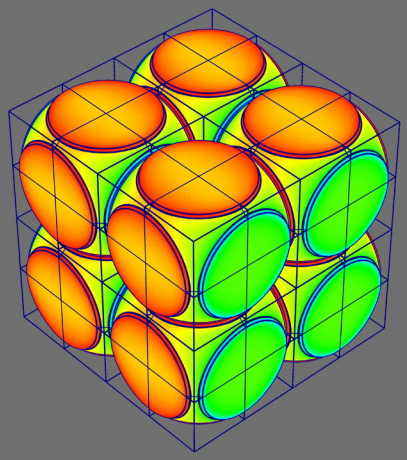
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Мадалиев М.Э. Численное моделирование течения в центробежном сепараторе на основе моделей SA и SARC. Математическое моделирование и численные методы, 2019, № 2, с. 35–50.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/193/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.217.22
18.11.2026 12:59:50

УДК 696.11

Численное моделирование течения в центробежном сепараторе на основе моделей SA и SARC

© М.Э. Мадалиев

Институт механики и сейсмостойкости сооружений
имени М.Т. Уразбаева АН РУз, Ташкент, 100125, Узбекистан

Представлены результаты математического моделирования двухфазного закрученного турбулентного течения в сепарационной зоне центробежного аппарата. Движение несущего потока газа моделировалось с помощью осредненных уравнений Навье–Стокса, для замыкания которых использовалась известная модель турбулентности Спаларта–Аллмареса (SA) и Шуром и Спалартом была предложена поправка к модели Спаларта-Аллмараса (SARC). На основе полученного поля осредненных скоростей несущей среды с учетом турбулентной диффузии

Ключевые слова: *Спаларта–Аллмарес, центробежный воздушный сепаратор, осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, функция тока, завихренность, итерации, коррекцией вращения, вихревой вязкости, прогонки, верхней релаксации*

Введение. Современные технологии с каждым годом усложняются. Принципиально новые проектные, конструкторские и технологические разработки в технике (автомобилестроении, авиации, ракето- и судостроении, энергетике и энергомашиностроении, приборостроении и электронике) в настоящее время являются результатом труда больших коллективов, использующих в своей деятельности огромный опыт предшествующих поколений исследователей. В этих условиях поиск оптимальных инженерных решений при создании новых образцов техники невозможен без применения мощных вычислительных средств, включая суперкомпьютеры. Однако сама по себе вычислительная техника — это только «железо», хотя и обладающее уже элементами искусственного интеллекта. Для того чтобы с ее помощью решать конкретные задачи, необходимо разработать математические модели физических процессов и явлений, численные методы решения математических задач, создать алгоритмы решения этих задач на современных компьютерах, в том числе на суперкомпьютерах, а также разработать соответствующее программное обеспечение [18].

В современных процессах нередко встречаются закрученные потоки газов и жидкостей [13]. Закрученные течений формируются за колесами гидротурбин ГЭС [14], в следе самолетных и гребных винтов, а также ветрогенераторов и пр. [15]. Циклоны, сепараторы, вихревые расходомеры — во всех этих устройствах используется закрутка

потока рабочей среды. Полезные свойства закрученных течений широко применяются в теплоэнергетике, например, с помощью нее добиваются стабилизации пламень в горелочных устройствах. Однако закрученные течения имеют не только положительные особенности. В сильно закрученных потоках часто происходит формирование нестационарных структур, таких как прецессирующее вихревое ядро (ПВЯ). Низкие частоты прецессии вихревого ядра, образующегося, к примеру, за колесом гидротурбины ГЭС, могут привести к резонансу с собственными частотами гидроагрегата, что в свою очередь повлечет за собой сильные вибрации, представляющие серьезную опасность для всей конструкции ГЭС. Образование ПВЯ в вихревых камерах сгорания может быть причиной термоакустического резонанса [16], следствием чего также являются сильные вибрации и шум. Кроме того, было установлено, что ПВЯ может влиять на эффективность работы вихревых аппаратов [17].

Крупномасштабные пульсации, вызванные прецессией вихря, могут привести к повреждению конструкций и снижению надежности оборудования. Несмотря на многолетние исследования данного явления, на настоящий момент нет достаточной информации для построения теории ПВЯ и, соответственно, для разработки эффективных методов управления данным явлением. Таким образом, для инженерных расчетов требуются модели турбулентности, достаточно точно описывающие усредненные поля и крупномасштабные пульсации закрученных течений.

В настоящей работе проводится исследование однофазного турбулентного потока в центробежном сепараторе и представлен сравнительный анализ турбулентной модели Спаларта–Аллмареса с одним уравнением (SA) и с коррекцией вращения (SARC) [1].

Физическая и математическая постановки задачи. Известно, что закрученные потоки характеризуются сильной искривленностью линий тока, возникновением рециркуляционных зон, расположение и размеры которых в значительной мере зависят от интенсивности крутки и конфигурации границ. Кроме этого такие потоки являются турбулентным. Поэтому для их исследования требуется привлечения эффективных моделей турбулентности. В последнее время появились достаточно эффективные модели турбулентности. В дальнейшем эти методы модифицированы и для турбулентных потоков с небольшой закруткой [1]. Однако проверка этих моделей для сильно закрученных потоков показало, что их точность недостаточна, и эти модели для вращающихся потоков не имеют преимущества по сравнению с другими. Поэтому в настоящей работе для численного исследования потока в сепараторе используется хорошо проверенная на практике Спаларта–Аллмареса (SA) и модификация М.Л. Шура (SARC).

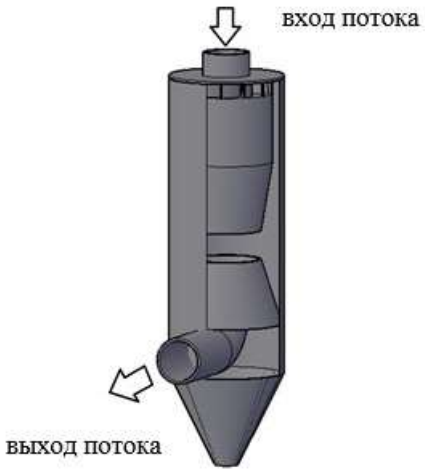


Рис. 1. Схема рассчитываемого воздушно-центробежного сепаратора

В настоящей работе рассматривается трехмерное турбулентное течение в воздушно-центробежном сепараторе, который представляет собой важное звено в процессах сепарации и классификации частиц, получении порошков требуемого качества. От того, как организована структура потока внутри рабочей области, будет зависеть эффективность происходящих процессов по разделению порошков на крупную и мелкую фракции. Целью предпринимаемого численного исследования является выяснение характера гидродинамики закрученного потока при разных геометриях. Схема рассчитываемой области показана на (рис.1). Центробежный воздушно сепаратор работает следующим образом. Исходный материал вместе с первичным воздухом подается через патрубок в верхнюю часть сепаратора. С помощью управляемыми лопатами потоку воздуха придается вращательное движение. Под действием центробежной силы инерции частицы движутся к цилиндрической стенке корпуса сепаратора и попадают в зону классификации, расположенную между конусами и стенки (см. рис. 1). Крупные частицы вследствие своей большей массы под действием центробежной силы накапливаются около внутренней стенки корпуса сепаратора и по инерции попадают в бункер сепаратора. А мелкие частицы увлекаются воздухом и выносятся из сепаратора через выходной патрубок. Таким образом, исходный материал разделяется на две фракции. Несложно понять, что эффективность такого сепаратора сильно зависит от его геометрии. Поэтому для поиска оптимальных геометрических параметров возникает задача моделирования кинематики частиц внутри установки. Ясно, что кинематика частиц зависит от динамики потока воздуха. Поэтому здесь возникает две задачи: 1) исследование динамики воздушного потока; 2) на основе полученных гидродинамических параметров воздушного потока исследование траекторий сепарируемых частиц.

Моделирование трехмерных течений газа связано с известными практическими трудностями: использование разнесенных сеток, медленная сходимость численного алгоритма решения, достаточно сложная реализация расчетного алгоритма. Решение турбулентной задачи

требует также сгущения расчетной стеки в областях с большими градиентами искомых переменных, а также вблизи твердых стенок. Все эти проблемы значительно осложняют физико-математическую постановку задачи в рассматриваемой области.

Для численного исследования поставленной задачи используется система уравнений осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \dfrac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x_j} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \dfrac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i' u_j'} \right) \end{cases}, \tag{1}$$

где турбулентные напряжения определяются из соотношения

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\delta_{i,j} k.$$

здесь ν, ν_t — молекулярная и турбулентная вязкость. Начальные и граничные условия для системы уравнений (1) ставятся стандартным образом [3].

Система (1) является незамкнутой. Для замыкания полученной системы уравнений предложено большое количество различных математических моделей. Эти модели основаны на гипотезах Буссинеска [8], Колмогорова [9], на теориях Прандтля [10], Кармана [11] и т.д. В работе для замыкания уравнений Рейнольдса использованы турбулентные модели SA и SARC.

Модель Спаларта-Аллмараса [6]. Эта модель относится к классу однопараметрических моделей турбулентности. Здесь появляется только одно дополнительное уравнение для расчета кинематического коэффициента вихревой вязкости

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla(\rho \tilde{\nu} U) = \rho(P_\nu - D_\nu) + \frac{1}{\sigma_\nu}\nabla\left[(\nu + \nu_t)\nabla \tilde{\nu}\right] + \\ + \frac{C_{b2}}{\sigma_\nu}\rho(\nabla \tilde{\nu})^2 - \frac{1}{\sigma_\nu \rho}(\mu + \rho\tilde{\nu})\nabla\rho\nabla\tilde{\nu}. \end{aligned} \tag{2}$$

Турбулентная вихревая вязкость вычисляется из:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{\nu 1}. \tag{3}$$

Модель SARC такая же, как и для «стандартной» версии (SA), за исключением того, что термин P_ν умножается на функцию вращения

f_{r1} см в [1,4]. Остальные величины остаются такими же, как для «стандартной» модели, которые представлены в [1].

Для численной реализации системы (1) проведена частичная параболизация, т.е. в правых частях пренебрегается члены с производными по z. Вводится переменные Мизеса [7] функция тока ψ, для которой удовлетворяются условие неразрывности

$$V = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z},\ U = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}. \tag{4}$$

Вводится также завихренность ζ

$$\zeta = \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial z}. \tag{5}$$

Далее из первых двух уравнений системы (1) исключим давление и подставляя выражения (4) в (5) получим систему относительно новых переменных.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \zeta}{\partial t} + U\dfrac{\partial \zeta}{\partial z} + V\dfrac{\partial \zeta}{\partial r} - \zeta\dfrac{V}{r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial G^2}{\partial z} = -\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_{eff}\zeta\right) + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}\left(r\nu_{eff}\zeta\right), \\ \dfrac{\partial G}{\partial t} + U\dfrac{\partial G}{\partial z} + V\dfrac{\partial G}{\partial r} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_{eff}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial G}{\partial r} - \dfrac{G}{r^2}\right)\right) - \dfrac{\mu}{r^2}G, \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial \psi}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 \psi}{r\partial z^2} = \zeta, \\ \dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + U\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial z} + V\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial r} = (P_v - D_v) + \dfrac{1}{\sigma_v}\dfrac{\partial}{r\partial r}\left[r(\nu_{eff})\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial r}\right] + \\ + \dfrac{C_{b2}}{\sigma_v}\left(\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial r}\right)^2, \\ G = W \times r, \quad \nu_{eff} = \nu + \nu_t. \end{cases} \tag{6}$$

Данная система подчинена следующим краевым условиям:

при $z = 0 : \psi = (1 - r_2^2)/2, G = W \cdot r;$

на стенке: $\psi = (1 - r_2^2)/2, G = 0;$

при $r = 0 : \psi = 0,\ G = 0.$

Область течения схематично показана на рис. 2.

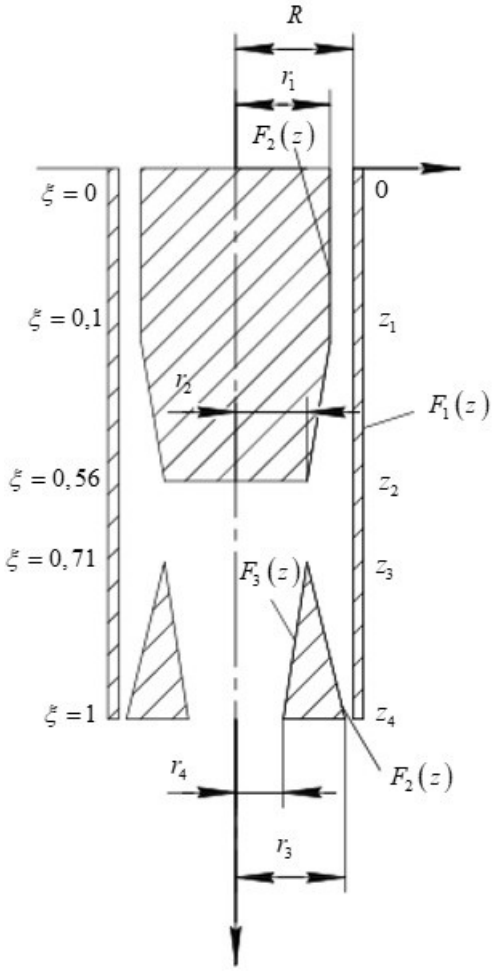


Рис. 2. Область течения в сепараторе в безразмерных координатах, где R — большой радиус кольцевого канала, следовательно, поверхность конуса соответствует $\eta = 1$; r_1 — радиус внутреннего цилиндра первого участка; r_3, r_4 — радиус внутреннего цилиндра третьего и четвёртого участков

Для численной реализации системы (6) проведено преобразование поперечной координаты.

Первый участок $(0 < z < z_2)$:

$$\eta = \frac{\eta_0 F_1(z) - F_2(z)}{F_1(z) - F_2(z)} + \frac{(1-\eta_0)r}{F_1(z) - F_2(z)},$$

$$\eta' = \frac{\left(\eta_0 F_1'(z) - F_2'(z)\right)}{\left(F_1(z) - F_2(z)\right)} - \frac{\left(\eta_0 F_1(z) - F_2(z)\right)\left(F_1'(z) - F_2'(z)\right)}{\left(F_1(z) - F_2(z)\right)^2}$$

$$-\frac{r(1-\eta_0)\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^2},$$

$$\eta'' = -\frac{\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)\left(\eta_0 F_1'(z)-F_2'(z)\right)}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^2} -$$

$$-\frac{\left(\eta_0 F_1'(z)-F_2'(z)\right)\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)\left(F_1(z)-F_2(z)\right)}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^3}$$

$$-\frac{2\left(\eta_0 F_1(z)-F_2(z)\right)\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)^2}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^3} +$$

$$+\frac{2r(1-\eta_0)\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)^2}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^3} \quad \text{при } F_1(z)=R,\ \ F_2(z)=r_2.$$

Второй участок $\left(z_2 < z < z_3\right)$:

$$\eta = \frac{r-F_2(z)}{(F_1(z)-F_2(z))}, \eta' = -\frac{F_2'(z)}{f_1-f_2} - \frac{(r-F_2(z))(F_1'(z)-F_2'(z))}{(F_1(z)-F_2(z))^2},$$

$$\eta'' = \frac{F_2'(z)\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^2} -$$

$$-\left(\frac{F_2'(z)\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)(F_1(z)-F_2(z))}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^3} - \right.$$

$$\left. -\frac{2\left(F_1'(z)-F_2'(z)\right)^2\left(r-F_2(z)\right)}{\left(F_1(z)-F_2(z)\right)^3} \right) \text{при } \ F_1(z)=R,\ F_2(z)=0.$$

Третий участок $\left(z_3 < z < z_4,\ \eta < \eta_0\right)$:

$$\eta = \eta_0 \frac{r}{F_3(z)}, \eta' = -\eta_0 \frac{r}{F_3^2(z)},$$

$$\eta'' = \eta_0 \frac{2r * F_3'(z)}{F_3^3(z)} \text{ при } F_3(z)=r_2,\ \ F_2(z)=0.$$

Четвёртый участок $\left(z_3 < z < z_4,\ \eta > \eta_0\right)$:

$$\eta = \frac{\eta_0 F_1(z)-F_2(z)}{F_1(z)-F_2(z)} + \frac{(1-\eta_0)r}{F_1(z)-F_2(z)},$$

$$\eta' = -\frac{F_2'(z)}{f_1-f_2} - \frac{(r-F_2(z))(F_1'(z)-F_2'(z))}{(F_1(z)-F_2(z))^2},$$

$$\eta'' = \frac{F_2'(z)\left(F_1'(z) - F_2'(z)\right)}{\left(F_1(z) - F_2(z)\right)^2} -$$

$$-\left(\frac{F_2'(z)\left(F_1'(z) - F_2'(z)\right)\left(F_1(z) - F_2(z)\right)}{\left(F_1(z) - F_2(z)\right)^3} - \right.$$

$$\left. - \frac{2\left(F_1'(z) - F_2'(z)\right)^2 \left(r - F_2(z)\right)}{\left(F_1(z) - F_2(z)\right)^3} \right) \quad \text{при} \quad F_1(z) = R, \; F_2(z) = r_4.$$

Здесь $F_1(z)$ — функция внешнего цилиндра, $F_2(z)$, $F_3(z)$ — функции внутреннего цилиндра и конуса; $\eta_0 = 0,6\eta$

Переход к новым координатам (ξ, η) приводит к одинаковым уравнениям относительно неизвестных в четырёх участках течения:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \zeta}{\partial t} + U\dfrac{1}{L}\dfrac{\partial \zeta}{\partial \xi} + U\eta'\dfrac{\partial \zeta}{\partial \eta} + F(z)V\dfrac{\partial \zeta}{\partial \eta} - \zeta\dfrac{V}{r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{1}{L}\dfrac{\partial G^2}{\partial \xi} + \\ + \dfrac{\eta'}{r^2}\dfrac{\partial G^2}{\partial \eta} = -\dfrac{F(z)}{r^2}\dfrac{\partial\left(r(\nu_{eff})\zeta\right)}{\partial \eta} + \dfrac{F(z)^2}{r}\dfrac{\partial^2\left(r(\nu_{eff})\zeta\right)}{\partial \eta^2}, \\ \dfrac{\partial G}{\partial t} + \dfrac{U}{L}\dfrac{\partial G}{\partial \xi} + U\eta'\dfrac{\partial G}{\partial \eta} + F(z)V\dfrac{\partial G}{\partial \eta} = \\ = F(z)\dfrac{\partial}{\partial \eta}\left((\nu_{eff})\left(F(z)\dfrac{\partial G}{\partial \eta} - \dfrac{G}{r}\right)\right) - \dfrac{\mu}{r^2}G, \\ \dfrac{F(z)^2}{r}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} - \dfrac{F(z)}{r^2}\dfrac{\partial \psi}{\partial \eta} + \dfrac{1}{rL^2}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + 2\dfrac{\eta'}{rL}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \\ + (\eta')^2\dfrac{\partial^2 \psi}{r\partial \eta^2} + \eta''\dfrac{\partial \psi}{r\partial \eta} = \zeta, \\ \psi = -\dfrac{1}{L}\dfrac{\partial V}{\partial \xi} + \eta'\dfrac{\partial V}{\partial \eta}, \quad \psi = F(z)\dfrac{\partial U}{\partial \eta}, \\ \dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + U\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial \zeta} + U\eta'\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial \eta} + VA\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial \eta} = \\ = (P\nu - D\nu) + \dfrac{A}{r\sigma_\nu}\dfrac{\partial}{\partial \eta}\left[r(\nu + \tilde{\nu})A\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial \eta}\right] + \dfrac{C_{b2}}{\sigma_\nu}\left(A\dfrac{\partial \tilde{\nu}}{\partial \eta}\right)^2. \end{cases} \tag{7}$$

На системы уравнение (7) $F(z)$ — функция который зависит от расчётного участка

$$F(z)=\begin{cases}\dfrac{(1-\eta_0)}{F_1(z)-F_2(z)} & \text{при } (0<z<z_2),\\ \dfrac{1}{F_1(z)-F_2(z)} & \text{при } (z_2<z<z_3),\\ \eta_0\dfrac{1}{F_3} & \text{при } (z_3<z<z_4,\ \eta<\eta_0),\\ \dfrac{(1-\eta_0)}{F_1(z)-F_2(z)} & \text{при } (z_3<z<z_4,\ \eta>\eta_0).\end{cases}$$

где L — длина участки расчётного области, η' — производная первого порядка по r, η'' — производная второго порядка по r.

Таким образом, новые переменные позволяют привести все уравнения системы к параболическому виду и данную систему можно записать в векторном виде

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}+U\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}+U\eta'\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}+V\eta\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}=F(z)^2\frac{\partial}{\partial\eta}\left(a^{(\Phi)}\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)+\Pi^{(\Phi)}. \qquad (8)$$

В этом уравнении:

$$\Phi=\begin{bmatrix}\zeta\\ G\\ \tilde{\nu}\end{bmatrix},\ \Pi^{(\Phi)}=\begin{bmatrix}F(z)V\dfrac{\partial\zeta}{\partial\eta}-\zeta\dfrac{V}{r}+\dfrac{1}{Lr^2}\dfrac{\partial G^2}{\partial\xi}+\dfrac{\eta'}{r^2}\dfrac{\partial G^2}{\partial\eta}\\ (P\nu-D\nu)+\dfrac{C_{b2}}{\sigma_\nu}\left(F(z)\dfrac{\partial\tilde{\nu}}{\partial\eta}\right)^2\end{bmatrix},$$

$$a^{(\Phi)}=\begin{bmatrix}r(\nu_{eff})\\ r(\nu+\tilde{\nu})F(z)\end{bmatrix}.$$

Для численной реализации ζ, G и ν из уравнения (8) была использована неявная схема против потока.

Схема против потока имеет вид

$$U=U_{i,j}^n,\quad V=\left(U_{i,j}^n\eta'+V_{i,j}^nF(z)\right),$$

$$\frac{\Phi_{i,j}^{n+1}-\Phi_{i,j}^n}{\Delta t}+\frac{0.5\left(U_{i,j}+\left|U_{i,j}\right|\right)}{L}\frac{\Phi_{i,j}^n-\Phi_{i-1,j}^n}{\Delta\xi}+$$

$$+\frac{0.5\left(U_{i,j}-\left|U_{i,j}\right|\right)}{L}\frac{\Phi_{i+1,j}^n-\Phi_{i,j}^n}{\Delta\xi}+0.5\eta'\left(U_{i,j}+\left|U_{i,j}\right|\right)\frac{\Phi_{i,j}^n-\Phi_{i,j-1}^n}{\Delta\eta}+$$

$$0.5\eta'\left(U_{i,j}-\left|U_{i,j}\right|\right)\frac{\Phi^n_{i,j+1}-\Phi^n_{i,j}}{\Delta\eta}+0.5F(z)\left(V_{i,j}+\left|V_{i,j}\right|\right)\frac{\Phi^n_{i,j}-\Phi^n_{i,j-1}}{\Delta\eta}$$

$$+0.5F(z)\left(V_{i,j}-\left|V_{i,j}\right|\right)\frac{\Phi^n_{i,j+1}-\Phi^n_{i,j}}{\Delta\eta}=$$

$$=F(z)\left(\frac{\Phi^{n+1}_{i,j+1}(a^{(\Phi)}_{i,j+1}+a^{(\Phi)}_{i,j})-\Phi^{n+1}_{i,j}\Phi^{n+1}_{i,j}(a^{(\Phi)}_{i,j+1}+2a^{(\Phi)}_{i,j}+a^{(\Phi)}_{i,j-1})}{2r_j\Delta\eta^2}+\right. \tag{9}$$

$$\left.+\frac{\Phi^{n+1}_{i,j-1}(a^{(\Phi)}_{i,j}+a^{(\Phi)}_{i,j-1})}{2r_j\Delta\eta^2}\right)+\Pi^{(\Phi)}.$$

Для численной реализации ψ из уравнения (8) была использована метод итерации, а этого уравнение равно этому

$$\frac{\psi^k{}_{i+1,j}-2\psi^{k+1}{}_{i,j}+\psi^k{}_{i-1,j}}{\Delta\xi^2}+\frac{\psi^k{}_{i,j+1}-\psi^k{}_{i,j-1}}{2\Delta\eta}+$$

$$+\frac{\psi^k{}_{i+1,j+1}-\psi^k{}_{i-1,j+1}+\psi^k{}_{i+1,j-1}-\psi^k{}_{i-1,j-1}}{2\Delta\xi\Delta\eta}+$$

$$+\frac{\psi^k{}_{i,j+1}-2\psi^{k+1}{}_{i,j}+\psi^k{}_{i,j-1}}{\Delta\eta^2}=r_j\zeta^k_{i,j}$$

Данная схема является абсолютно устойчивой и неизвестные на новом слое находились методом прогонки. Шаги интегрирования были $\Delta\xi=0,05$, $\Delta\eta=0,02$. Число расчетных точек в поперечном направлении было 50, продольным направлении было 100. Для задачи ставились следующие граничные условия: на стенке, т.е. все скорости будет ноль, а на осы $\frac{\partial\Phi}{\partial r}=0$ для $\Phi=U$, W, ν и $V=0$. Для старта расчета ставились значения $\nu=3/\mathrm{Re}$ для числа Рейнольдса $\mathrm{Re}=10000$.

Для обеспечения устойчивости при численном решении системы (9) использовалась разностная схема против потока, а диффузионные члены аппроксимировались центральной разностью [12]. Уравнение Пуассона для функции тока также аппроксимировалось центральной разностью и для его разрешения использовался метод итерации верхней релаксации [12]. Начальные и граничные условия для уравнение (2, 3, 6) ставятся стандартным образом [1, 2, 3].

Обсуждение результатов. На рис. 3 иллюстрируются профили скоростей воздуха в сечении $\zeta=0,6$. Здесь U/U_{ref}, V/V_{ref}, W/W_{ref} — безразмерные скорости. Здесь $W_{ref}/U_{ref}=2$.

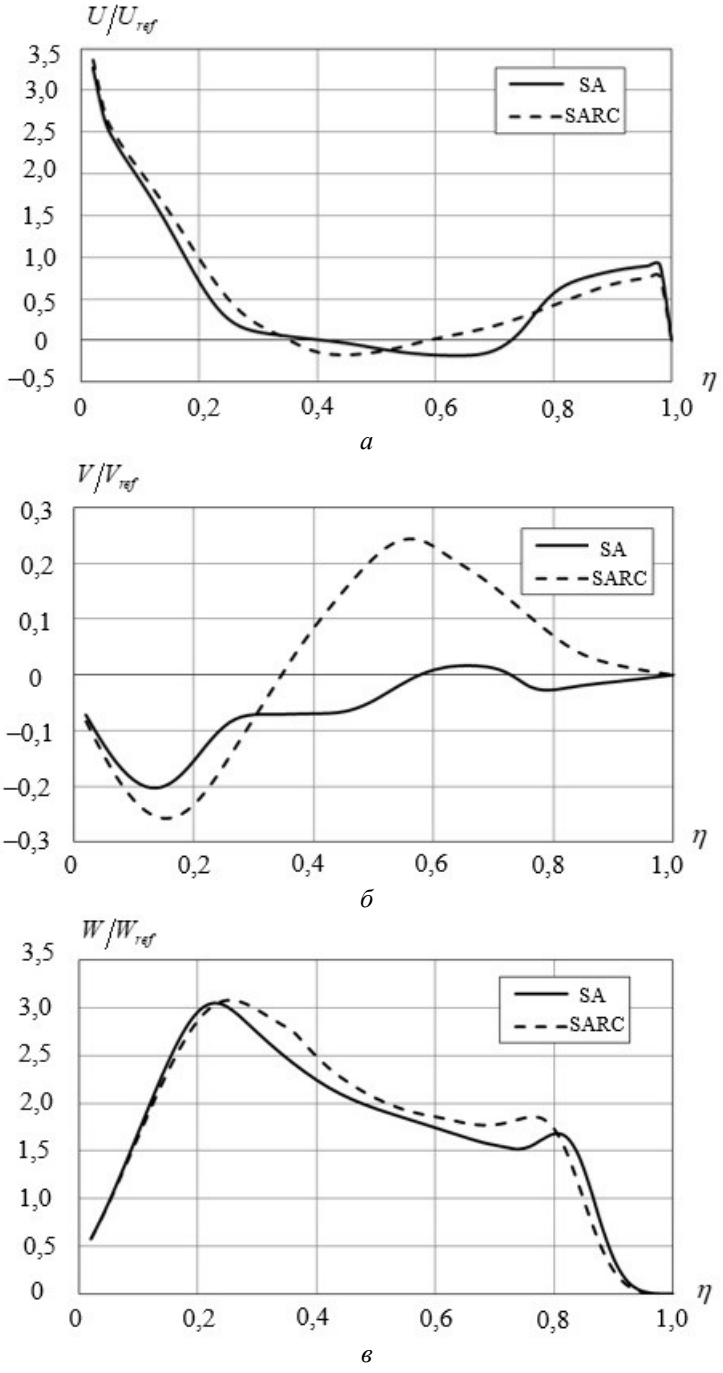


Рис. 3. Профили скоростей потока воздуха в сечении $\xi = 0,6$:
а — аксиальной; *б* — радиальной; *в* — тангенциальной

На рис. 4 иллюстрируются профили скоростей воздуха в сечении $\zeta = 0,7$. Здесь U/U_{ref}, V/V_{ref}, W/W_{ref} — безразмерные скорости.

Здесь $W_{ref}/U_{ref} = 2$.

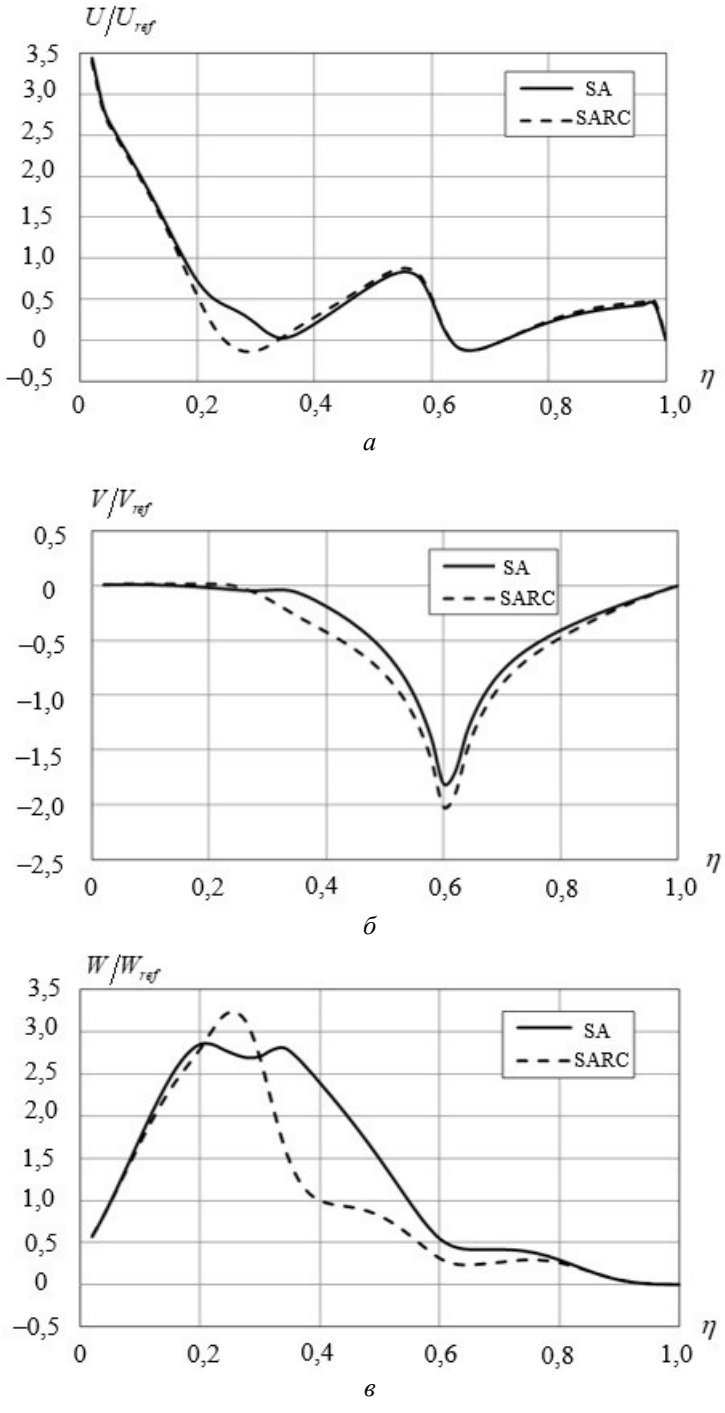


Рис. 4. Профили скоростей потока воздуха в сечении $\xi = 0,7$:
а — аксиальной; *б* — радиальной; *в* — тангенциальной

На рис. 5 иллюстрируются линии тока воздуха.

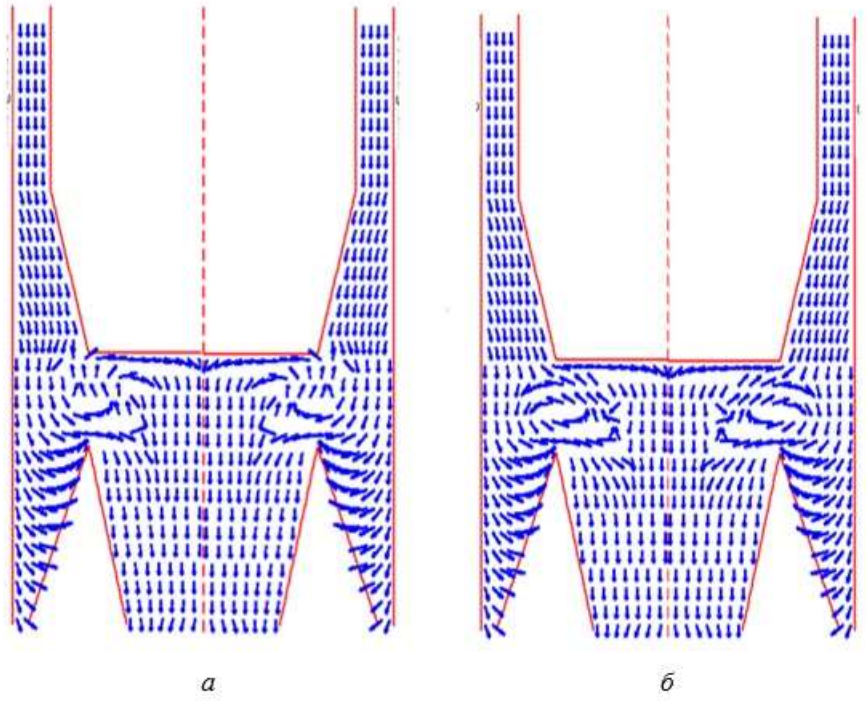


Рис. 5. Линии тока воздуха:
а — SA ; *б* — SARC

Выводы. Разработана математическая модель расчета гидродинамики закрученного турбулентного течения, возникающего в воздушно-центробежном сепараторе. Выявлены основные закономерности такого течения и показано, что геометрических параметров оказывает существенное влияние на аэродинамику в сепарационной зоне центробежного аппарата. Представленная математическая модель позволяет не только изучить сложную картину закрученного турбулентного течения, что способствует разработке новых перспективных способов классификации порошков, но и оптимизировать режимные и геометрические параметры существующих установок.

Из представленных рисунков видно, что численные результаты моделей SA и SARC довольно существенно различаются. Однако в работах [1, 4] отмечается, что для закрученных потоков модель SARC дает более близкие результаты к экспериментальным данным. Поэтому можно полагать что турбулентная модель SARC больше подходит для описания процессов происходящие внутри центробежных аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Spalart P.R., Shur M.L. On the sensitization of turbulence models to rotational and curvature. *Aerospace Science and Technology*, 1997, vol. 1, no. 5, pp. 297–302.

[2] Steenbergen W. *Turbulent pipe flow with swirl*. Eindhoven University of Technology, PhD Thesis, 1995, 199 p.

[3] Bradshaw P., Ferriss D.H., Atwell N.P. Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, vol. 28, iss. 3, pp. 593–616.

[4] Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K., Spalart P.R. Turbulence modeling in rotating and curved channels: assessing the Spalart-Shur correction. *AIAA Journal*, 2000, vol. 38, no. 5, pp. 784–792.

[5] Launder B.E., Spalding D.B. *Lectures in mathematical models of turbulence*. London, Academic Press, 1972, 169 p.

[6] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *La Recherche Aerospatiale*, 1994, no. 1, pp. 5–21.

[7] Mises R.V. Remarks on hydrodynamics. *ZAMM — Journal Of Applied Mathematics And Mechanics*, 1927, vol. 7, pp. 425–431.

[8] Boussinesq J. *Essai sur la theorie des eaux courantes*. Paris, Memoires presentes par divers savants a l'Academie des Sciences de l'Institut National de France, 1877, 680 p.

[9] Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. *Доклады АН СССР*, 1941, т. 30, № 4, с. 299–303.

[10] Prandtl L. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *ZAMM — Journal Of Applied Mathematics And Mechanics*, 1925, vol. 5, iss. 2, pp. 136–139.

[11] Karman T.V. Mechanische Ahnlichkeit und Turbulenz. *Nach. Ges. Wiss. Gottingen Math-Phys. Klasse*, 1930, no. 58, pp. 271–286.

[12] Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Boca Raton, CRC Press, 1980, 214 p.

[13] Гупта А.К., Лили Д.Г., Сайред Н. *Закрученные потоки*. Москва, Мир, 1987, 588 с.

[14] Muntean S., Bosioc A.I., Szakal R.A., Borbath I., Vekas L., Susan-Resiga R.F. Hydrodynamic investigation in a swirl generator using a magneto-rheological brake. *1st International Conference on Materials Design and Applications*, Porto, *Advanced Structured Materials*, vol. 65, pp. 209–218.

[15] Okulov V.L., Sorensen J.N. Maximum efficiency of wind turbine rotors using Joukowsky and Betz approaches. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, vol. 649, pp. 497–508.

[16] Syred N. A review of oscillation mechanisms and the role of the precessing vortex core (PVC) in swirl combustion systems. *Prog. Energy Combust. Sc.*, 2006, vol. 32, no. 2, pp. 93–161.

[17] Derksen J.J. Separation performance predictions of a Stairmand high-efficiency cyclone. *AIChEJ*, 2003, vol. 49, no. 6, pp. 1359–1371.

[18] Александров А.А., Димитриенко Ю.И. Математическое и компьютерное моделирование — основа современных инженерных наук. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 3–4.

Статья поступила в редакцию 11.07.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Мадалиев М.Э. Численное моделирование течения в центробежном сепараторе на основе моделей SA и SARC. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 2, с. 35–50.

Мадалиев Муродил Эркинжон угли — докторант PhD, младший научный сотрудник лаборатории механика жидкости, газа и систем приводов Института механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз.
e-mail: Madaliev.ME2019@mail.ru

Numerical simulation of flow in a centrifugal separator based on SA and SARC models

© M.E. Madaliev

Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named
after M.T.Urazbaev of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan,
Tashkent, 100125, Uzbekistan

The results of mathematical modeling of two-phase swirling turbulent flow in the separation zone of a centrifugal apparatus are presented. The motion of the carrier gas flow was modeled using the averaged Navier – Stokes equations, for closure of which the well-known Spalart Allmares SA turbulence model was used and Schur and Spalart proposed an amendment to the Spalart-Allmaras SARC model. Based on the field obtained, the averaged velocities of the carrier medium, taking into account turbulent diffusion.

Keywords: *Spalart Allmares, centrifugal air separator, Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, current function, vorticity, iteration, correction of rotation, eddy viscosity, sweep, upper relaxation.*

REFERENCES

[1] Spalart P.R., Shur M.L. On the sensitization of turbulence models to rotational and curvature. *Aerospace Science and Technology*, 1997, vol. 1, no. 5, pp. 297–302.
[2] Steenbergen W. *Turbulent pipe flow with swirl*. Eindhoven University of Technology, PhD Thesis, 1995, 199 p.
[3] Bradshaw P., Ferriss D.H., Atwell N.P. Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, vol. 28, iss. 3, pp. 593–616.
[4] Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K., Spalart P.R. Turbulence modeling in rotating and curved channels: assessing the Spalart-Shur correction. *AIAA Journal*, 2000, vol. 38, no. 5, pp. 784–792.
[5] Launder B.E., Spalding D.B. *Lectures in mathematical models of turbulence*. London, Academic Press, 1972, 169 p.
[6] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *La Recherche Aerospatiale*, 1994, no. 1, pp. 5–21.
[7] Mises R.V. Remarks on hydrodynamics. *ZAMM — Journal Of Applied Mathematics And Mechanics*, 1927, vol. 7, pp. 425–431.
[8] Boussinesq J. *Essai sur la theorie des eaux courantes*. Paris, Memoires presentes par divers savants a l'Academie des Sciences de l'Institut National de France, 1877, 680 p.

[9] Kolmogorov A.N. *Doklady AN SSSR (Proceedings of the USSR Academy of Sciences)*, 1941, vol. 30, no. 4, pp. 299–303.
[10] Prandtl L. Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. *ZAMM — Journal Of Applied Mathematics And Mechanics*, 1925, vol. 5, iss. 2, pp. 136–139.
[11] Karman T.V. Mechanische Ahnlichkeit und Turbulenz. *Nach. Ges. Wiss. Gottingen Math-Phys. Klasse*, 1930, no. 58, pp. 271–286.
[12] Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Boca Raton, CRC Press, 1980, 214 p.
[13] Gupta A.K., Lilley D.G., Syred N. *Swirl Flows*.Tunbridge Wells, Kent, England, Abacus Press, 1984, 488 p.
[14] Muntean S., Bosioc A.I., Szakal R.A., Borbath I., Vekas L., Susan-Resiga R.F. Hydrodynamic investigation in a swirl generator using a magneto-rheological brake. *1st International Conference on Materials Design and Applications*, Porto, *Advanced Structured Materials*, vol. 65, pp. 209–218.
[15] Okulov V.L., Sorensen J.N. Maximum efficiency of wind turbine rotors using Joukowsky and Betz approaches. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, vol. 649, pp. 497–508.
[16] Syred N. A review of oscillation mechanisms and the role of the precessing vortex core (PVC) in swirl combustion systems. *Prog. Energy Combust. Sc.*, 2006, vol. 32, no. 2, pp. 93–161.
[17] Derksen J.J. Separation performance predictions of a Stairmand high-efficiency cyclone. *AIChEJ*, 2003, vol. 49, no. 6, pp. 1359–1371.
[18] Alexandrov A.A., Dimitrienko Yu.I. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody — Mathematical modeling and Computational Methods*, 2014, no. 1, pp. 3–4.

Madaliev M. E. Doctoral PhD, Junior Research Fellow, Laboratory of Mechanics of Fluids, Gas and Drive Systems, Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T.Urazbaev of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.
e-mail: Madaliev.ME2019@mail.ru