 528 с., т. 2, 560 с.

[17] Самарский А.А., Попов Ю.П. *Разностные схемы газовой динамики*. Москва, Наука, 1973, 420 с.

[18] Hirsch C. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. Vols. 1, 2. New York, John Wiley & Sons, 1994, vol. 1, 515 p., vol. 2, 691 p.

[19] Базаров И.П. *Термодинамика*. Москва, Высшая школа, 1991, 376 с.

[20] Prigogine I., Defay R. *Chemical Thermodynamics*. London, Longman, 1967, 502 p.

[21] Reid R.C., Prausnitz J.M., Sherwood T.K. *The Properties of Gases and Liquids*. McGraw–Hill, Inc., 1977, 592 p.

[22] Atkins P.W. *Physical Chemistry*. New York, W.H. Freeman, 1990, 1164 p.

[23] Kondepudi D., Progogine I. *Modern Thermodynamics*. New York, John Wiley & Sons, 1999, 462 p.

Статья поступила в редакцию 05.11.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Плюснин А.В. Учет эффекта вторичного догорания при расчетах систем газодинамического выброса летательного аппарата. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 3, с. 55–73.

Плюснин Андрей Владимирович родился в 1959 г., окончил Днепропетровский государственный университет в 1982 г., аспирантуру МГУ им. М.В. Ломоносова в 1987 г. Канд. физ.-мат. наук, зам. начальника отдела ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор более 20 научных публикаций. e-mail: andrey.plusnin@gmail.com

Calculation of aircraft gas-dynamic ejection systems with due consideration of the secondary combustion effects

© A.V. Plyusnin

JSC "MIC NPO Mashinostroyenia",
Reutov-town, Moscow Region, 143966, Russia

The article presents a method of accounting for secondary combustion effects when solid propellant power device is used for the gas-dynamic ejection of lifting vehicles. The method is based on thermo chemistry calculations. The suggested method can be easily applied to engineering calculations of aircraft gas-dynamic ejection systems as well as to the analysis of experimental data involving secondary combustion effects.

Keywords: *gas-dynamic ejection, lifting vehicle, secondary combustion, thermo chemistry calculations.*

REFERENCES

[1] Degtyar V.G., Pegov V.I. *Gidrodinamika podvodnogo starta raket* [Hydrodynamics of underwater missile launch]. Moscow, Mashinostroenie – Polet Publ., 2009, 448 p.

[2] Konyukhov S.N., Logachev P.P. *Minometnyi start mezhkontinentalnykh ballisticheskikh raket* [Mortar launching intercontinental ballistic missiles]. Dnepropetrovsk, Institute of Technical Mechanics NAS and SSA of Ukraine, State Design Office “Yuzhnoye” Publ., 1997, 211 p.

[3] Efremov G.A., Minasbekov D.A., Modestov V.A., Strakhov A.N., Bondarenko L.A., Yakimov Yu.L., Plyusnin A.V., Krupchatnikov I.V., Sokolov P.M., Govorov V.V. *Sposob imitatsii usloviy starta rakety iz podvodnoy lodkii sistema dlya ego osushchetvleniya* [Way of simulating the conditions of rocket launching from the submarine and the system for its implementation]. Patent RF no. 2082936, 1997.

[4] Plyusnin A.V., Sabirov Yu.R., Bondarenko L.A., Sokolov P.M., Govorov V.V. *Sposob imitatsii usloviy minometnogo starta rakety iz podvodnoy lodki i sistema dlya ego osushchetvleniya* [Way of simulating the conditions of mortar rocket launching from the submarine and the system for Its Implementation]. Patent RF no. 2482425, 2013.

[5] Plyusnin A.V., Bondarenko L.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations*, 2012, issue 2. Available at: http://engjournal.ru/articles/61/61.pdf

[6] Plyusnin A.V., Sabirov Yu.R., Bondarenko L.A., Sokolov P.M. *Razrabotka novykh raschetno-teoreticheskikh i eksperimentalnykh podkhodov k resheniyu sovremennykh zadach podvodnogo starta* [The development of new theoretical-computational and experimental approaches to solving current problems of underwater launch gas dynamics]. In: *Aktualnye problemy rossiyskoy kosmonavtiki: Trudy XXXVIII academicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Proceedings of the XXXVIII academic readings on space technology: Actual problems of the Russian space exploration]. Moscow, January 2014, pp. 612, 613.

[7] Plyusnin A.V. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody – Mathematical Modeling and Numerical Methods,* 2014, no. 2, pp. 99–122.

[8] Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnykh dvigateley* [Theory of rocket engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 464 p.

[9] Sorokin R.E. *Teoriya vnutrikamernykh protsessov v raketnykh sistemakh na tverdom toplive: vnutrenniaya ballistika* [Theory of processes inside the thrust chamber in solid propellant missile systems: Internal ballistics]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 288 p.

[10] Sinyarev G.B., Vatolin N.A., Trusov B.G. *Primenenie EVM dlya termodinamicheskikh raschetov* [Application of computers for thermodynamic calculations]. Moscow, Nauka Publ.,1982.

[11] Alemasov V.E., ed. *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva raketnykh topliv i ikh produktov sgoraniya* [Thermodynamic and thermophysical properties of rocket propellants and their combustion products]. Moscow, USSR Min. Def. Publ., 1977, 318 p.

[12] Glushko B.P., ed. *Termodinamicheskie svoystva individualnykh veshchestv* [Thermodynamic properties of individual substances]. Reference book in 4 volumes. Moscow, Nauka Publ., 1978−1982.

[13] Dennis J.E., Schnabel R.B. *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1983, 440 p.

[14] Bratchev A.V., Vartanov T.R., Plyusnin A.V. Issledovanie nekotorykh svoystv techeniya v zamknutom obeme pri vytalkivanii porshnya [The study of some flow properties in a confined space while pushing out the piston]. *Proceedings of the Fourth Conference of Users of Software CAD-FEM GmbH*. Moscow, Poligon-Press Publ., 2004, pp. 251−257.

[15] Bratchev A.V., Vartanov T.R., Plusnin A.V., Folomova A.I. *Kompleksnoe primenenie matematicheskikh i fizicheskikh metodov dlya analiza rezultatov gazodinamicheskikh ispytaniy. Aerokosmicheskie tekhnologii* [Complex application of mathematical and physical methods for the analysis of hydro-gas-dynamic test results. Aerospace technologies]. Moscow, BMSTU Publ., "NPO Mashinostroyenia" Publ., 2004, 140 p.

[16] Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum mechanics]. In 2 volumes. St. Petersburg, Lan Publ., 2004, vol. 1, 528 p., vol. 2, 560 p.

[17] Samarskiy A.A., Popov Yu.P. *Raznostnye skhemy gazovoy dinamiki* [Difference schemes of gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 420 p.

[18] Hirsch C. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. In 2 volumes. New York, John Wiley & Sons, 1994, vol. 1, 515 p., vol. 2, 691 p.

[19] Bazarov I.P. *Termodinamika* [Thermodynamics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1991, 376 p.

[20] Prigogine I., Defay R. *Chemical Thermodynamics*. London, Longman, 1967, 502 p.

[21] Reid R.C., Prausnitz J.M., Sherwood T.K. *The Properties of Gases and Liquids*. McGraw–Hill, Inc., 1977, 592 p.

[22] Atkins P.W. *Physical Chemistry*. New York, W.H. Freeman, 1990, 1164 p.

[23] Kondepudi D., Progogine I. *Modern Thermodynamics*. New York, John Wiley & Sons, 1999, 462 p.

Plyusnin A.V. (b. 1959) graduated from Dnepropetrovsk State University in 1982, completed postgraduate studies at Lomonosov Moscow State University in 1987. Ph.D., deputy head of the department at "MIC "NPO Mashinostroyenia". Author of more than 20 publications on unsteady problems in hydrogasdynamics and theory of elasticity.
e-mail: andrey.plusnin@gmail.com