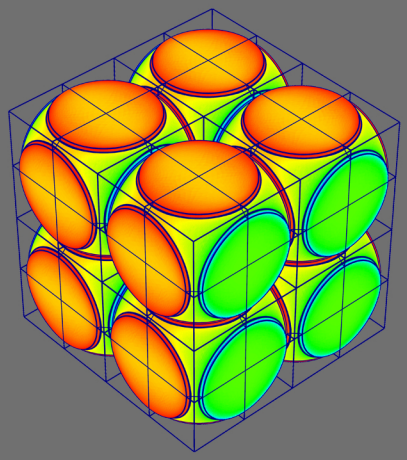
ISSN 2309-3684



Математическое моделирование и численные методы

Бушуев А. Ю., Фарафонов Б. А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади. Математическое моделирование и численные методы, 2014, №2 (2), с. 101-114

Источник: https://mmcm.bmstu.ru/articles/16/

Параметры загрузки:
IP: 216.73.216.206
10.11.2026 22:54:11

УДК 629.78

Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади

© А.Ю. Бушуев, Б.А. Фарафонов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Построена математическая модель процесса раскрытия многозвенной конструкции солнечной батареи с тросовой системой раскрытия. На основе анализа кинематической схемы системы раскрытия выбраны размеры радиусов роликов и передаточного отношения двух типов шестеренчатых механизмов, обеспечивающих заданную последовательность фиксации звеньев. Для исследования процесса раскрытия солнечной батареи использовано уравнение Лагранжа второго рода. Отличительной особенностью предлагаемого подхода является итерационный способ учета деформации тросов системы синхронизации. Разработанная математическая модель может быть использована для выбора оптимальных конструктивных параметров и характеристик системы раскрытия, а также для анализа нештатных ситуаций и оценки надежности процесса раскрытия.

Ключевые слова: *математическое моделирование, тросовая система раскрытия, многозвенная конструкция, солнечная батарея.*

Введение. Раскрытие солнечных батарей (СБ) является одной из ключевых динамических операций функционирования космического аппарата (КА), которая определяет возможность его дальнейшей эксплуатации [1].

Возрастание энергопотребления перспективных КА приводит к увеличению размеров СБ. Поэтому является актуальной проблема безотказного функционирования системы раскрытия (СР) солнечных батарей большой площади [2]. Основными элементами такой системы раскрытия является многозвенная конструкция с тросовой системой синхронизации [3].

Для обоснования выбора конструктивных параметров элементов системы раскрытия и подтверждения надежности процесса раскрытия требуется проведение детального математического моделирования с использованием эффективной математической модели [4, 5]. Для построения уравнений движения и их решения могут быть использованы различные методы, некоторые из них представлены в работах [6−12].

В данной работе для исследования процесса раскрытия СБ используется уравнение Лагранжа второго рода для кинетической энергии солнечной батареи, моделируемой многозвенником (без учета откидных панелей). Отличительной особенностью предлагаемого подхода является итерационный способ учета деформации тросов системы синхронизации. Достаточно подробно рассматривается конструкция СР.

Конструкция и анализ кинематической схемы системы раскрытия солнечной батареи большой площади. Основным элементом рассматриваемой СР являются многозвенная конструкция, на которой крепятся панели СБ. На первом и последнем звеньях многозвенника расположены электроприводы. Домкрат, размещенный в первом звене, обеспечивает его поворот на заданный угол. Тросовая система синхронизации состоит из набора роликов, соединенных определенным образом тросами, и двух типов шестеренчатых механизмов, обеспечивающих необходимые передаточные отношения. Средства системы синхронизации не позволяют реализоваться существенному отличию углов относительного разворота соседних звеньев. В процессе раскрытия за счет специальных пружин всегда сохраняется натяжение тросов. Для повышения надежности раскрытия используется специальный раскрывающий трос, наматывающийся на два барабана, размещенные на первом и последнем звеньях.

На рис. 1 представлена схема раскрытия многозвенной конструкции. На рис. 2 изображена тросовая система синхронизации. На рис. 3 показана кинематическая схема СР.

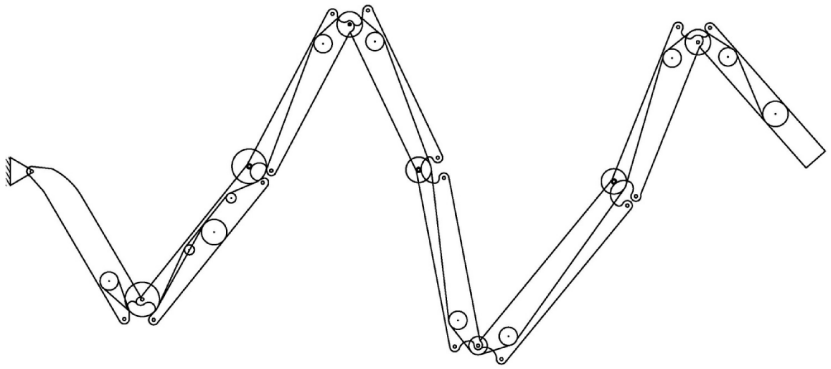


Рис. 1. Основная система раскрытия

Из анализа кинематической схемы СР определяются относительные углы поворота звеньев β_j в зависимости от угла поворота первого звена.

Обозначим угол поворота первого звена, отсчитываемого от начального положения против часовой стрелки, через $\varphi_1 = \beta_1 - 107°$, где β_1 — угол, отсчитываемый от оси *OY*, определяющий конечное положение полностью раскрытой многозвенной конструкции, до текущего положения первого звена.

При повороте звена *1* на угол φ_1 ролик r_{11} поворачивается на $\gamma_{11} = \varphi_1 \dfrac{R_{01}}{R_{11}}$.

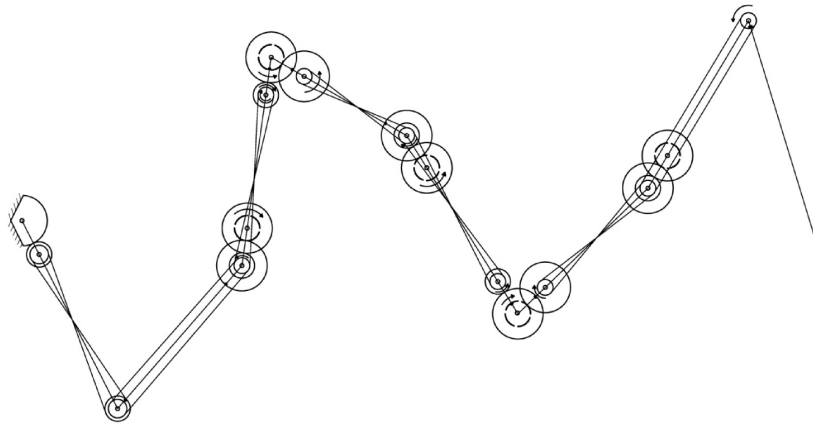


Рис. 2. Тросовая система синхронизации раскрытия СБ

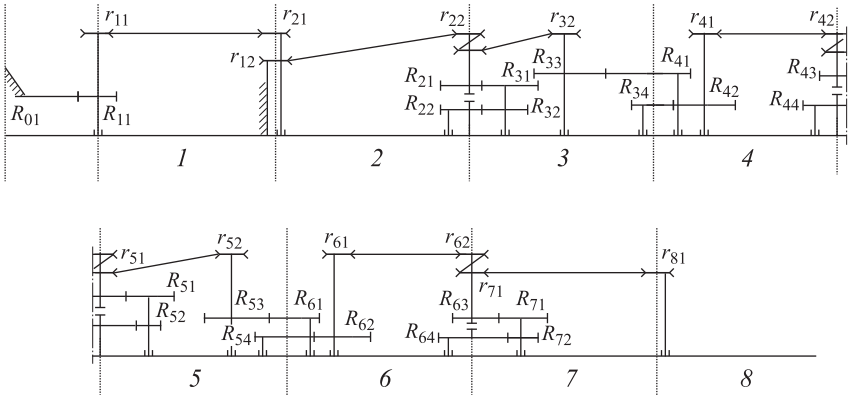


Рис. 3. Кинематическая схема СР

Введем обозначение $k_{01} = \dfrac{R_{01}}{R_{11}}$. Угол поворота второго звена относительно первого $\beta_2 = \gamma_{21}$, $\gamma_{21} = -(\gamma_{11} - \gamma_2)\dfrac{r_{11}}{r_{21}} = -\varphi_1 k_{01} k_{11} + \gamma_2 k_{11}$,

где $k_{11} = \dfrac{r_{11}}{r_{21}}$ и γ_2 — ошибка в положении звена *2*, вызванная деформацией троса, размещенного на первом звене, и люфтом.

Пусть γ_{ij} — угол поворота ролика r_{ij}, тогда $\gamma_{22} = (\beta_2 - \gamma_3)\dfrac{r_{12}}{r_{22}} =$

$= \varphi_1 k_{01} k_{11} k_{12} - \gamma_2 k_{11} k_{12} + \gamma_3 k_{12}$, где $k_{12} = \dfrac{r_{12}}{r_{22}}$.

Так как $\gamma_{22} = \beta_3 \left(1 - \dfrac{R_{31}}{R_{21}} \dfrac{R_{22}}{R_{32}}\right)$, то угол поворота звена *3* относительно звена *2*

$$\beta_3 = \frac{-\varphi_1 k_{01} k_{11} k_{12} + \gamma_2 k_{11} k_{12} - \gamma_3 k_{12}}{-1 + k_{21} k_{22}} =$$

$$= -\varphi_1 k_{01} k_{11} k_{12} k_{13} + \gamma_2 k_{11} k_{12} k_{13} - \gamma_3 k_{12} k_{13},$$

где $k_{13} = \dfrac{1}{-1 + k_{21} k_{22}}$.

Ролик r_{22} поворачивается относительно звена *2* на угол γ_{22}, а относительно звена *3* — на угол $\gamma_{22} + \beta_2$; на такой же угол поворачивается шестеренка R_{33}. Тогда угол поворота звена *4* относительно звена *3* с учетом направления вращения составит

$$\beta_4 = -\gamma_{32} \frac{R_{33}}{R_{41}} = \left(\gamma_{22} \frac{r_{22}}{r_{31}} + \beta_3 - \gamma_4 \right) \frac{r_{31}}{r_{32}} \frac{R_{33}}{R_{41}} = \left[\gamma_{22} (k_{24} - k_{13}) - \gamma_4 \right] k_{22} k_{31} =$$

$$= \left[\varphi_1 k_{01} k_{11} k_{12} (k_{24} - k_{13}) k_{23} k_{31} - \gamma_2 k_{11} k_{12} (k_{24} - k_{13}) k_{23} k_{31} + \right.$$
$$\left. + \gamma_3 k_{12} (k_{24} - k_{13}) k_{23} k_{31} - \gamma_4 k_{23} k_{31} \right].$$

Вывод углов поворота остальных звеньев аналогичен рассмотренному.

Приведем окончательный результат:

$$\gamma_{41} = \beta_4 \frac{R_{34}}{R_{42}} = \beta_4 k_{32};$$

$$\gamma_{42} = -(\gamma_{41} - \gamma_5) \frac{r_{11}}{r_{42}} = -\beta_4 k_{32} k_{41} + \gamma_5 k_{41};$$

$$\beta_5 = \frac{-\gamma_{42}}{-1 + \dfrac{R_{51}}{R_{43}} \dfrac{R_{44}}{R_{52}}} = -\gamma_{42} k_{15} = \beta_4 k_{32} k_{41} k_{15} - \gamma_5 k_{41} k_{15};$$

$$\beta_5 = \varphi_1 k_{01} k_{11} k_{12} (k_{24} - k_{13}) k_{23} k_{31} k_{32} k_{41} k_{15} -$$
$$- \gamma_2 k_{11} k_{12} (k_{24} - k_{13}) k_{23} k_{31} k_{32} k_{41} k_{15} +$$
$$+ \gamma_3 k_{12} (k_{24} - k_{13}) k_{23} k_{31} k_{32} k_{41} k_{15} -$$
$$- \gamma_4 k_{23} k_{31} k_{32} k_{41} k_{15} - \gamma_5 k_{41} k_{15},$$

где

$$k_{24} = \frac{r_{22}}{r_{31}}; \quad k_{23} = \frac{r_{31}}{r_{32}}; \quad k_{31} = \frac{R_{33}}{R_{41}}; \quad k_{32} = \frac{R_{34}}{R_{42}};$$

$$k_{15} = \frac{1}{-1 + \dfrac{R_{51}}{R_{43}} \dfrac{R_{44}}{R_{52}}}; \quad k_{41} = \frac{r_{41}}{r_{42}};$$

$$\gamma_{52} = -\frac{r_{51}}{r_{52}}\left(\gamma_{42}\frac{r_{42}}{r_{51}} + \beta_5 - \gamma_6\right);$$

$$\beta_6 = -\gamma_{52}\frac{R_{13}}{R_{61}} = \gamma_{42}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61} - \gamma_6 k_{52}k_{61} =$$
$$= -\varphi_1 k_{01}k_{11}k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61} +$$
$$+\gamma_2 k_{11}k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61} -$$
$$- \gamma_3 k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61} +$$
$$+\gamma_4 k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}k_{15}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61} + \gamma_5 k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61} - \gamma_6 k_{52}k_{61},$$

где $k_{42} = \frac{r_{42}}{r_{51}}; \quad k_{52} = \frac{r_{51}}{r_{52}}; \quad k_{61} = \frac{R_{53}}{R_{61}};$

$$\beta_7 = -\varphi_1 k_{01}k_{11}k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}k_{17} +$$
$$+ \gamma_2 k_{11}k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}k_{17} -$$
$$- \gamma_3 k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}k_{17} +$$
$$+ \gamma_4 k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}k_{15}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}k_{17} +$$
$$+ \gamma_5 k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}k_{17} -$$
$$- \gamma_6 k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}k_{17} - \gamma_7 k_{71}k_{17};$$

$$\beta_8 = \varphi_1 k_{01}k_{11}k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} -$$
$$-\gamma_2 k_{11}k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} +$$
$$+\gamma_3 k_{12}(k_{24} - k_{13})k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} -$$
$$-\gamma_4 k_{23}k_{31}k_{32}k_{41}k_{15}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} -$$
$$-\gamma_5 k_{41}(k_{42} - k_{15})k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} + \gamma_6 k_{52}k_{61}k_{62}k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} +$$
$$+\gamma_7 k_{71}(k_{72} - k_{17})k_{81} - \gamma_8 k_{81},$$

где $k_{62} = \frac{R_{54}}{R_{62}}; \quad k_{71} = \frac{r_{61}}{r_{62}}; \quad k_{72} = \frac{r_{62}}{r_{71}}; \quad k_{81} = \frac{r_{71}}{r_{81}}.$

Используя полученные формулы, можно выбрать необходимые начальные радиусы роликов и передаточные отношения шестеренчатых механизмов, обеспечивающих заданную последовательность фиксации звеньев от последнего звена к первому без учета деформации тросов.

Динамическая модель раскрытия. Для определения основных характеристик процесса раскрытия используют уравнения Лагранжа второго рода, составленные для кинетической энергии СБ, моделируемой многозвенником (с присоединенной массой откидных панелей), каждое звено которого предполагается абсолютно твердым телом:

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{8}\frac{m_i}{2}\left\{\left(\frac{\partial\dot{x}_{i-1}}{\partial\dot{\beta}_1}+\frac{\partial\dot{x}_i}{\partial\dot{\beta}_1}\right)\left(\ddot{x}_{i-1}+\ddot{x}_i\right)+\left(\frac{\partial\dot{y}_{i-1}}{\partial\dot{\beta}_1}+\frac{\partial\dot{y}_i}{\partial\dot{\beta}_1}\right)\left(\ddot{y}_{i-1}+\ddot{y}_i\right)+\right.$$
$$+\left(\dot{x}_{i-1}+\dot{x}_i\right)\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial\dot{x}_{i-1}}{\partial\dot{\beta}_1}+\frac{d}{dt}\frac{\partial\dot{x}_i}{\partial\dot{\beta}_1}-\frac{\partial\dot{x}_{i-1}}{\partial\beta_1}-\frac{\partial\dot{x}_i}{\partial\beta_1}\right)+$$
$$\left.+\left(\dot{y}_{i-1}+\dot{y}_i\right)\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial\dot{y}_{i-1}}{\partial\dot{\beta}_1}+\frac{d}{dt}\frac{\partial\dot{y}_i}{\partial\dot{\beta}_1}-\frac{\partial\dot{y}_{i-1}}{\partial\beta_1}-\frac{\partial\dot{y}_i}{\partial\beta_1}\right)\right\}+2J_i\ddot{\psi}_i\frac{\partial\dot{\psi}_i}{\partial\dot{\beta}_1}+$$
$$+2J_i\dot{\psi}_i\frac{d}{dt}\frac{\partial\dot{\psi}_i}{\partial\dot{\beta}_1}-2J_i\dot{\psi}_i\frac{\partial\dot{\psi}_i}{\partial\beta_1}=M_{\text{пр}},$$

где координаты концов звеньев имеют вид

$$y_i=\sum_{i1=1}^{i}l_{i1}\cos\left(\sum_{j=1}^{i1}\beta'_j\right)=\sum_{i1=1}^{i}l_{i1}\cos\left(\sum_{j=1}^{i1}\sum_{k=1}^{j}a_{jk}\gamma_k+C_j\right);$$
$$x_i=\sum_{i1=1}^{i}l_{i1}\sin\left(\sum_{j=1}^{i1}\beta'_j\right)=\sum_{i1=1}^{i}l_{i1}\sin\left(\sum_{j=1}^{i1}\sum_{k=1}^{j}a_{jk}\gamma_k+C_j\right),$$

где a_{jk} — передаточные отношения между звеньями;

$$\mathrm{B}=\begin{Vmatrix}0\\-\pi\\-\pi\\+\pi\\+\pi\\-\pi\\-\pi\\+\pi\end{Vmatrix};\qquad C_j=-\frac{107}{180}\pi a_{j1}+B_j;$$

J_i — момент инерции i-го звена относительно его центра тяжести; ψ_i — угол, отсчитываемый от оси OY, определяющий конечное положение полностью раскрытой многозвенной конструкции до текущего положения i-го звена; $\dot{\psi}_i$ — угловая скорость вращения i-го звена; $\dot{\beta}_1$ — угловая скорость вращения первого звена ($(\beta_1=\psi_1)$; $M_{\text{пр}}$ — приведенный момент, учитывающий сопротивление жгутов, предварительное натяжение тросов, трение в шарнирах и момент от электропривода.

На рис. 4 приведены результаты решения уравнения Лагранжа для выбранных конструктивных параметров из анализа кинематической схемы. При этом предполагалось, что сопротивления трения в шарнирах пренебрежимо малы, а сопротивления жгутов известны из экспериментальных данных.

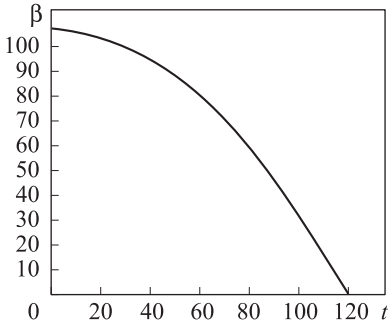


Рис. 4. Зависимость угла поворота первого звена от времени

Определение реакций связей и усилий в тросах. Для определения реакций связей и усилий в тросах воспользуемся уравнениями Даламбера:

$$R_{8x} - T\sin(\psi_8 + \alpha_8) - m_8\ddot{x}_{c8} = 0;$$

$$R_{8y} - T\cos(\psi_8 + \alpha_8) - m_8\ddot{y}_{c8} = 0;$$

$$R_{8x}(y_7 - y_{c8}) + R_{8y}(x_{c8} - x_7) - F_7 r_{81} + M_{c8} +$$

$$+ T\left(\frac{l_8}{2} - l_{R9}\right)\sin(\alpha_8) + TR_9 - J_{zc8}\ddot{\psi}_8 = 0,$$

где $\alpha_8 = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{R_9 + R_8 - h_8}{l_{R9}}\right)$; R_9, R_8 — радиусы роликов основной системы, расположенные на восьмом звене; l_{R9}, h_8 — геометрические параметры, определяющие положение раскрывающего троса относительно вектора положения восьмого звена; M_{c8} — момент сопротивления жгутов;

$$R_{7x} - R_{8x} + \frac{(F_6 r_{62} - F_7 r_{71})}{R_{63}}\left(\frac{R_{71}}{R_{72}} - 1\right)\cos\psi_7 + 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_8}{2}\right)\sin\ddot{\varphi}_8 - m_7\ddot{x}_{c7} = 0;$$

$$R_{7y} - R_{8y} + \frac{(F_6 r_{62} - F_7 r_{71})}{R_{63}}\left(\frac{R_{71}}{R_{72}} - 1\right)(-\sin\psi_7) +$$

$$+ 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_8}{2}\right)\sin\ddot{\varphi}_8 - m_7\ddot{y}_{c7} = 0;$$

$$R_{7x}(y_6 - y_{c7}) + R_{7y}(x_{c7} - x_6) + R_{8x}(y_{c7} - y_7) + R_{8y}(x_7 - x_{c7}) -$$

$$- (F_6 r_{62} - F_7 r_{71})\left(\frac{R_{71}}{R_{72}} - 1\right)\left(\frac{\dfrac{l_7}{2} - R_{64} - R_{72}}{R_{63}}\right) -$$

$$- M_{c7} + 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_8}{2}\right)\frac{l_7}{2}\sin(\ddot{\varphi}_8 - \psi_7) - J_{zc7}\ddot{\psi}_7 = 0;$$

$$R_{6y} - R_{7y} + F_5 \frac{r_{52}}{R_{53}}(\sin\psi_5) + F_6 \frac{r_{61}}{R_{62}}(\sin\psi_6) +$$
$$+ \frac{(F_6 r_{62} - F_7 r_{71})}{R_{63}} \frac{R_{71}}{R_{72}} \sin\psi_7 + \frac{(F_6 r_{62} - F_7 r_{71})}{R_{63}}(-\sin\psi_7) +$$
$$+ 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_7}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_7 - m_6 \ddot{y}_{c6} = 0;$$

$$R_{6x}(y_5 - y_{c6}) + R_{6y}(x_{c6} - x_5) + R_{7x}(y_{c6} - y_6) + R_{7y}(x_6 - x_{c6}) -$$
$$-(F_6 r_{62} - F_7 r_{71}) \frac{R_{71}}{R_{63} R_{72}} \left(R_{64} + \frac{l_6}{2}(\cos(\pi - \beta_7))\right) + F_6 \frac{r_{61}}{R_{62}} \left(\frac{l_6}{2} - R_{62} - R_{54}\right) +$$
$$+ F_5 \frac{r_{52}}{R_{53}} \left(R_{61} + \frac{l_6}{2}(\cos(\pi - \beta_6))\right) + \frac{(F_6 r_{62} - F_7 r_{71})}{R_{63}} \frac{l_6}{2}(\cos(\pi - \beta_7)) -$$
$$-M_{c6} - 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_7}{2}\right) \frac{l_6}{2} \sin(\psi_6 - \ddot{\varphi}_7) - J_{zc6} \ddot{\psi}_6 = 0;$$

$$R_{5x} - R_{6x} + \frac{(F_4 r_{42} - F_5 r_{51})}{R_{43}} \left(\frac{R_{51}}{R_{52}} - 1\right)(-\cos\psi_5) + F_5 \frac{r_{52}}{R_{53}}(\cos\psi_5) +$$
$$+ F_6 \frac{r_{61}}{R_{62}}(\cos\psi_6) + 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_6}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_6 - m_5 \ddot{x}_{c5} = 0;$$

$$R_{5y} - R_{6y} + \frac{(F_4 r_{42} - F_5 r_{51})}{R_{43}} \left(\frac{R_{51}}{R_{52}} - 1\right)(\sin(\psi_5)) + F_5 \frac{r_{52}}{R_{53}}(-\sin(\psi_5)) +$$
$$+ F_6 \frac{r_{61}}{R_{62}}(-\sin(\psi_6)) + 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_6}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_6 - m_5 \ddot{y}_{c5} = 0;$$

$$R_{5x}(y_4 - y_{c5}) + R_{5y}(x_{c5} - x_4) + R_{6x}(y_{c5} - y_5) + R_{6y}(x_5 - x_{c5}) +$$
$$+ (F_4 r_{42} - F_5 r_{51}) \left(\frac{R_{51}}{R_{52}} - 1\right) \frac{\left(\frac{l_5}{2} - R_{44} - R_{52}\right)}{R_{43}} +$$
$$+ F_6 \frac{r_{61}}{R_{62}} \left(R_{54} + \frac{l_5}{2}(\cos(\pi - \beta_6))\right) + F_5 \frac{r_{52}}{R_{53}} \left(\frac{l_5}{2} - R_{53} - R_{61}\right) + M_{c5} -$$
$$-2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_6}{2}\right) \frac{l_5}{2} \sin(\psi_5 - \ddot{\varphi}_6) - J_{zc5} \ddot{\psi}_5 = 0;$$

$$R_{4x} - R_{5x} + F_3 \frac{r_{32}}{R_{33}} \cos\psi_3 + F_4 \frac{r_{41}}{R_{42}} (\cos\psi_4) +$$
$$+ (F_4 r_{42} - F_5 r_{51}) \frac{R_{51}}{R_{43} R_{52}} (\cos\psi_5) + \frac{(F_4 r_{42} - F_5 r_{51})}{R_{43}} (-\cos\psi_5) +$$
$$+ 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_5}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_5 - m_4 \ddot{x}_{c4} = 0;$$

$$R_{4y} - R_{5y} + F_3 \frac{r_{32}}{R_{33}} (-\sin\psi_3) + F_4 \frac{r_{41}}{R_{42}} (-\sin\psi_4) +$$
$$+ (F_4 r_{42} - F_5 r_{51}) \frac{R_{51}}{R_{43} R_{52}} (-\sin\psi_5) +$$
$$+ \frac{(F_4 r_{42} - F_5 r_{51})}{R_{43}} (\sin\psi_5) + 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_5}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_5 - m_4 \ddot{y}_{c4} = 0;$$

$$R_{4x}(y_3 - y_{c4}) + R_{4y}(x_{c4} - x_3) + R_{5x}(y_{c4} - y_4) + R_{5y}(x_4 - x_{c4}) -$$
$$- F_4 \frac{r_{41}}{R_{42}} \left(\frac{l_4}{2} - R_{34} - R_{42}\right) + (F_4 r_{42} - F_5 r_{51}) \frac{R_{51}}{R_{43} R_{52}} \left(R_{44} + \frac{l_4}{2}(\cos(\pi - |\beta_5|))\right) -$$
$$- F_3 \frac{r_{32}}{R_{33}} \left(R_{41} + \frac{l_4}{2}(\cos(\pi - |\beta_4|))\right) - \frac{(F_4 r_{42} - F_5 r_{51})}{R_{43}} \frac{l_4}{2}(\cos(\pi - |\beta_5|)) +$$
$$+ M_{c4} + 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_5}{2}\right) \frac{l_4}{2} \sin(\ddot{\psi}_5 - \varphi_4) - J_{zc4} \ddot{\psi}_4 = 0;$$

$$R_{3x} - R_{4x} + F_3 \frac{r_{32}}{R_{33}} (-\cos(\psi_3)) + F_4 \frac{r_{41}}{R_{42}} (-\cos\psi_4) +$$
$$+ \frac{(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})}{R_{21}} \left(\frac{R_{31}}{R_{32}} - 1\right) (\cos\psi_3) -$$
$$- 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_4}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_4 - m_3 \ddot{x}_{c3} = 0;$$

$$R_{3x} - R_{4x} + F_3 \frac{r_{32}}{R_{33}} (\sin\psi_3) + F_4 \frac{r_{41}}{R_{42}} (\sin\psi_4) +$$
$$+ \frac{(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})}{R_{21}} \left(\frac{R_{31}}{R_{32}} - 1\right) (-\sin\psi_3) -$$
$$- 2T \cos\left(\frac{\dot{\varphi}_4}{2}\right) \sin\ddot{\varphi}_4 - m_3 \ddot{y}_{c3} = 0;$$

$$R_{3x}(y_2 - y_{c3}) + R_{3y}(x_{c3} - x_2) + R_{4x}(y_{c3} - y_3) + R_{4y}(x_3 - x_{c3}) -$$
$$- \frac{(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})}{R_{21}}\left(\frac{R_{31}}{R_{32}} - 1\right)\left(\frac{l_3}{2} - R_{22} - R_{32}\right) -$$
$$-F_3 \frac{r_{32}}{R_{33}}\left(\frac{l_3}{2} - R_{22} - R_{32}\right) - F_4 \frac{r_{41}}{R_{42}}\left(R_{34} + \frac{l_4}{2}\left(\cos(\pi - |\beta_4|)\right)\right) -$$
$$-M_{c3} + 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_4}{2}\right)\frac{l_3}{2}\sin(\ddot{\varphi}_4 - \psi_3) - J_{zc3}\ddot{\psi}_3 = 0;$$

$$R_{2x} - R_{3x} + (F_2 r_{22} - F_3 r_{31})\frac{R_{31}}{R_{21}R_{32}}(-\cos\psi_3) + \frac{(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})}{R_{21}}(\cos\psi_3) +$$
$$+ 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_3}{2}\right)\sin\ddot{\varphi}_3 - T\sin(\psi_2 - \alpha_{21}) - m_2\ddot{x}_{c2} = 0;$$

$$R_{2y} - R_{3y} + (F_2 r_{22} - F_3 r_{31})\frac{R_{31}}{R_{21}R_{32}}(\sin\psi_3) + \frac{(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})}{R_{21}}(-\sin\psi_3) +$$
$$+ 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_3}{2}\right)\sin\ddot{\varphi}_3 - T\cos(\psi_2 - \alpha_{21}) - m_2\ddot{y}_{c2} = 0;$$

$$R_{2x}(y_1 - y_{c2}) + R_{2y}(x_{c2} - x_1) + R_{3x}(y_{c2} - y_2) + R_{3y}(x_2 - x_{c2}) -$$
$$-(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})\left(\frac{R_{31}}{R_{21}R_{32}}\right)\left(R_{22} + \frac{l_2}{2}(\cos(\pi - \beta_3))\right) +$$
$$+ \frac{(F_2 r_{22} - F_3 r_{31})}{R_{21}}\frac{l_2}{2}(\cos(\pi - \beta_3)) + F_1 r_{21} -$$
$$-M_{c2} - T\left(\frac{l_2}{2} - l_{11}\right)\sin\alpha_{21} - J_{zc2}\ddot{\psi}_2 - TR_{10} - 2T\cos\left(\frac{\dot{\varphi}_3}{2}\right)\frac{l_2}{2}\sin(\psi_2 - \ddot{\varphi}_3) = 0.$$

Уравнения для звена *1* при условии отключенного домкрата имеют вид

$$F_1\frac{r_{11}}{R_{11}}\cos\psi_1 + R_{x_1} - R_{x_2} + 2T\cos\frac{\dot{\varphi}_1}{2}\sin\ddot{\varphi}_1 + 2T\cos\frac{\dot{\varphi}_2}{2}\sin\ddot{\varphi}_2 +$$
$$+ 2T\cos\left(\frac{-\alpha_{11} + \alpha_{12}}{2}\right)\cos\left(\psi_1 - \frac{\alpha_{11} + \alpha_{12}}{2}\right) - m_1\ddot{x}_{c_1} = 0;$$
$$-F_1\frac{r_{11}}{R_{11}}\sin\psi_1 + R_{y_1} - R_{y_2} + 2T\cos\frac{\dot{\varphi}_1}{2}\cos\ddot{\varphi}_1 + 2T\cos\frac{\dot{\varphi}_2}{2}\cos\ddot{\varphi}_2 +$$
$$+ 2T\cos\left(\frac{-\alpha_{11} + \alpha_{12}}{2}\right)\cos\left(\psi_1 - \frac{\alpha_{11} + \alpha_{12}}{2}\right) - m_1\ddot{y}_{c_1} = 0;$$

$$F_1\frac{r_{11}}{R_{11}}(R_{01}+R_{11})-2T\cos\frac{\dot{\varphi}_1}{2}l_1\sin(\psi_1-\ddot{\varphi}_1)-2T\cos\frac{\dot{\varphi}_2}{2}l_1\sin(\psi_1-\ddot{\varphi}_2)+$$

$$+2T\cos\left(\frac{\alpha_{12}-\alpha_{11}}{2}\right)(l_1-l_{R_1})\sin\left(-\frac{\alpha_{11}+\alpha_{12}}{2}\right)+M_{c1}+F_2r_{12}+R_{x2}(0-y_1)+$$

$$+R_{y2}(x_1-0)-J_{c_1}\ddot{\psi}_1=0,$$

где α_{11}, α_{12} — углы, определяющие положения раскрывающего троса, обхватывающего ролик, находящийся на первом звене;

$$\dot{\varphi}_1=\beta_2-\alpha_{21}-\alpha_{11};\ \ \ddot{\varphi}_1=\psi_2-\frac{\alpha_{21}+\alpha_{11}+\beta_2}{2};$$

$$\dot{\varphi}_2=\beta_2-\alpha_2+\alpha_{12};\ \ \ddot{\varphi}_2=\psi_2-\frac{\alpha_2+\alpha_{12}+\beta_2}{2};$$

$$\alpha_2=\operatorname{arctg}\frac{R_2-R_3}{l_2};\ \alpha_{11}=\operatorname{arctg}\frac{h_1-R_{12}-R_1}{l_{R1}};$$

$$\alpha_{12}=\operatorname{arctg}\frac{h_1-R_{12}+R_1}{l_{R1}};\ \ \alpha_{21}=\operatorname{arctg}\frac{-h+R_{12}+R_{10}}{l_{R10}},$$

где R_{10} — радиус барабана, расположенный на втором звене, на который наматывается раскрывающий трос; R_{12} — радиус ролика, расположенного между первым и вторым звеном, на который опирается раскрывающий трос. Аналогичные соотношения справедливы для углов $\dot{\varphi}_i$ и $\ddot{\varphi}_i$, входящих в уравнения для других звеньев.

На основе построенной математической модели предложен следующий подход к исследованию процесса раскрытия многозвенной конструкции СБ:

1) записывают уравнения геометрических связей (формулу положения всех звеньев многозвенной конструкции в зависимости от угла поворота первого звена;

2) из уравнения Лагранжа определяют зависимость угла поворота первого звена многозвенника от времени;

3) для известного закона раскрытия многозвенника, полученного из уравнения Лагранжа, используя принцип Даламбера, определяют внутренние силы;

4) записывают новое соотношение положения всех звеньев с учетом деформации тросов и расчет по п. 2 и 3 получают итерационно.

Выводы. Построена математическая модель процесса раскрытия многозвенной конструкции СБ с тросовой СР. На основе анализа кинематической схемы СР выбраны размеры радиусов роликов и передаточные отношения двух типов шестеренчатых механизмов, обеспечивающих заданную последовательность фиксации звеньев. При условии отсутствия деформации тросов найдено время раскрытия многозвенной конструкции.

Для определения предварительного натяжения тросов, оптимальных конструктивных параметров и характеристик системы раскрытия, а также анализа нештатных ситуаций и оценки надежности процесса раскрытия требуются дальнейшие исследования с помощью построенной модели.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бакунин Д.В., Борзых С.В., Ососов Н.С., Щиблев Ю.Н. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечных батарей. *Математическое моделирование*, 2004, т. 16, № 6, с. 86–92.

[2] Ильясова И.Г. Динамика процесса раскрытия многозвенных солнечных батарей. *Вестник Самарского Государственного Аэрокосмического Университета им. академика С.П. Королева*, 2012, № 4 (35), с. 88−93.

[3] Крылов А.В., Чурилин С.А. Моделирование раскрытия солнечных батарей различных конфигураций. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение»*, 2011, № 1, с. 106−111.

[4] Юдинцев В. В., Моделирование процессов раскрытия многоэлементных конструкций космических аппаратов. *Полет*, 2012, № 5, с. 28−33.

[5] Паничкин В.И. Математическое моделирование динамики деформирования многостворчатой солнечной батареи в процессе раскрытия. *Известия АН СССР. МТТ*, 1992, № 4, с. 183−190.

[6] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Особенности математического моделирования технических устройств. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 1, с. 5–17.

[7] Юдинцев В. В. *Динамика систем твердых тел*. Самара, Изд-во СГАУ, 2008.

[8] *Roy Featherstone Rigid Body Dynamics Algorithms*. Springer Science+Business Media, LLC, 2008.

[9] Aslanov V., Kruglov G., Yudintsev V. Newton–Euler equations of multibody systems with changing structures for space applications. *Acta Astronautica*, 2011. doi:10.1016/j.actaastro.2010.11.013.

[10] Верещагин А. Ф. Компьютерное моделирование динамики сложных механизмов роботов-манипуляторов. *Инженерная кибернетика*, 1974, вып. 6, с. 65−70.

[11] Mengali G., Salvetti A., Specht B. *Multibody Analysis of Solar Array Deployment using Flexible Bodies*. Universita di Pisa, Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale, 2007.

[12] Lakshmi Narayana B., Nagaraj B.P., Nataraju B.S. Deployment Dynamics of Solar Array with Body Rates. *Materials of International ADAMS User Conference*, 2000.

Статья поступила в редакцию 02.09.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бушуев А.Ю., Фарафонов Б.А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади. *Математическое моделирование и численные методы*, 2014, № 2, с. 101–114.

Бушуев Александр Юрьевич родился в 1951 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1974 г., МГУ им. М.В. Ломоносова — в 1985 г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 16 научных работ в области математического моделирования и оптимизации технических систем. e-mail: aleks-bus@yandex.ru

Фарафонов Борис Александрович родился в 1993 г. Студент аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Mathematical modelling of deployment of large-area solar array

© A.Yu. Bushuev, B.A. Farafonov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

We have built a mathematical model for deployment of multibody solar array with a cable system of deployment. On the basis of analysis of the kinematic scheme of deployment system we have chosen the dimensions of the radii of the rollers and gear ratio of the two types of gear mechanisms which provide the preset sequence of fixation of sections. We used Lagrange equation of the second kind for studying deployment of the solar battery array. A distinctive feature of this approach is application of iterative method for taking into account deformation of the cables of synchronizing system. The mathematical model can be used to choose optimal design factors and deployment system performance requirements. It is also valuable for dealing with worst-case situations and verifying the reliability of deployment procedure.

Keywords: *mathematical modelling, cable deployment system, multybody structure, solar array.*

REFERENCES

[1] Bakunin D.V., Borzykh S.V., Ososov N.S., Shchiblev Yu.N. *Matematicheskoe Modelirovanie — Mathematical Modelling*, 2004, no. 6, vol. 16, pp. 86–92.

[2] Il'yasova I.G. *Vestnik Samarskogo Gosudarstvennogo Aerokosmicheskogo Universiteta im. Akademika S.P. Koroleva — Korolev Samara State Aerospace University Bulletin*, 2012, no. 4(35), pp. 88–93.

[3] Krylov A.V., Churilin S.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Mashinostroenie — Heraldof the Bauman Moscow State Technical University. Mechanical Engineering*, 2011, no. 1, pp. 106–11.

[4] Yudintsev V.V. *Polet – Flight,* 2012, no. 5, pp. 28–33.

[5] Panichkin V.I. *Izvestiya AN SSSR – Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR*, 1992, no. 4, pp. 183–190.

[6] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskoe Modelirovanie i Chislennye Metody — Mathematical Modeling and Numerical Methods*, 2014, no. 1, pp. 5–17.

[7] Yudintsev V.V. *Dinamika sistem tverdykh tel* [Dynamics of Solid Bodies Systems]. Samara, 2008.

[8] *Roy Featherstone Rigid Body Dynamics Algorithms*. Springer Science+Business Media, LLC, 2008.

[9] Aslanov V., Kruglov G., Yudintsev V. Newton–Euler equations of multibody systems with changing structures for space applications. *Acta Astronautica*, 2011. doi:10.1016/j.actaastro.2010.11.013.

[10] Vereshchagin A.F. *Inzhenernaya kibernetika — Engineering Cybernetics*, 1974, issue 6, pp. 65–70.

[11] Mengali G., Salvetti A., Specht B. *Multibody Analysis of Solar Array Deployment using Flexible Bodies*. Universita di Pisa, Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale, 2007.

[12] Lakshmi Narayana B., Nagaraj B.P., Nataraju B.S. Deployment Dynamics of Solar Array with Body Rates. *Materials of International ADAMS User Conference*, 2000.

Bushuev A.Yu. (b. 1951) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 1974 and Lomonosov Moscow State University in 1985. Ph.D., assoc. professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 scientific works. Scientific interests: mathematical simulation in the technology, the methods of optimization and decision making, numerical methods. e-mail: aleks-bus@yandex.ru

Farafanov B.A. (b. 1993) a student of the Aerospace Department at Bauman Moscow State Technical University.