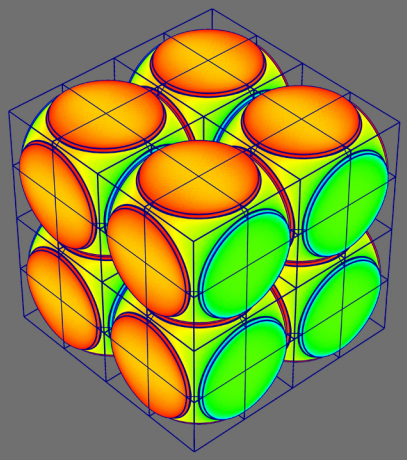
ISSN 2309-3684



# Математическое моделирование и численные методы

Бушуев А.Ю., Маремшаова А.А. Сравнение модифицированного метода Ψ-преобразования и канонического метода роя частиц. Математическое моделирование и численные методы, 2018, № 3, с. 22–37.

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/170/

Параметры загрузки:
IP: 3.41.188.32
17.11.2026 07:41:16

УДК 519.6

# Сравнение модифицированного метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц

© А.Ю. Бушуев[1], А.А. Маремшаова[1, 2]

[1] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[2] АО «ВПК «НПО машиностроения», Московская обл., Реутов, 143966 Россия

*При решении многих прикладных задач возникает проблема отыскания глобального экстремума. Особую актуальность представляют методы оптимизации, позволяющие эффективно решать задачи, когда целевая функция зависит от сложной математической модели, требующей для своего решения больших вычислительных ресурсов. В данной работе проведено сравнение метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц. Выявлены недостатки некоторых известных алгоритмов метода Ψ – преобразования и предложена модификация, основанная на замене случайного закона с равномерным распределением для генерации статистических реализаций на второй и последующих итерациях стандартного алгоритма нормальным законом распределения с параметрами, определяемыми по результатам предыдущей итерации. На основе обширного вычислительного эксперимента показано преимущество модифицированного алгоритма метода Ψ – преобразования по сравнению с каноническим алгоритмом метода роя частиц.*

***Ключевые слова:*** *метод Ψ – преобразования, методы глобальной оптимизации, метод роя частиц.*

**Введение**. Использование метода Ψ – преобразования и метода роя частиц очень широко и разнообразно.

Так, например, в работе [1] на основе метода Ψ – преобразования разработан алгоритм оптимизации параметров электронных схем, математическая модель которых выражается системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Было показано, что данный метод позволяет находить глобальный экстремум функции многих переменных с достаточной точностью, при этом затрачивая минимум машинного времени.

В работе [2] анализ результатов, полученных для задачи планирования рабочих мест, показал, что способность метода Ψ – преобразования обнаруживать области нахождения глобального оптимума может быть использована не только для невыпуклых непрерывных функций, но и в комбинаторной оптимизации. Пример решения комбинаторных проблем в управлении производством с использованием метода Ψ – преобразования представлен в [3].

В работе [4] предложен алгоритм решения задачи оптимального проектирования многокомпонентных дисперсно-армированных композиционных материалов. С помощью метода Ψ – преобразования в сформулированной задаче условной оптимизации композита с ограничениями на его эффективные характеристики был определен глобальный минимум плотности на контуре, полученного при построении границы множества точек, удовлетворяющих ограничениям.

В работе [5] метод Ψ – преобразования успешно применен для решения задачи проектирования многослойного теплозащитного покрытия.

Анализ эволюционных методов оптимизации на основе роевого интеллекта в работе [6] показал, что благодаря своей эффективности метод роя частиц является серьезным соперником для других методов глобальной оптимизации, а простота алгоритма позволяет реализовать данный метод без особых трудностей.

Метод роя частиц широко используется в машинном обучении. Так в работе [7] было показано, что использование метода роя частиц в обучении искусственных нейронных сетей является наиболее эффективным, нежели обычно применяемый метод обратного распространения ошибки.

Метод роя частиц также нашел применение и в задачах маршрутизации транспорта. Например, в работе [8] было показано, что использование метода роя частиц в задаче составления расписания позволило получать более эффективные расписания движения транспортных средств по сравнению с часто используемым «жадным» алгоритмом.

В работе [9] была разработана компьютерная система сегментации изображений на основе модифицированного алгоритма роя частиц и k-средних. Тестирование показало, что разработанный алгоритм является достаточно результативным, а в некоторых случаях было видно явное превосходство по сравнению с существующими алгоритмами сегментации изображений.

Анализ результатов в работе [10] показал, что метод роя частиц, модифицированный за счет дополнения его алгоритмом деления, является эффективным инструментом для решения таких многоэкстремальных задач, как распознавание объектов.

Свою высокую продуктивность метод роя частиц проявил в задаче синтеза антенн с контурными диаграммами направленности, формирование которых происходит при нахождении амплитудно-фазового распределения[11].

Но, несмотря на широкую применимость методов Ψ – преобразования и роя частиц, у них имеются определенные недостатки. Так, например, задание большого количества параметров в методе роя ча-

стиц накладывает некоторую неопределенность на реализацию алгоритма, а выход координат частицы за пределы области допустимых значений функции и преждевременная сходимость алгоритма к локальному экстремуму, вытекающая в невозможность продолжения дальнейшего поиска, делают метод неэффективным в определенных ситуациях [12].

Что касается метода $\Psi$ – преобразования, то его использование не дает хороших результатов в случае наличия у целевой функции нескольких глобальных экстремумов, достигаемых при различных значениях координат, или в случае незначительного отличия локального экстремума от глобального по значению целевой функции [13]. Также возникает проблема большого различия между значениями $F^*$ (глобального экстремума, вычисленного с использованием координат) и $\xi^*$ (глобального экстремума, полученного вследствие ошибки аппроксимации $\Psi$ – функции). Для устранения этой проблемы предлагается метод вариации [14], который оказался недостаточно эффективным. Для того, чтобы продемонстрировать данный недостаток, были проведены вычисления для следующих функций при выбранном шаге $\Delta\xi^* = 0.1$ и количестве испытаний $s = 100$:

На рис. 1 представлена функция №1 – функция Швефеля:

$$F(x_1, x_2) = -|x_1| - |x_2| - |x_1||x_2|,\ x_1, x_2 \in [-10;10].$$

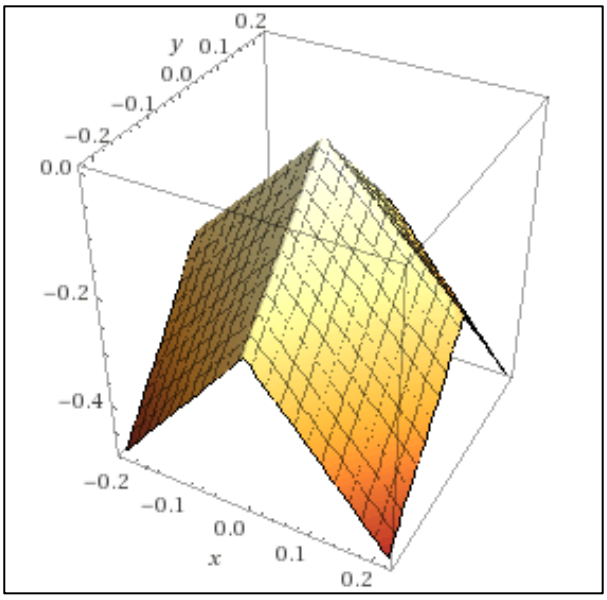



**Рис 1.** Функция Швефеля

На рис. 2 представлена функция №2 – функция Экли:

$$F(x_1, x_2) = -e + 20\exp\left(-\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{50}}\right) + \exp\left(\frac{1}{2}(\cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2))\right),$$

$$x_1, x_2 \in [-10;10].$$

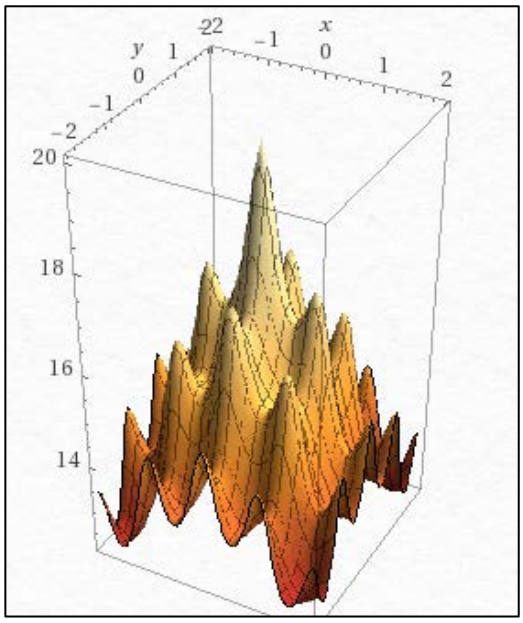



**Рис. 2.** Функция Экли

На рис. 3 представлена функция №3 – двухэкстремальная функция:

$$F(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 4x_2^2 - 23\cos(x_1 - 0.5), \quad x_1, x_2 \in [-6;6].$$

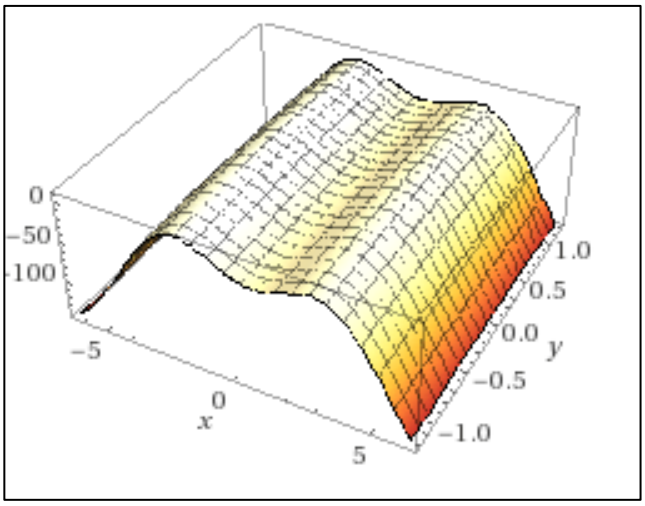



**Рис. 3.** Двухэкстремальная функция

Относительная погрешность полученных результатов вычислялась по следующим формулам:

1) в случае, если истинное значение глобального экстремума $F^*$ равно 0 или истинные координаты вектора экстремума $x^*$ равны 0, тогда относительная погрешность вычисляется по следующей формуле:

$$\begin{aligned} \Delta_x &= \left\| x^* \right\| \cdot 100\%, \\ \Delta_F &= \left\| F^* \right\| \cdot 100\%. \end{aligned} \tag{1}$$

2) В противном случае:

$$\begin{aligned} \Delta_x &= \frac{\left\| x^*_{теор} - x^* \right\|}{\max\left\{ \left\| x^*_{теор} \right\|, \left\| x^* \right\| \right\}} \cdot 100\%, \\ \Delta_F &= \frac{\left| F^*_{теор} - F^* \right|}{\max\left\{ \left| F^*_{теор} \right|, \left| F^* \right| \right\}} \cdot 100\%. \end{aligned} \tag{2}$$

*Таблица 1*

**Сравнение результатов, полученных с помощью метода Ψ – преобразования с использованием и без вариации параметра $\xi$**

| № $F(x, y)$ | Полученные значения без использования метода вариации | Полученные значения с использованием метода вариации | Теоретические значения | Относительная погрешность, % |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\xi^* = -31.3363$<br>$F^* = -0.5022$<br>$x_1^* = 0.3446$<br>$x_2^* = -0.1171$ | $\xi^* = -26.6363$<br>$F^* = -0.3515$<br>$x_1^* = 0.3502$<br>$x_2^* = -0.0009$ | $F^* = 0$<br>$x_1^* = 0$<br>$x_2^* = 0$ | $\Delta_F = 35.15$<br>$\Delta_x = 35.0201$ |
| 2 | $\xi^* = 13.0008$<br>$F^* = 16.581$<br>$x_1^* = 0.3132$<br>$x_2^* = 0.3586$ | $\xi^* = 18.4008$<br>$F^* = 18.1374$<br>$x_1^* = 0.2619$<br>$x_2^* = 0.0157$ | $F^* = 20$<br>$x_1^* = 0$<br>$x_2^* = 0$ | $\Delta_F = 9.313$<br>$\Delta_x = 26.237$ |
| 3 | $\xi^* = -61.4856$<br>$F^* = -11.0544$<br>$x_1^* = -0.6273$<br>$x_2^* = -0.0329$ | $\xi^* = -7.5856$<br>$F^* = 6.2319$<br>$x_1^* = -2.0537$<br>$x_2^* = 0.2518$ | $F^* = 6.4892$<br>$x_1^* = -2.0709$<br>$x_2^* = 0$ | $\Delta_F = 3.965$<br>$\Delta_x = 12.1873$ |

По результатам, представленным в табл. 1, можно сделать вывод, что метод вариации приближает полученное значение экстремума к истинному значению, но при этом условие метода Ψ – преобразования $F^* \approx \xi^*$ не выполняется. Одним из способов устранения данного недостатка могло бы быть использование гибридных алгоритмов на основе комбинации метода Ψ – преобразования и методов локального поиска аналогично тому, как это предложено в работе [15].

Из вышесказанного вытекает актуальность создания модификации алгоритма метода Ψ – преобразования, представленной в данной работе.

**Модифицированный алгоритм метода Ψ – преобразования.** Данная модификация основана на работе [16].

Были выявлены некоторые недостатки алгоритма, представленного в [16]:

1) Если на первой итерации задано небольшое число статистических испытаний $s$, то уменьшение с каждой итерацией $s$ в $a$ раз является неэффективным, так как это может привести к выполнению на данной итерации одного испытания, что приведет к неправильной работе алгоритма и его принудительной остановке;

2) Если текущее значение экстремума функции $F^*$ оказывается меньше предыдущего, то выбор математического ожидания на основе текущих координат точки $\vec{x}^*$ экстремума может ухудшить получаемый результат на следующих итерациях.

Для устранения вышеуказанных недостатков была предложена следующая модификация метода Ψ – преобразования:

*Итерация №1.*

Выполняем алгоритм определения глобального максимума при помощи обобщенных Ψ – функций [14].

*Итерация №2*

*Шаг 1.* Полагаем $m_i = x_i^*$, где $x_i^*$ – найденные на предыдущей итерации координаты глобального максимума, и $\sigma_i = \frac{\|\Delta_i\|}{a}$, где $\|\Delta_i\|$ – длина отрезка, на котором определена переменная $x_i$, т.е. $x_i \in \Delta_i$.

*Шаг 2.* По случайному закону с нормальным распределением $N(m_i, \sigma_i)$ выбираем $x_1, x_2, ..., x_n$, $x_i \in \Delta_i$ ($i = 1, \ldots, n$). Далее повторяем шаги (2) – (16) из *итерации №1*.

Если $F_{cur}^* > F_{prev}^*$, тогда выполняем *шаг 1 итерации №2.*

Если $F_{cur}^* < F_{prev}^*$, где $F_{cur}^*$ – значение максимума, полученное на те-

кущей итерации, и $F^*_{prev}$ – значение максимума, полученное на предыдущей итерации, тогда математическое ожидание фиксируется и равняется $m_i = x^*_{i,prev}$, где $x^*_{i,prev}$ – найденные на предыдущей итерации координаты глобального максимума, а дисперсия $\sigma_i = \frac{\|\Delta_i\|}{a}$ с каждым разом уменьшается в $a$ раз. Затем выполняем *шаг 2 итерации №2.*

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполнится следующее условие останова:

$$\left|F^* - F^*_{prev}\right|^2 + \sum_{i=1}^{n}\left|x^*_i - x^*_{i,prev}\right|^2 < \varepsilon,$$

где $\varepsilon$ – заданная точность.

**Результаты сравнения модифицированного метода $\Psi$ – преобразования с каноническим методом роем частиц и методом $\Psi$ – преобразования с использованием вариации $\xi$.** Сравнение модифицированного метода $\Psi$ – преобразования и канонического метода роя частиц, представленного в [17], осуществлялось по формулам (1) – (2).

Все вычисления в методе $\Psi$ – преобразования были выполнены с точностью $\varepsilon = 0.001$.

На основании обширного вычислительного эксперимента были выбраны следующие параметры для реализации алгоритма канонического метода роя частиц:

$$NP = 50, Nl_{\min} = 25, Nl_{\max} = 15, \alpha = 0.7298, \beta = 0.98, \gamma = 0.98,$$

где $NP$ – количество частиц в стае, $Nl_{\min}, Nl_{\max}$ – параметры выбора числа «соседей» в стае; $\alpha, \beta, \gamma$ были выбраны, как рекомендованные в [16].

На основании обширного вычислительного эксперимента были выбраны следующие параметры для реализации алгоритма модифицированного метода $\Psi$ – преобразования:

$$a = 5, l = 4, k = 5, s = 100.$$

Выполнив то же количество вычислений функции в каноническом методе роя частиц, за которое была достигнута выбранная точность $\varepsilon = 0.001$ в модифицированном методе $\Psi$ – преобразования, получили следующие результаты.

На рис. 4 представлена функция №1 – функция Шаффера (1000 вычислений функции):

$$F(x_1, x_2) = \frac{1}{2} - \frac{\sin^2(\sqrt{x_1^2 + x_2^2}) - 0.5}{1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)}, \quad x, y \in [-10;10]$$

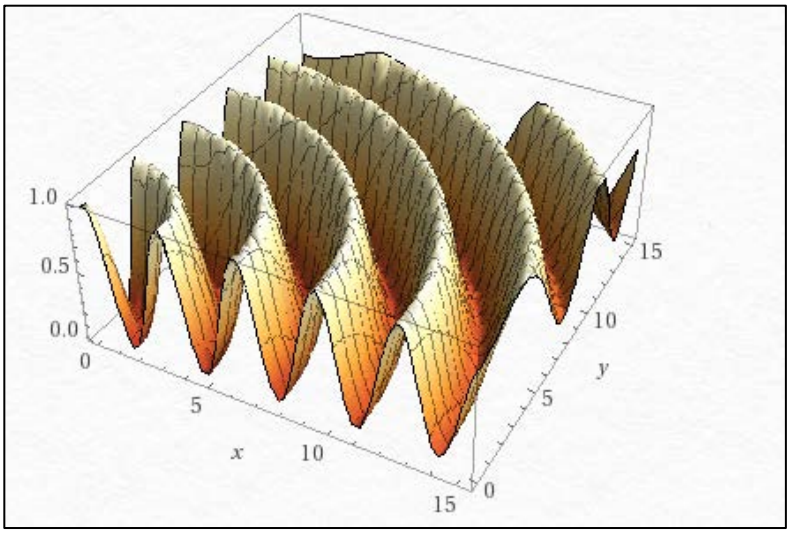



**Рис. 4.** Функция Шаффера

*Таблица 2*

**Относительная погрешность результатов, полученных для функции Шаффера с помощью модифицированного метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц**

| Теоретическое значение | Метод Ψ – преобразования | Канонический метод роя частиц |
|---|---|---|
| $F^* = 1$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0, 0)$ | $F^* = 1$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (-0.0003, -0.001)$<br>$\xi^* = 0.9926$ | $F^* = 0.9964$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0.008, 0.0592)$ |
| | $\Delta_F = 0$<br>$\Delta_x = 0.1044$ | $\Delta_F = 0.36$<br>$\Delta_x = 5.9738$ |

Для функции Шаффера:

1) Относительная погрешность для значения полученного экстремума функции $F^*$ в случае модифицированного метода Ψ – преобразования меньше на 0,36 %, чем в случае канонического метода роя частиц;

2) Относительная погрешность для полученных значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума в случае модифицированного метода $\Psi$ – преобразования меньше на 5,8694 %, чем в случае канонического метода роя частиц.

На рис. 5 представлена функция №2 – функция Растригина (1200 вычислений функции):

$$F(x_1, x_2) = -20 + (10\cos(2\pi x_1) - x_1^2) + (10\cos(2\pi x_2) - x_2^2),$$
$$x_1, x_2 \in [-5; 5]$$

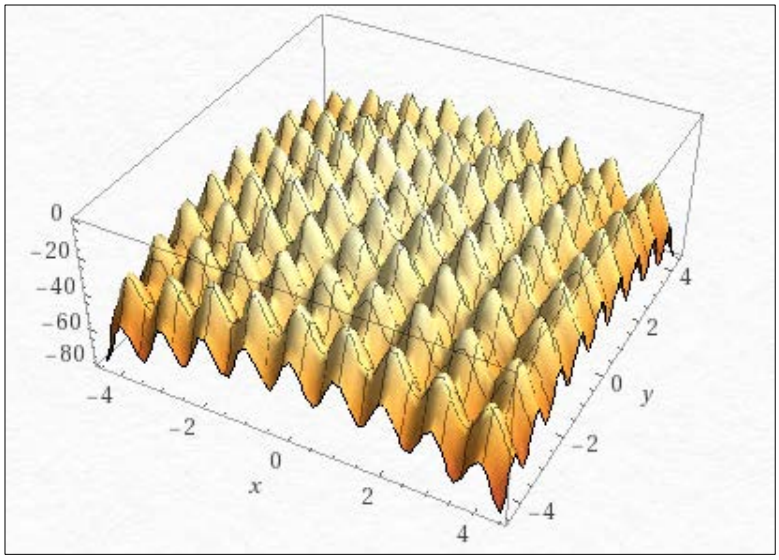



**Рис. 5.** Функция Растригина

*Таблица 3*

**Относительная погрешность результатов, полученных для функции Растригина с помощью модифицированного метода $\Psi$ – преобразования и канонического метода роя частиц**

| Теоретическое значение | Метод $\Psi$ – преобразования | Канонический метод роя частиц |
|---|---|---|
| $F^* = 0$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0, 0)$ | $F^* = -7.5491 \cdot 10^{-7}$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (3.0743 \cdot 10^{-5}, 5.3479 \cdot 10^{-5})$<br>$\xi^* = -0.0053$ | $F^* = 0.0204$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0.0019, 0.0099)$ |
| | $\Delta_F = 7.5491 \cdot 10^{-5}$<br>$\Delta_x = 0.0062$ | $\Delta_F = 2.04$<br>$\Delta_x = 1.0081$ |

Для функции Растригина:

1) Относительная погрешность для значения полученного экстремума функции $F^*$ в случае модифицированного метода $\Psi$ – преобразования меньше на 2,04 %, чем в случае канонического метода роя частиц;

2) Относительная погрешность для полученных значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума в случае модифицированного метода $\Psi$-преобразования меньше на 1,0019 %, чем в случае канонического метода роя частиц.

Функция № 3 – двухэкстремальная функция (1000 вычислений функции):

$$F(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 4x_2^2 - 23\cos(x_1 - 0.5),$$
$$x_1, x_2 \in [-6; 6].$$

*Таблица 4*

**Относительная погрешность результатов, полученных для двухэкстремальной функции с помощью модифицированного метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц**

| Теоретическое значение | Метод Ψ – преобразования | Канонический метод роя частиц |
|---|---|---|
| $F^* = 6.4892$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (-2.0709, 0)$ | $F^* = 6.4886$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (-2.064, 0.0009)$<br>$\xi^* = 6.4884$ | $F^* = 6.4873$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (-2.0645, 0.0186)$ |
| | $\Delta_F = 0.0092$<br>$\Delta_x = 0.336$ | $\Delta_F = 0.0293$<br>$\Delta_x = 0.9498$ |

Для двухэкстремальной функции:

1) Относительная погрешность для значения полученного экстремума функции $F^*$ в случае модифицированного метода $\Psi$ – преобразования меньше на 0,0201 %, чем в случае канонического метода роя частиц, и меньше на 3,9558 %, чем в случае метода $\Psi$ – преобразования с использованием вариации $\xi$;

2) Относительная погрешность для полученных значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума в случае модифицированного метода $\Psi$ – преобразования меньше на 0,6138 %, чем в случае канонического метода роя частиц, и меньше на 11,8513 %, чем в случае метода $\Psi$ – преобразования с использованием вариации $\xi$.

Функция № 4 – функция Швефеля (1000 вычислений функции):

$$F(x_1, x_2) = -|x_1| - |x_2| - |x_1||x_2|,$$
$$x_1, x_2 \in [-10; 10].$$

*Таблица 5*

**Относительная погрешность результатов, полученных для функции Швефеля с помощью модифицированного метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц**

| Теоретическое значение | Метод Ψ – преобразования | Канонический метод роя частиц |
|---|---|---|
| $F^* = 0$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0,0)$ | $F^* = -0.0009$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0.0008, -4.5818 \cdot 10^{-5})$<br>$\xi^* = -0.0445$ | $F^* = 0.0189$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0.0059, 0.0129)$ |
| | $\Delta_F = 0.09$<br>$\Delta_x = 0.0801$ | $\Delta_F = 1.89$<br>$\Delta_x = 1.4185$ |

Для функции Швефеля:

1) Относительная погрешность для значения полученного экстремума функции $F^*$ в случае модифицированного метода Ψ – преобразования меньше на 1,8 %, чем в случае канонического метода роя частиц, и меньше на 35,06 %, чем в случае метода Ψ – преобразования с использованием вариации $\xi$;

2) Относительная погрешность для полученных значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума в случае модифицированного метода Ψ – преобразования меньше на 1,3384 %, чем в случае канонического метода роя частиц, и меньше на 34,94 %, чем в случае метода Ψ – преобразования с использованием вариации $\xi$.

Функция №5 – функция Экли (1000 вычислений функции):

$$F(x_1, x_2) = -e + 20\exp\left(-\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{50}}\right) + \exp\left(\frac{1}{2}(\cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2))\right),$$

$$x_1, x_2 \in [-10;10].$$

Для функции Экли:

1) Относительная погрешность для значения полученного экстремума функции $F^*$ в случае модифицированного метода Ψ – преобразования меньше на 0,238, чем в случае канонического метода роя частиц, и меньше на 9,2765 %, чем в случае метода Ψ – преобразования с использованием вариации $\xi$.

2) Относительная погрешность для полученных значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума в случае модифицированного метода Ψ –

преобразования меньше на 1,4272 %, чем в случае канонического метода роя частиц, и меньше на 25,987 %, чем в случае метода $\Psi$ – преобразования с использованием вариации $\xi$.

*Таблица 6*

**Относительная погрешность результатов, полученных для функции Экли с помощью модифицированного метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц**

| Теоретическое значение | Метод Ψ – преобразования | Канонический метод роя частиц |
|---|---|---|
| $F^* = 20$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (0,0)$ | $F^* = 19.9927$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (3.7144 \cdot 10^{-5}, -0.0025)$<br>$\xi^* = 19.8628$ | $F^* = 19.9451$<br>$(x_1^*, x_2^*) = (-0.0157, 0.0059)$ |
| | $\Delta_F = 0.0365$<br>$\Delta_x = 0.25$ | $\Delta_F = 0.2745$<br>$\Delta_x = 1.6772$ |

Таким образом, для выше представленных тестируемых функций относительная погрешность метода $\Psi$ – преобразования меньше на 0,0201 – 2,04 % для значений экстремума функции $F^*$ и меньше на 0,6138 – 5,8694 % для значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума функции по сравнению с каноническим методом роя частиц, а также меньше на 3,9558 – 35,06 % для значений экстремума функции $F^*$ и меньше на 11,8513–34,94 % для значений координат $\vec{x}^*$ точки экстремума функции по сравнению с методом $\Psi$ – преобразования с использованием вариации $\xi$.

**Выводы.** Предложена модификация алгоритма метода $\Psi$ – преобразования, устраняющая недостатки известных алгоритмов. На основе обширного вычислительного эксперимента показано, что относительная погрешность результатов, полученных с помощью модифицированного метода $\Psi$ – преобразования, меньше относительной погрешности результатов, полученных с помощью алгоритма канонического метода роя частиц, при одном и том же числе вычислений функций. Нахождение приближенного глобального экстремума при существенном сокращении числа вычислений функций позволяет рекомендовать разработанный вариант алгоритма метода $\Psi$ – преобразования для решения задач проектирования технических систем [18].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гадахабадзе И.Г., Джибладзе Н.И., Чичинадзе В.К. Оптимальное проектирование электронных схем методом Ψ – преобразования. *Автоматика и телемеханика*, 1978, вып. 4, с. 86–94.

[2] Dolgui A., Sysoev V. Une heuristique d'optimisation globale basée sur la psi-transformation. *RAIRO Operations Research*, 2003, vol. 37, pp. 119–141.
[3] Dolgui A., Ofitserov D. Méthode de psi-transformation discrète et son application aux problèmes combinatoires en gestion de production. *Actes de Deuxièmes Journées Francophone de Recherche Opérationnelle (FRANCORO II)*, 6-8 avril 1998, Sousse, CPU Press, 2000, pp. 25–32.
[4] Димитриенко Ю.И., Дроголюб А.Н., Губарева Е.А. Оптимизация многокомпонентных дисперсно-армированных композитов на основе сплайн-аппроксимации. *Наука и Образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2015, № 2, с. 216–233.
[5] Бушуев А.Ю., Тимофеев В.Н. Задача проектирования многослойного теплозащитного покрытия. *Инженерный журнал: Наука и инновации*, 2012, №2(2), с. 33–39.
[6] Зайцев А.А., Курейчик В.В., Полупанов А.А. Обзор эволюционных методов оптимизации на основе роевого интеллекта. *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2010, вып. 12(113), с. 7–12.
[7] Ермаков Б.С. Оптимизация роем частиц в обучении искусственных нейронных сетей. *Системный анализ и логистика*, 2017, №1(14), с. 3–9.
[8] Рагулина Е.В. Исследование метода роя частиц для задач маршрутизации транспорта на примере составления расписания движения агентов. *Сборник трудов конференции "Перспективные информационные технологии ПИТ-2012"*, 2012, с. 255 – 257.
[9] Скобцов Ю.А., Эль-Хатиб С.А. Компьютерная система сегментации медицинских изображений методом роя частиц. *Вестник НТУ "ХПИ"*, 2015, № 33 (1142), с. 144–151.
[10] Нейдорф Р.А., Деревянкина А.А. Решение задач распознавания методом роящихся частиц с делением роя. *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2010, № 7(108), с. 21–28.
[11] Сивков А.С. Сивков В.С. Анализ применимости метода роя частиц в задачах синтеза антенн с контурными диаграммами направленности. *Инфокоммуникационные технологии*, 2014, т. 12, № 1, с. 85–89.
[12] Минаева Ю.В. Адаптивная модификация метода роя частиц на основе динамической коррекции траектории движения особей в популяции. *Бизнес-информатика*, 2016, № 4(38), с. 52–59.
[13] Офицеров Д.В. Метод дискретного Ψ – преобразования для решения задач целочисленного программирования. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 1990, т. 30, № 2, С. 231–242.
[14] Чичинадзе В.К. *Решение невыпуклых нелинейных задач оптимизации*. М.: Наука, 1983, 256 с.
[15] Сулимов В.Д., Шкапов П.М., Гончаров Д.А. Применение гибридных алгоритмов к экстремальным задачам на собственные значения лагранжевых динамических систем. *Математическое моделирование и численные методы*, 2016, №4(12), с. 84–102.
[16] Шувалов Р.И. Решение задач оптимизации методом пси-преобразования. *Сборник докладов Второй научно-практической конференции молодых специалистов и студентов памяти главного конструктора академика В.И. Кузнецова*, 2004, с. 147–155.
[17] Карпенко А.П., Селиверстов Е.Ю. Обзор методов роя частиц (PSO) для задачи глобальной оптимизации. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2009, №3.
[18] Бушуев А.Ю., Фарафонов Б.А. Математическое моделирование процесса

раскрытия солнечных батарей большой площади. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, №2(2), с. 101–114.

Статья поступила 27.09.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Бушуев А.Ю., Маремшаова А.А. Сравнение модифицированного метода Ψ – преобразования и канонического метода роя частиц. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 3, с. 22–37.

**Бушуев Александр Юрьевич** родился в 1951 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1974 г., МГУ им. М.В. Ломоносова — в 1985 г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 16 научных работ в области математического моделирования и оптимизации технических систем. e-mail: a.ju.bushuv@yandex.ru

**Маремшаова Анастасия Александровна** – студентка кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, техник АО «ВПК «НПО машиностроения».

# Ψ – transformation optimization method in comparison with canonical particle swarm optimization method

© A.Yu. Bushuev[1], A.A. Maremshaova[2]

[1] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia
[2] JSC “MIC “NPO Mashinostroenia”, Moscow region,
Reutov-town, 143966, Russia

*When dealing with many applications there is a problem of finding the global extremum. Of particular relevance are the optimization methods that allow solving problems effectively when the objective function depends on a complex mathematical model that requires large computing resources for its solution. In this paper, a comparison is made between the Ψ – transformation optimization method and the canonical particle swarm optimization method. The flaws of some known algorithms of the Ψ – transformation optimization method are revealed and a modification based on the replacement of a random law with uniform distribution for generating statistical realizations on the second and subsequent iterations of the standard algorithm by the normal distribution law with parameters determined by the results of the previous iteration is proposed. On the basis of the extensive computational experiment, the advantage of the modified algorithm of the Ψ – transformation optimization method is shown in comparison with algorithm of the canonical particle swarm method.*

***Keywords:*** *Ψ – transformation optimization method, global optimization methods, particle swarm optimization method.*

REFERENCES

[1] Gadahabadze I.G., Dzhibladze N.I., Chichinadze V.K. *Optimal'noe proektirovanie ehlektronnyh skhem metodom Ψ – preobrazovaniya – Automation and*

*telemechanics*, 1978, issue 4, pp. 86–94.
[2] Dolgui A., Sysoev V. *RAIRO Operations Research*, 2003, vol. 37, p. 119–141.
[3] Dolgui A., Ofitserov D. *Actes de Deuxièmes Journées Francophone de Recherche Opérationnelle (FRANCORO II)*, 6-8 avril 1998, Sousse, CPU Press, 2000, pp. 25–32.
[4] Dimitrienko Yu.I., Drogolyub A.N., Gubareva E.A. *Optimizaciya mnogokomponentnyh dispersno-armirovannyh kompozitov na osnove splajn-approksimacii – Science and Education: scientific edition of Bauman MSTU*, 2015, no. 2, pp. 216–233.
[5] Bushuev A.Yu., Timofeev V.N. *Zadacha proektirovaniya mnogoslojnogo teplozashchitnogo pokrytiya – Engineering journal: Science and innovation*, 2012, no. 2(2), pp. 33–39.
[6] Zajcev A.A., Kurejchik V.V., Polupanov A.A. *Obzor ehvolyucionnyh metodov optimizacii na osnove roevogo intellekta – News of SFedU. Technical science*, 2010, issue 12(113), pp. 7–12.
[7] Ermakov B.S. *Optimizaciya roem chastic v obuchenii iskusstvennyh nejronnyh setej – System analysis and logistics*, 2017, no. 1(14). pp. 3–9.
[8] Ragulina E.V. *Issledovanie metoda roya chastic dlya zadach marshrutizacii transporta na primere sostavleniya raspisaniya dvizheniya agentov – Proceedings of the conference "Perspective Information Technologies for Drink-2012"*, 2012, pp. 255–257.
[9] Skobcov Yu.A., Ehl'-Hatib S.A. *Komp'yuternaya sistema segmentacii medicinskih izobrazhenij metodom roya chastic – Bulletin of NTU "KhPI"*, 2015, no. 33(1142), pp. 144–151.
[10] Nejdorf R.A., Derevyankina A.A. *Reshenie zadach raspoznavaniya metodom royashchihsya chastic s deleniem roya – News of SFedU. Technical science*, 2010, no. 7(108), pp. 21–28.
[11] Sivkov A.S. Sivkov V.S. *Analiz primenimosti metoda roya chastic v zadachah sinteza antenn s konturnymi diagrammami napravlennosti –Infocommunication technologies*, 2014, vol. 12, no. 1, pp. 85–89.
[12] Minaeva YU.V. *Adaptivnaya modifikaciya metoda roya chastic na osnove dinamicheskoj korrekcii traektorii dvizheniya osobej v populyacii – Business Informatics*, 2016, no. 4(38), pp. 52–59.
[13] Oficerov D.V. *Metod diskretnogo Ψ – preobrazovaniya dlya resheniya zadach celochislennogo programmirovaniya – Journal of computational mathematics and mathematical physics*, 1990, vol. 30, no. 2, pp. 231–242.
[14] Chichinadze V.K. *Reshenie nevypuklyh nelinejnyh zadach optimizacii* [The solution of nonlinear non-convex optimization problems]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 25 p.
[15] Sulimov V.D., Shkapov P.M., Goncharov D.A. *Primenenie gibridnyh algoritmov k ehkstremal'nym zadacham na sobstvennye znacheniya lagranzhevyh dinamicheskih system – Mathematical modeling and numerical methods*, 2014, no. 2, pp.101–114.
[16] Shuvalov R.I. *Reshenie zadach optimizacii metodom psi-preobrazovaniya – Collection of reports of the Second Scientific and Practical Conference of Young Specialists and Students in Memory of the Chief Designer of Academician V.I. Kuznetsov*, 2004, pp. 147–155.
[17] Karpenko A.P., Seliverstov E.YU. *Obzor metodov roya chastic (PSO) dlya zadachi global'noj optimizacii – Science and Education: scientific edition of Bauman MSTU*, 2009, no. 3.
[18] Bushuev A.Yu., Farafonov B.A. *Matematicheskoe modelirovanie processa*

*raskrytiya solnechnyh batarej bol'shoj ploshchadi – Mathematical modeling and numerical methods*, 2014, no. 2, pp. 101–114.

**Bushuev A.Yu.** (b. 1951) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 1974 and Lomonosov Moscow State University in 1985. Ph.D., assoc. professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 25 scientific works. Scientific interests: mathematical simulation in the technology, the methods of optimization and decision making, numerical methods. e-mail: a.ju.bushuv@yandex.ru

**Maremshaova A.A.** – student of the department "Computational Mathematics and Mathematical Physics" MSTU them. N.E. Bauman, a technician of JSC “MIC “NPO Mashinostroenia”.