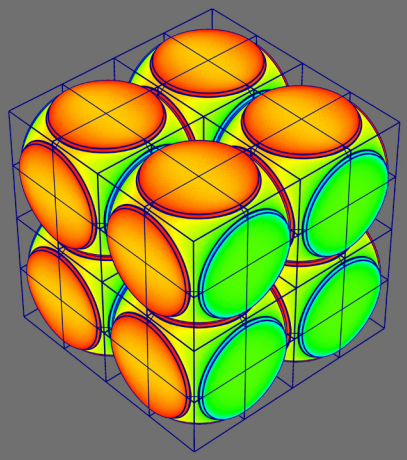
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния оболочек вращения в условиях ползучести материала. Математическое моделирование и численные методы, 2019, № 2, с. 3–14.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/191/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.140
11.11.2026 10:00:14

УДК 629.7.015.4

Моделирование напряженно-деформированного состояния оболочек вращения в условиях ползучести материала

© Т.А. Бутина, В.М. Дубровин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Одним из основных свойств конструкционных материалов является ползучесть. Рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния осесимметрично нагруженных оболочек вращения при ползучести.

Ключевые слова: *напряженно-деформированное состояние, осесимметричное нагружение, ползучесть оболочки вращения, усталость материала, деформации. напряжения*

Введение. Ползучесть, наряду с упругостью и пластичностью, является одним из основных свойств конструкционных материалов и заключается в увеличении деформации в процессе эксплуатации конструкции под действием даже постоянных нагрузок [1, 2]. Ползучесть проявляется и при небольших уровнях напряжений и нормальных температурах, но она, как правило, мала в течении всего времени эксплуатации конструкций и отбрасывается при расчетах. При повышении температуры и уровня напряжений в конструкциях ползучесть становится заметной, а иногда и решающей характеристикой в расчетах [4, 3]. В работе рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния осесимметрично нагруженных оболочек вращения при ползучести. Система разрешающих уравнений представлена в виде, удобном для решения методом конечных разностей.

Методика расчета. Рассматривается изотропная однослойная оболочка, образованная вращением некоторой кривой вокруг оси x (рис.1). Положение точки на поверхности оболочки определяется ортогональными криволинейными координатами α и β, отсчитываемыми соответственно в меридиональном и окружном направлениях. Координатные линии α и β являются линиями главных кривизн K_α и K_β недеформированной поверхности. Геометрия оболочки задается коэффициентами Ляме A и B, радиусами кривизны $R_\alpha = \dfrac{1}{K_\alpha}$ и $R_\beta = \dfrac{1}{K_\beta}$, толщиной $h(\alpha)$, начальным α_0 и конечным α_K значениями координаты α.

Оболочка может быть нагрета осесимметрично (неравномерно по толщине и образующей) и нагружена осесимметричными усилиями. Кроме того, температурное поле и внешние нагрузки могут меняться со временем. Если температурный нагрев и уровень напряженного состояния значительны, то в оболочке наряду с упругопластическими деформациями со временем возникают деформации ползучести.

Свойства материала характеризуются, например, набором $N = K * M$ диаграмм $\varepsilon_{(i,j)}\left(\sigma_{(i)}, T_{(j)}, t\right)$ $\left(i = 1,2...K,\ j = 1,2...M\right)$ зависимости полной деформации ε от времени t при постоянных значениях напряжения σ и температуры T. При этом напряжение и температура должны меняться с достаточно малыми шагами $\Delta\sigma = \ = \sigma_{i+1} - \sigma_i$, $\Delta T = T_{j+1} - T_j$ и в широких пределах из-за сильной нелинейности зависимости $\varepsilon\left(\sigma, T, t\right)$. При выборе конкретного метода решения и «теории ползучести» указанные диаграммы перестраиваются в изохронные кривые, кривые «мгновенного» деформирования, диаграммы для скоростей ползучести и др.

Следует также задавать коэффициент температурного расширения α_T и коэффициент Пуассона γ_p.

При определении напряженно-деформированного состояния оболочки вращения в условиях ползучести использовались два различных подхода на основе деформационной теории ползучести.

В первом подходе полная деформация представляется в виде суммы упругопластической деформации, температурного расширения и деформации ползучести. Упруго-пластические деформации и соответствующие им напряжения определялись по кривым мгновенного деформирования методом переменных параметров упругости. По найденному напряженно-деформированному состоянию отдельно определялись деформации ползучести, использовались соотношения различных теорий ползучести. Деформации ползучести считались «пассивными» в том смысле, что собственно их изменение не влияет непосредственно на напряженное состояние оболочки, но приводит к изменению формы оболочки, из-за чего даже при постоянных внешних воздействиях может происходить перераспределение напряжений и упругопластических деформаций.

При втором подходе общие кривые ползучести перестраиваются в изохронные кривые и по ним методом переменных параметров сразу определяется сумма упругопластических деформаций и деформаций ползучести в искомый момент времени.

Ниже приводится вывод разрешающих уравнений для первого подхода, поясняется отличие в постановке и применении второго метода.

Рассмотрим связь усилий с деформациями с учетом разгрузки. По гипотезе Кирхгофа-Лява о неизменяемости нормали к срединной поверхности, деформации в слое, расположенном на расстоянии z от срединой поверхности, представляется в виде:

$$e_\alpha = \varepsilon_\alpha - zx_\alpha, (\alpha \leftrightarrow \beta), \quad e_{\alpha\beta} = 0. \tag{1}$$

Здесь ε_α, ε_β, x_α, x_β — полные деформации и измерения кривизн в срединной поверхности оболочки, которые для осесимметричного случая нагружения согласно Х.М. Муштари [12] записываются следующим образом:

$$\begin{gathered} \varepsilon_\alpha = u' - \frac{w}{R_\alpha} + \frac{1}{2}\varphi^2, \ \varepsilon_\beta = \vartheta u - \frac{w}{R_\beta}, \\ x_\alpha = \varphi', \ x_\beta = \vartheta\varphi, \ \varphi = w', \\ (\ldots)' = \frac{1}{A}\frac{d(\ldots)}{d\alpha}, \ \vartheta = \frac{B'}{B}, \end{gathered} \tag{2}$$

где u, w — перемещения точек срединной поверхности, положительные направления которых указаны на рис.1, B — функция времени

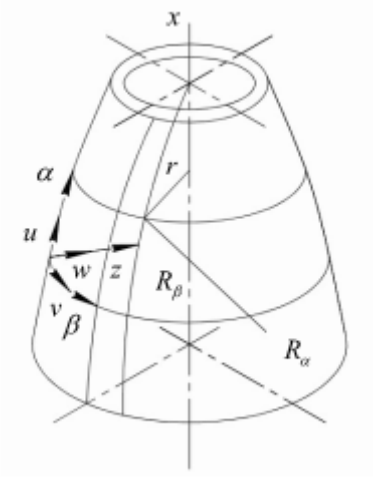


Рис. 1. Схема перемещения точек срединной поверхности для оболочки вращения

Полные деформации в любом слое оболочки можно представить в виде:

$$e_\alpha = e_\alpha^{ep} + e_\alpha^c + e_\alpha^T \ (\alpha \leftrightarrow \beta), \tag{3}$$

где e_α^{ep} — упруго-пластическая часть полной деформации; e_α^c — деформация ползучести; e_α^T — деформация нагрева.

Согласно деформационной теории термопластичности соотношение (3) можно представить в виде:

$$e_\alpha = \frac{1}{E_c^0}\left(\sigma_\alpha - \gamma\sigma_\beta\right) + \alpha_T \Delta T + e_\alpha^c\left(\alpha \leftrightarrow \beta\right) \qquad (4)$$

Здесь $E_c^0 = \sigma_x / \varepsilon_x$ — секущий модуль при одноосном растяжении; $\gamma = \frac{1}{2}\left[1 + \left(2\gamma_p - 1\right)\frac{E_c^0}{E}\right]$ — коэффициент поперечного сжатия материала; E — модуль Юнга.

При определении напряженно-деформированного состояния секущий модуль E_c^0 находится из диаграммы мгновенного деформирования. Учет разгрузки осуществляется следующим образом. Пусть в некоторый момент времени t в некоторой точке разбиения оболочки по толщине и по длине температура была T_1, а мгновенный предел текучести определялся точкой A (см. рис. 2).

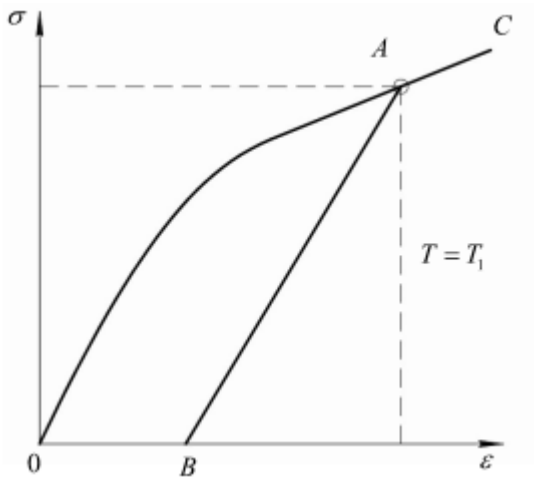


Рис. 2. Диаграмма мгновенного деформирования

В момент времени $t + \Delta t$ при нахождении равновесного напряженно-деформированного состояния в той же точке оболочки будет рассматриваться уже не кривая OAC, а ломаная BAC. Если $\sigma\left(t + \Delta t\right) < \sigma_A\left(t\right)$, то точка $\left(\sigma - \varepsilon\right)$ будет на прямой разгрузки, если $\sigma\left(t + \Delta t\right) \geq \sigma_A\left(t\right)$ — то на кривой AC. При изменении температуры в

этой точке оболочки за время Δt от T к T' (см. ломанную $B'A'C'$) (см. рис. 3).

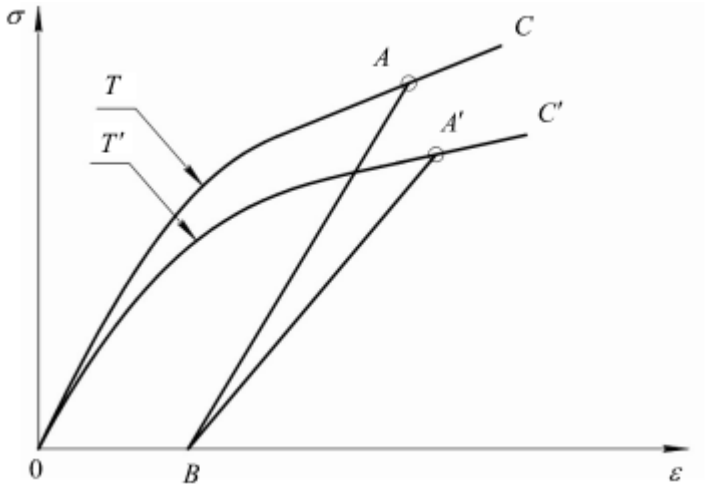


Рис. 3. Диаграммы мгновенного деформирования при изменении Температуры за время Δt от T к T'

Таким образом, при деформировании оболочки со временем активное напряженно-деформированное состояние определяется с учетом истории нагружения в смысле учета накопленной деформации ползучести и накопленной пластической деформации, но не зависит от пути нагружения. При одноосном напряженно-деформированном состоянии имеют место соотношения

$$e_u = \frac{2}{3}(1+\gamma)e_x,\ \ \sigma_u = \sigma_x,$$

а при двухосном

$$\begin{gathered} e_u = \frac{2}{3(1-\gamma)}\sqrt{(1-\gamma+\gamma^2)}\left[\left(e_\alpha - e_\alpha^c\right)^2 + \left(e_\beta - e_\beta^c\right)^2\right] - \\ -\left(1-4\gamma+\gamma^2\right)\left(e_\alpha - e_\alpha^c\right)\left(e_\beta - e_\beta^c\right) + \\ +(1+\gamma)^2\left(\alpha\Delta T - \left(e_\alpha - e_\alpha^c\right) - \left(e_\beta - e_\alpha^c\right)\right)\alpha_T\Delta T, \\ \sigma_u = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2} - \sigma_\alpha\sigma_\beta,\ E_c^0 = \frac{2(1+\gamma)}{3}\frac{\sigma_u}{e_u}. \end{gathered} \tag{5}$$

Разрешая уравнения относительно напряжений, можно получить связь напряжений и деформаций в оболочке в некоторый момент времени:

$$\sigma_\alpha = \frac{E_c^0}{\left(1-\gamma^2\right)}\left[e_\alpha - e_\alpha^c + \gamma\left(e_\beta - e_\beta^c\right) - \left(1+\gamma\right)\alpha_T \Delta T\right]\left(\alpha \leftrightarrow \beta\right) \qquad (6)$$

Систему напряжений, распределенных по грани некоторого элемента оболочки, заменим равнодействующими усилиями T_α, T_β и моментами M_α, M_β, приложенными к срединной поверхности. Используя соотношения (1), (6), получим

$$\begin{aligned} T_\alpha &= A_1\varepsilon_\alpha + A_2\varepsilon_\beta - A_3 x_\alpha - A_4 x_{\beta-} B_1 - C_1 - C_2, \\ T_\beta &= A_1\varepsilon_\beta - A_3 x_\beta - A_4 x_\alpha - B_1 - C_3 - C_4, \\ M_\alpha &= A_3\varepsilon_\alpha + A_4\varepsilon_\beta - A_5 x_\alpha - A_6 x_\beta - B_2 - C_5 - C_6, \\ M_\beta &= A_3\varepsilon_\beta + A_4\varepsilon_\alpha - A_5 x_\beta - A_6 x_\beta - B_2 - C_7 - C_8, \end{aligned} \qquad (7)$$

где коэффициенты имеют вид:

$$\begin{gathered} A_1 = \int E_c dz, \quad A_2 = \int \gamma E_c dz, \quad A_3 = \int E_c z dz, \\ A_4 = \int \gamma E_c z dz, \quad A_5 = \int E_c z^2 dz, \quad A_6 = \int \gamma E_c z^2 dz, \\ B_1 = \int E_c \left(1+\gamma\right)\alpha \Delta T dz, \quad B_2 = \int E_c \left(1+\gamma\right)\alpha \Delta T z dz, \\ C_1 = \int E_c e_\alpha^c dz, \quad C_2 = \int \gamma E_c e_\beta^c dz, \quad C_3 = \int E_c e_\beta^c dz, \\ C_4 = \int \gamma E_c e_\alpha^c dz, \quad C_5 = \int E_c e_\alpha^c z dz, \quad C_6 = \int \gamma E_c e_\beta^c z dz, \\ C_7 = \int E_c e_\beta^c z dz, \quad C_8 = \int \gamma E_c e_\alpha^c z dz, \quad E_c = \frac{E_c^0}{1-\gamma^2}. \end{gathered} \qquad (8)$$

Все интегралы берутся от $-h/2$ до $+h/2$, где h — толщина оболочки.

Ниже приводится разрешающая система уравнений, приведение ее к каноническому виду. Разрешающая система уравнений имеет вид:

$$\begin{gathered} T_\alpha{}' + \frac{\theta}{A}\left(T_\alpha - T_\beta\right) = 0, \\ N_\alpha{}' + \frac{\theta}{A} N_\alpha + \frac{T_\alpha}{R_\alpha} + \frac{T_\beta}{R_\beta} + q = 0, \\ M_\alpha{}' + \frac{\theta}{A}\left(M_\alpha - M_\beta\right) + T_\alpha \varphi - N_\alpha = 0, \quad N_\alpha = Q_\alpha + T_\alpha \varphi, \end{gathered} \qquad (9)$$

где q — поперечная осесимметричная нагрузка; T_α — растягивающая сила; Q_α — перерезывающая сила.

Для того, чтобы определить напряженно-деформированное состояние оболочки, к (9) необходимо присоединить уравнения (1) и (2) для

получения замкнутой системы шести уравнений с шестью неизвестными u, w, φ, T_α, N_α, M_α. Из (1), (2), (7) путем несложных преобразований получим:

$$\frac{du}{d\alpha} = a_1\theta u + A\left(\frac{1}{R_\alpha} - \frac{a_1}{R_\beta}\right)w + a_2\theta\varphi + A\left(a_0T_\alpha + a_3M_\alpha\right) + A\left(a_4 - \frac{\varphi^2}{2} + C_1^*\right),$$

$$\frac{dw}{d\alpha} = A\varphi,$$

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = a_6\theta u + A\frac{a_6}{R_\beta}w + a_7\theta\varphi - A\left(a_3T_\alpha + a_5M_\alpha\right) + A\left(a_8 + C_2^*\right),$$

$$\begin{aligned}\frac{dT_\alpha}{d\alpha} = \theta\Bigg[&\frac{a_9}{R_\beta}\theta u - \frac{a_9}{R_\beta}w + \frac{a_{11}\theta}{A}\varphi + \theta\left(a_{10}-1\right)T_\alpha + a_{12}M_\alpha + a_{13} + C_3^* \\ &+ \theta\left(a_{10}-1\right)T_\alpha + a_{12}M_\alpha + a_{13} + C_3^*\Bigg],\end{aligned} \tag{10}$$

$$\frac{dN_\alpha}{d\alpha} = -\frac{a_9\theta}{R_\beta}u + \frac{Aa_9}{R_\beta^2}w - \frac{a_{11}\theta}{R_\beta}\varphi - A\left(\frac{1}{R_\alpha} + \frac{a_{10}}{R_\beta}\right)T_\alpha - \theta N_\alpha - \frac{Aa_{12}}{R_\beta}M_\alpha - A\left(q + \frac{a_{13} + C_3^*}{R_\beta}\right),$$

$$\frac{dM_\alpha}{d\alpha} = \theta\left(\frac{a_{14}}{A}u - \frac{a_{14}}{R_\beta}w + \frac{a_{16}\theta}{A}\varphi + a_{15}T_\alpha\right) + AN_\alpha + \theta\left(a_{18} + C_4^*\right)$$

где

$$\begin{aligned}&\Delta = A_3^2 - A_1A_5,\ a_0 = -\frac{A_5}{\Delta},\ a_1 = \frac{A_2A_5 - A_3A_4}{\Delta},\ a_2 = \frac{A_3A_6 - A_4A_7}{\Delta},\\ &a_3 = \frac{A_3}{\Delta},\ \ a_4 = \frac{A_3B_2 - A_5B_1}{\Delta},\ \ a_5 = \frac{A_1}{\Delta},\ \ a_6 = \frac{A_3A_2 - A_1A_4}{\Delta},\\ &a_7 = \frac{A_1A_6 - A_3A_4}{\Delta},\ a_8 = \frac{A_1B_2 - A_3B_1}{\Delta},\ \ a_9 = A_1 + A_2a_1 - A_4a_6,\\ &a_{10} = -a_1,\ a_{11} = A_2a_2 - A_4a_7 - A_3,\ \ a_{12} = a_6,\\ &a_{13} = A_2a_4 - A_4a_8 - B_1,\ \ a_{14} = A_3 + A_4a_1 - A_6a_6,\ \ \ a_{15} = a_2,\\ &a_{16} = A_4a_2 - A_6a_7 - A_5,\ a_{17} = -a_7,\ a_{18} = A_4a_4 - A_6a_8 - B_2,\\ &C_1^* = a_3\left(C_5 + C_6\right) + a_0\left(C_1 + C_2\right),\ C_2^* = a_5\left(C_5 + C_6\right) - a_3\left(C_1 - C_2\right),\\ &C_3^* = A_2C_1^* - A_4C_2^* - C_3 - C_4,\ C_4^* = A_4C_1^* - A_6C_2^* - C_7 - C_8.\end{aligned} \tag{11}$$

Если ввести обозначения

$$y_1 = u,\ \ y_{2=} w,\ \ y_3 = \varphi,\ \ y_4 = T_\alpha,\ y_5 = N_\alpha,\ y_6 = M_\alpha, \tag{12}$$

то система уравнений (10) для осесимметрично нагруженной оболочки вращения можно будет записать в общем виде:

$$\frac{dy_i}{d\alpha} = A_{ij} y_j + B_i,\ \ i, j = 1, 2, \ldots 6. \tag{13}$$

Здесь A_{ij} — матрица коэффициентов однородной части; B_{ij} — столбец неоднородных составляющих и нелинейных членов.

Значения A_{ij} и B_{ij} легко определяются из (10). Для того, чтобы система (13) стала замкнутой, к ней необходимо присоединить шесть граничных условий: по три на каждом торце оболочки

$$\left(y_i - y_i^*\right)\gamma_{i_{+3j}} + \left(y_{i+3} - y_{i+3}^*\right)\left(1 - j_{i+3j}\right) = 0 \tag{14}$$

$j = 1, 2$; $i = 1, 2, 3$; причем $j = 0$ на левом краю $j = 1$ на правом.

Если нужно задать на краю оболочки кинематические граничные условия, то следует положить $j = 1$, если статистические, то $j = 0$. Направление внешних усилий T_α^*, Q_α^* и внешнего момента M_α^* совпадают с направлениями внутренних силовых факторов, указанных на рис. 4.

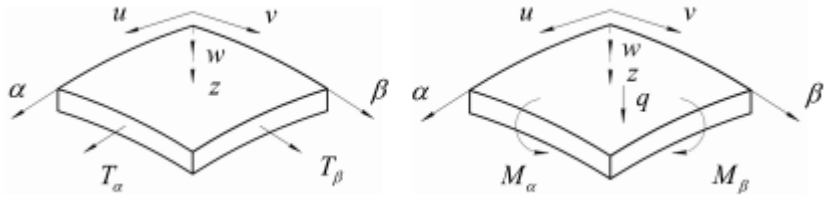


Рис. 4. Направление внутренних силовых факторов

После того, как искомые неизвестные u, w, φ, T_α, N_α, M_α будут найдены из решения краевой задачи (13), (14), через них можно определить деформации ε_β, τ_β по формулам (2) а также

$$\begin{aligned}
\varepsilon_\alpha &= a_1\varepsilon_\beta + a_2\tau_\beta + a_0 T_\alpha + a_3 M_\alpha + a_4 + C_1^*, \\
\tau_\alpha &= a_6\tau_{\beta+} + a_7\tau_\beta - a_3 T_\alpha + a_5 M_\alpha + a_8 + C_2^*, \\
T_\beta &= a_9\varepsilon_\beta + a_{11}\tau_\beta + a_{10} T_\alpha + a_{12} M_\alpha + a_{13} + C_3^* \\
M_\beta &= a_{14}\varepsilon_\beta + a_{16}\tau_\beta + a_{15} T_\alpha + a_{17} M_\alpha + a_{18} + C_4^*.
\end{aligned} \tag{15}$$

Примеры расчета. Численное решение задачи [13] позволило реализовать данный метод и получить кривые изменения деформаций в условиях ползучести [14]. Рассматривалась цилиндрическая оболочка радиуса 100 см, выполненная из сплава Д16АТ, осесимметричная нагрузка составила 72 т. Плотность материала 2,35 $г/см^3$, модуль Юнга 7,2 $кг/см^2$, коэффициент Пуассона 0,3, предел прочности 420 $кг/см^2$. Решение задачи иллюстрирует рис. 5. Полная деформация постоянна и равна $0,34\cdot10^{-2}$, на рис. 5 она изображена кривой 1. Распределение упруго-пластической деформации, полученной из точного решения, представлено кривой 2, а деформация ползучести кривой 3. Деформации $\varepsilon^{ep}(t)$ и $\varepsilon^{c}(t)$, полученные простым шаговым методом Эйлера, представляют кривые $2'$, $3'$ соответственно. Решение, полученное с использованием модифицированного метода Эйлера-Коши с итерациями, отличаются от точного в четвертом знаке. Шаг выбирается автоматически из условия: относительное изменение решения на шаге не превышает δ, в приведенных задачах σ равнялось 5 процентам.

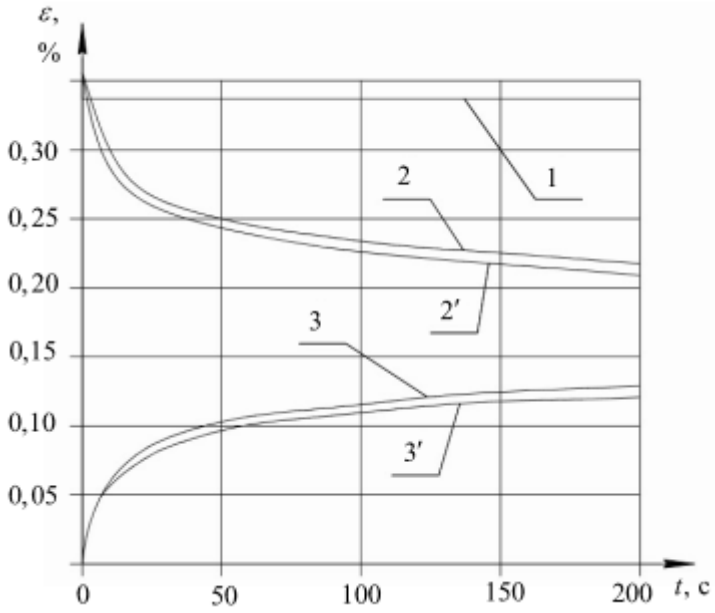


Рис. 5. Кривые изменения деформаций в условиях ползучести:
1 — полная деформация; 2 — упруго-пластическая деформация, точное решение; $2'$ — упруго-пластическая деформация, простой шаговый метод Эйлера; 3 — деформация ползучести, точное решение; $3'$ — деформация ползучести, простой шаговый метод Эйлера

На рис. 6 кривой 1 изображена релаксация напряжений со временем, полученная при помощи точного решения и модифицированного шагового метода, а кривой 1′ — с использованием простого шагового метода, кривая 2 иллюстрирует релаксацию напряжений, полученную методом изохронных кривых.

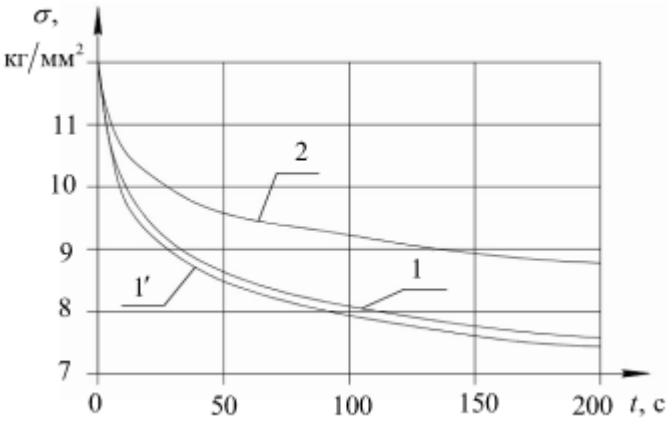


Рис. 6. Кривые релаксации напряжений со временем:
1 — точное решение; 1′ — простой шаговый метод Эйлера;
2 — метод изохронных кривых

Выводы. Данный метод позволяет с достаточной степенью точности проводить расчет напряженно-деформированного состояния конструкций в условиях ползучести, это видно сравнения кривых, полученных точным и численным методом. Метод дает возможность определить нарастание деформаций с течением времени. Расчеты показывают, что ошибка определения напряжения и деформации составляет 2–3 процента, а ошибка нахождения времени около 10–20 процентов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Качанов Л.М. *Теория ползучести*. Москва, Физматлит, 1960, 455 с.
[2] Димитриенко Ю.И. *Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды. Т. 2.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 559 с.
[3] Григодюк Э.Н., Липовцев Ю.В. Устойчивость оболочек в условиях ползучести. *Прикладная механика и техническая физика*, 1965, № 4, с. 111–116.
[4] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, вып. 9 (21), 2013, с. 131–139.
[5] Голушко С.К., Немировский Ю.В. *Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2008, 432 с.

[6] Пачурин Г.В., Шевченко С.М., Дубинский В.Н., Власов О.В. *Микромеханизмы высокотемпературной усталости и ползучести металлов и сплавов*. Н. Новгород, НГТУ, 2006, 131 с.

[7] Вольмир А.С. *Устойчивость деформируемых систем*. Москва, Наука, 1967, 984 с.

[8] Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Разработка системы автоматизированного вычисления эффективных упругих характеристик композитов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 2, с. 57–67.

[9] Димитриенко Ю.И. *Нелинейная механика сплошной среды.* Москва, Физматлит, 2009, 624 с.

[10] Харлаб В.Д. *Принципиальные вопросы линейной теории ползучести*. Санкт-Петербург, СПбГАСУ, 2014, 207 с.

[11] Москвичев В.В. *Лекции по механике разрушения*. Новосибирск, Сибирский Федеральный Университет, 2007, 90 с.

[12] Жилин П.А. *Актуальные проблемы механики*. Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН, 2006, 306 с.

[13] Муштари Х.М., Галимов К.З. *Нелинейная теория упругих оболочек*. Казань, Таткнигоиздат, 1957, 431 с.

[14] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. Москва, Бином, 2001, 636 с.

[15] Фролов К.В. *Избранные труды*. В 2 т. Т. 2: Машиноведение и машиностроение. Москва, Наука, 2007, 523 с.

Статья поступила в редакцию 25.09.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния оболочек вращения в условиях ползучести материала. *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 2, с. 3–14.

Бутина Татьяна Александровна — канд. физ.-мат. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в областипрочности и устойчивости деформируемых систем. e-mail: butina_ta@mail.ru

Дубровин Виктор Митрофанович — канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

Modeling of stressed-deformed state of rotation shells under conditions of material creep

© T.A. Butina, V.M. Dubrovin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

One of the main properties of structural materials is creep. The prob-lem of determining the stress-strain state of axisymmetrically loaded shells of rotation at creep is considered

Keywords: *stress-strain state, axisymmetric loading, creep shell rotation, material fatigue, deformation, voltages*

REFERENCES

[1] Kachanov L.M. *Teoriya polzuchesti* [Creep theory]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1960, 455 p.

[2] Dimitrienko Yu.I. *Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy* [Universal laws of mechanics and electrodynamics of continuum]. Vol. 2. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 559 p.

[3] Grigolyuk E.I., Lipovtsev Yu.V. Stability of shells in creep. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1965, vol. 6, iss. 4, pp. 71–74.

[4] Dubrovin V.M., Butina T.A. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, no. 9 (21), 2013, pp. 131–139.

[5] Golushko S.K., Nemirovskiy Yu.V. *Pryamye i obratnye zadachi mekhaniki uprugikh kompozitnykh plastin i obolochek vrashcheniya* [Direct and inverse problems of mechanics of elastic composite plates and rotary shells]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2008, 432 p.

[6] Pachurin G.V., Shevchenko S.M., Dubinskiy V.N., Vlasov O.V. *Mikromekhanizmy vysokotemperaturnoy ustalosti i polzuchesti metallov i splavov* [Micromechanisms of metals and alloys high-temperature fatigue and creep]. Nizhny Novgorod, NNSTU Publ., 2006, 131 p.

[7] Volmir A.S. *Ustoichivost deformiruemykh system* [Stability of deformable systems]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 984 p.

[8] Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Estestvennye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University, Natural Science Series*, 2008, no. 2, pp. 57–67.

[9] Dimitrienko Yu.I. *Nelineynaya mekhanika sploshnoy sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 624 p.

[10] Harlab V.D. *Printsipialnye voprosy lineynoy teorii polzuchesti* [The fundamental problems of the linear creep theory]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2014, 207 p.

[11] Moskvichev V.V. *Lektsii po mekhanike razrusheniya* [Lectures on fracture mechanics]. Novosibirsk, SibFU Publ., 2007, 90 p.

[12] Zhilin P.A. *Aktualnye problemy mekhaniki* [Current problems of mechanics]. St. Petersburg, IPME RAS Publ., 2006, 306 p.

[13] Mushtari H.M., Galimov K.Z. *Nelinejnaya teoriya uprugih obolochek* [Nonlinear theory of elastic shells]. Kazan, Tatknigoizdat Publ., 1957, 431 p.

[14] Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Chislennye metody* [Numerical Methods]. Moscow, Binom Publ., 2001, 636 p.

[15] Frolov K.V. *Izbrannye trudy. V 2 tomakh. Tom 2. Mashinovedenie i mashinostroenie* [Selected Works. In 2 vols. Vol. 2. Theoretical and mechanical engineering]. Moscow, Nauka Publ., 2007, 523 p.

Butina T.A. Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Bauman Moscow State Technical University. Specialises in strength and stability of deformable systems.
e-mail: butina_ta@mail.ru

Dubrovin V.M., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Bauman Moscow State Technical University; a specialist in the field of of strength and stability of deformable systems.
e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru