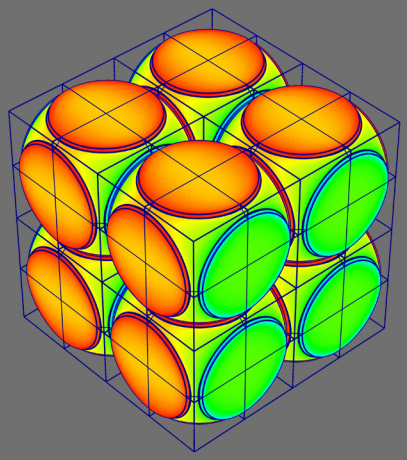
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Бушуев А.Ю., Ряузов С.С. Оптимизация конструкции твердотопливного модельного газогенератора. Математическое моделирование и численные методы, 2019, № 4, с. 3–14.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/205/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.206
10.11.2026 23:02:52

УДК 621.464.3 DOI: 10.18698/2309-3684-2019-4-314

Оптимизация конструкции твердотопливного модельного газогенератора

© А.Ю. Бушуев, С.С. Ряузов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Сформулирована задача оптимизации, заключающаяся в обеспечении наибольшего времени поддержания давления в наполняемой емкости в диапазоне от максимально достигнутого до 70 атм. Построена математическая модель системы, состоящей из твердотопливного газогенератора и наполняемой емкости постоянного объема. Решение задачи оптимизации выполнено методом Хука-Дживса и генетическим алгоритмом с вещественным кодированием. Проведено сравнение полученных результатов. Разработан программный комплекс, с помощью которого решается система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая состояние рассматриваемого объекта.

Ключевые слова: *твердотопливный газогенератор, метод Хука-Дживса, генетический алгоритм*

Введение. В настоящее время в различных системах находят применение твердотопливные газогенераторы, например, в системах стабилизации и ориентации космических аппаратов [1], [2], [3], [4].

В некоторых случаях вместо них используют пневматические системы с баллонами, наполненными воздухом под высоким давлением, поскольку они обладают высокой мощностью на единицу массы. Одним из их важнейших преимуществ над пневматическими системами является безопасность транспортировки и эксплуатации, меньшая масса, что имеет высокую значимость в различных областях.

Несмотря на свои недостатки, такие как невозможность остановки процесса горения с последующим его возобновлением и низкий коэффициент полезного действия, применение твердотопливных зарядов до сих пор остается актуальным [5], [6], [7].

В частности, твердотопливные газогенераторы используются в системах наддува, одной из задач которых является поддержание определенного давления в наполняемой емкости. Газ, образующийся при сгорании заряда, попадает в наполняемую емкость и затем может использоваться для совершения работы, поэтому актуальной проблемой является, например, поддержание давления в наполняемой емкости в течение как можно большего промежутка времени или нагнетание как можно большего давления.

В данной работе решается задача поиска оптимальных физических и геометрических параметров системы с целью достижения максимального времени поддержания давления в наполняемой емкости в

заданном диапазоне.

Структура рассматриваемого объекта. Объект состоит из корпуса газогенератора (1), твердотопливного заряда (2), эквивалентного дросселя (3), наполняемой емкости постоянного объема (4), дренажного отверстия (5) и воспламенителя (6). Схема системы наддува представлена на рис. 1.

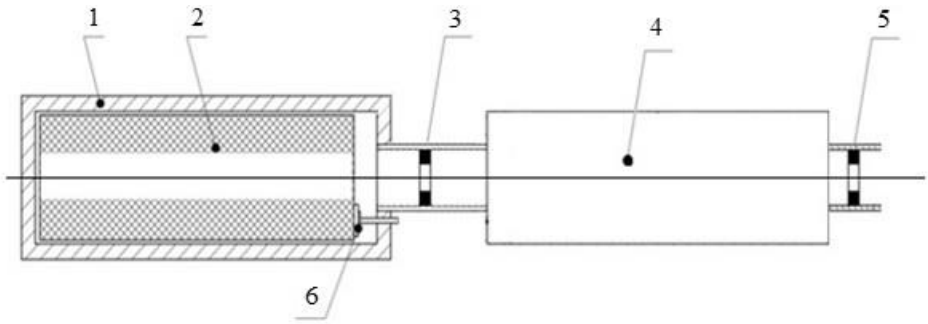


Рис. 1. Схема рассматриваемого объекта

Функционирование начинается в момент подачи команды на воспламенитель газогенератора. Газы, образующиеся при сгорании топлива, поступают в наполняемую емкость и затем дросселируются в окружающую среду через дренажное отверстие.

Твердотопливный заряд. Заряд имеет форму полого цилиндра, при этом предполагается, что горение происходит с внутренней и внешней цилиндрических, а также с двух торцевых поверхностей (см. рис. 2).

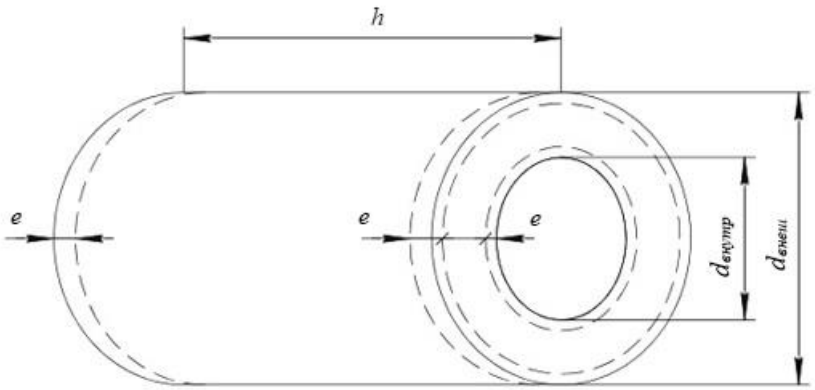


Рис. 2. Модельный твердотопливный заряд

В этом случае изменение геометрии заряда во времени в зависимости от величины свода горения e задается следующим выражением:

$$S(e) = S^0 - 4\pi e\left(d_{внутр} + d_{внешн}\right), \quad (1)$$

где S^0 — начальная площадь поверхности заряда, определяющаяся выражением.

$$S^0 = S^0_{внешн} + S^0_{внутр} + 2 \cdot S^0_{торц}, \quad (2)$$

где $S^0_{внешн}$ — начальная площадь внешней поверхности заряда, м^2; $S^0_{внутр}$ — начальная площадь внутренней поверхности заряда, м^2; $S^0_{торц}$ — начальная площадь торцевой поверхности заряда, м^2.

Формула для вычисления текущего объема заряда:

$$V(e) = \frac{\pi}{4}(h - 2e)\left(d^2_{внешн} - d^2_{внутр} - 4e\left(d_{внешн} + d_{внутр}\right)\right). \quad (3)$$

Постановка задачи. Целью задачи оптимизации является обеспечение наибольшего времени поддержания давления в наполняемой емкости в диапазоне от выбранного до давления на момент сгорания заряда. Графическая интерпретация задачи оптимизации представлена на рис. 3.

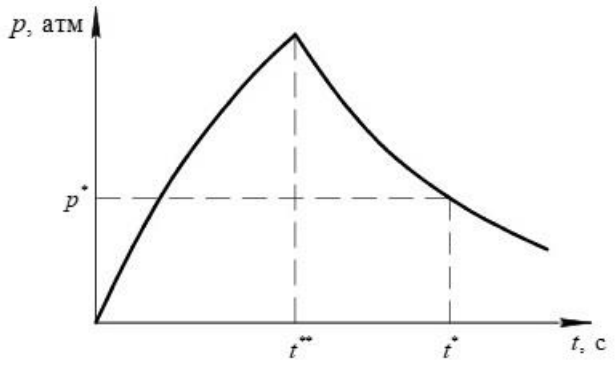


Рис. 3. Графическая интерпретация задачи оптимизации

Целевая функция задачи оптимизации имеет вид:

$$t^* - t^{**} \rightarrow \max_U, \quad (4)$$

где t^* — время достижения указанного давления в наполняемой емкости; t^{**} — момент сгорания топливного заряда; U — множество допустимых значений варьируемых параметров:

- внешний диаметр топливного заряда $d_{внешн}$;
- внутренний диаметр топливного заряда $d_{внутр}$;

– длина топливного заряда h;

– начальная величина свободного объема в камере сгорания газогенератора W;

– диаметр эквивалентного дросселя $d_{экв}$;

– коэффициент расхода эквивалентного дросселя $\mu_{экв}$;

– начальный объем наполняемой емкости $V_{емк}$;

– диаметр дренажного отверстия $d_{вых}$;

– коэффициент расхода дренажного отверстия $\mu_{вых}$.

Каждый параметр варьируется в заданном диапазоне. Диапазоны изменения варьируемых параметров представлены в табл. 1.

Таблица 1

Диапазоны изменения варьируемых параметров

Параметр	Минимальное значение	Максимальное значение
$d_{внешн}$, мм	24	36
$d_{внутр}$, мм	14,4	21,6
h, мм	88	132
W, л	0,008	0,012
$d_{экв}$, мм	6	9
$\mu_{экв}$	0,76	1,14
$V_{емк}$, л	1,2	1,8
$d_{вых}$, мм	3,36	5,04
$\mu_{вых}$	0,68	1,02

Значения t^* и t^{**} определяются из численного моделирования функционирования исследуемого объекта. Следовательно, для решения задачи оптимизации необходимо построить математическую модель системы.

Математическая модель. Из законов сохранения массы и энергии, а так же с учетом допущений об одномерности термодинамических процессов и совершенной модели газа выводится система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая состояние рассматриваемой системы [8]:

$$
\begin{gathered}
dp/dt = \left(S\gamma u\chi RT_v - kGRT - pSu\right)/W; \\
dT/dt = T\left(S\gamma uR\left(\chi T_v - T\right) - \left(k-1\right)RTG\right)/Wp; \\
dW/dt = Su;\ de/dt = u; \\
dp_{емк}/dt = kR\left(\theta G - T_{емк}G_{емк}\right)/V_{емк}; \\
dT_{емк}/dt = RT_{емк}\left[\left(k\theta - T_{емк}\right)G + \left(1-k\right)T_{емк}G_{емк}\right]/p_{емк}V_{емк},
\end{gathered}
\qquad (5)
$$

где p — давление в камере сгорания; S — площадь поверхности горения; γ — плотность топлива; u — скорость горения топлива; χ — коэффициент тепловых потерь в камере сгорания; R — газовая постоянная продуктов сгорания; T_v — изохорная температура горения; k — коэффициент Пуассона; G — расход газа из газогенератора; T — температура в камере сгорания; W — свободный объем в камере сгорания; e — величина свода горения; $p_{емк}$ — давление в наполняемой емкости; $T_{емк}$ — температура в наполняемой емкости; $\chi_{емк}$ — коэффициент тепловых потерь в наполняемой емкости; $G_{емк}$ — расход газа из наполняемой емкости; $V_{емк}$ — объем наполняемой емкости; $\theta = \left[\tilde{T} + (1-\chi_{емк})(T-\tilde{T})\right]$; $\tilde{T}$ — температура окружающей среды.

Расчет массового расхода газа из камеры сгорания газогенератора осуществляется по следующим формулам:

$$G = \begin{cases} 0, \text{ если } p_{емк} \geq p; \\ \mu_{экв} f_{экв} \psi \sqrt{\dfrac{2k}{k-1} p\rho}, \text{ если } p > p_{емк} > p^{кр}; \\ \mu_{экв} m f_{экв} \dfrac{p}{\sqrt{\theta}}, \text{ если } p_{емк} \leq p^{кр}, \end{cases} \tag{6}$$

$$\psi = \sqrt{\left(\frac{p_{емк}}{p}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_{емк}}{p}\right)^{(k+1)/k}}, \tag{7}$$

$p^{кр}$ — критическое давление в камере сгорания, вычисляемое по формуле:

$$p^{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} p; \tag{8}$$

$$m = \sqrt{\frac{k}{R}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}, \tag{9}$$

$f_{экв}$ — площадь эквивалентного дросселя.

Аналогично вычисляется массовый расход газа из наполняемой емкости.

Для термодинамических параметров газа в обеих емкостях имеем определяющие соотношения (уравнения состояния совершенного газа):

$$\begin{cases} p = \rho RT; \\ p_{емк} = \rho_{емк} RT_{емк}. \end{cases} \tag{10}$$

Первые четыре уравнения системы (5) описывают внутреннюю баллистику газогенератора, пятое и шестое — состояние газа в наполняемой емкости.

Таким образом, на варьируемые параметры помимо ограничений в виде области допустимых значений накладывается ограничение, заключающееся в удовлетворении уравнениям системы (6).

Для формулирования задачи Коши необходимо дополнить систему обыкновенных дифференциальных уравнений (7) начальными условиями:

$$\begin{gathered} p(0) = 1 \text{ атм};\ T(0) = 293{,}15 \text{ K}; \\ W(0) = 0{,}01 \text{ л};\ e(0) = 0 \text{ мм}; \\ p_{емк}(0) = 1 \text{ атм};\ T_{емк}(0) = 293{,}15 \text{ K}. \end{gathered} \tag{11}$$

Численное моделирование функционирования системы. Одним из наиболее распространенных классов численных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем являются методы Рунге-Кутты. Для решения системы дифференциальных уравнений (7) используется метод Рунге-Кутты 3-го порядка аппроксимации [9].

На рис. 4 представлен график зависимости давления в наполняемой емкости от времени.

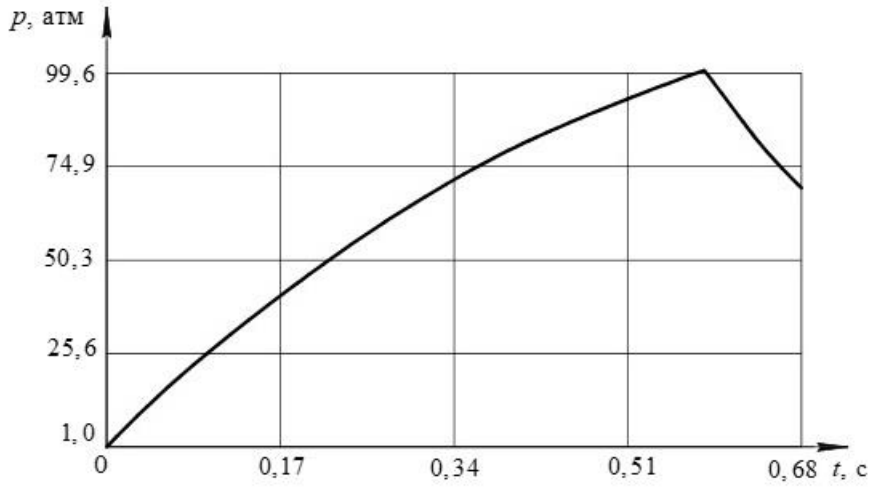


Рис. 4. Давление в наполняемой емкости

Численное решение задачи оптимизации. Решение задачи оптимизации выполнено при помощи метода Хука-Дживса[10] с применением метода штрафных функций для учета ограничений, накладываемых на варьируемые параметры.

Для решения подобных задач глобального поиска существует ряд эффективных методов. Например, алгоритмы на основе метода пси–преобразования [11], [12] или генетические алгоритмы [13], [14], [15].

В данной работе используется генетический алгоритм с вещественным кодированием.

Поскольку в качестве одного из методов решения задачи оптимизации выбран метод Хука-Дживса, важным вопросом является выявление многоэкстремальности целевой функции. Для этого были зафиксированы результаты при выборе различных начальных приближений, представленные в табл. 2.

Таблица 2

Результаты решения задачи оптимизации методом Хука-Дживса из различных начальных приближений

Параметр	Вычислительный эксперимент 1		Вычислительный эксперимент 2	
	Начальное приближение	Результат	Начальное приближение	Результат
Внешний диаметр заряда, мм	27,095	29,255	33,987	35,417
Внутренний диаметр заряда, мм	17,367	17,363	20,745	20,745
Длина заряда, мм	93,823	101,743	125,15	130,43
Начальный свободный объем в камере сгорания, л	0,008	0,008	0,009	0,009
Диаметр эквивалентного дросселя, мм	6,622	6,621	8,719	8,719
Коэффициент расхода эквивалентного дросселя	0,772	0,772	0,863	0,863
Объем наполняемой емкости, л	1,336	1,336	1,132	1,132
Диаметр дренажного отверстия, мм	3,813	3,51	4,637	3,965
Коэффициент расхода дренажного отверстия	0,828	0,828	0,879	0,743
Значение целевой функции, с	0,054	0,195	0,109	0,382

Сравнение результатов. Результаты, полученные при применении различных методов оптимизации, представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты решения задачи оптимизации

Параметр	Исходное значение	Полученное после решения задачи оптимизации значение		
		Метод Хука-Дживса	Генетический алгоритм	Генетический алгоритм + метод Хука-Дживса
Внешний диаметр заряда, мм	30	35,417	35,592	35,64
Внутренний диаметр заряда, мм	18	20,745	20,286	20,722
Длина заряда, мм	110	130,43	130,265	130,364
Начальный свободный объем в камере сгорания, л	0,01	0,009	0,008	0,01
Диаметр эквивалентного дросселя, мм	7,5	8,719	7,7	6,835
Коэффициент расхода эквивалентного дросселя	0,95	0,863	0,8	1,1
Объем наполняемой емкости, л	1,5	1,132	1,546	1,758
Диаметр дренажного отверстия, мм	4,2	3,965	3,521	3,374
Коэффициент расхода дренажного отверстия	0,85	0,743	0,86	0,717
Значение целевой функции, с	0,09	0,382	0,43	0,53856

Применение метода Хука-Дживса позволило увеличить значение целевой функции в 3,2 раза, генетического алгоритма — в 3,8 раза.

Одним из недостатков метода Хука-Дживса является то, что при его использовании для решения задачи оптимизации результат зависит от выбора начального приближения, что показано в табл. 1. Для устранения этого недостатка часто прибегают к способу гибридизации алгоритмов[16]. В данной работе на первом этапе применяется генетический алгоритм со следующими параметрами: размер популяции –

20, количество скрещиваний – 10, количество популяций – 10, что позволяет более точно определить область, в которой находится глобальный экстремум. На втором этапе полученный результат используется в качестве начального приближения при использовании метода Хука-Дживса. Такой подход позволяет увеличить значение целевой функции в 5 раз, что более эффективно по сравнению с результатом, полученным при раздельном использовании методов.

Программная реализация. С использованием кроссплатформенного фреймворка *Qt* разработано приложение с для решения прямой задачи, позволяющее пользователю вводить физические и геометрические параметры системы. Пользовательский интерфейс приложения представлен на рис. 5.

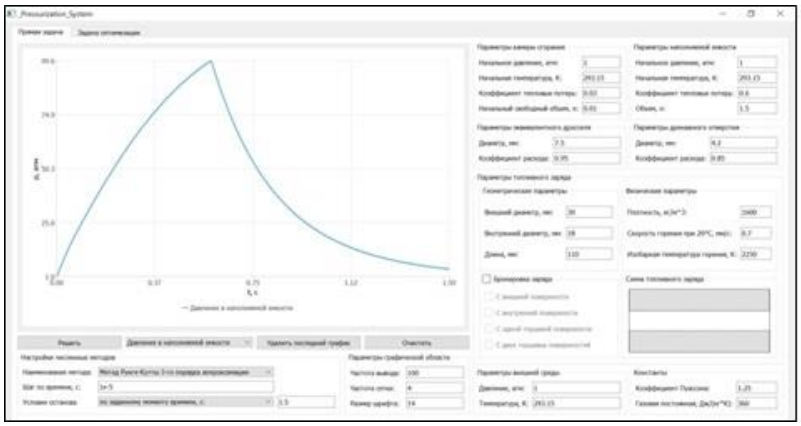


Рис. 5. Интерфейс приложения

В дальнейшей работе предполагается подробное изложение функционального наполнения разработанного программного комплекса и его возможности.

Выводы. Построена математическая модель функционирования системы, состоящей из твердотопливного газогенератора и наполняемой емкости постоянного объема. Методом Хука-Дживса и генетическим алгоритмом с вещественным кодированием, а также их совместным использованием решена задача оптимизации параметров твердотопливного модельного газогенератора. Проведено сравнение полученных результатов. Выявлена многоэкстремальность целевой функции. Применение комбинированной стратегии поиска улучшило значение целевой функции в 5 раз.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Косыгин М.А., Шумков Н.И., Насыров И.Р., Новоселова В.О. Система ориентации и стабилизации космического летательного аппарата. *Молодежь. Общество. Современная наука, техника и инновации*, 2015, № 14, с. 36–37.

[2] Игнатенко Н.М. О системах ориентации и стабилизации космических аппаратов. *Современные материалы, техника и технологии*, 2016, № 2 (5), с. 109–114.
[3] Соколовский М. И., Петренко В.И., Зыков Г.А. *Управляемые энергетические установки на твердом ракетном топливе*. Москва, Машиностроение, 2003, 464 с.
[4] Петухов Р.А., Евстифеев В.В. Перспективная комбинированная система стабилизации и ориентации малых космических аппаратов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2012, № 1, с. 60–73.
[5] Руденко М.С., Быстров Д.И., Лукишин М.Г., Тихоненко Е.С. Расчет напряжения заряда твердого топлива в модельном ракетном двигателе. Актуальные проблемы авиации и космонавтики, 2018, т. 1, № 14, с. 133–135.
[6] Печников В.П. Напряженно-деформированное состояние заряда РДТТ, скрепленного с ортотропным корпусом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7 (19).
[7] Плюснин А.В. Способ расчета площади поверхности горения пространственного твердотопливного заряда. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Спец. вып.* «*Математическое моделирование*», 2012, с. 86–95.
[8] Соркин Р.Е. *Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе*. Москва, Наука, 1967, 368 с.
[9] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. Москва, Бином, 2001, 636 с.
[10] Kelley C.T. *Iterative Methods for Optimization*. North Carolina, North Carolina State University Raleigh, 1995, 188 p.
[11] Чичинадзе В.К. *Решение невыпуклых нелинейных задач оптимизации*. Москва, Наука, 1983, 256 с.
[12] Бушуев А.Ю., Маремшаова А.А. Сравнение модифицированного метода Ψ-преобразования и канонического метода роя частиц. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 3 (19), с. 21–35.
[13] Северин В.П. Синтез нечетких систем автоматического управления генетическими алгоритмами по векторным критериям в среде MATLAB. *Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB*, 2011, с. 68–92.
[14] Пантелеев А.В. Метлицкая Д.В., Алешина А.В. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. Москва, Вузовская книга, 2013, 243 с.
[15] Карпенко А.П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, 446 с.
[16] Сулимов В.Д., Шкапов П.МГибридные методы вычислительной диагностики двухфазного потока в циркуляционном контуре. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 3 (7), с. 68–88.

Статья поступила в редакцию 20.07.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бушуев А.Ю., Ряузов С.С. Оптимизация конструкции твердотопливного модельного газогенератора. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 4, с. 3–14.

Бушуев Александр Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ. e-mail: a.ju.bushuv@yandex.ru

Ряузов Станислав Сергеевич — студент 2-го курса магистратуры факультета «Аэрокосмический» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: fixer369@mail.ru

Optimization of solid fuel model gas generator design

© A.Yu. Bushuev, S.S. Ryauzov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The optimization problem is formulated, which consists in ensuring the maximum time of maintaining the pressure in the filled container in the range from the maximum reached to 70 ATM. A mathematical model of a system consisting of a solid-fuel gas generator and a constant-volume filling tank is constructed. The optimization problem was solved by the Hook-Jeeves method and a genetic algorithm with real coding. The results were compared. A software package has been developed with the help of which a system of ordinary differential equations describing the state of the object under consideration is solved.

Keywords: *solid fuel gas generator, Hook-Jeeves method, genetic algorithm*

REFERENCES

[1] Kosygin M.A, Shumkov N.I., Nasyrov I.R., Novoselova V.O. *Molodezh'. Obshchestvo. Sovremennaya nauka, tekhnika i innovacii — Youth. Society. Modern science, technology and innovation*, 2015, no. 14, pp. 36–37.

[2] Ignatenko N.M. *Sovremennye materialy, tekhnika i tekhnologii — Modern materials, techniques and technologies,* 2016, no. 2 (5), pp. 109–114.

[3] Sokolovskij M. I., Petrenko V.I., Zykov G.A. *Upravlyaemye energetiche-skie ustanovki na tverdom raketnom toplive* [Controlled power plants on solid rocket fuel]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003, 464 p.

[4] Petukhov R.A., Yevstifeev V.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series instrument engineering*, 2012, no. 1, pp. 60–73.

[5] Rudenko M.S., Bystrov D.I., Lukishin M.G., Tikhonenko E.S. *Aktual'nye problemy aviacii i kosmonavtiki — Actual problems of aviation and cosmonautics*, 2018, vol. 1, no. 14, pp. 133–135.

[6] Pechnikov V.P. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering journal: Science and Innovation*, 2013, no. 7 (19).

[7] Plyusnin A.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki, sp. vyp. Mat. Mod. — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences, sp. no. Math. Modeling*, 2013, pp. 86–95.

[8] Sorkin R.E. *Gazotermodinamika raketnyh dvigatelej na tverdom toplive* [Gas-Thermodynamics of rocket engines on solid fuel]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 368 p.

[9] Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Chislennye metody* [Numerical Methods]. Moscow, Binom Publ., 2001, 636 p.

[10] Kelley C.T. *Iterative Methods for Optimization*. North Carolina, North Carolina State University Raleigh, 1995, 188 p.

[11] Chichinadze V.K. *Reshenie nevypuklyh nelineynykh zadach optimizatsii* [The solution of nonlinear non-convex optimization problems]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 25 p.
[12] Bushuev A.Yu., Maremshaova A.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical Modeling and Computational Methods,* 2018, no. 3 (19), pp. 21–35.
[13] Severin V.P. Sintez nechetkih sistem avtomaticheskogo upravleniya gene-ticheskimi algoritmami po vektornym kriteriyam v srede MATLAB [Synthesis of fuzzy systems of automatic control of genetic algorithms by vector criteria in MATLAB environment]. Proektirovanie inzhenernyh i nauchnyh prilozhenij v srede MATLAB [Designing engineering and scientific applications in MATLAB], 2011, pp. 68–92.
[14] Panteleev A.V. Metlickaya D.V., Aleshina A.V. *Metody global'noj optimizacii. Metaevristicheskie strategii i algoritmy* [Methods of global optimization. Metaheuristic strategies and algorithms]. Moscow, Vuzovskaya kniga Publ., 2013, 243 p.
[15] Karpenko A.P. *Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoj*. [Modern search engine optimization algorithms. Algorhythms inspired by nature]. Moscow, BMSTU Publ., 2014, 446 p.
[16] Sulimov V.D., Shkapov P.M., Goncharov D.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody – Mathematical Modeling and Computational Methods,* 2015, no. 3 (7), pp. 68–88.

Bushuev A.Yu., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 25 scientific publications. Scientific interests: mathematical simulation in the technology, the methods of optimization and decision making, numerical methods.
e-mail: a.ju.bushuv@yandex.ru

Ryauzov S. S., Master's Degree student, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: fixer369@mail.ru