



# Математическое моделирование и численные методы

Дубровин В.М., Семенов К.С. Моделирование несущей способности подкрепленной силовым набором цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала. Математическое моделирование и численные методы, 2018, № 2, с. 32–46.

Источник: <https://mmcm.bmstu.ru/articles/162/>

## **Моделирование несущей способности подкрепленной силовым набором цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала**

© В.М. Дубровин, К.С. Семенов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Цилиндрическая оболочка, длительное время находящаяся под действием значительных по величине нагрузок, может терять возможность выдерживать уровень этих нагрузок, так как снижается её несущая способность. Это связано с тем, что материал оболочки подвержен явлению ползучести. Как показывают исследования [1-3], ползучесть заметно проявляется даже при нормальной температуре и напряжениях, значительно меньших предела текучести материала оболочки. Экспериментальные и теоретические работы по устойчивости оболочек показывают [4-5], что основной причиной снижения критической нагрузки для реальных оболочек по сравнению с идеальными оболочками являются начальные несовершенства конструкции. Поэтому следует ожидать, что дополнительные прогибы, которые возникают в результате деформации ползучести, оказывают существенное влияние на несущую способность оболочки. В работе предложен метод расчета несущей способности цилиндрической оболочки, подкрепленной продольным (стрингеры) и поперечным (шпангоуты) силовым набором, находящейся под действием осевых и поперечных нагрузок, а также внутреннего избыточного давления. В качестве примера рассмотрена оболочка, материалом которой является алюминиево-магниевый сплав АМгб-М и АМгб-Н. Получены графики зависимости несущей способности от времени эксплуатации.*

**Ключевые слова:** несущая способность, действующая нагрузка, внутреннее давление, цилиндрическая оболочка, ползучесть, деформация, устойчивость, стрингер, шпангоут.

**Введение.** Процесс потери устойчивости при ползучести материала выглядит следующим образом: по истечению определенного периода нахождения конструкции под нагрузкой малозаметная деформация сжатого элемента завершается резким выпучиванием. При продольном сжатии тонкостенных цилиндрических оболочек в условиях ползучести материала на поверхности оболочки в течение длительного времени не появляется заметных вмятин. Лишь незадолго до разрушения оболочки на её поверхности появляется вмятина, развитие которой приводит к «хлопку» и фактическому разрушению оболочки. Потеря устойчивости оболочки в условиях ползучести материала может происходить как при нагрузке выше нижней критической, так и при нагрузке значительно ниже критической нагрузки упругой оболочки. Это обуславливает необходимость проведения оценки влияния ползучести материала на несущую способность оболочки, находящейся длительное время в напряженном состоянии.

**Критерий устойчивости оболочки при наличии ползучести материала.** Одним из способов описания процесса ползучести материала является представление материала в виде сочетания элементарных упругих и пластических элементов. При этом упругий элемент считается подчиняющимся закону Гука, в пластическом элементе напряжение пропорционально скорости деформации. Для установления характера закона деформирования материала он рассматривается как структура, состоящая из упругих и пластических элементов, соединенных определенным образом. При таком представлении материала изменение скорости деформации ползучести от времени нахождения под нагрузкой, согласно [6-8], может быть описано степенной зависимостью

$$\dot{\varepsilon} = B\sigma^m, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  - остаточная деформация ползучести материала,  $\sigma$  - действующее напряжение,  $B$ ,  $m$  - постоянные коэффициенты для данного материала при определенной температуре.

Логарифмируя соотношение (1) будем иметь

$$\lg \dot{\varepsilon} = \lg B + m \lg \sigma.$$

Последнее соотношение показывает линейную зависимость между логарифмами скорости деформации ползучести и напряжения, что позволяет, зная кривые ползучести, находить коэффициенты  $B$  и  $m$ . Так, например, эти коэффициенты, согласно [6], равны:

- для сплава АМг6-М  $B = 6 \cdot 10^{-25} \left( \frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right)^m \frac{1}{\text{сутки}}$ ,  $m = 6,15$ ;
- для сплава АМг-6Н  $B = 1,5 \cdot 10^{-31} \left( \frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right)^m \frac{1}{\text{сутки}}$ ,  $m = 7,94$ .

Оценка влияния ползучести материала на несущую способность оболочки может быть проведена на основании различных критериев. К ним могут быть отнесены: критерий касательного модуля, динамический критерий, критерий начальных несовершенств, критерий критической деформации. Последний критерий, предложенный в работах [9-12], использован в данной работе. Физический смысл этого критерия состоит в том, что при накоплении в конструкции пластических деформаций жесткость оболочки падает. Элементы конструкции теряют устойчивость при определенной полной деформации независимо

от того, является она упругой или упругопластической и от того, какими факторами она вызвана, т.е. предполагается, что потеря устойчивости элемента конструкции определяется достижением критической суммарной деформации, величина которой находится из решения соответствующей упругой или упругопластической задачи устойчивости оболочки. Критерий критической деформации является простым для практического применения и хорошо согласуется с экспериментальными данными. Как показано в работах [13-16], оценка критического времени потери устойчивости оболочки в условиях ползучести материала по величине упругой критической деформации соответствует нижнему критическому напряжению сжатия и дает гарантированное нижнее значение критического времени устойчивости для оболочки при предельном сжатии.

Величина предельной деформации ползучести может быть найдена следующим образом: определяется критическая деформация, соответствующая решению упругой задаче. В условиях ползучести материала критическая деформация складывается из упругой деформации и деформации ползучести. При известной нагрузке определяется соответствующая ей упругая деформация. Разность между критической деформацией и упругой определяет предельную деформацию ползучести, соответствующую потере устойчивости конструкции. При известном законе нахождения деформации ползучести может быть найдена величина упругой деформации, изменение которой ведёт к изменению критической нагрузки, а также может быть определено время нахождения конструкции под нагрузкой без разрушения.

**Математическая модель несущей способности цилиндрической оболочки, подкреплённой силовым набором.** В соответствии с принятым критерием устойчивости при заданном напряжении  $\sigma$  могут быть определены как критическая деформация ползучести  $\varepsilon_{кр}^n$ , так и критическое время потери устойчивости оболочки  $t_{кр}$ . В соответствии с общими соотношениями теории упругости эти параметры определяются по формулам [6,14]

$$\varepsilon_{кр}^n = -\frac{\sigma_{кр}^0 - \sigma}{E}, \quad t_{кр} = \frac{\sigma_{кр}^0 - \sigma}{EB\sigma^m}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{кр}^0$  – критическое напряжение упругой потери устойчивости конструкции

Формулы (2) позволяют оценить предельные возможности работоспособности конструкции при длительном нагружении. Напряжение

$\sigma_{кр}^t$ , которое приводит к потере устойчивости за время нахождения конструкции под нагрузкой, может быть определено из соотношения

$$\sigma_{кр}^t - \frac{(\sigma_{кр}^0 - \sigma_{кр}^t)^{\frac{1}{m}}}{EBt} = 0. \quad (3)$$

Формула (3) позволяет определить изменение критического напряжения в течении гарантийного срока эксплуатации конструкции.

Несущая способность  $T_p^t$  с учетом деформации ползучести, накопленной за время  $t$  длительного нагружения, определяется в соответствии с принятыми критериями по формуле

$$T_p^t = T_p^0 - \Delta T_p, \quad (4)$$

где  $T_p^0$  – несущая способность, соответствующая решению упруго-пластической задачи потери устойчивости, т.е. несущая способность в начальный момент времени,  $\Delta T_p = -\varepsilon_x EF_{сеч}$  – изменение несущей способности в результате накопления в осевом направлении конструкции отрицательных деформации ползучести  $\varepsilon_x$ ,  $F_{сеч}$  – площадь поперечного сечения оболочки.

Чтобы определить  $\varepsilon_x$ , рассматривается цилиндрическая оболочка, подкрепленная продольным (стрингерами) и поперечным (шпангоутами) силовым набором и нагруженную осевой силой  $N$ , внутренним избыточным давлением наддува  $P_n$ . Пусть  $R$ ,  $\delta$ ,  $l$ ,  $F_{смп}$  – начальные значения радиуса, толщины, длины оболочки и площадь поперечного сечения стрингера. Значения этих трех параметров после времени нагружения  $t$  обозначим через  $R_t$ ,  $\delta_t$ ,  $l_t$ ,  $F_{смпт}$ .

Напряжения в сечениях оболочки в момент времени  $t$  определяются по формулам

$$\sigma_R = 0, \quad \sigma_\varphi = \frac{P_H R_t}{\delta_t}, \quad \sigma_x = \frac{P_u R_t}{2\delta_{нпт}} - \frac{N}{2\pi R_t \delta_{нпт}},$$

где  $\sigma_R$ ,  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_x$  – напряжения в радиальном, тангенциальном и осевом направлениях,

$$P_u = P_\Gamma + P_H,$$

$P_r$  – внутреннее гидростатическое давление,  $\delta_{npt} = \delta_t + \frac{nF_{cmt}}{2\pi R_t}$  – приведенная толщина оболочки,  $n$  – количество стрингеров.

Для определения деформации ползучести используется соотношение

$$\dot{\varepsilon}_R = \frac{1}{2} f(T)(\sigma_R - \sigma), \quad \dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{1}{2} f(T)(\sigma_\varphi - \sigma), \quad \dot{\varepsilon}_x = \frac{1}{2} f(T)(\sigma_x - \sigma)$$

где  $T = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_x)^2 + (\sigma_x - \sigma_R)^2 + (\sigma_R - \sigma_\varphi)^2}$  – интенсивность касательных напряжений,

$$\sigma = \frac{\sigma_R + \sigma_\varphi + \sigma_x}{3}, \quad f(T) = \frac{H}{T},$$

$H = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_\varphi - \dot{\varepsilon}_x)^2 + (\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_R)^2 + (\dot{\varepsilon}_R - \dot{\varepsilon}_\varphi)^2}$  – интенсивность скоростей деформаций сдвига.

Если зависимость интенсивности скоростей деформаций сдвига от интенсивности касательных напряжений принять, согласно [6], в виде

$$H = B_1 T^m,$$

где  $B_1 = 3^{\frac{mH}{2}} B$ , то  $f(T) = B_1 T^{m-1}$ .

При степенном законе ползучести (1) интенсивность касательных напряжений можно записать в виде

$$T = k \frac{P_u R_t}{\delta_t},$$

где  $k = \sqrt{\frac{1 - \alpha + \alpha^2}{3}}$ ,  $\alpha = \frac{\sigma_x}{\sigma_\varphi}$ .

С учетом полученных соотношений будем иметь

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{2\alpha}{6k} B_1 T^m, \quad \dot{\varepsilon}_x = \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} \dot{\varepsilon}_\varphi, \quad \dot{\varepsilon}_R = \frac{1 + \alpha}{2 - \alpha} \dot{\varepsilon}_\varphi \quad (5)$$

в условиях установившейся ползучести скорости деформации в осевом и тангенциальном направлениях будут определяться из соотношений:

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{1}{l_t} \frac{dl_t}{dt} = \frac{2\alpha-1}{2-\alpha} B_1 \left( k \frac{P_u R_t}{\delta_t} \right)^m,$$

$$\dot{\varepsilon}_\varphi = \frac{1}{R_t} \frac{dR_t}{dt} = \frac{2-\alpha}{6k} B_1 \left( k \frac{P_u R_t}{\delta_t} \right)^m.$$

Условие несжимаемости материала при ползучести имеет вид

$$R\delta l = R_t \delta_t l_t, \quad lF_{cmp} = l_t F_{cmp_t}. \quad (6)$$

Из уравнений (5) с учетом соотношений (6) следует уравнение

$$\frac{d\left(\frac{R_t}{R}\right)}{dt} = \frac{2-\alpha}{6k} B_1 \left(\frac{R_t}{R}\right)^{1+\frac{3m}{2-\alpha}} \left(k \frac{P_u R}{\delta}\right)^m \quad (7)$$

И соотношения

$$\frac{l_t}{l} = \left(\frac{R_t}{R}\right)^{\frac{2\alpha-1}{2-\alpha}}, \quad \delta_t = \frac{\delta}{\left(\frac{R_t}{R}\right)^{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}}},$$

$$\delta_{npt} = \delta_t + \frac{nF_{cmp}}{2\pi R \left(\frac{R_t}{R}\right)^{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}}}, \quad b_{cmp_t} = b_{cmp} \left(\frac{R_t}{R}\right)^{\frac{0,5-\alpha}{2-\alpha}}, \quad (8)$$

$$F_{cmp_t} = F_{cmp} \left(\frac{R_t}{R}\right)^{\frac{1-2\alpha}{2-\alpha}}, \quad \delta_{cmp_t} = \delta_{cmp} \left(\frac{R_t}{R}\right)^{\frac{0,5-\alpha}{2-\alpha}}.$$

Здесь  $b_{cmp}$ ,  $\delta_{cmp}$  – высота и толщина стрингера.

Деформация ползучести в тангенциальном и осевом направлениях определяется из решения уравнения (7)

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{R_t}{R} - 1, \quad \varepsilon_x = \left( \frac{R_t}{R} \right)^{\frac{2\alpha-1}{2-\alpha}} \quad (9)$$

Деформация ползучести в радиальном направлении находится из условия несжимаемости материала

$$\varepsilon_R = \frac{\delta_t}{\delta} - 1 = \left( \frac{R_t}{R} \right)^{\frac{1+\alpha}{\alpha-2}} - 1$$

Если  $\alpha = const$ , из уравнения (7) будем иметь

$$\frac{R_t}{R} = \left[ 1 - \frac{mB_1}{2k} (k\sigma_{\varphi}^*)^m t \right]^{\frac{\alpha-2}{3m}} \quad (10)$$

где  $\sigma_{\varphi}^* = \frac{P_u R}{\delta}$ .

В момент разрушения

$$\frac{R_t}{R} = \left( \frac{\sigma_{\varphi}^*}{\sigma_s} \right)^{\frac{2-\alpha}{3}} \quad (11)$$

где  $\sigma_s$  - предел текучести материала.

Подставляя (11) в (10), получим время разрушения оболочки при ползучести

$$t_p = \frac{2k \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{\varphi}^*}{\sigma_s} \right)^m \right]}{mB_1 (k\sigma_{\varphi}^*)^m}.$$

Из уравнений (9,10,11) следует

$$\varepsilon_{\varphi} = \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{\varphi}^*}{\sigma_s} \right)^m \right] \frac{t}{t_p} \right\}^{\frac{\alpha-2}{3m}} - 1,$$



$$\varepsilon_x = \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_\varphi^*}{\sigma_s} \right)^m \right] \frac{t}{t_p} \right\}^{\frac{1-2\alpha}{3m}} - 1,$$

$$\varepsilon_R = \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_\varphi^*}{\sigma_s} \right)^m \right] \frac{t}{t_p} \right\}^{\frac{1+\alpha}{3m}} - 1.$$

Зная величину осевой деформации, в соответствии с формулой (4) может быть определена разрушающая нагрузка для любого времени эксплуатации конструкции. Несущая способность подкрепленной силовым набором цилиндрической оболочки при упругопластических деформациях определяется по формуле

$$T_p^t = (\sigma_{кр.сmp} + \sigma_{усст}) \left( nF_{смпт} + \frac{2}{3} \pi R_t \delta_t + \frac{E_{общ}}{E_{смп}} \right) +$$

$$+ \frac{4}{3} \pi R_t \delta_t \sigma_{кр.общ} + \pi R_t^2 P_H^b \left( 1 - \frac{2}{3} \mu \frac{P_H^b + P_\Gamma^b}{P_H^b} \right),$$

где  $\sigma_{кр.смп} = \frac{\sigma_T}{B_k + \sqrt{B_k^2 - 1}}$  – критическое напряжение стрингера,

$$B_k = 1 + \frac{0,615}{\varphi^2(\xi)} \left( \frac{b_{смпт}}{10\delta_{смпт}} \right)^4 \left( 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_T} \right)^2 \frac{\sigma_p}{\sigma_T} \left( \frac{100\sigma_T}{E_{смп}} \right)^2,$$

$\sigma_T = 0,75\sigma_b$  – условный предел текучести материала,  $\sigma_p = 0,46\sigma_b$  – условный предел пропорциональности материала,  $\sigma_b$  – предел прочности материала,  $\varphi^2(\xi)$  – функция условий заделки краев стрингера

$$\xi = \left( \frac{\delta}{\delta_1} \right)^3 \frac{b_1}{b},$$

$\delta, b, \delta_1, b_1$  – толщина и ширина расчетного и смежного элементов конструкции соответственно,

$$\sigma_{кр.общ} = E_{общ} \left[ 0,9 \left( \frac{\delta_t}{b_t} \right)^2 \frac{\chi^2 + 1}{\chi^2} + \frac{4}{n^2} \frac{\chi}{(\chi^2 + 1)^2} + \frac{(P_H^b + P_\Gamma^b) R_t}{\delta_t E_{общ}} \frac{1}{\chi^2} \right] -$$

критическое напряжение обечайки на участке между стрингерами,  
 $b_t = \frac{2\pi R_t}{n}$  – шаг стрингеров,  $\chi$  – параметр, обеспечивающий мини-

мум  $\sigma_{кр.общ}, \sigma_{исст} = \frac{M_u y}{I_{стр}}$  – изгибное напряжение стрингера,

$$M_u = \frac{qb_t}{2\beta_1} e^{-0,5\beta_1 l_{unt}} \left[ \cos(0,5\beta_2 l_{unt}) - \frac{\beta_1}{\beta_2} \sin(0,5\beta_2 l_{unt}) \right],$$

$$q = \frac{\frac{R_t}{E_{общ}} \left[ \frac{(P_H^b + P_\Gamma^b) R_t}{\delta_t} \left( 1 - \frac{\mu^2 s}{1+s} \right) - \mu \frac{-T_p^0 + \pi R_t^2 P_H^b}{F_{сеч}^*} \right]}{\frac{b_t}{4EI_{стр}} + \frac{R_{unt}^2}{EF_{unt}}},$$

$$\beta_1 = \sqrt[4]{\frac{\omega}{EI_{стр}}} \cos \frac{\gamma}{2}, \quad \beta_2 = \sqrt[4]{\frac{\omega}{EI_{стр}}} \sin \frac{\gamma}{2},$$

$$\iota = \frac{EF_{стр}}{EF_{общ}}, \quad \omega = \frac{\delta_t b_t}{R_t^2} E_{общ},$$

$$\gamma = \arctg \frac{\sqrt{4\omega EI_{стр} - N_1^2}}{N_1}, \quad N_1 = \frac{-T_p^0 + \pi R_t^2 P_H^b}{n},$$

$$F_{сеч}^* = 2\pi R \delta + \frac{E_{стр}}{E_{общ}} n F_{стр},$$

$P_H^b, P_\Gamma^b$  – давление наддува и гидростатическое давление в оболочке в расчетный момент времени,  $I_{стр}$  – момент инерции, поперечного сечения стрингера,  $R_{unt}, F_{unt}, l_{unt}$  – радиус, площадь поперечного сечения и длина шпангоута.

Подкрепленная продольным силовым набором цилиндрическая оболочка теряет устойчивость в условиях ползучести материала при достижении критического состояния стрингеров и прилегающих к ним участков обшивки.

Поэтому при определении  $\Delta T_p$  принимается

$$F_{сеч} = \frac{2}{3} \pi R_t \delta_t \frac{E_{общ}}{E_{сmp}} + n F_{смп}.$$

Тогда

$$\Delta T_p = -\varepsilon_x E_{сmp} \left( \frac{2}{3} \pi R_t \delta_t \frac{E_{общ}}{E_{сmp}} + n F_{смп} \right). \quad (12)$$

Используя соотношения (4, 8-12) получим выражение для несущей способности подкрепленной цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала

$$\begin{aligned} T_p^t = & -\varepsilon_x (\sigma_{кр.смп} - \sigma_{иссм}) \left( \frac{2}{3} \pi R \delta \frac{E_{общ}}{E_{смп}} + n F_{смп} \right) \left( \frac{R_t}{R} \right)^{\frac{1-2\alpha}{2-\alpha}} + \\ & + \frac{0,3n^2 E_{общ}}{\pi R} \frac{(\chi^2 + 1)}{\chi^2} \delta^3 \left( \frac{R_t}{R} \right)^{\frac{2\alpha+5}{\alpha-2}} + \frac{16\pi E_{общ}}{3n^2} \frac{\chi^2}{(\chi^2 + 1)^2} R \delta \left( \frac{R_t}{R} \right)^{\frac{1-2\alpha}{2-\alpha}} + \\ & + \pi R^2 \left[ \frac{4(P_H^b + P_\Gamma^b)}{3\chi^2} + P_H^b \left( 1 - \frac{2}{3} \mu \frac{P_H^b + P_\Gamma^b}{P_H^b} \right) \right] \left( \frac{R_t}{R} \right)^{-2} + \\ & + \left( \frac{2}{3} \pi R \delta \frac{E_{общ}}{E_{смп}} + n F_{смп} \right) \left[ 1 - \left( \frac{R_t}{R} \right)^{\frac{1-2\alpha}{2-\alpha}} \right] E_{смп}. \end{aligned}$$

**Влияние длительного нагружения на несущую способность оболочки.** Полученные зависимости дают возможность оценить влияние длительного нагружения оболочки на её несущую способность. Такая оценка может быть проведена для широкого спектра как уровня нагрузок, действующих на оболочку, так и физико-механических характеристик материала оболочки.

Как пример, в настоящей работе оценивалось влияние на несущую способность внутреннего избыточного давления наддува и механических характеристик материала, определяющих коэффициенты ползучести. При этом остальные параметры нагрузки (осевая сила, гидростатическое давление) принимались постоянными.

Исходные данные для расчёта представлены в таблицах 1, 2.

Таблица 1

Геометрические характеристики оболочки и параметры нагрузки

$R$	$\delta$	$n$	$F_{сmp}$	$b_{сmp}$	$l_{сmp}$	$\delta_{сmp}$	$P_{Hmax}$	$P_{Hmin}$	$P_H^b$	$P_\Gamma^b$	$N$
см	см	-	см <sup>2</sup>	см	см	см			кг/см <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>	Кг
150	0,405	42	1,35	1,6	0,85	120	1,9	0	0	1,39	$100 \cdot 10^3$

Таблица 2

Характеристики материала оболочки

Материал	$E$	$\sigma_b$	$B$	$m$
	кг/см <sup>2</sup>	кг/см <sup>3</sup>	$\left(\frac{см^2}{кг}\right)^m \frac{1}{сутки}$	-
АМг6-М	$6,8 \cdot 10^5$	4200	$6 \cdot 10^{-25}$	6,15
АМг6-Н	$7,2 \cdot 10^5$	4200	$1,5 \cdot 10^{-31}$	7,94

Результаты расчета несущей способности оболочки в зависимости от времени нахождения её под нагрузкой представлены на рис. Расчёты проводились как при как наиболее благоприятных с точки зрения ползучести материала ( $P_H = 0$ ), так и наименее благоприятных условиях ( $P_H = P_{Hmax}$ ). Кроме того, рассматривались различные модификации материала, обладающие различными механическими характеристиками и различными характеристиками ползучести. В качестве материала оболочки используется алюминивно-магниевый сплав двух видов АМг6-М и АМг6-Н.

Проведенные расчёты показали, что при длительном нагружении несущая способность оболочки при заданном уровне продольной нагрузки существенно зависит как от величины наддува оболочки, так и от характеристик ползучести материала оболочки.

**Выводы.** 1. Как следует из полученных результатов, оболочка, выполненная из сплава АМг6-М, более подвержена явлению ползучести, снижение внутреннего давления до  $P_{Hmin}$  даёт возможность обеспечить стабильность несущей способности в течении значительного периода времени.

2. Применение в конструкции оболочки сплава АМг6-Н более устойчивого к явлению ползучести и обладающего более высокими механическими характеристиками, позволяет обеспечить стабильность несущей способности оболочки в течении длительного срока нагружения даже при максимальном значении  $P_H$ .

3. Выявленные закономерности позволяют определить пути обеспечения стабильности несущей способности оболочки, которые сводятся к следующему:

- создание таких условий эксплуатации, при которых исключаются резкие перепады давления наддува, а сами давления находятся вблизи нижней границы возможных значений;
- использование в конструкции материала, устойчивого к явлению ползучести (в рассматриваемом случае сплав АМгб-Н различной степени нагартовки).

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ржаницын А.Р. *Теория ползучести*. Москва, Стройиздат, 1968, 419 с.
- [2] Качанов Л.М. *Теория ползучести*. Москва, Физматлит, 1960, 455 с.
- [3] Димитриенко Ю.И. *Нелинейная механика сплошной среды*. Москва, Физмат, 2009, 629 с.
- [4] Александровская Л.Н., Афанасьев А.П., Лисов А.А. *Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем*. Москва, Логос, 2001, 208 с.
- [5] Ширвель П.И., Чигарев А.В. *Прочность неравномерно нагретых цилиндрических тел в условиях ползучести и радиального облучения*. Минск, БНТУ, 2014, 251 с.
- [6] Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, вып. 9(21), 2013.
- [7] Харлаб В.Д. *Принципиальные вопросы линейной теории ползучести*. СПб, СПбГАСУ, 2014, 207 с.
- [8] Пачурин Г.В., Шевченко С.М., Дубинский В.Н., Власов О.В. *Микромеханизмы высокотемпературной усталости и ползучести металлов и сплавов*. Н. Новгород, НГТУ, 2006, 131 с.
- [9] Москвичев В.В. *Лекции по механике разрушения*. Сибирский Федеральный Университет, 2007, 90 с.
- [10] Костюк А.Г. *Пластичность и разрушение кристаллического материала при сложном нагружении*. Москва, МЭИ, 2000, 173 с.
- [11] Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрюшин В.А. *Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2009, 264 с.
- [12] Сухинин С.Н. *Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2010, 241 с.
- [13] Фролов К.В. *Избранные труды, т.2 Машиноведение и машиностроение*. Москва, Наука, 2007, 523 с.
- [14] Алгазин О.Д., Бутина Т.А., Дубровин В.М. К вопросу об оценке надежности и работоспособности конструкций при импульсном нагружении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана спец. выпуск «Математическое моделирование»*, 2011, 3 с.
- [15] Жилин П.А. *Актуальные проблемы механики*. СПб, Институт проблем машиноведения РАН, 2006, 306 с.
- [16] Садыхов Г.С., Кузнецов В.И. Основы выбора безопасных периодов эксплуатации объектов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2005, №4, с. 96-99.
- [17] Садыхов Г.С. Критерии оценок безопасной эксплуатации технических объектов. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2005, № 1, с. 119-122.

- [18] Садыхов Г.С., Кузнецов В.И. *Методы и модели оценок безопасности сверхназначенных сроков эксплуатации технических объектов*. Москва, изд-во ЛКИ, 2007, 144 с.

Статья поступила 17.04.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Дубровин В.М., Семенов К.С. Моделирование несущей способности подкрепленной силовым набором цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала. *Математическое моделирование и численные методы*, 2018, № 2, с. 32–46.

**Дубровин Виктор Митрофанович** родился в 1934 г., окончил Саратовский государственный университет в 1958г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. Автор пяти изобретений. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

**Семёнов Кирилл Сергеевич** родился в 1989 г., окончил МГТУ им Н.Э. Баумана. Специалист в области управления сложными техническими системами и разработке математических моделей. Является инженером I категории на РКК «Энергия» в Центре Управления Полетами. e-mail: semyonof@gmail.com

## **Simulation of the bearing capacity of a cylindrical shell reinforced by a power set under conditions of material creep**

© V.M. Dubrovin, K.S. Semenov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*Cylindrical shell, which is under the influence of considerable loads for a long time, can lose the ability to withstand the level of these loads, as its carrying capacity decreases. This is due to the fact that the shell material is subject to the creep phenomenon. As studies [1-3] show, creep is noticeably manifested even at normal temperature and stresses, much lower than the yield point of the shell material. Experimental and theoretical work on the stability of shells show [4-5] that the main reason for reducing the critical load for real shells in comparison with ideal shells is the initial design imperfections. Therefore, it is to be expected that additional deflections that arise as a result of creep deformation have a significant effect on the critical load (bearing capacity) of the shell. A method is proposed for calculating the load-bearing capacity of a cylindrical shell reinforced by a longitudinal (stringers) and a final (frame) power set under the action of axial and transverse loads, as well as internal excess pressure. As an example, a shell is considered, the material of which is an aluminum-magnesium alloy AMg6-M and AMg6-H. The dependence of the bearing capacity on the operating time is obtained.*

**Keywords:** load capacity, current load, internal pressure, cylindrical shell, creep, deformation, stability, stringer, frame.

## REFERENCES

- [1] Rzhantsyn A.R. *Teoriya polzuchesti* [Theory of creep]. Moscow, Stroyizdat, 1968, 419 p.
- [2] Kachanov L.M. *Teoriya polzuchesti* [Theory of creep]. Moscow, Fizmatlit, 1960, 455 p.
- [3] Dimitrienko Y.I. *Nelineinaya mehanika sploshnoi sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, PHYSMATH, 2009, 629 p.
- [4] Alexander L.N., Afanasyev A.P., Lisov A.A. *Sovremennye metody obespecheniya bezotkaznosti slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [Modern methods of ensuring reliability of complex technical systems]. Moscow, Logos, 2001, 208 p.
- [5] Shirvel P.I., Chigarev A.V. *Prochnost neravnomerno nagretykh tsilindricheskikh tel v usloviyakh polzuchesti i radialnogo bieniya* [Durability unevenly heated cylindrical body in a radial creep and irradiation]. Minsk, Belarusian National Technical University, 2014, 251 p.
- [6] Dubrov V.M., Butina T.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii – Engineering Journal: Science and Innovation*, vol. 9 (21), 2013.
- [7] Kharlab V.D. *Printsipialnye voprosy lineynoy teorii polzuchesti* [Fundamental questions of the linear creep theory]. St. Petersburg, SPSUACE publ., 2014, 207 p.
- [8] Pachurin G.V. Shevchenko S.M., Dubinsky V.N., Vlasov O.V. *Micromekhanizmy vysokotemperaturnoy ustalosti i polzuchesti metallov i splavov* [Micro-mechanisms high temperature fatigue and creep of metals and alloys]. Nizhniy Novgorod, Novosibirsk State Technical University, 2006. 131 p.
- [9] Moskvichev V.V. *Iekcii po mekhanike razrusheniya* [Lectures on fracture mechanics]. Siberian Federal University, 2007, 90 p.
- [10] Kostyuk A.G. *Plastichnost i razrushenie kristallicheskogo materiala pri slozhnom nagruzhении* [Plasticity and the destruction of the crystalline material under complex loading]. Moscow. MEI publ., 2000. 173 p.
- [11] Solomonov J.S., Georgievskii V.P., Nedbay A.Y., Andryushin V.A. *Metody rascheta tsilindricheskikh obolochek iz kompozitnykh materialov* [Methods for calculating the cylindrical shells made of composite materials]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2009, 264 p.
- [12] Sukhinin S.N. *Prikladnye zadachi ustoychivosti mnogosloynnykh obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Applications stability of multilayered composite shells]. Moscow. FIZMATLIT Publ., 2010, 241 p.
- [13] Frolov K.V. *Izbrannye Trudy. T.2 Mashinovedenie i mashinostroyeniye* [Selected works. V.2. Engineering and mechanical engineering]. Moscow, Science Publ., 2007, 526 p.
- [14] Algazin O.D., Butina. T.A., Dubrov V.M. *Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Spec. vypusk. Matematicheskoe modelirovaniye – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Sp. Mathematical Modeling*, 2011, 3 s.
- [15] Zhilin P.A. *Aktualnye problem mehaniki* [Problems in Mechanics]. St. Petersburg, Institute of Problems of Mechanical Engineering, 2006, 306 p.
- [16] Sadykhov G.S., Kuznetsov V.I. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin – Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2005, no. 4, pp. 96-99.
- [17] Sadykhov G.S. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin – Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2005, no. 1, pp. 119-122.

- [18] Sadykhov G.S., Kuznetsov V.I. *Metody I modeli otsenok bezopasnosti sverhnaznachennykh srokov ekspluatatsii tekhnicheskikh ob'ektov* [Methods and models of security assessments sverhnaznachennyh terms of operation of the technical facilities]. Moscow, LKI Publ., 2007, 144 p.

**Dubrovin V.M.** (b. 1989) graduated from MSTU N.Uh. Bauman. Specialist in management of complex technical systems and developing mathematical models. Engineer of I category at RSC Energia in the mission Control Center. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

**Semenov K.S.** (b. 1989) graduated from the Bauman Moscow State Technical University. He is a specialist in the management of complex technical systems. He is the 1st category engineer at RSC "Energy" in the mission control center. e-mail: semyonof@gmail.com