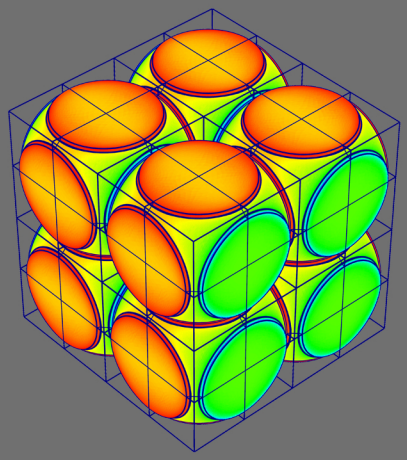
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Котенев В.П., Пучков А.С., Сапожников Д.А., Тонких Е.Г.
Метод локальных поверхностей для моделирования давления на затупленном конусе при пространственном обтекании.
Математическое моделирование и численные методы. 2019. № 3. с. 100–112.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/202/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.68
24.11.2026 16:09:14

УДК533.6.011.5 DOI: 10.18698/2309-3684-2019-3-100112

Метод локальных поверхностей для моделирования давления на затупленном конусе при пространственном обтекании

© В.П. Котенев[1, 2], А.С. Пучков[1, 2], Д.А. Сапожников[1, 2], Е.Г. Тонких[1, 2]

[1]АО «ВПК «НПО машиностроения», г. Реутов, Московская область, 143966, Россия
[2]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрен способ применения аналитической зависимости для расчета давления на поверхности затупленных конусов, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа под углом атаки, с учетом разрыва кривизны образующей. Для обобщения зависимости на случай пространственного обтекания был использован метод локальных поверхностей. Коэффициент давления на поверхности сферического затупления рассчитан отдельно от конической части по известным соотношениям. Результаты сравнивали с эмпирическими данными и результатами точных расчетов в строгой математической постановке. Определена область применимости метода. Из результатов сравнения следует, что использование аналитической формулы для распределения давления по поверхности затупленного конуса при пространственных течениях в прикладных задачах аэродинамики позволяет существенно упростить вычисления при сохранении хорошей точности результатов.

Ключевые слова: *сверхзвуковой поток*, *разрыв кривизны образующей тела*, *метод локальных поверхностей*

Введение. Поскольку затупленный конус представляет собой распространенную аэродинамическую компоновку, важно определить его аэродинамические характеристики с высокой точностью. Ранее была получена аналитическая зависимость для вычисления давления на затупленном конусе, обтекаемом сверхзвуковым невязким потоком под нулевым углом атаки, с учетом разрыва кривизны образующей [1–7]. Однако с практической точки зрения для решения задач аэродинамики интересны пространственные течения под ненулевым углом атаки.

Цель работы — адаптировать зависимость для вычисления давления на затупленном конусе, обтекаемом сверхзвуковым невязким потоком, для пространственных течений.

Подход к решению. Искомое давление будем представлять в виде коэффициента давления на поверхности тела

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\left(\rho_\infty V_\infty^2\right)/2},$$

где P — давление в некоторой точке на поверхности тела; P_∞, ρ_∞, V_∞ — соответственно давление, плотность и скорость набегающего потока.

Давление P_∞ набегающего потока и давление P_0' в точке торможения устанавливаются формулой Релея

$$P_0' = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \mathrm{M}_\infty^2 \left(\gamma - \frac{\gamma-1}{2\mathrm{M}_\infty^2}\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} P_\infty, \qquad (1)$$

где γ — показатель адиабаты; M_∞ — число Маха набегающего потока.

С учетом (1) коэффициент давления можно записать в виде

$$C_P = \frac{2\left(\frac{P}{P_\infty}-1\right)}{\gamma \mathrm{M}_\infty^2}. \qquad (2)$$

Затупленный конус состоит из двух частей (сферического затупления и конической части), параметры течения на которых изменяются по разным законам. Поместим начало координат на оси симметрии конуса в точке, соответствующей абсциссе точки сопряжения конической и сферической частей. В точке сопряжения имеет место разрыв кривизны образующей.

Для сферического затупления будем использовать соотношения, представленные в работе [1]:

$$\frac{P}{P_0'} = \left(\frac{1-k\chi}{1+k\chi}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \qquad (3)$$

где $k = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+3}} \frac{1}{\sigma_{**} - \frac{\pi}{2}}$; $\chi = \sigma - \frac{\pi}{2}$; σ — угол между продольной осью тела и вектором скорости в произвольной точке на поверхности сферы; σ_{**} — положение звуковой точки на поверхности сферы [1].

Для конической части будем применять зависимости, полученные в работах [3, 4].

Коэффициент давления на конической поверхности затупленного конуса определяется по формуле

$$C_{P_{\text{з.к}}} = \frac{C_{P_{\text{сф.сопр}}}}{\exp\left(\frac{\chi}{\beta_\text{к}^2 \mathrm{M}_\infty^\lambda}\right)} + C_{P_{\text{о.к}}} f^*\left(\chi^*\right), \qquad (4)$$

где $C_{P_{\text{сф.сопр}}}$ — коэффициент давления в точке сопряжения, определяемый по соотношениям для сферы; $C_{P_{\text{о.к}}}$ — коэффициент давления

острого конуса; f^* — коэффициент перехода на давление острого конуса; $\beta_к$ — угол полураствора конуса.

Параметры гиперзвукового подобия χ и χ^* вычисляют по формулам [4]

$$\chi = \frac{\beta_к^2 x}{2RC_{x\ сф}^{1/2}}; \tag{5}$$

$$\chi^* = \frac{\left(\dfrac{r}{2r_{сопр}} - \dfrac{1}{2}\right)^2}{C_{x\ сф}^{1/2}\left(\dfrac{x}{2r_{сопр}}\right)\left(1 - \dfrac{x_n}{x}\right)}, \tag{6}$$

где $C_{x\ сф}$ — коэффициент сопротивления сферического затупления, отнесенный к площади сечения, содержащего все точки сопряжения; R — радиус сферического затупления; $r = x\,\mathrm{tg}(\beta_к) + r_{сопр}$ — цилиндрический радиус сечения конической части тела; $r_{сопр}$ — цилиндрический радиус в точке сопряжения сферической и конической частей; x_n — координата начала носовой части затупленного конуса; x — продольная координата тела.

Экспонента в знаменателе первого слагаемого (4) и функция f^* отвечают за установление переходного процесса, вызванного разрывом кривизны геометрии. Функция f^* имеет вид

$$f^*(\chi^*) = \begin{cases} \dfrac{2\chi^*}{\psi} - \dfrac{\chi^{*2}}{\psi^2}, & \text{если } 0 < \chi^* < \psi; \\ 1, & \text{если } \chi^* \ge \psi. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь $\psi = \psi(M_\infty, \beta_к)$ представляет собой координату точки выхода на значение давления для острого конуса и определяется соотношением

$$\psi(M_\infty, \beta_к) = \frac{A_1(\beta_к)}{M_\infty^2} + \frac{B_1(\beta_к)}{M_\infty} + C_1(\beta_к).$$

Коэффициенты этой зависимости имеют вид (углы $\beta_к$ при вычислении коэффициентов измеряют в градусах)

$$A_1(\beta_к) = 6,3617\cdot10^{-6}\beta_к^5 - 5,1957\cdot10^{-4}\beta_к^4 +$$
$$+ 1,2894\cdot10^{-2}\beta_к^3 - 0,1325\beta_к^2 + 0,7918\beta_к + 0,6477;$$

$$B_1(\beta_к) = 1,1983\cdot10^{-5}\beta_к^5 - 7,64\cdot10^{-4}\beta_к^4 + 1,604\cdot10^{-2}\beta_к^3 -$$
$$- 9,8408\cdot10^{-2}\beta_к^2 - 0,2688\beta_к + 0,1783;$$

$$C_1(\beta_к) = 3,3516\cdot10^{-6}\beta_к^4 - 1,9174\cdot10^{-5}\beta_к^3 -$$
$$- 7,7292\cdot10^{-3}\beta_к^2 + 0,1742\beta_к - 0,1506.$$

Коэффициент давления острого конуса вычисляют по описанной в асимптотике [8, 9]:

$$C_{P\ \text{о.к}} = 2\sin^2(\beta_к)e^{k_2};$$

$$k_2 = 0,18146 - 2,0923k_1 + 9,092k_1^2 + 6,876k_1^3 - 62,25k_1^4 - 97,1k_1^5,$$

где $k_1 = 0,1\lg\left(\sqrt{M_\infty^2 - 1}\left|\sin(\beta_к)\right|\right)$.

Параметр $\lambda = \lambda(M_\infty, \beta_к)$ определяют аналогично вычислению $\psi = \psi(M_\infty, \beta_к)$:

$$\lambda(M_\infty, \beta_к) = \frac{A_2(\beta_к)}{M_\infty^2} + \frac{B_2(\beta_к)}{M_\infty} + C_2(\beta_к).$$

Коэффициенты этой зависимости имеют вид

$$A_2(\beta_к) = 1,9566\cdot10^{-5}\beta_к^5 - 1,4150\cdot10^{-3}\beta_к^4 +$$
$$+ 3,1129\cdot10^{-2}\beta_к^3 - 0,2278\beta_к^2 + 0,6134\beta_к + 0,8073;$$

$$B_2(\beta_к) = 4,0378\cdot10^{-6}\beta_к^5 - 1,8767\cdot10^{-4}\beta_к^4 +$$
$$+ 3,2619\cdot10^{-3}\beta_к^3 - 0,0414\beta_к^2 + 0,4012\beta_к - 0,5897;$$

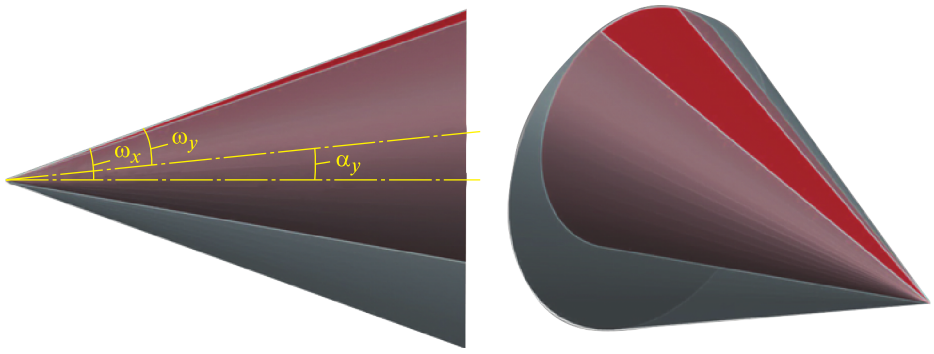
$$C_2(\beta_к) = -1,3609\cdot10^{-6}\beta_к^5 + 7,9441\cdot10^{-5}\beta_к^4 -$$
$$-1,6380\cdot10^{-3}\beta_к^3 + 1,4268\cdot10^{-2}\beta_к^2 - 6,7042\cdot10^{-2}\beta_к + 0,3951.$$

Углы в этих соотношениях также измеряют в градусах. Коэффициенты были найдены с помощью генетического алгоритма, описанного в работе [4, 10].

Метод локальных поверхностей. Представленные выше соотношения наглядно описывают распределение давления на поверхности затупленного конуса под нулевым углом атаки. Если применять

их для режимов, отличных от нулевого, следует прибегнуть к методу локальных поверхностей. Изложим его идею на рассмотрении острого конуса с углом полураствора $\omega_к$.

В основе метода лежит гипотеза равенства давления при одинаковых углах встречи потока с поверхностью тела. В соответствии с этим давление в каждой точке тела принимается таким же, как на поверхности местного конуса, обтекаемого потоком с тем же числом Маха, как и само тело [7], но под нулевым углом атаки (рис. 1). Соответственно, расчет давления на таком конусе следует проводить по тем же соотношениям, принимая угол $\omega_к$ равным углу эквивалентного конуса ω_γ.



а *б*

Рис. 1. Основной конус (*а*) и местный конус (*б*), поставленный под нулевым углом атаки к потоку

Таким образом, задача определения давления на теле под углом атаки сводится к нахождению угла местного конуса, соответствующего углу встречи потока с поверхностью тела [11].

Рассмотрим произвольное сечение конуса плоскостью, нормальное к оси *OX*. Представим скорость невозмущенного потока в виде двух составляющих: $V_\infty \cos\alpha$ (параллельную оси X) и $V_\infty \sin\alpha$ (нормальную к оси X). В меридиальной плоскости γ нормальная составляющая $V_\infty \sin\alpha$ может быть, в свою очередь, разложена на радиальную $V_r = V_\infty \sin\alpha\cos\alpha$ и тангенциальную $V_\gamma = V_\infty \sin\alpha\sin\gamma$ скорости. Отношение

$$\frac{V_\gamma}{V_\infty \cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha\cos\gamma = \operatorname{tg}\alpha_\gamma,\ \alpha_\gamma = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\alpha\cos\gamma\right),$$

определяет угол атаки потока в плоскости γ.

Таким образом, коническое течение в меридиальной плоскости γ будет определяться не углом раствора конуса, а углом $\omega_\gamma = \omega_к - \alpha_\gamma$.

Применение метода локальных поверхностей к затупленному конусу. Введем четырехугольную сетку на затупленном конусе (рис. 2), определим в каждой ячейке площадь и нормаль к центру масс ячейки. Применим соотношение (1) к каждой ячейке сферического затупления, определив локальный коэффициент давления. Вычислим коэффициент аэродинамической силы сопротивления сферического затупления

$$Cx_{sph} = -\sum_{i\,:\,x<0} \frac{n_{x_i} Cp_i s_i}{S_{\text{сопр}}},$$

где n_{x_i} — проекция нормали к i-й площадке на ось абсцисс; Cp_i — коэффициент давления на площадке; s_i — площадь площадки; $S_{\text{сопр}}$ — площадь сечения сопряжения.

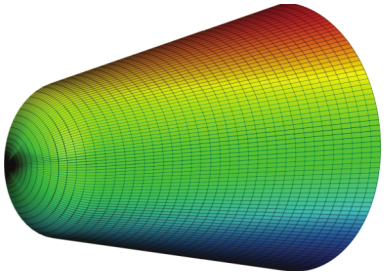


Рис. 2. Четырехугольная сетка на затупленном конусе

Определим локальные углы атаки α_{γ_i} на каждой площадке конической части по формуле

$$\alpha_{\gamma_i} = \left(\bar{n}_i \wedge \frac{\bar{V}_\infty}{|\bar{V}_\infty|} \right) - \frac{\pi}{2},$$

где $\bar{n}_i$ — вектор внешней нормали к площадке; $\frac{\bar{V}_\infty}{|\bar{V}_\infty|} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$ — вектор набегающего потока.

Каждую ячейку исходного конуса будем рассматривать как элемент затупленного конуса с углом полураствора $\beta_{\gamma_i} = \beta_{\text{к}} - \alpha_{\gamma_i}$. Точки сопряжения, а также коэффициент давления сопряжения, определенный на сфере, локальных и исходного конусов совпадают.

Коэффициент давления будем вычислять по формуле (4), подставив вместо угла полураствора конуса угол β_{γ_i}.

Анализ результатов. Для затупленных конусов с разными удлинениями и углом полураствора $\beta_к = 10$ проводили сравнение коэффициентов осевой и нормальной сил с данными, приведенными в работах [8, 12], а также с данными численного расчета в рамках постановки задачи обтекания невязким потоком. Результаты сравнения продемонстрированы на графиках (рис. 3). Далее в настоящей статье под методом локальных поверхностей будем понимать применение соотношений для определения давления на затупленном конусе под нулевым углом атаки к затупленному конусу, поставленному под углом атаки, с помощью метода локальных поверхностей.

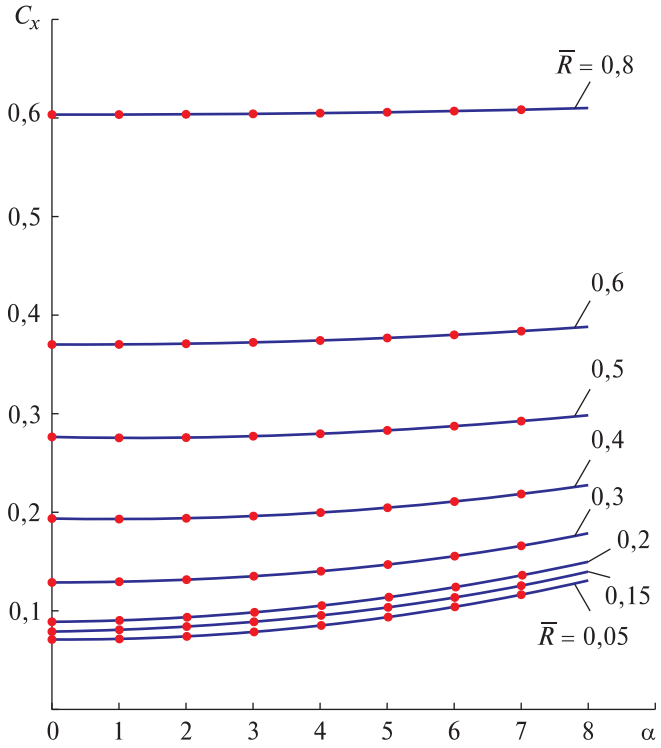


Рис. 3. Сравнение коэффициента осевой силы с известными данными

На рис. 3 дано сравнение коэффициентов осевой силы, приведенных в работе [13] (красные точки), с результатами, полученными по вышеописанному алгоритму (фиолетовые линии) при числе Маха $M_\infty = 8$ для тел различного удлинения. Здесь $\overline{R} = \dfrac{R_н}{r_{мид}}$ — степень затупления. По оси абсцисс отложен угол атаки α, по оси ординат — коэффициент осевой силы C_x. Данные [8] оцифрованы с помощью программы GetData Graph Digitizer.

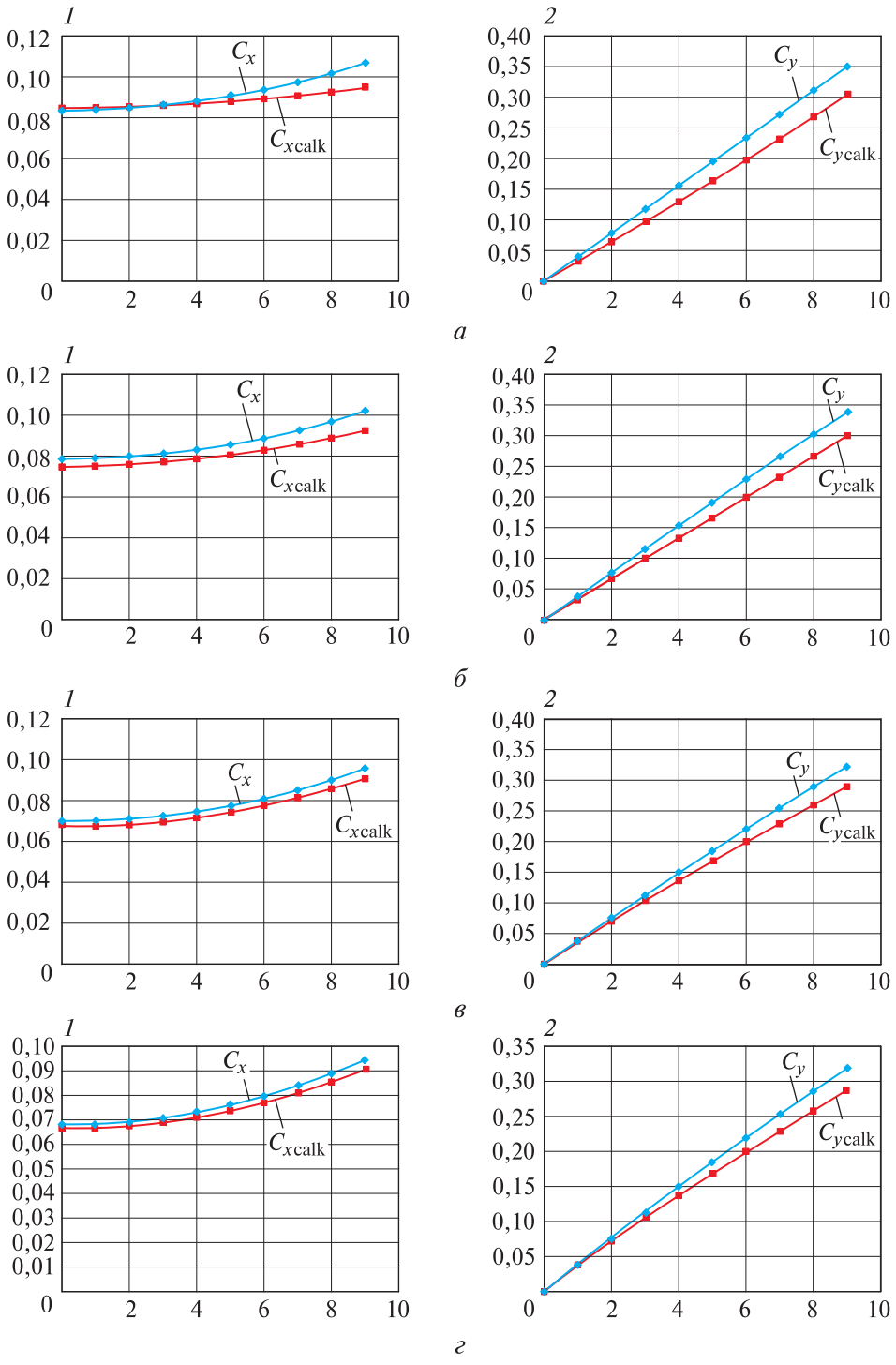


Рис. 4. Сравнение коэффициентов осевой и нормальной сил при разных числах Маха M_∞:

а — $M_\infty = 4$; *б* — $M_\infty = 6$; *в* — $M_\infty = 15$; *г* — $M_\infty = 20$; *1* — осевая сила; *2* — нормальная сила

На рис. 4 показано сравнение коэффициентов (по оси ординат) осевой и нормальной сил, полученных в рамках численного решения системы уравнений Эйлера [14, 15] (синяя линия) с применением предложенного алгоритма (красная линия) при углах атаки α (по оси абсцисс), разных числах Маха, угле полураствора конуса $\beta_к = 10$ и длине конической части, равной 50 радиусам затупления. Графики, приведенные на рис. 4, свидетельствуют о сходстве в тенденциях, несущественно различаясь по значениям. Однако нельзя использовать данные, полученные в рамках решения системы уравнений Эйлера, в качестве эталона для сравнения. Эти данные были получены авторами численным методом на грубой сетке, поэтому уместно сравнить полученные данные с табличными (рис. 5).

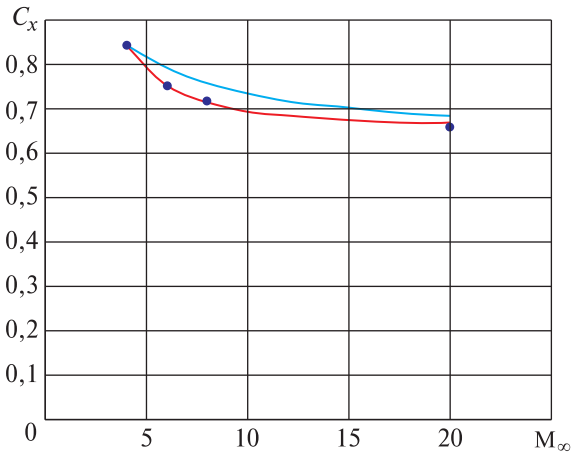


Рис. 5. Сравнение результатов расчета и результатов, полученных методом локальных поверхностей, с табличными данными [5]:
——— — расчетные данные; ——— — МЛП;
• — табличные данные

Из рис. 5 видно, что данные, полученные по предложенному методу, ближе к табличным данным. Результаты расчета расположены на графике выше табличных данных и результатов применения метода локальных поверхностей, такая же тенденция прослеживается и на рис. 4.

Выводы. Проведено обобщение зависимости для определения давления на затупленном конусе на случай пространственного обтекания с помощью метода локальных поверхностей. Сравнение результатов с табличными данными и результатами расчетов показывает приемлемую точность предлагаемого метода. Высокая точность, низкая вычислительная сложность и простота реализации метода

позволяют применять метод локальных поверхностей при решении прикладных задач аэродинамики как самостоятельно, так и в составе вычислительных комплексов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Котенев В.П. Точная зависимость для определения давления на сфере при произвольном числе Маха сверхзвукового набегающего потока. *Математическое моделирование*, 2014, т. 26, № 9, с. 141–148.

[2] Котенев В.П. Определение положения звуковой точки на поверхности затупленного тела. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естествознание. Спец. вып. Математическое моделирование*, 2011, с. 150–153.

[3] Котенев В.П., Сысенко В.А. Аналитические формулы повышенной точности для расчета распределения давления на поверхности выпуклых, затупленных тел вращения произвольного очертания. Математическое моделирование и численные методы. 2014, вып. 1, с. 68–81.

[4] Булгаков В.Н., Котенев В.П., Сапожников Д.А.. Моделирование сверхзвукового обтекания затупленных конусов с учетом разрыва кривизны образующей тела. *Математическое моделирование и численные методы*, 2017, вып. 14, с. 81–93.

[5] Пучков А.С., Сапожников Д.А. Определение свободных параметров в формуле для распределения давления на затупленном конусе в сверхзвуковом невязком потоке. *Молодежный научно-технический вестник*, 2017, № 5. URL: http://sntbul.bmstu.ru/doc/859337.html

[6] Лунев В.В. *Течение реальных газов с большими скоростями*. Москва, Физматлит, 2007, 760 с.

[7] Ericsson L.E. Effects of Nose Bluntness, Angle of Attack, and Oscillation Amplitude of Hypersonic Unsteady Aerodynamics of Slender Cones. *AIAA Journal*, 1971, vol. 9, no. 2, pp. 297–304.

[8] Любимов А.Н., Русанов В.В. *Течения газа около тупых тел.* Ч. 2. Москва, Наука, 1970, 379 с.

[9] Саранцев А.И. Дополнение к методу скачков — расширений второго порядка точности. *Ученые записки ЦАГИ* , 1991, т. XXII, № 1, с. 82–88.

[10] Пантелеев А.А. *Метаэвристические алгоритмы поиска глобального экстремума*. Москва, МАИ-ПРИНТ, 2009, 160 с.

[11] Краснов Н.Ф. *Основы аэродинамического расчета.* Москва, Высш. шк., 1981, 496 с.

[12] Tissera Sh., Drikakis D. Computational Fluid Dynamics Methods for Hypersonic Flow Around Blunted-Cone-Cylinder-Flare. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, vol. 47, no. 4, pp. 563–570.

[13] Mayer C.S.J., Laible A.C., Fasel H.F. Numerical Investigation of Wave Packets in Mach 3.5 Cine Boundary Layer *AIAA Journal*, 2011, vol. 49, no. 1, pp. 67–86.

[14] Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. *Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике*. Москва, Физматлит, 2011, 280 с.

[15] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Применение метода RKDG для численного решения трехмерных уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках. *Математическое моделирование и численные методы*, 2015, № 4, с. 75–91.

Статья поступила в редакцию 30.11.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Котенев В.П., Пучков А.С., Сапожников Д.А., Тонких Е.Г. Метод локальных поверхностей для моделирования давления на затупленном конусе при пространственном обтекании. *Математическое моделирование и численные методы.* 2019. № 3. с. 100–112.

Котенев Владимир Пантелеевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, начальник отдела АО «ВПК «НПО машиностроения». Автор около 60 научных работ в области прикладной математики, численных и аналитических методов исследования течения газа при обтекании поверхности летательных аппаратов.
e-mail: kotvp@mail.ru

Пучков Андрей Сергеевич — студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, техник АО «ВПК «НПО машиностроения». e-mail: andrej.puchkov.95@mail.ru

Сапожников Денис Алексеевич — аспирант кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, инженер АО «ВПК «НПО машиностроения». Автор работ в области численных, аналитических и статистических методов исследования течения газа при обтекании поверхности летательных аппаратов. e-mail: des_end@mail.ru

Тонких Евгений Геннадьевич — студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, техник АО «ВПК «НПО машиностроения». e-mail: Genya1796@outlook.com

Method of local surfaces for modeling pressure on a blunted cone in three-dimensional flow

©V.P. Kotenev[1,2], A.S. Puchkov[1,2], D.A. Sapozhnikov[1,2], E.G. Tonkikh[1,2]

[1]JSC MIC «NPO Mashinostroyenia», Reutov, Moscow region, 143966, Russia
[2]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The paper considers a method for applying the analytical dependence to calculate the pressure on the surface of blunted cones in a supersonic gas flow at an angle of attack, taking into account the discontinuity in the generatrix curvature. To generalize the dependence on the case of three-dimensional flow, the method of local surfaces was used. The pressure coefficient on the surface of spherical bluntness is calculated separately from the conical part according to known ratios [1, 2]. The results were compared with empirical data and the results of accurate calculations in a strict mathematical formulation. The scope of applicability of the method is determined. From the comparison it follows that using the analytical formula for the pressure distribution on the surface of a blunted cone in three-dimensional flows in applied problems of aerodynamics allows significant simplifying calculations while maintaining good accuracy of the results.

Keywords*: supersonic gas flow, discontinuity in a body generatrix curvature, method of local surfaces*

REFERENCES

[1] Kotenev V.P. *Matematicheskoe modelirovanie — Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, vol. 26, no. 9, pp. 141–148.

[2] Kotenev V.P. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2011, Spetsialnyy vypusk: Matematicheskoe modelirovanie [Special issue: Mathematical Modeling], pp. 150–153.

[3] Kotenev V.P., Sysenko V.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2014, vol. 1, no. 1, pp. 68–81.

[4] Bulgakov V.N., Kotenev V.P., Sapozhnikov D.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody — Mathematical Modeling and Computational Methods*, 2017, no. 14, pp. 81–93.

[5] Puchkov A.S., Sapozhnikov D.A. *Molodezhnyy nauchno-tekhnicheskiy vestnik* (*Youth Science and Technology Gazette*), 2017, no. 5. Available at: http://sntbul.bmstu.ru/doc/859337.html

[6] Lunev V.V. *Techenie realnykh gazov s bolshimi skorostyami* [Flow of real gases with high velocities]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007, 327 p.

[7] Ericsson L.E., *AIAA Journal*, 1971, vol. 9, no. 2, pp. 297–304.

[8] Krasnov N.F., *Osnovy aerodinamicheskogo rascheta* [Fundamentals of aerodynamic calculation]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1981, 496 p.

[9] Lyubimov A.N., Rusanov V.V. *Techeniya gaza okolo tupykh tel* [Gas flows near blunt bodies]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 379 p.

[10] Mayer C.S.J., Laible A.C., Fasel H.F. *AIAA Journal*, 2011, vol. 49, no. 1, pp. 67–8.

[11] Gauer M., Paull A. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, vol. 45, no. 3, 459–471.

[12] Tissera Sh., Drikakis D. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, vol. 47, no. 4, pp. 563–570.

[13] Dimitrienko Yu.I., Kotenev V.P., Zakharov A.A. *Metod lentochnykh adaptivnykh setok dlya chislennogo modelirovaniya v gazovoy dinamike* [The Adaptive Banded Grid Method for Numerical Simulation in Gas Dynamics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 280 p.

[14] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye menody – Mathematical Modeling and Computational Methods,* 2015, no. 4. pp. 75–91.

[15] Sarancev A.I. *Uchenye zapiski TsAGI – TsAGI Science Journal*, 1991, vol. XXII, no. 1, pp. 82–88.

[16] Panteleev A.A. *Metaevristicheskie algoritmy poiska globalnogo ekstremuma* [Metaheuristic algorithms for global extremum search]. Moscow, MAI–PRINT Publ., 2009, 160 p.

Kotenev V.P., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Head of the Department of JSC MIC "NPO Mashinostroeniya", author of about 60 research papers in the field of applied mathematics, numerical and analytical methods for studying the gas flow around the surface of aircraft. e-mail: kotvp@mail.ru

Puchkov A.S., student, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Technician, JSC MIC "NPO Mashinostroeniya". e-mail: andrej.puchkov.95@mail.ru

Sapozhnikov D.A., post-graduate student, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Engineer, JSC MIC "NPO Mashinostroeniya", author of a number of research papers in the field of numerical, analytical and statistical methods for studying the gas flow around the surface of aircraft. e-mail: des_end@mail.ru

Tonkikh E.G., student, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University, Technician, JSC MIC "NPO Mashinostroeniya". e-mail: Genya1796@outlook.com